

時間スケールに着目した3方程式乱流モデルの旋回流への適用

松尾裕一 (JAXA), 阿部浩幸 (JAXA), 吉澤徹 (JAXA 客員)

Application of a three-equation turbulence model with emphasis on time-scale to swirling flows

by

Yuichi MATSUO, Hiroyuki ABE, and Akira YOSHIZAWA

ABSTRACT

In this paper, we introduce a three-equation turbulence model with the characteristic time scales intrinsic to turbulent swirling flows incorporated. In addition to the conventional two equations of k and ε , another equation on the turbulent eddy viscosity is solved. We discuss pros and cons of the proposed model by applying it to the typical swirling flows, that is, a swirling flow in a straight pipe, and a flow through wingtip, and found that by using the newly proposed three-equation model we can predict the swirling flow characteristics more accurately even with the RANS approach.

1. はじめに

近年の実用的工学流体解析において、計算機性能の向上とともに LES/DES 等の非定常解析が徐々に使われるようになって来ている。しかし、計算時間がかかりすぎるため、乱流モデルを用いる定常 RANS 解析の(特に設計・開発段階における)有効性・有用性は依然として大きい。航空宇宙分野では、Spalart-Allmaras モデル[1], Menter の SST モデル[2]といった実用モデルが提案されてはいるが、剥離や旋回がある場合に、過大な渦粘性のために剥離域が過小評価されたり、旋回が急消滅してしまい、予測精度が上がらない問題は、モデルの複雑さも相俟って、未だ有効な改良・改善が打てない状況にある。応力モデル等の高次モデルの使用は、原理的優位性は認められるものの、数値的取扱いの煩雑化・困難をもたらすし、実用的には必ずしも有効でない。本研究は、こうした状況に対して工学的な打開策を見出すことにより、RANS 解析の適用力を拡大し有効性を少しでも向上させることを第一義的な目的としている。

前報告[3]では、剥離に密接に関係する特性時間スケールを取り入れた乱流モデリングの改良を試み、バックステップ流れや二次元翼流れに適用した結果を報告した。本報告では、その結果を踏まえ、さらに吉澤らにより新たに提案された3方程式モデル[4]を、工学的に重要である管内旋回流や翼端渦といった旋回を伴う流れの解析に適用し、モデルの有効性や課題を検証した結果を報告する。

2. 3方程式モデル導入の背景と意義

前報告[3]においては、剥離域に係る特性時間スケールを検討することで、標準 $K-\varepsilon$ モデルから得られる渦粘性 ν_T を修正係数により補正する改善を提案し検証した。この方法により、過大な K や ν_T の出現は避けられるようになった。しかしながら、移流効果等は考慮されず、渦粘性の修正があくまでも局所に留まるために、剥離域の大きさの抜本的改善や翼の失速特性の予測精度の改善まではつながらなかった。剥離の場合、(状況にもよるが、)現象論的にはレイノルズ応力の非等方性や移流効果等を考慮しなければならないところを、局所的な渦粘性の大小のみで解決しようとしたところにアプローチ的に少々無理があったのかも知れない。

そこで、本報告では、吉澤により新たに提案された3方程式モデル[4]を採用し、これらの問題点の改善を試みる。吉澤の3方程式モデルは、標準 $K-\varepsilon$ モデルを発展させたこれまでの陽的代数型モデルと異なり、渦粘性 ν_T の方程式をレイノルズ応力方程式から直接導出するものである。

その主たる動機は、A) 移流効果、拡散効果、上流条件などを ν_T に直接取り込む、B) 統計的非定常性をレイノルズ応力に効率的に取り込む、という点にある。これにより、代数的乱流粘性近似では表現できない現象を表現できる可能性があり、また、何らかの改良を行う場合にも項の付加やその評価が容易に行えるというメリットがある。ジェット等にみられる圧縮性の効果を取り込むことも容易である。このような点で本報告で採用した3方程式モデルは、応力モデル等の2次モデリングの長所を部分的に取り入れつつ、陽的代数モデリングの枠内で改善を行ったものであるといえる[4]。

3. 3方程式モデルの構成

渦粘性 ν_T に対するもっとも簡潔な方程式は、レイノルズ応力方程式において生成、消滅、拡散項のみを残すことにより

$$\frac{D\nu_T}{Dt} = C_{\nu p} K - C_{\nu \varepsilon} \frac{1}{\tau} \nu_T + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\nu} \right) \frac{\partial \nu_T}{\partial x_i} \right) \quad (1)$$

と得られる。乱流量 K , ε は、標準 $K-\varepsilon$ モデルで使われているものと同じ2方程式

$$\frac{DK}{Dt} = -R_{\nu_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\nu + \frac{\nu_{TE}}{\sigma_K} \right) \frac{\partial K}{\partial x_i} \right) \quad (2)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{K} \left(-R_{\nu_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{K} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\nu + \frac{\nu_{TE}}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right)$$

を解くことで決定される。モデル定数として、

$$\sigma_K = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92$$

を用いた。実際の計算では、さらに壁面等の補正が必要になることに注意する。

式(1)の τ は乱流の特性時間であり、乱流モデリングで多用されるのはエネルギーカスケード時間 $\tau_E = (K/\varepsilon)$ であるが、平均流に関連する代表的時間スケールとしてその他に、歪時間スケールと回転時間スケール、すなわち

$$\tau_S = 1/\sqrt{S_{ij}^2}, \quad \tau_\Omega = 1/\sqrt{\Omega_{ij}^2} \quad (3)$$

が考えられる。ここで、

$$S_{ij} = U_{j,i} + U_{i,j}, \quad \Omega_{ij} = U_{j,i} - U_{i,j}, \quad (4)$$

と定義される。さらに、渦構造変化に関する時間スケールとして文献[5]により

$$\tau_L = 1/\sqrt{\left| \frac{D\Omega}{Dt} \right|} \quad (5)$$

が定義される．ここで， $\Omega^2 = \Omega_{ij}^2 / 2$ に注意する．また， $D\Omega/Dt = \partial\Omega/\partial t + U \cdot \nabla\Omega$ を意味する．

旋回流に係る乱流の特性時間 τ として，ここでは， $\tau_E, \tau_S, \tau_\Omega, \tau_L$ の4スケールを考える．さらに， τ_L は， τ_S, τ_Ω の双方に依存する複合スケールとして，

$$\tau_{LE} = \left(\frac{\tau_L}{\tau_E} \right)^2 \tau_E \quad (6)$$

の形を考え，これらを，関係

$$\frac{1}{\tau^n} = \frac{1}{\tau_E^n} + C_S \frac{1}{\tau_S^n} + C_\Omega \frac{1}{\tau_\Omega^n} + C_{LE} \frac{1}{\tau_{LE}^n} \quad (7)$$

により統合する．ここで C_S 等は正係数である．この段階では指数 n として任意の正整数が可能であるが，弱い非平衡性に対する TSDIA の理論的結果との整合性より $n=2$ となる[6]．その結果，統合された（繰りこまれた）時間スケールは，

$$\tau = \frac{K/\varepsilon}{\Gamma} \quad (8)$$

と表現される．時間スケール補正係数 Γ は

$$\Gamma = \sqrt{1 + C_S \left(\frac{K}{\varepsilon} S_{ij} \right)^2 + C_\Omega \left(\frac{K}{\varepsilon} \Omega_{ij} \right)^2 + C_{LE} \left(\frac{K^2}{\varepsilon^2} \frac{D\Omega}{Dt} \right)^2} \quad (9)$$

と書ける．ここで，モデル定数として

$$C_S = 0.015, \quad C_\Omega = 0.02C_S, \quad C_{LE} = 0.30$$

を採用した．この表現により，より小さな特性時間が選択される．また，式(1)の定数系として

$$C_{vp} = 4/15, \quad C_{ve} = 3.5, \quad \sigma_v = 3.0$$

を用いた[4]．

4. RANS コードへの実装

流れのソルバーとして，航空宇宙での応用を視野に，一般的な圧縮性流れのもの[7]を用いた．すなわち，3次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式を，空間方向は，MUSCL 補間で高次精度化した Roe のリーマン解法を用いて有限体積的に離散化し，時間方向は LUADI 法を用いて陰解法により定常解を求めている．

上述の3方程式モデルを実際の旋回流解析に適用するには，まずは壁面補正が必要である．本研究では，明・笠木の低レイノルズ数型モデルの補正関数[8]を用いた．これは，既存のソルバーに既に実装されていたことに因る．この場合，式(1)は

$$\frac{Dv_i}{Dt} = C_{vp} f_v K - C_{ve} \frac{1}{\tau} \Gamma v_i + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(v + \frac{v_i}{\sigma_v} \right) \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right) \quad (10)$$

となることに注意する．ここに f_v が壁面補正関数である．また，式(2)の ε 方程式の右辺第2項にも壁面補正関数 f_2 が加わる．また，渦粘性 ν_T の方程式(10)については点陰解法により解く．ここで，式(9)においては，定常ということから $D\Omega/Dt = U \cdot \nabla\Omega$ とおいた．さらに，数値的な安定性のために，正值性の確保や非物理的な値を防止するリミッターを入れる等の工夫を施している．

図1は，コードの検証のために行った低速 ($M=0.3$) の平板境界層の計算から，Baldwin-Lomax モデル (BL)，標準 $K-\varepsilon$ モデル (SKE)，上述の3方程式モデル (3EQ) の対数速度分布を比較したものである．3モデルとも良い一致を示し，対数速度分布を良く再現しているのがわかる．

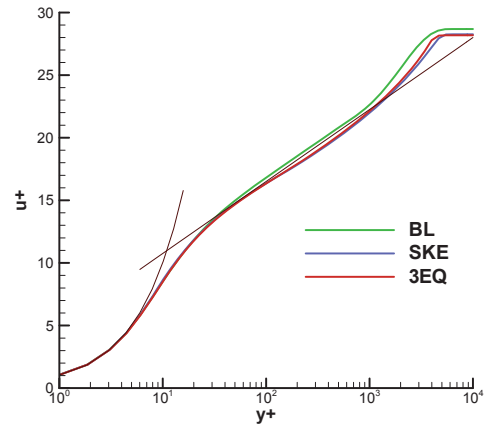


図1 低速平板境界層の対数速度分布の比較

5. いくつかの旋回流への適用事例と考察

まず，Kitohによる実験[9]を模擬した直円管旋回流の解析を試みた．図2に，入口速度分布を示した．旋回流強さは比較的大きく，軸流成分は管中心部で非常に小さく特異な分布となっている．

計算条件は計算結果の検証も兼ねて文献[5]と同じにした．格子サイズは，51 (軸方向) \times 51 (半径方向) \times 21 (周方向) とした．このうち半径方向は壁近傍でクラスタリングしている．図3に格子の概要を示す．計算領域は，軸方向に $15R$ (R は管半径) とした．入口では，文献[5]と同じく村上らの実験[10]における $x_0=54R$ の位置の速度分布を指定した．レイノルズ数は 2×10^4 とした． K, ε の入口条件は実験値を入れるのが難しいため人工的な設定とし

$$K = 0.05U_m^2, \quad \varepsilon = C_v K^{2/3}/l \quad (l=0.1R) \quad (11)$$

としている．出口は自由流出としたが，圧力は半径平衡 $\partial p/\partial r = U_o^2/r$ を考慮した．また，壁面では滑りなし条件とし， $K=0, \varepsilon = \nu \nabla^2 K$ と設定した．

図4は，補正係数=1として計算した結果であり，3方程式なので厳密には同じではないが，標準 $K-\varepsilon$ モデルによるものに等しい結果を与えているものと思われる．すなわち，速度の旋回成分は下流に行くくと急速に減衰し，強制渦的な分布になっている．一方，図5は補正係数を入れ込んだ計算結果であり，軸流成分，旋回成分ともに入口の分布が保たれている．すなわち減衰が弱められている．軸流，旋回成分ともに中心軸付近の分布が実験と合わない点は改善の余地がある．これらの結果は，文献[5]の計算結果を極めて良く一致している．

図6は， $x/R=8$ の位置における渦粘性係数の半径方向の分布を，式(9)における補正係数=1とした場合 (3EQ wo correc) と補正係数を活かした場合 (3EQ w correc) で比較したものである．絶対値はともかくとして，補正係数が効いている場合の渦粘性は $1/10$ 以下に減少している．このことは，旋回流の特徴的な流速分布を得るためにモデル定数を通常の $1/100$ にする必要があったという小林ら[11]の指摘とも整合している．円管内旋回流は，本来は非等方性が強い流れではあるが，渦粘性モデルでもある程度の予測が可能となれば工学的には有用な知見である．

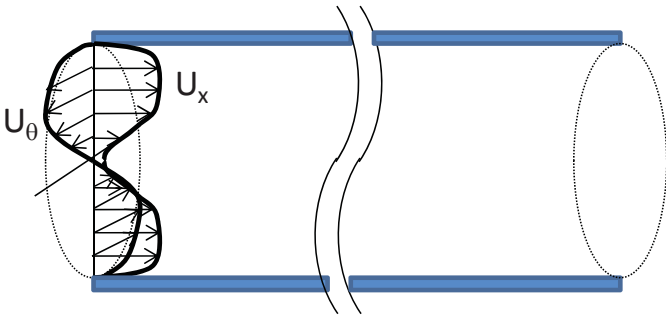


図2 直円管旋回流の入口速度分布

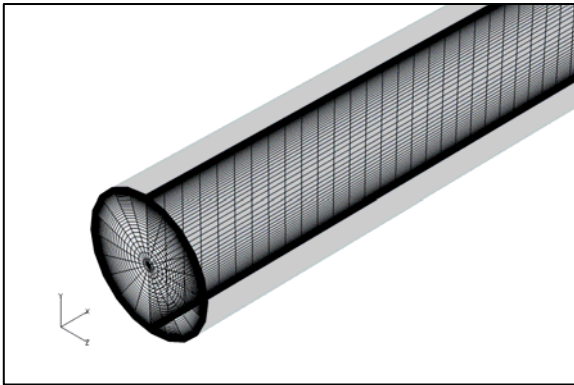


図3 直円管旋回流の計算格子

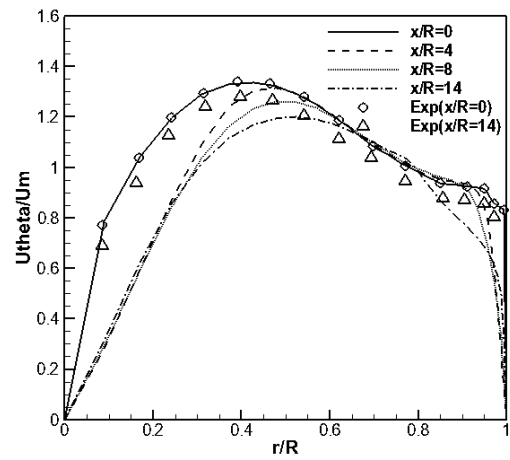
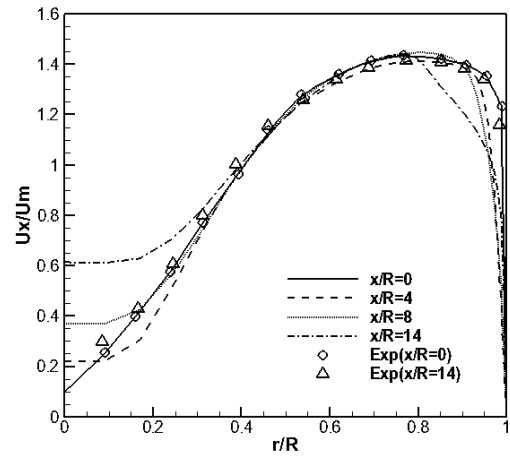


図5 3方程式モデルによる解析結果

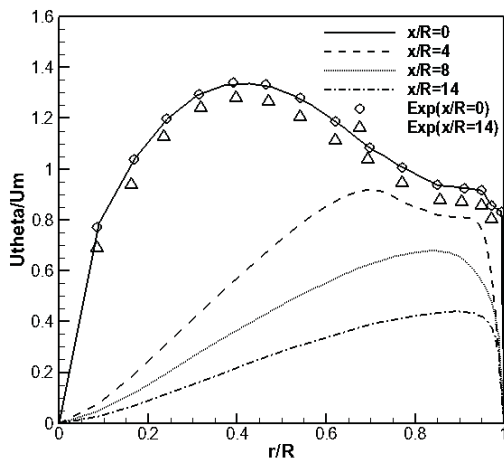
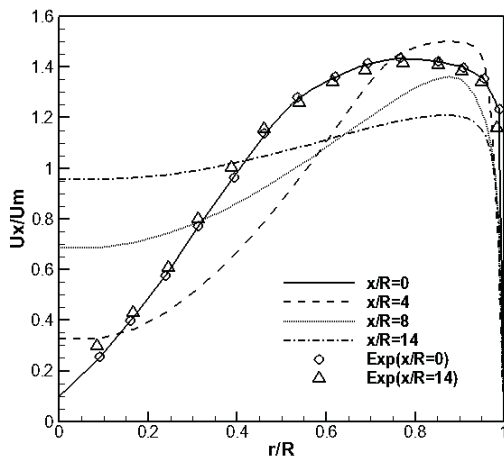


図4 3方程式モデルによる解析結果
(式(9)における補正係数=1)

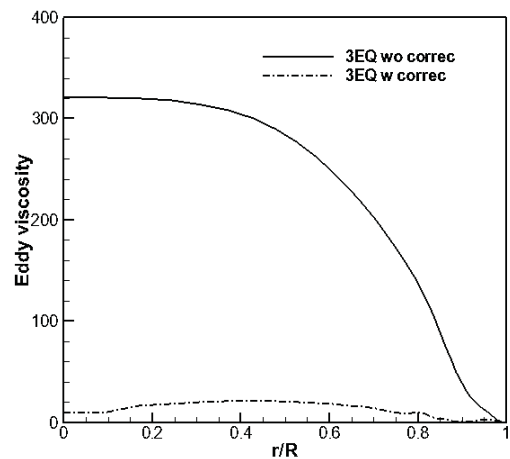


図6 $x/R=8$ における渦粘性の分布

次に、実問題への適用例として翼端渦の解析を行った。解析対象として、利用可能な格子の関係でONERA M6後退翼を選んだ。図7に格子形状を示す。格子サイズは223（翼周方向）×49（垂直方向）×33（スパン方向）であり、いわゆるC-O型のトポロジーを用いている。計算条件として、一様流マッハ数0.5、迎角5-10°、レイノルズ数 3×10^6 とした。

図8は、迎角5°の場合の標準 $K-\varepsilon$ モデルと本3方程式モデルによる翼端渦の解析結果を比較したものである。渦形状に大きな差は見られないが、図9の渦粘性分布に示したように、標準 $K-\varepsilon$ モデルでは翼端渦にそって大きな渦粘性の分布が見られるが3方程式モデルでは、過大な渦粘性の発生は抑えられているのがわかる。

図10は、迎角10°の場合の渦度（ $|\Omega|=0.5$ ）の等値面を比較したものである。標準 $K-\varepsilon$ モデルの方が、過大な渦粘性により3方程式モデルに比べて渦が遠方場で弱められているのがわかる。本報告では、定性的な結果に留まっているが、実験データとの突き合わせを通じた定量的な検討が今後の課題として残る。

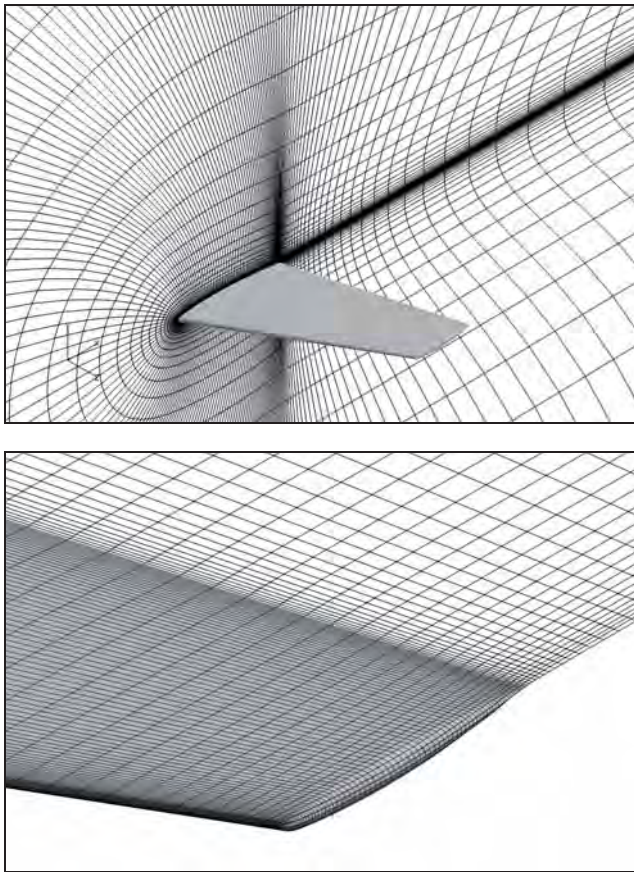


図7 翼端渦の計算格子（上：全体，下：翼端）

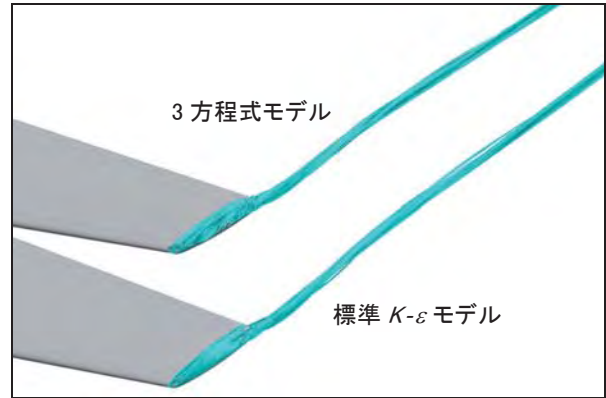


図8 ONERA M6翼の翼端渦の解析結果（ $\alpha=5^\circ$ ）

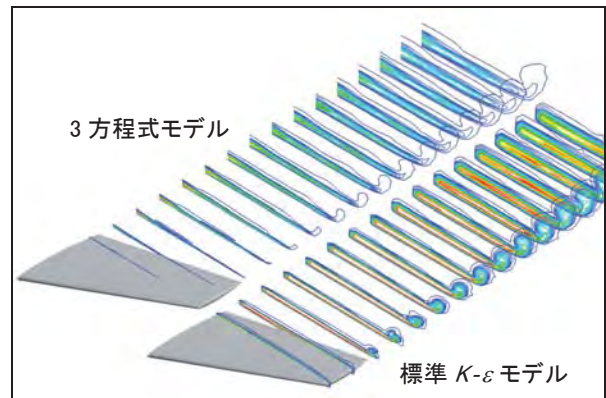


図9 渦粘性の空間分布の比較（ $\alpha=5^\circ$ ）



図10 翼端渦の遠方での減衰具合の比較（ $\alpha=10^\circ$ ）
（渦度（ $|\Omega|=0.5$ ）の等値面を表示）

6. まとめ

本報告では、吉澤により新たに提案された3方程式モデルを、工学的に重要な直円管旋回流や固定翼の翼端渦といった旋回を伴う流れの解析に適用し、有効性を検証し、課題等を分析した。直円管旋回流では、渦粘性の過大な生成が抑制され、軸流成分、旋回成分の旋回流の特徴の減衰が抑えられる結果につながった。これは、Yoshizawaら[5]による計算結果の追認ではあるが、独立な方法論でほぼ同様な結果が得られている点で、モデルの基本的な特性は検証されたと判断できる。また、適用例として固定翼の翼端渦の解析を行い、遠方場における渦の減衰が抑制されることを確認した。さらに、前報告[3]における補正係数で渦粘性を補正する方法では、若干数値的な不安定が見られたが、

今回の3方程式モデルでは数値的な扱いは比較的容易であったことを付言する。これは、標準 $K-\varepsilon$ モデルの渦粘性表現 ($\nu_t = C_\nu K^2/\varepsilon$) と異なり、渦粘性が K と ε の分数では表現されないことが一因と思われる。このことは工学的には重要な性質である。今後の課題として、事例を重ねること、結果の定量的な検証が挙げられる。

参考文献

- [1] Spalart, P. R., and Allmaras, S. R., "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows," AIAA Paper 92-0439, 1992
- [2] Menter, F., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," *AIAA Journal*, Vol. 32, 1994, 1598-1605.
- [3] 松尾, 阿部, 吉澤: 航空宇宙の剥離流への時間スケールに着目した乱流モデルの適用, 第42回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2010, 2010, 1B10.
- [4] 吉澤, 阿部, 藤原, 溝渕, 松尾: 乱流輸送方程式にもとづく3方程式レイノルズ平均モデリング, 日本流体力学会年会2011, 2011.
- [5] Yoshizawa, A., Abe, H., Fujiwara, H., Mizobuchi, Y., and Matsuo, Y., "Turbulent-viscosity modeling applicable to swirling flows, based on a composite time scale with mean flow helicity partially incorporated," *Journal of Turbulence*, Vol. 12, 2011, N5.
- [6] Yoshizawa, A., Nishizima, S., Shimomura, Y., Kobayashi, H., Matsuo, Y., Abe, H., and Fujiwara, H., "A new methodology for Reynolds-averaged modeling based on the amalgamation of heuristic-modeling and turbulence-theory methods," *Physics of Fluids*, **18**, 2006, 035109.
- [7] Matsuo, Y. "Computations of Three-Dimensional Viscous Flows in Turbomachinery Cascades," AIAA Paper 91-2237, 1991.
- [8] 明, 笠木: $k-\varepsilon$ 乱流モデルに対する新たな提案とその評価 (第1報, モデルの開発), 日本機械学会論文集 (B編), 54巻, 507号, 1988, 3003-3009.
- [9] Kitoh, O., "Experimental study of turbulent swirling flow in a straight pipe," *Journal of Fluid Mechanics*, **225**, 1991, 445-479.
- [10] 村上, 鬼頭, 片山, 飯田: 旋回を伴う管内流れの実験的研究, 日本機械学会論文集, 41巻, 346号, 1975, 1793-1801.
- [11] 小林, 依田: 直円管内旋回乱流の数値予測 (第1報, 渦粘性仮説による平均流速分布の再現), 日本機械学会論文集 (B編), 52巻, 481号, 1985, 3230-3236.