

航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TM-225

ストラップダウン方式の慣性機器誤差によって
生ずる飛しょう径路誤差の一考察

大月正男・新宮博公・鈴木孝雄

1972年5月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 資 料

TM-170	JR エンジンの燃焼器に起きた振動燃焼	1970年2月	宇宙研究グループ
TM-171	缶形燃焼器(低圧・低温系)試験設備による航空計器の氷結(着氷)試験	1970年3月	鈴木邦男, 相波哲朗 本間幸吉, 服部宣夫
TM-172	自動追尾型風向風速測定器	1970年3月	川幡長勝, 中谷輝臣
TM-173	FA200 改機の動安定微係数	1970年3月	遠藤 浩, 林 良生 海老沼幸成, 中谷輝臣
TM-174	遷音速風洞動安定測定装置の構造と作動	1970年4月	小橋安次郎, 河野長正 西 武徳, 宮沢政文
TM-175	NAL-16・31 D型ロケットの研究試作	1970年5月	五代富文, 近藤洋史 中井暎一, 田畑洋治
TM-176	非対称自由流線の一計算法	1970年5月	高橋 侔
TM-177	小型固体ロケットモータの振動燃焼実験 —パルス法による中周波振動燃焼の研究—	1970年5月	五代富文, 伊藤克弥 西村久男, 湯沢克宜 柴藤羊二
TM-178	大型低速風洞動安定微係数測定装置	1970年5月	廣岡貫一, 遠藤 浩 戸田亘洋, 岡部祐二郎
TM-179	風洞天秤の試作	1970年5月	金成正好, 北出大三
TM-180	ジェットエンジン燃焼器出口ガス流の乱れの測定(II) —レーザのドップラ効果を利用する方法—	1970年5月	相波哲朗
TM-181	航空機の乗り心地について	1970年6月	幸尾治朗
TM-182	排気系障害板の模型実験	1970年9月	田辺義一
TM-183	ロケット模型の大型低速風洞試験	1970年9月	近藤洋史, 高橋 宏 桑野尚明
TM-184	金属線へ衝突する液滴の現象	1970年9月	田丸 卓, 乙幡安雄
TM-185	推進エンジン用空気取入口の予備実験	1970年9月	近藤 博, 石賀保正
TM-186	NAL-25・31 型ロケットの試作と飛しょう試験	1970年11月	宇宙研究グループ
TM-187	推力 300 kg ジンバル液体ロケットエンジンの揺動特性(I)	1970年11月	橋崎哲二, 中野富雄 橋本亮平, 竹花真一郎
TM-188	自由飛行模型 FFM-10 の空力微係数におよぼす機体弾性変形の影響について	1970年11月	河崎俊夫, 河本 巖 戸田 勸
TM-189	燃料蒸発管に関する研究(III) —管内の燃料・空気二相流への熱伝達—	1970年12月	田丸 卓, 乙幡安雄 鈴木邦男
TM-191	大型電子計算機プログラム・ライブラリ	1970年12月	戸川隼人, 磯部俊夫
TM-192	極超音速風洞 M9 ノズル較正試験	1971年1月	長洲秀夫, 橋本 登 穂積弘一, 松崎貴至
TM-194	航空機の STOL 性に関する一考察	1971年1月	田辺義一
TM-195	曲面壁上の噴流に対する噴出孔形状, 配列の効果について	1971年1月	西村英明, 白井 弘 井上重雄, 三村富嗣雄
TM-196	NAL-16 H型ロケットの研究試作	1971年1月	宇宙研究グループ
TM-197	二次元煙風洞について	1971年1月	高橋 宏, 戸田亘洋 白井正孝
TM-198	等高線を描かせるプログラム	1971年1月	磯部俊夫
TM-199	航空機用ヒータの燃焼器の開発実験	1971年2月	堀内正司, 本間幸吉 矢萩 恵一
TM-202	単発 STOL 実験機に関する研究 —テレメータ実験局の電界強度測定—	1971年6月	幸尾治朗, 小野孝次 矢沢健司, 塚野雄吉
TM-203	固体ロケットの比推力測定の標準化	1971年6月	五代富文, 岡部祐二郎 清水昭紀, 伊藤克弥 西村久男

ストラップダウン方式の慣性機器誤差によって 生ずる飛しょう径路誤差の一考察*

大月正男**・新宮博公**・鈴木孝雄**

1. ま え が き

従来、ジャイロ、加速度計などの慣性機器の開発には高精度化が重要な要素とされてきたが、どの程度の高精度が要求されるかについては実際の機器使用状況に即して考察する必要がある。したがって筆者らは誤差マトリックスの方法を用いて解析を行ない、これらの機器を開発する際にどの程度の精度にすればよいかを示す指針を求めてみた。

本考察における解析では、ロケットを慣性誘導法によって誘導し、衛星を所期の軌道にのせようとするときの、慣性機器固有の誤差とこれによって生ずる飛しょう径路(速度、距離)の誤差との関係を対象とした。すなわち、姿勢制御、推力制御は完全であると仮定し、ストラップダウン方式による4段ロケットのノミナルトラジェクトリを設定し、それによる飛しょう体の加速度と塔載加速度計出力との関係をマトリックスで表示する。この加速度の変分をとると、加速度計出力誤差の項と誤差マトリックスの項とになる。この誤差マトリックスはジャイロ出力誤差と結びつく。そして加速度の変分(加速度の誤差)を積分することにより速度誤差および距離誤差を求めた。

2. 記 号

X, Y, Z : 慣性空間固定座標系
 X : 発射地点の東
 Y : 発射地点の北
 Z : 発射地点の垂直上方
 I, J, K : X, Y, Z 軸の単位ベクトル
 x, y, z : 飛しょう体固定座標系
 x : ロール軸方向
 y : ピッチ軸方向
 z : ヨー軸方向
 i, j, k : x, y, z 軸の単位ベクトル
 e_0 : ジャイロ加速度不感ドリフトレート

e_1 : ジャイロ加速度比例ドリフトレート

e_2 : ジャイロ加速度自乗比例ドリフトレート

e_S : ジャイロスケールファクタ誤差

ϵ_B : 加速度計バイアス誤差

ϵ_P : 加速度計パルスリバランス・エレクトロニクス誤差

ϵ_S : 加速度計スケールファクタ誤差

$\omega(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$: ジャイロ出力

ω_x : ロール軸ジャイロ出力

ω_y : ピッチ軸ジャイロ出力

ω_z : ヨー軸ジャイロ出力

$a(a_x, a_y, a_z)$: 加速度計出力

a_x : ロール軸方向加速度計出力

a_y : ピッチ軸方向加速度計出力

a_z : ヨー軸方向加速度計出力

$\Delta\omega(\Delta\omega_x, \Delta\omega_y, \Delta\omega_z)$: ジャイロ出力誤差

$\Delta\omega_x$: ロール軸ジャイロ出力誤差

$\Delta\omega_y$: ピッチ軸ジャイロ出力誤差

$\Delta\omega_z$: ヨー軸ジャイロ出力誤差

$\Delta a(\Delta a_x, \Delta a_y, \Delta a_z)$: 加速度計出力誤差

Δa_x : ロール軸方向加速度計出力誤差

Δa_y : ピッチ軸方向加速度計出力誤差

Δa_z : ヨー軸方向加速度計出力誤差

SA : ジャイロスピン軸

PA : 加速度計ペンデュラス軸

IA : 入力軸(ジャイロ, 加速度計)

OA : 出力軸(ジャイロ, 加速度計)

R : 地球中心を原点とする飛しょう体の重心の位置ベクトル

A : 飛しょう体の推力加速度

V : 飛しょう体の速度

ΔV : 飛しょう体の速度誤差

ΔR : 飛しょう体の距離誤差

g : 飛しょう位置での重力定数

μ : 万有引力定数

$\Delta R_h, \Delta R_v$: ピッチ面での局所水平・垂直距離

* 昭和46年9月17日受付

** 計測部

誤差

$\Delta V_h, \Delta V_v$: ピッチ面での局所水平・垂直速度誤差

$\Delta R_e, \Delta V_e$: クロスコース (ヨー方向) 距離, 速度誤差

α_0 : 発射角 (発射地点の機軸 (i) 方向と水平 (I) 方向のなす角)

θ : レンヂ角

R_e : 地球半径

3. 理論式の誘導

3.1 座標変換

ストラップダウン方式において機器の出力およびその誤差は飛しょう体固定座標系 (運動座標系) で表わされる。しかし飛しょう体経路誤差の解析には静止座標系, すなわち慣性空間固定座標系を用いた方が解析に便利であるので以下その座標系で考察を進める。図 1

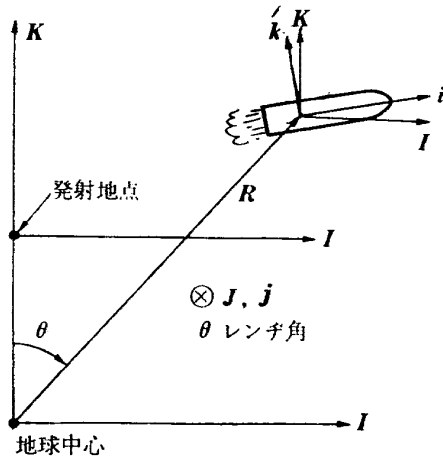


図 1 $ijk-IJK$ 座標変換

の i, j, k (飛しょう体固定) 座標系を I, J, K (慣性空間固定) 座標系に変換する方向余弦ストリックスを $[C]$ とすれば, 変換式は

$$\begin{bmatrix} I \\ J \\ K \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & C_{xz} \\ C_{yx} & C_{yy} & C_{yz} \\ C_{zx} & C_{zy} & C_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} \quad (1)$$

となる。

3.2 慣性機器の誤差

ジャイロ, 加速度計それぞれの要因別誤差* として

e_0 ……ジャイロ加速度不感ドリフトレート

e_1 ……ジャイロ加速度比例ドリフトレート

e_2 ……ジャイロ加速度自乗比例ドリフトレート

ϵ_S ……ジャイロスケールファクタ誤差

ϵ_B ……加速度計バイアス誤差

ϵ_P ……加速度計パルスリバランス・エレクトロニクス誤差

ϵ_S ……加速度計スケールファクタ誤差

を考える。これらの誤差のうち, $e_1, e_2, \epsilon_P, \epsilon_S$ は機器に作用する加速度によって発生する加速度誤差である。 e_1, e_2 はジャイロ出力軸に垂直な面 (入力軸およびスピンドル軸が作る面) に平行に作用する加速度成分のみに影響され, ϵ_P, ϵ_S は入力軸方向の加速度成分のみに影響される。一方, 飛しょう体は重力加速度に対して自由落下の状態にあり, かつ推力はほとんど x (ロール) 軸方向に加えらるので x 軸方向の推力加速度のみが加速度誤差に関係するとみなす。以上の点を考慮して加速度誤差を低減させるように慣性機器パッケージを組むことができる。ジャイロに関しては, 出力軸が x 軸に平行になるようにすればよい。これはヨー軸ジャイロ, ピッチ軸ジャイロに対しては可能であるが, ロール軸ジャイロに対しては不可能である。よって e_1, e_2 はロール軸ジャイロのみから発生するようにパッケージを組む。加速度計に関しては, ヨー軸方向およびピッチ軸方向の加速度計の入力軸は x 軸に垂直であるが, ロール軸方向加速度計の入力軸は x 軸に平行である。よって ϵ_P, ϵ_S はロール軸方向加速度計のみから発生する。

上記の観点から慣性機器パッケージを組むと図 2 のようになる。したがって $\Delta \omega, \Delta a$ の各要素はつぎのように公式化される。

$$\Delta \omega_x = e_0 + e_1(a_x/g) + e_2(a_x/g)^2 + \epsilon_S \omega_x \quad (2)$$

$$\Delta \omega_y = e_0 + \epsilon_S \omega_y \quad (3)$$

$$\Delta \omega_z = e_0 + \epsilon_S \omega_z \quad (4)$$

$$\Delta a_x = \epsilon_B + \epsilon_S a_x + \epsilon_P a_x \quad (5)$$

$$\Delta a_y = \epsilon_B \quad (6)$$

$$\Delta a_z = \epsilon_B \quad (7)$$

3.3 運動方程式

飛しょう体の重心の位置および加速度は

$$R = R_x I + R_y J + R_z K \quad (8)$$

$$\ddot{R} = A - \frac{\mu}{R^3} R \quad (9)$$

である。 A は加速度計の出力から合成され, その X, Y, Z 方向の成分は次式で与えられる。

$$A = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = [C] \cdot a = [C] \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad (10)$$

(9) 式の 1 次変分は

$$\Delta \ddot{R} = \Delta A - \frac{\mu}{R^3} \left(\Delta R - \frac{3R \cdot \Delta R}{R^2} R \right) \quad (11)$$

* 付録 1 参照

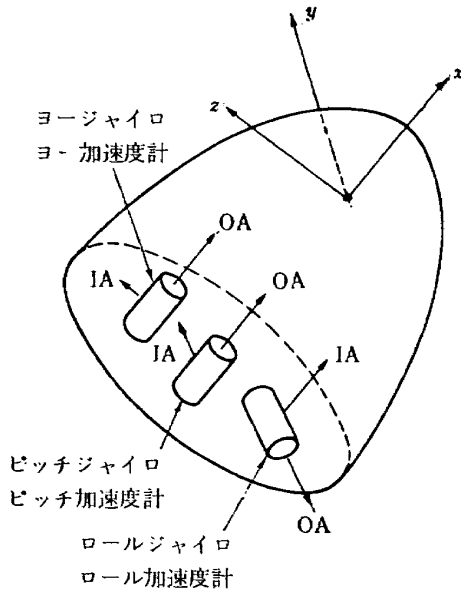


図 2 慣性機器パッケージ

となる。この $\Delta \ddot{R}$ は飛しょう体の加速度誤差である。 ΔA はジャイロ、加速度計の誤差に起因するもので各成分に分解して求めれば次のようになる。

$$\Delta A = \begin{bmatrix} \Delta A_x \\ \Delta A_y \\ \Delta A_z \end{bmatrix} = [\Delta C] \cdot a + [C] \cdot \Delta a$$

$$= \begin{bmatrix} \Delta C_{xx} & \Delta C_{xy} & \Delta C_{xz} \\ \Delta C_{yx} & \Delta C_{yy} & \Delta C_{yz} \\ \Delta C_{zx} & \Delta C_{zy} & \Delta C_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + [C] \cdot \begin{bmatrix} \Delta a_x \\ \Delta a_y \\ \Delta a_z \end{bmatrix} \quad (12)$$

ここで $[\Delta C]$ は

$$[\Delta C] = \begin{bmatrix} \Delta C_{xx} & \Delta C_{xy} & \Delta C_{xz} \\ \Delta C_{yx} & \Delta C_{yy} & \Delta C_{yz} \\ \Delta C_{zx} & \Delta C_{zy} & \Delta C_{zz} \end{bmatrix} \quad (13)$$

である。

3.4 マトリックス演算

ノミナルマトリックス $[C]$ および誤差マトリックス $[\Delta C]$ を演算する式は

$$[\dot{C}] = [C][\omega]^* \quad (14)$$

$$[\Delta \dot{C}] = [\Delta C][\omega] + [C][\Delta \omega] \quad (15)$$

となる。ここで $[\omega]$ および $[\Delta \omega]$ は次のようになる。

$$[\omega] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$[\Delta \omega] = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta \omega_z & \Delta \omega_y \\ \Delta \omega_z & 0 & -\Delta \omega_x \\ -\Delta \omega_y & \Delta \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

(14), (15)式を時々刻々積分すれば $[C]$, $[\Delta C]$ が求められる。

4. 飛しょう径路誤差の計算

4.1 計算式の誘導

運動方程式 (9), (11) における \ddot{R} , $\Delta \ddot{R}$ はマトリックス演算と共に A , ΔA の瞬時々の計算値より求められ、速度、距離のノミナル値とその誤差は

$$V = \dot{R} = \int \ddot{R} dt \quad (18)$$

$$R = \int \dot{R} dt \quad (19)$$

$$\Delta V = \Delta \dot{R} = \int \Delta \ddot{R} dt \quad (20)$$

$$\Delta R = \int \Delta \dot{R} dt \quad (21)$$

によって得られる。 R , V , \ddot{R} , ΔR , ΔV , $\Delta \ddot{R}$ は発射時において初期条件を与えねばならないが、慣性機器誤差のみによる解析を考えている場合には、それらの初期条件は次のようにおくことができる。

$$\ddot{R} = 0, V = 0 \quad (22)$$

$$R = 0I + 0J + R_0K \quad (23)$$

$$\Delta \ddot{R} = 0, \Delta V = 0, \Delta R = 0 \quad (24)$$

$[C]$ の初期条件 $[C_0]$ は、発射角を α_0 とすれば

$$[C_0] = \begin{bmatrix} \cos \alpha_0 & 0 & -\sin \alpha_0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha_0 & 0 & \cos \alpha_0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

となる。 $[\Delta C]$ の初期条件 $[\Delta C_0]$ は発射地点におけるヨー、ピッチ、ロール軸の角度誤差に関するが、その誤差は本考察の対象外なので $[\Delta C_0]$ は次のように零マトリックスで与えられる。

$$[\Delta C_0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

これにより初期位置 (発射地点) で飛しょう体の姿勢誤差は零とみなして、以後機器のみによる影響を解析する。

x , y , z 方向それぞれの機器誤差によって発生する飛しょう径路誤差は、 X , Y , Z 3 方向に存在するので、その各々について RSS (Root sum square) を求めると

$$RSS = \sqrt{X_x^2 + X_y^2 + X_z^2} \quad (27)$$

のように表わされる X_x , X_y , X_z は x , y , z 方向の機器誤差による X 方向の飛しょう径路誤差である。 Y , Z 方向についても全く同様である。

各機器誤差 $e_0, e_1, e_2, e_3, \varepsilon_B, \varepsilon_P, \varepsilon_S$ の値を (2) ~ (7) 式に個別に代入し、各誤差要因による角速度誤差、加速度誤差を計算する。この誤差 (角速度、加速度) を (12), (17) 式に代入して、(11), (20), (21) 式

* 付録 2 参照

を使って各機器誤差の要因別に飛しょう径路誤差の値 (RSS) を求める。実際には各機器誤差は同時に影響するが、その場合でも飛しょう径路誤差は各要因別機器誤差によって発生する値の RSS を計算することになるので十分応用できる。

以上より各方向、各要因別機器誤差は互いに独立と考へ、それらによる飛しょう径路誤差も独立として RSS で評価されている。

4.2 ノミナルトラジェクトリに関する仮定

飛しょう径路誤差を計算するとき、計算値はトラジェクトリによっても異なる。ここでは1例として地球まわりの高度 1000 km の円軌道衛星を4段ロケットによって打ち上げるためのノミナルトラジェクトリを使うことにする。ロケットの諸元および角速度を表1、2に示す。軌道は全段同一平面上にあるとしているので角速度は $\omega_x=0$, ω_y =ピッチレート, $\omega_z=0$ となる。発射上下角は 80 度にとった。軌道投入終了時に高度 1000 km, 局所水平速度 7348.8 m/sec, 離心率 0.0020, 水平到達距離 3122.1 km, レンヂ角 $\theta=28.1$ 度が得られた。

表 1 ロケットの諸元

	1段	2段	3段	4段
総重量(トン)	51.53	15.07	4.27	1.03
構造重量(トン)	21.13	6.42	1.77	0.39
推力(トン)	146*	44	5	5.2
比推力(sec)	260*	275	285	275
燃焼時間(sec)	54	54	142	34
コースティング時間(sec)	1	1	524	0

* 気圧によって異なるが平均値とみなした

表 2 ロケットの角速度 (ピッチレート)

ピッチレート (deg/sec)	
0 (0~10 sec), 3.2 (10~20 sec), 0 (20~40 sec), 0.328 (40~55 sec)	1段
0.212 (55~75 sec), 0.4 (75~110 sec)	2段
0 (110~252 sec)	3段
0.1006 (252~752 sec), 0 (752~776) コースティング	
0 (776~810 sec)	4段

カッコ内は飛しょう時刻を示す

4.3 計算結果

計算によって求めた飛しょう径路誤差 ΔR , ΔV は慣性空間固定座標系で表わされているが、これらをより実用的にするためにピッチ面での局所水平・垂直座標系に変換する。この変換を距離誤差について行なえば、図3より次式のようになる。

$$\Delta R_h = \Delta R_x \cos \theta - \Delta R_z \sin \theta \quad (28)$$

$$\Delta R_v = \Delta R_x \sin \theta + \Delta R_z \cos \theta \quad (29)$$

各機器誤差は互いに独立であるので、 ΔR_h , ΔR_v に関しても RSS で評価する。その場合には、 x , y , z 方向の機器誤差によって発生する ΔR_x , ΔR_z の値を式 (11), (20), (21) より計算し、その計算値を式 (28), (29) に代入して ΔR_h , ΔR_v を求め、さらに式 (27) を応用すれば ΔR_h , ΔR_v の RSS が得られる。 ΔV の要素についても ΔR と全く同様に变换すればよい。 ΔR_y , ΔV_y はそのままクロスコース方向の誤差となる。

飛しょう径路誤差は各機器誤差係数に正比例することが、誤差マトリックス $[\Delta C]$ の各要素を演算する式から導かれる。(15)式において、 $[\Delta C]$ は $[C]$, ω , $[\Delta C]$, $\Delta \omega$ の各要素で表わされ、 $[C]$ および ω はノミナル値である。すなわち、(15)式は $[\Delta C]$ を変数とする1階1次連立微分方程式であり、 $[\Delta C]$, $[\Delta C]$ および $[\Delta \omega]$ の係数を一定として解を求めることになるので、解 $[\Delta C]$ は $\Delta \omega$ に正比例する。一方、式 (2), (3), (4) より $\Delta \omega$ は各機器誤差係数に正比例する。したがって

$$e_0, e_1, e_2, e_3 \propto \Delta C \quad (30)$$

となる。式 (12), (30) より

$$e_0, e_1, e_2, e_3 \propto \Delta A \quad (31)$$

となる。 Δa に関しては式 (5), (6), (7) より

$$\varepsilon_B, \varepsilon_P, \varepsilon_S \propto \Delta a \quad (32)$$

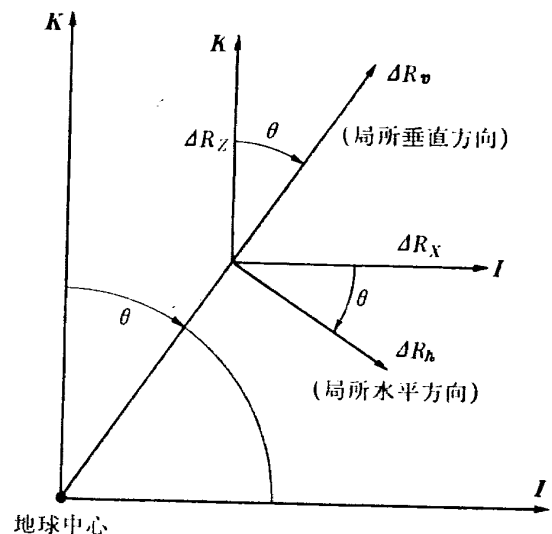


図 3 慣性空間固定座標系から局所水平・垂直方向座標系への変換

表 3 各機器誤差係数に対する飛しょう径路誤差の勾配 (軌道投入終了地点)

	速度誤差 (m/sec) 勾配			距離誤差 (km) 勾配			倍 数
	ΔV_v	ΔV_h	ΔV_c	ΔR_v	ΔR_h	ΔR_c	
e_0 (°/h)	13.251	3.045	11.929	1.674	1.911	2.212	×1
e_1 (°/h/g)	0.0	0.0	10.148	0.0	0.0	1.921	×1
e_2 (°/h/g ²)	0.0	0.0	38.563	0.0	0.0	7.712	×1
ϵ_S	9.268	4.053	0.0	2.271	3.008	0.0	×10 ³
ϵ_B (g)	9.145	6.484	7.067	3.399	2.854	3.027	×10 ³
ϵ_P	9.374	4.120	0.0	5.080	1.541	0.0	×10 ³
ϵ_S	9.374	4.120	0.0	5.080	1.541	0.0	×10 ³

表 4 各機器誤差係数に対する軌道誤差の勾配

	軌道誤差 (km) 勾配	機器誤差の範囲
e_0 (°/h)	28.61	$e_0 \leq 1.5$
e_1 (°/h/g)	0.0141	$e_1 \leq 1.5$
e_2 (°/h/g ²)	0.0261	$e_2 \leq 0.15$
ϵ_S	2.131×10^3	$\epsilon_S \leq 7.5 \times 10^{-4}$
ϵ_B (g)	2.273×10^3	$\epsilon_B \leq 1.5 \times 10^{-4}$
ϵ_P	2.432×10^3	$\epsilon_P \leq 7.5 \times 10^{-4}$
ϵ_S	2.432×10^3	$\epsilon_S \leq 7.5 \times 10^{-4}$

となり, さらに (12) 式において Δa は

$$\Delta a \propto \Delta A \tag{33}$$

である。

式 (32), (33) より次式が得られる。

$$\epsilon_B, \epsilon_P, \epsilon_S \propto \Delta A \tag{34}$$

式(11)は ΔR を変数とする 2 階 1 次連立微分方程式であり, かつ ΔA が, $\Delta \dot{R}$, ΔR の係数となっていないので, 式の解 $\Delta \dot{R}$, ΔR は ΔA に正比例する。よって

$$\Delta A \propto \Delta \dot{R}, \Delta R \tag{35}$$

となる。式 (31), (34), (35) より飛しょう径路誤差は各機器誤差係数に正比例する。

以上より飛しょう径路誤差と各機器誤差係数は正比

表 5 慣性機器誤差が飛しょう径路誤差, 軌道誤差, 離心率に与える影響

慣性機器誤差係数	飛 しょう 径 路 誤 差						軌道誤差	離 心 率
	ΔV_v	ΔV_h	ΔV_c	ΔR_v	ΔR_h	ΔR_c	ΔH	E
積分ジャイロ (GG87 タイプ)	m/sec	m/sec	m/sec	km	km	km	km	×10 ⁻³
$e_0=0.1$ (°/h)	1.325	0.304	1.193	0.167	0.191	0.221	1.541	0.209
$e_1=1.0$ (°/h/g)	0.0	0.0	10.148	0.0	0.0	2.881	0.014	0.002
$e_2=0.15$ (°/h/g ²)	0.0	0.0	5.784	0.0	0.0	1.157	0.004	0.001
$\epsilon_S=5 \times 10^{-4}$	4.634	2.027	0.0	1.136	1.504	0.0	6.990	0.947
積分ジャイロによる総合誤差	4.820	2.050	11.741	1.148	1.516	2.253	7.158	0.969
加速度計 (GG116 タイプ)								
$\epsilon_B=1 \times 10^{-4}$ (g)	0.915	0.648	0.707	0.340	0.285	0.303	1.882	0.255
$\epsilon_P=1 \times 10^{-4}$	0.937	0.412	0.0	0.508	0.154	0.0	1.634	0.221
$\epsilon_S=5 \times 10^{-4}$	4.687	2.060	0.0	2.540	0.770	0.0	8.182	1.108
加速度計による総合誤差	4.867	2.199	0.707	2.613	0.835	0.303	8.553	1.158
慣性機器による総合誤差	6.849	3.006	11.763	2.854	1.731	2.273	11.153	1.510

例することが明らかなので、それらの間の勾配（比例定数）を求め、その値に機器誤差係数を乗ずれば飛しょう径路誤差が得られる。その勾配の値を局所水平・垂直方向、クロスコース方向に分けて計算した結果を表 3 に示す。さらに各機器誤差係数が十分小さい範囲では軌道誤差との関係も正比例となることが計算によって明らかにされたので、その勾配を表 4 に示す。機器の高精度化をすすめる見地からはそのような小さい機器誤差係数について考察するだけで十分である。なぜなら、機器誤差と軌道誤差が正比例関係にならなければ、その機器は誤差が大きくて使用に耐えないことになるので機器誤差自体が解析、評価の対象外となる。現在開発中のジャイロ、加速度計の仕様に従って各機器誤差係数の値を個別に代入して飛しょう径路誤差を求め、さらに衛星の軌道誤差、離心率に与える影響を計算した値を表 5 に示す。

5. 結 論

ストラップダウン方式において慣性機器誤差がどの程度飛しょう径路誤差、軌道誤差に影響するかを誤差マトリックスの方法によって解析し、各計算値は RSS で評価した。

本考察では、重要視されながらも具体的に考察されていなかった機器の要求精度を決定する方法として、機器誤差係数と飛しょう径路誤差の関係を解析することにより飛しょう径路誤差から逆に機器の要求精度を決める指針を作成した。これにより機器誤差の評価に明確な根拠を与えることができた。解析結果は飛しょう体のシステムデザインにおける機器の要求精度の決定方法を論ずるのに十分役立つ。

最後に本考察を進めるにあたって、計測部樋口一雄部長に適切な指導をいただき、旧本航空電子工業(株)山脇功次氏の協力を得たことを付記する。

参 考 文 献

- 1) G.R. Mocomber and M. Fernandez; Inertial Guidance Engineering, Prentice-Hall, Inc. (1962)
- 2) C. Broxmeyer; Inertial Navigation Systems, McGraw-Hill, Inc. (1964)
- 3) W.T. Thomson; Introduction to Space Dynamics, Jhon Wiley and Sons, Inc. (1963)
- 4) 大月正男, 新宮博公, 田畑浄治, 鈴木孝雄, 円居繁治; 浮動型 1 自由度積分ジャイロの不等弾性誤差, 航技研報告, TR-189, 1970 年 1 月
- 5) 大月正男, 鈴木孝雄, 円居繁治, アナログトルク平衡方式による浮動振子型加速度計の研究, 航技研報告, TR-230, 1971 年 1 月

付録 1. 慣性機器誤差について

1. 記 号

M : ジャイロのフロートの質量

H : ジャイロロータのスピンの軸まわりの角運動量

x_{1g}, z_{1g} : ジャイロのフロートの入力軸, スピン軸に沿った重心変位

k_{x1}, k_{z1} : ジャイロのフロートの入力軸, スピン軸に沿ったコンプライアンス

\overline{SF} : ジャイロトルカーのスケールファクタの設定値

SF : ジャイロトルカーのスケールファクタの測定値

K : 加速度計スケールファクタ

δ : スルアングル (ケース, テーブル両方のミスアライメント角で, 加速度計入力軸の測定方向からのずれ)

E_0 : 傾斜テーブルの零位置 (鉛直下方またはそれから少しずれている) における加速度計出力

E_{180} : E_0 の測定点より 180° ずれた点の出力

q : 加速度計出力軸まわりのパネ定数

P : 加速度計ペンデュラスティ

ϕ : ペンデュラムのふれ角と入力加速度との位相差

2. ジャイロ誤差

ジャイロ誤差のうち e_0, e_1, e_2 は TR-188 で解析されている。ここでは簡単に説明を加える程度にとどめる。

2.1 加速度不感ドリフトレート e_0

加速度の作用に関係なく発生する誤差であり、ジャイロのタンプリングテストの結果をフーリエ解析したとき、定数項 (バイアス成分) として算出される。この値はテストの度毎に多少異なる。したがってジャイロの使用状況に即して変動範囲を決め、バイアス成分が零になるようにトリムすれば e_0 はバイアス成分の変動範囲として定められる。

2.2 加速度比例ドリフトレート e_1

ジャイロのフロートの重心と浮心 (支持の中心) がずれているために発生するのでマスアンバランスドリフトレートともよばれている。この誤差は出力軸に直角方向の加速度のみに関係し、大きさは作用する加速

度に比例する。

$$e_1 = M \sqrt{x_{1g}^2 + z_{1g}^2} / H \quad (1)$$

2.3 加速度自乗比例ドリフトレート

通常不等弾性誤差とよばれているもので、ジャイロのフロートジンバルの不等弾性に起因する。これはジャイロの出力軸に直角方向の加速度が作用するときのみ発生し、加速度の大きさの2乗に比例している。特に振動加速度の場合には、1000~2000 Hz の振動周波数領域で不等弾性による固有共振周波数の相違から著しい周波数特性を示し、ドリフトレートは非常に大きくなる。

$$e_2 = M^2(k_{z1} - k_{x1}) / 2H \quad (2)$$

2.4 スケールファクタ誤差 e_s

この誤差は環境条件に1次的に左右されない。トルカーのスケールファクタの変動、直線性等精度的なものである。この値は検出角速度に比例し、その比例定数として e_s は

$$e_s = SF - \overline{SF} \quad (3)$$

3. 加速度計誤差

3.1 バイアス誤差 e_B

ジャイロの e_0 に対応するものである。加速度計を図 A-1 のごとく傾斜テーブルにのせて試験するとき

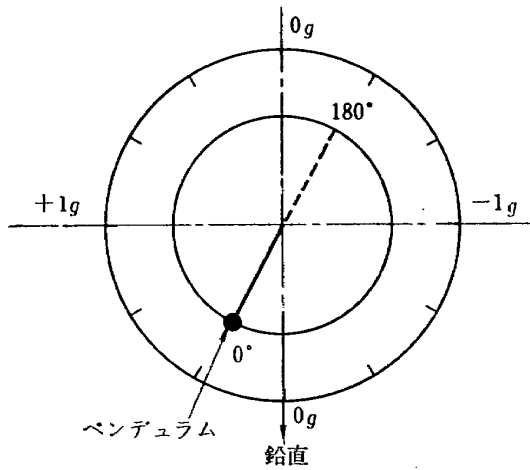


図 A-1

$$E_0 = K (\sin \delta + \epsilon_B) \quad (4)$$

$$E_{180} = K \{ \sin (\delta + 180^\circ) + \epsilon_B \} \quad (5)$$

(4), (5) より

$$\epsilon_B = (E_0 + E_{180}) / 2K \quad (6)$$

のように求められる。 ϵ_B は時間と共にその値が変動するが、平均値的なものはヌルコンペンセータによりトリムして零にすることができる。NAL の加速度計は10分間位では $1 \times 10^{-4} g$ 程度である。

3.2 パルスリバランスエレクトロニクス誤差 ϵ_P

パルスリバランス方式の加速度計ではパルス面積の誤差がそのまま加速度の誤差となる。図 A-2 のごとくパルスに対して加速度誤差 ϵ_P を計算する。電流値の安定度が $\pm 1 \times 10^{-5}$ 、パルス幅の安定度が $\pm 5 \times 10^{-6}$ の場合には次のようになる。

$$(I + \Delta I)(\tau + \Delta \tau) \div I\tau + \Delta I\tau + I\Delta \tau \quad (7)$$

$$\epsilon_P = \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta \tau}{\tau} = 1 \times 10^{-5} + 5 \times 10^{-6} = 1.5 \times 10^{-5} \quad (8)$$

3.3 スケールファクタ誤差 e_s

理想的な加速度計の入出力は図 A-3 の①—①のごとく直線になるべきであるが、実際にはその出力に誤差があるため出力は実線で示したようになる。入力 a_1 に対する出力 a_0 に関する誤差はバイアス誤差(入力の大きさによらない)とスケールファクタ誤差 e_s (入力の大きさによる)との和になる。スケールファクタ誤差係数 e_s は

$$e_s = a_s / a_0 \quad (9)$$

で表わされ、無次元である。加速度計の誤差は a_1 が小さいときはほとんどバイアス誤差だけとなり、 a_1 が大きいときはほとんどスケールファクタ誤差に影響される。

3.4 バイプロペンデュラス誤差 ϵ_V

今回は特に考慮しなかったが、飛しょう体が振動すれば加速度計もその影響を受け、バイプロペンデュラ

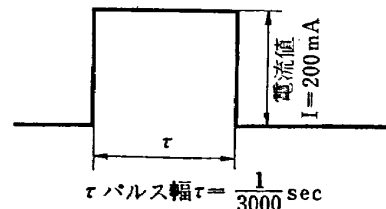


図 A-2

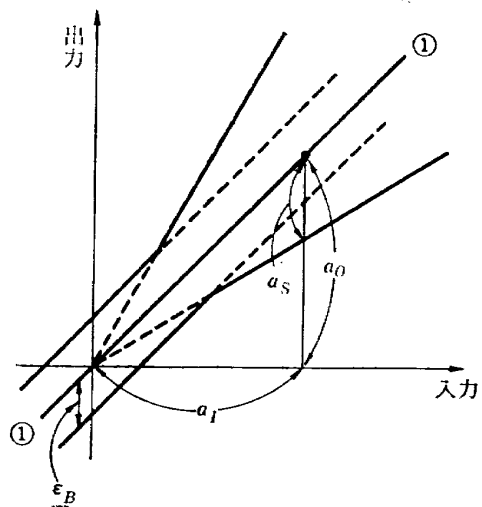


図 A-3

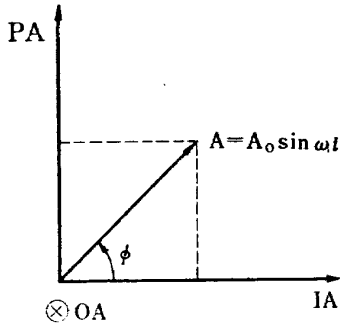


図 A-4

ス誤差を発生する。図 A-4 に示したように加速度計の IA (入力軸) - PA (ペシデュラス軸) 面内で IA より角度 ϕ の方向に $A = A_0 \sin \omega t$ なる振動加速度が作用したとする。加速度計の OA (出力軸) まわりのバネ定数 q 、ペシデュラムのふれ角と PA 方向の加速度 $A \sin \phi$ との位相差を ψ とすれば

$$\epsilon_V = \frac{1}{2} P A_0^2 q \sin 2\phi \cos \psi \quad (10)^*$$

となる。1 例として各定数を $P = 1.0 \text{ gr}\cdot\text{cm}$, $A_0 = 10 \text{ g}$, $q = 5.7 \times 10^{-7} \text{ rad/dyne}\cdot\text{cm}$, $\phi = 45^\circ$, $\psi = 0$ のように定めれば $\epsilon_V = 2.79 \times 10^{-2} \text{ g}$ となる。

付録 2. 座標変換マトリックスの計算式

座標変換マトリックスの各要素を時々刻々計算する

* M. Fernandez and G.R. Macomber 著 Inertial Guidance Engineering の p. 504 を参照。

ために、その時間的変化率を求める必要がある。

ベクトル R を m, n, s の 3 座標系で表わしたマトリックスを R_m, R_n, R_s とする。 R_s と R_m の関係はマトリックス C_s^m によって

$$R_s = C_s^m R_m \quad (1)$$

のように表示する。この式より

$$\begin{aligned} \dot{R}_s &= C_s^m \dot{R}_m + \dot{C}_s^m R_m \\ &= C_s^m (\dot{R}_m + C_m^s \dot{C}_s^m R_m) \\ &= C_s^m (\dot{R}_m + \omega_m R_m) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{ここで } \omega_m = C_m^s \dot{C}_s^m \quad (3)$$

一方よく知られているコリオリ方程式

$$\frac{dR}{dt} \Big|_s = \frac{dR}{dt} \Big|_m + \omega_m \times R \quad (4)$$

をマトリックスで表示するには、右辺の各成分を C_s^m によって s 座標系に変換する。

$$\dot{R}_s = C_s^m (\dot{R}_m + [\omega_m] R_m) \quad (5)$$

$$[\omega_m] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{mz} & \omega_{my} \\ \omega_{mz} & 0 & -\omega_{mx} \\ -\omega_{my} & \omega_{mx} & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

(2), (3), (5), (6) 式より

$$[\omega_m] = \omega_m = C_m^s \dot{C}_s^m \quad (7)$$

(7) 式より \dot{C}_s^m は

$$\dot{C}_s^m = [C_m^s]^{-1} [\omega_m] = C_s^m [\omega_m] \quad (8)$$

この (8) 式は本文中の

$$\dot{C} = C[\omega] \quad (9)$$

に対応するものである。

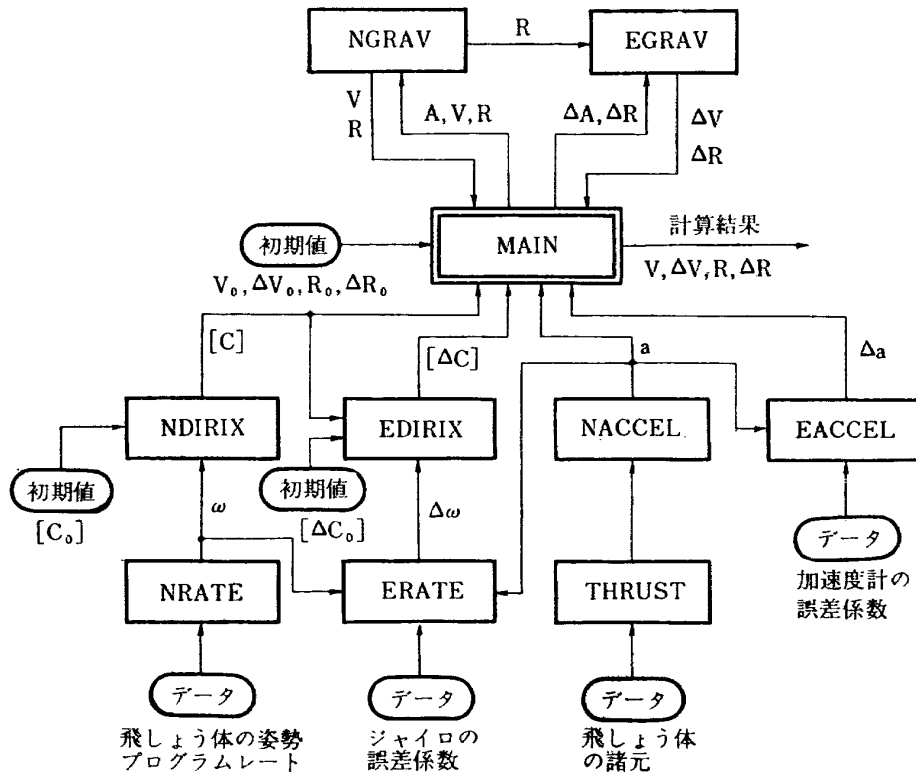


図 A-5

付録 3 計算プログラム

本考察での計算プログラムは図 A-5 に示すように、ジャイロ、加速度計の誤差係数や飛しょう体の諸元、姿勢レート、初期値を入力とし、速度、位置の値およびその誤差を出力（計算結果）としている。

1. 記号

本文中の記号と同じ意味をもつものとする。

2. 計算プログラム

図 A-5 のカッコ内はサブプログラムを示し、その出力は主プログラム(MAIN)で集中・整理される。加速度から速度を、速度から距離を積分によって求める計算は 0.01 秒ごとになされる。各プログラムの役割はつぎのようである。

NRATE: 飛しょう体のプログラムレートを時間的に分類し、単位 ($^{\circ}/h$) を rad/sec に換算する。

THRUST: 飛しょう体の諸元を時間的に分類する。

NACCEL: 飛しょう体の推力加速度を計算する。

EACCEL: 加速度計の誤差係数を使って加速度計出力誤差を計算する。

NDIRIX: 飛しょう体固定座標系を慣性空間固定座標系に変換する方向余弦マトリックスを計算する。

EDIRIX: 誤差マトリックスを計算する。

NGRAV: 飛しょう体の推力加速度、速度、位置の値を使って 0.01 秒（積分区間）後の速度、位置を計算する。

EGRAV: 飛しょう体の位置、位置誤差、加速度誤差を使って 0.01 秒後の速度誤差、位置誤差を計算する。

MAIN: 各サブプログラムからの情報を集中整理し、必要な情報を NGRAV, EGRAV に与えるとともに、飛しょう体の速度、位置およびその誤差を局所水平・垂直座標系に変換して記述する。

TM-204	サーボ機構の過渡応答改善用デジタルコントローラについて	1971年7月	小川 敏一, 島村 正人 (日本大学)
TM-205	自由飛行模型 FFM-10 の動安定微係数の推定について	1971年7月	河崎 俊夫, 河本 巖
TM-206	静止衛星の軌道保持シミュレーションシステムの構成 (I) —地球の重力場による摂動—	1971年8月	松島 弘一
TM-207	対称スピニング衛星用ニューテーション・ダンパの解析	1971年9月	村上 力, 狼 嘉彰
TM-208	薄板継手構造の強度についての実験 —接着およびリベット継手—	1971年11月	池田 為治, 熊倉 郁夫 竹内 和之
TM-209	試作接着面応力センサの較正試験	1971年11月	大竹 邦彦, 遠藤 修司 野口 義男
TM-210	小型加速度計による風洞模型姿勢角の測定	1971年12月	原 亘利
TM-211	軽量ジェットブースト STOL の一検討	1971年12月	西村 博史
TM-212	原動機部要素試験設備用消音装置の特性試験	1972年1月	鳥崎 忠雄, 小林 実
TM-213	フライングテストベッド空気系統試験	1972年2月	田辺 義一, 小暮 泰之 川崎 純男
TM-214	フライングテストベッド燃料系統試験	1972年2月	田辺 義一, 小暮 泰之 川崎 純男
TM-216	安定板を有する固体ロケットの操舵要求軽減法	1972年2月	大石 晃, 山中 龍夫 冠 昭夫
TM-217	フライングテストベッドの自動安定装置性能試験 (I)—製作時性能試験—	1972年7月	小川 敏雄, 甲斐 忠夫 十河 弘, 増原 恢
TM-218	フライングテストベッドの自動安定装置性能試験 (II)—実験前性能試験—	1972年7月	小川 敏雄, 甲斐 忠夫 十河 弘, 増原 恢
TM-219	フライングテストベッドの脚性能試験	1972年5月	渋谷 昭義, 川崎 純男
TM-220	フライングテストベッドのテレメータ性能試験	1972年5月	小野 幸一, 十河 弘 池上 博
TM-221	ロケット模型の動安定微係数の測定	1972年5月	谷根 英夫, 高島 一明 関 喬, 中村 正剛
TM-223	自由飛行模型 FFM-10 の強度について	1972年5月	河崎 俊夫, 斎藤 秀夫 埴 武敏, 多田 保夫 林 洋一, 戸田 恒雄 日下 和夫, 築地 恒雄 中井 暎一, 森田 甫一 菊地 孝男, 高橋 実一 東久保 正年, 越 出 慎一
TM-224	フライングテストベッドの油圧系統試験	1972年5月	藤枝 郭俊, 十河 弘 川崎 純男, 中村 公昭

注：欠番は配布先を限定したもの

航空宇宙技術研究所資料225号

昭和47年5月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
 182 東京都調布市深大寺町1880
 電話武蔵野三鷹 (0422) 47-5911 (大代表)

印刷所 有限会社啓文堂松本印刷
 東京都文京区水道 2-7-5

