

# パルスデトネーション型マイクロ波ロケットの リード弁をもちいた吸気機構の解析

福成雅史\*、山口敏和\*、葛山浩\*\*、小紫公也\*、荒川義博\*  
\*東京大学、\*\*山口大学

## Analytical Study on Air-breathing Performance of Pulsed Detonation Type Microwave Rocket with Reed Valve System

by

Masafumi Fukunari, Toshikazu Yamaguchi,  
Hiroshi Katsurayama, Kimiya Komurasaki and Yoshihiro Arakawa

### ABSTRACT

An air-breathing beamed energy propulsion rocket, "Microwave Rocket" has been proposed as a low cost launch system. The rocket is driven by a microwave beam radiated from the ground. Atmospheric air is used as a propellant in the pulsed engine. In order to improve its thrust performance, an air-breathing mechanism using reed valves is under development. Ambient air is taken into the thruster through the reed valves. The air flow rate through the reed valves was computed and an air-breathing performance was evaluated in term of Partial Filling Rate, PFR. As a result, a 10 to 15-fold increase in thrust is predicted compared with the case without reed valves.

### 1. はじめに

現在、宇宙工場や太陽発電衛星(SSPS)など数多くの革新的な宇宙開発計画において、宇宙への建築資材の輸送コストが大きな障害となっている。今後の宇宙開発を支える上で、安価な輸送方法の確立は必要不可欠の前提条件である。

機体に向けて外部より照射されたマイクロ波を推進エネルギーとして飛行するマイクロ波ロケットは、その安価な宇宙輸送を実現する打ち上げ機として提案されている<sup>1)</sup>。第1図にマイクロ波ロケットの概念図を示す。

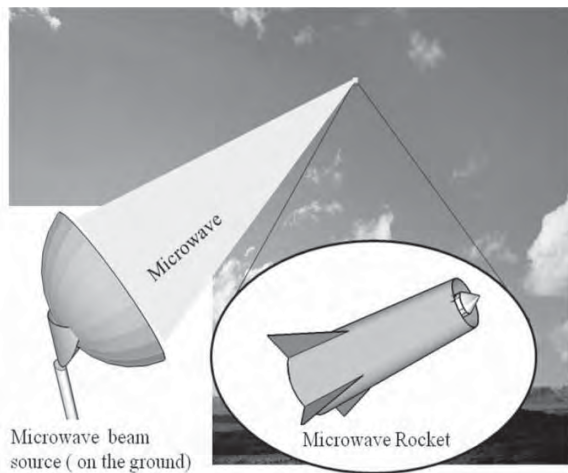


図1 マイクロ波ロケット概念図。

マイクロ波ロケットでは、エネルギーを外部から供給するためエネルギー源を推進機に内蔵する必要がない。また大気中では空気を推進剤として用いるので、推進機質量を大幅に削減でき、高いペイロード比を実現できる。さらに、燃焼器などの複雑な構造が不要であるため推進機構造を単純化でき、高いペイロード比とあわせて運送コストの低減が可能と考えられる。マイクロ波発振基地の建設費は高価だが、1度建設してしまえば後は繰り返し使用できるうえ、メンテナンスも地上にあるため容易に行える。

我々が行った過去の実験において、推進機にマイクロ波を繰り返し照射した際、2回目以降の推力が著しく低下する現象が見られた<sup>2,3)</sup>。これは一回目のマイクロ波が機体に照射され内部の空気が排気された後、機体内部に十分に

空気が充填されていない状態で二回目のマイクロ波を照射しているためと考えられる。この推進機の吸気特性を改善するため、リード弁を用いた吸気機構を提案した。

リード弁を取り付けたマイクロ波ロケットのエンジンサイクルと推進機内部の圧力履歴を第2図に示す。推進機モデルは円筒チューブ型で開放端と閉管端を持っている。閉管端は推力壁と呼ばれる。開放端から推力壁に向かって入射したマイクロ波が推力壁の集光器によって集光され、その高いエネルギーにより大気が絶縁破壊しプラズマを生じる。このプラズマが後続のマイクロ波のエネルギーを吸収し急激に加熱膨張するため衝撃波が発生し、閉管端へ伝播していく。この現象をマイクロ波支持デトネーション(MSD)という。このとき衝撃波背後の高圧によって機体は推力を得る。この過程はパルスデトネーションエンジンと類似している<sup>4,5)</sup>。衝撃波が排気されると推進機内部に膨張波が発生し機体前方に向けて伝播していく。リード弁はその膨張波とその反射波により推進機で発生した負圧で開き周辺大気が流入することで吸気が行われる。

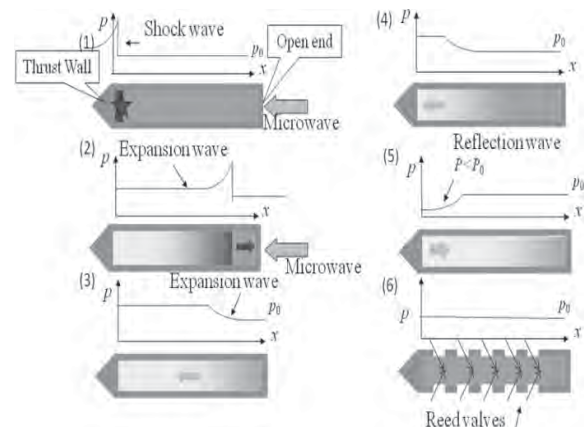


図2 エンジンサイクルと推進機内部の圧力履歴。

マイクロ波ロケットの推力は次式で表される。

$$F_{th} = C_m \Phi_{duty} W_m \quad (1)$$

ここで  $C_m$  は運動量結合係数であり入射したマイクロ波 1 MW 当たり発生する平均推力を表す<sup>1-3)</sup>。

$$C_m = \frac{\text{Cumulative impulse}}{\text{Microwavebeamed energy}} \quad (2)$$

$\Phi_{\text{duty}}$  はデューティ比を表し、エンジンサイクルの周期  $t_c$  と、マイクロ波が照射されている時間  $t_{\text{pluse}}$  との比を表す。

$W_m$  は入射したマイクロ波のパワーである。

マイクロ波ロケットの吸気性能は部分充填率(PFR)として評価される。PFR は推進機内部の体積とリード弁から流入した流れの体積の比として次式で定義される<sup>1,2)</sup>。

$$\text{PFR} = \frac{\text{Refreshed air volume}}{\text{Cylinder volume}} \quad (3)$$

白石らは実験によりマイクロ波ロケットの推力が  $0 < \text{PFR} < 1$  の間は増加し PFR=1 以降はほとんど変化しないという傾向を明らかにした<sup>2)</sup>。第3図に白石らの実験結果より算出した PFR に対する  $C_m$  の変化を示す。

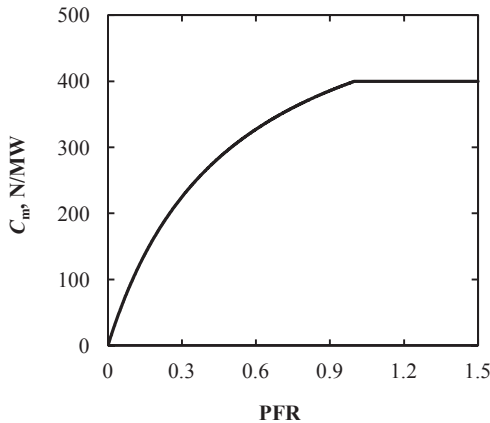


図3 PFR に対する  $C_m$  の変化。

本論文ではリード弁から推進機内部への流入を解析的に見積もった。また流入量の見積もりをオイラー方程式に組み込むことで、リード弁を取り付けたマイクロ波ロケットの推力性能の解析を行った。

## 2. リード弁からの流入流束の見積もり

リード弁で仮定したモデルを第4図に示す。 $l$ 、 $w$ 、 $y$  はリードの長さ、幅、先端の変位をそれぞれ表す。

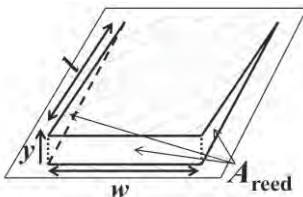


図4 リード弁モデル

リード弁の開口面積を  $A_{\text{reed}}$ 、推進機の側面積を  $A_{\text{wall}}$  としリード弁の開口面積比  $\alpha$  を次式で定義する。

$$\alpha = \frac{nA_{\text{reed}}}{A_{\text{wall}}} = \frac{ny(l+w)}{\pi DL} \quad (4)$$

ここで、推進機に取り付けたリード弁の個数を  $n$ 、推進機長を  $L$ 、直径を  $D$  とする。

圧力、温度、密度を  $P$ 、 $T$ 、 $\rho$  とおく、また添字 0、in、reed は推進機周り、推進機内部、リード弁からの流入の諸量をそれぞれ表す。リード弁の機械的な振動は無視し、リード弁の開口面積は一定で  $P_{\text{in}}/P_0 < 1$  の場合に開き、他の場合は完全に閉じていると仮定する。リード弁は推進機の側面に等方的に配置されている。また推進機周りは圧力  $P_0=1\text{atm}$ 、温度  $T_0=298.15\text{K}$  の標準大気条件とした。このと

きリード弁を通る単位面積当たりの質量流量は  $P_{\text{in}}/P_0$  の関数として以下のように表せる<sup>6)</sup>。

$$\dot{m}_u = \beta \rho_0 P_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_{\text{in}}}} \quad (P_{\text{in}}/P_0 < 0.528)$$

$$\dot{m}_u = \beta \rho_0 P_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_{\text{in}}}} \sqrt{1 - \left(\frac{P_{\text{in}}/P_0 - b}{1-b}\right)^2} \quad (\text{otherwise}) \quad (5)$$

$b$  は臨界圧力比であり 0.528 である。また  $\beta$  は次式となる。

$$\beta = \frac{C}{A_{\text{reed}}} \quad (6)$$

ここで  $C$  は音速コンダクタンスであり、 $\beta$  は実験により  $2.7 \times 10^{-3} \text{m}^3/(\text{Pa} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^2)$  と求められた<sup>7)</sup>。また第5図に質量流量の圧力比  $P_{\text{in}}/P_0$  に対する変化を示す。

以上の計算から流入流束  $S$  (後出(17)式参照) を求める。リード弁から流入する流れの密度と圧力は次式となる。

$$\begin{cases} \rho_{\text{reed}} = \rho_0 b^\gamma \\ P_{\text{reed}} = bP_0 \end{cases} \quad (P_{\text{in}}/P_0 < 0.528)$$

$$\begin{cases} \rho_{\text{reed}} = \rho_0 \left(\frac{P_{\text{in}}}{P_0}\right)^\gamma \\ P_{\text{reed}} = P_{\text{in}} \end{cases} \quad (\text{otherwise}) \quad (7)$$

これらよりリード弁からの流入流束は次式となる。

$$S = \begin{bmatrix} \dot{m}_u \\ 0 \\ \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P_{\text{reed}}}{\rho_{\text{reed}}} \dot{m}_u + \frac{1}{2} \frac{\dot{m}_u^3}{\rho_{\text{reed}}^2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

ここで比熱比  $\gamma$  とガス定数  $R$  はそれぞれ 1.4、287J/(kg K) である。

また PFR は次式で計算される。

$$\text{PFR} = \frac{\alpha \pi D \int_0^t \int_0^L \frac{\dot{m}_u}{\rho_{\text{reed}}} dx dt}{(D/2)^2 \pi L} = \frac{4\alpha \int_0^t \int_0^L \frac{\dot{m}_u}{\rho_{\text{reed}}} dx dt}{L} \quad (9)$$

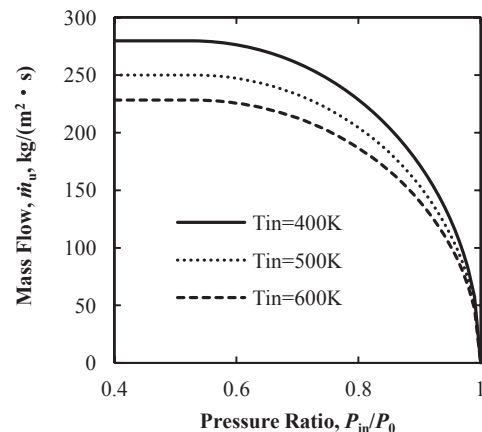


図5 リード弁を通る質量流量の圧力比  $P_{\text{in}}/P_0$  に対する変化。

## 3. 推進機内部の初期状態

背後のマッハ数が衝撃波固定座標系において 1 となり、流れが熱閉塞するデトネーションを Chapman-Jouguet デトネーションという。推進機内部の初期状態は衝撃波とプラズマが Chapman-Jouguet デトネーションの条件を満たしな

がら解放端まで伝播したと仮定し与える．このとき MSD の伝搬マッハ数  $M_{msd}$  はマイクロ波の照射パワー密度  $W_d$  [W/m<sup>2</sup>]より次式で表される．

$$M_{msd} = \sqrt{\frac{(\gamma^2 - 1) \eta W_d}{2a_0^2 \rho_0 M_{msd} a_0} + 1} + \sqrt{\frac{(\gamma^2 - 1) \eta W_d}{2a_0^2 \rho_0 M_{msd} a_0}} \quad (10)$$

ここで  $a$  は音速、 $\eta$  はマイクロ波の吸収係数を表す．式(8)は解析的には解けないので、ニュートン・ラプソン法によって数値的に解を求めた．

添字 1、2、c を用いて MSD 背後、膨張波背後、実験室固定座標系での値をそれぞれ表す．まず  $M_{msd}$  から MSD 背後の諸量は次式で決定される．

$$P_1 = \frac{(1 + \gamma M_{msd}^2)}{\gamma + 1} P_0 \quad (11)$$

$$\rho_1 = \frac{(1 + \gamma) M_{msd}^2}{\gamma M_{msd}^2 + 1} \rho_0 \quad (12)$$

$$M_{cl} = \frac{M_{msd}^2 - 1}{\gamma M_{msd}^2 + 1} \quad (13)$$

推力壁では流体は静止しているため MSD 背後には膨張波が付随して伝播している．膨張波は断熱的であると、リーマン不変量から膨張波背後の諸量は次式となる．

$$P_2 = \left[ 1 - \frac{\lambda - 1}{2} M_{cl} \right]^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} P_1 \quad (14)$$

$$\rho_2 = \left[ 1 - \frac{\gamma - 1}{2} M_{cl} \right]^{\frac{2}{\gamma - 1}} \rho_1 \quad (15)$$

マイクロ波パワーの流体への吸収係数は厳密には明らかになっていない．そこで、解析では入射したマイクロ波パワーに対して推力壁での圧力がおおよそ一致するように吸収係数を  $\eta = 0.486$  と定めた．

MSD の際に発生するプラズマは推進機内部を伝搬し開放端方向に伸びる．推進機から出たプラズマは推力に寄与しないので、プラズマが推進機長と等しい長さまで伸びたときマイクロ波照射を終えるのが効率的である．そのためマイクロ波照射時間  $t_{pulse}$  を次式とおく．

$$t_{pulse} = \frac{L}{a_0 M_{msd}} \quad (16)$$

#### 4. 支配方程式と計算手法

支配方程式は 1 次元オイラー方程式にリード弁からの流入を考慮し、 $\rho$ 、 $u$ 、静圧  $P$ 、全エネルギー  $E$ 、 $x$ 、を用いて次式のように表せられる．

$$\frac{\pi D^2}{4} \left( \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} \right) = A_{reed} S \quad (17)$$

ここで、

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ E \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ (E + P)u \end{bmatrix} \quad (18)$$

$E$  は全エネルギーで、

$$E = P/(\gamma - 1) + \rho u^2/2 \quad (19)$$

また状態方程式は、

$$P = \rho RT \quad (20)$$

となる．数値流束の計算には AUSM-DV スキーム<sup>8,9)</sup>を用いた．また時間積分として 2 段階 Runge-Kutta 法を用いた．

#### 5. 計算結果と考察

第 6 図に推力壁での圧力振動履歴の実験値と計算値の比較を示す．実験での推進機形状は  $L = 397.5\text{mm}$ 、 $D = 60\text{mm}$  の円筒形であり、リード弁は取り付けられていない．マイクロ波の入射パワーは  $W_m = 800\text{kW}$  である．計算での圧力振動は実験値とよく一致した．

第 7 図にリード弁を付けた場合の推力壁での圧力振動履歴を示す．推進機の側面積に対するリード弁の開口面積比  $\alpha$  を変化させると、 $\alpha$  の増加によってリード弁からの流入量が増え圧力振動は抑制される．

次に  $t_{plus}$  を一定とし、吸気時間を変化させ PFR の変化を調べた．第 8 図に  $\Phi_{duty}$  に対する PFR を示す． $\Phi_{duty}$  が 0.32 付近で傾向が大きく変化する．これは開放端から伝播した膨張波が推力壁で反射し、膨張波とその反射波によって推進機内部に大きな負圧が発生し流入量が増加するためである．また PFR は  $\alpha$  によって増加し  $\alpha = 0.08$  付近で一本の線に漸近していく．

#### 6. 推力の見積もり

これまでの計算結果を用いて、マイクロ波ロケットの推力を見積もった．計算結果を第 9 図に示す． $\Phi_{duty} = 0.7 \sim 0.6$  付近までは、開放端から伝播してくる膨張波による負圧が小さいので、リード弁からの流入はわずかであるが、 $\Phi_{duty}$  が大きいため推力も大きくなる．その後  $\Phi_{duty}$  に従って推力が減少するが  $\Phi_{duty} = 0.32$  付近で先ほど述べたようにリード弁からの流入量が増大するので推力が増える．また推力は  $\Phi_{duty} = 0.16$  付近で最大となった．

$\alpha = 0.0003$  とすると推力の計算結果は実験値に近い値となった．これは開放端からの流入による吸気の効果を表している．

この計算結果よりリード弁を推進機に取り付けることで、取り付けない場合と比べ 10 倍程度の推力増加が期待できることが分かった．

#### 7. まとめ

リード弁からの流入量を見積もり、推進機内部の圧力振動を再現した CFD に組み込むことでリード弁を取り付けたマイクロ波ロケットの吸気特性を解析した．

リード弁を取り付けることで圧力振動は抑えられ、また開口面積比  $\alpha$  が大きくなればなるほど、圧力振動が早くおさまる．

PFR は  $\alpha$  によって増化し  $\alpha = 0.08$  付近で一本の線に漸近していく．また PFR は  $\Phi_{duty} = 0.32$  付近で傾向が大きく変化する．これは開放端から伝播した膨張波が推力壁で反射し、膨張波とその反射波によって推進機内部に大きな負圧が発生しリード弁からの流入量が増加するためである．

過去の実験で得られている PFR と  $C_m$  の関係式を用いてマイクロ波ロケットの推力を見積もった．推力は  $\Phi_{duty} = 0.16$  付近で最大となった．また  $\alpha = 0.0003$  とすると推力の計算結果は実験値に近い値となった．これが開放端からの流入による吸気の効果を表していると考えれば、これらの計算結果からリード弁を取り付けることによって、取り付けない場合と比較し 10 倍程度の推力増加が期待できる可能性がある．

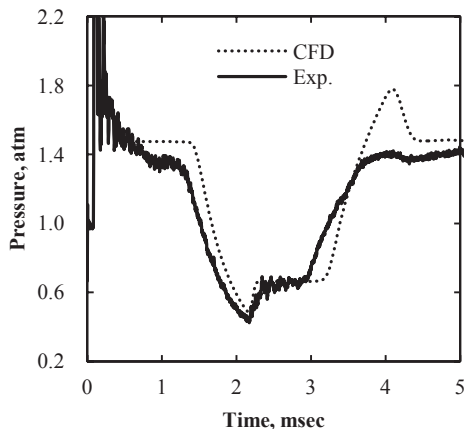


図 6 リード弁を取り付けていない推進機の推力壁での圧力履歴の計算結果と実験値の比較.

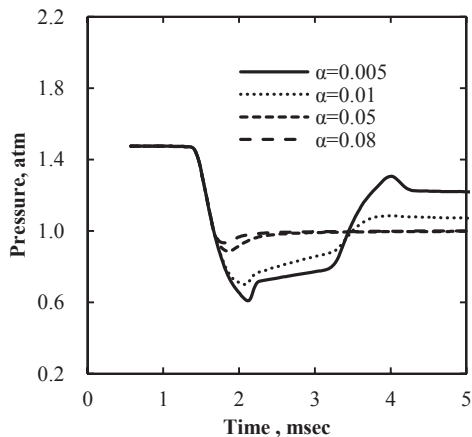


図 7 リード弁を取り付けた推進機の推力壁での圧力振動履歴.

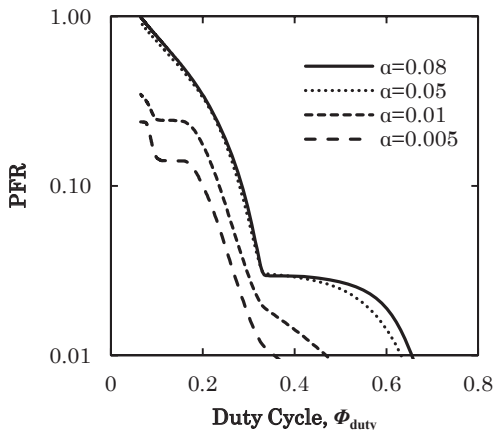


図 8 デューティー比に対する PFR.

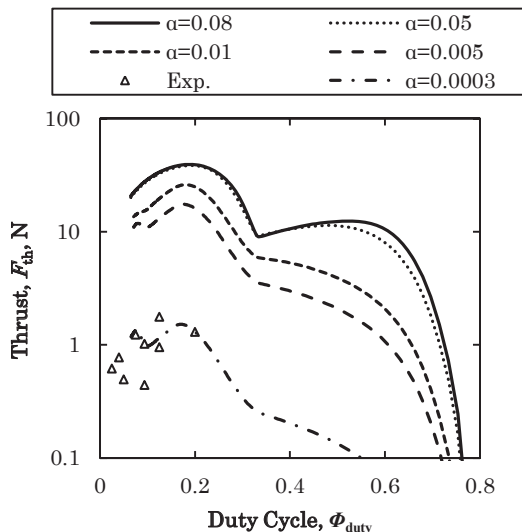


図 9  $\phi_{duty}$  に対する推力の計算結果.

参考文献

- 1) Y. Oda., K. Komurasaki, K. Takahashi, A. Kasugai, and K. Sakamoto, "Plasma generation using high-power millimeter wave beam and its application for thrust generation", *J. Applied Physics* Vol.100, 113307 (2006).
- 2) Y. Shiraishi, Y. Oda, T. Shibata, K. Komurasaki, K. Takahashi, A. Kasugai, and K. Sakamoto, "Air Breathing Processes in a Repetitively Pulsed Microwave Rocket", *AIAA Paper* 2008-1085
- 3) Y. Oda, T. Shibata, K. Komurasaki, K. Takahashi, A. Kasugai, and K. Sakamoto, "Thrust Performance of a Microwave Rocket Under Repetitive-Pulse Operation", *J. Propulsion and Power* Vol.25, No.1, pp118-122 (2009)
- 4) T. ENDO, T. FUJIWARA, "A Simplified Analysis on a Pulse Detonation Engine Model" *Trans. Japan Soc. Space Sci.*, Vol. 44, No. 146, pp. 217-222, 2002
- 5) T. Endo, J. Kasahara, T. Fujiwara, "Pressure History at the Thrust Wall of Simplified Pulse Detonation Engine", *AIAA J.*, Vol. 42, No. 9, 2004, pp. 1921-1930.
- 6) 川嶋 健嗣、石井 幸男、舟木 達也、香川 利春、"等温化圧力容器を用いた充填法による空気圧縮器の流量特性計測法"、日本フルードパワーシステム学会論文集、第34巻、第2号、pp8-13
- 7) R. Komatsu, "Air-breathing System on Microwave Rocket with Reed Valves and Its Future Possibility", *ISTS Paper* 2011-b-41s(2011)
- 8) W. K. Anderson, J. L. Thomas, B. V. leer: "Computation of Finite Volume Flux Vector Splitting", *AIAA Paper*, Vol.24, No.9.
- 9) Y. Wada, M. S. Liou: "A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities", *AIAA paper*, 94-0083, 1994