

## LES のダイナミック壁面モデル：高レイノルズ数流れの壁面摩擦と乱流統計量の正確な予測

河合宗司 (ISAS/JAXA)

## A dynamic wall-modeling in large-eddy simulation: accurate prediction of skin friction and turbulence at high Reynolds numbers

Soshi Kawai (ISAS/JAXA)

## Abstract

We propose a simple yet efficient wall-modeling in large-eddy simulation at very high Reynolds numbers. The proposed wall model models wall shear stress directly and thus is different from popular hybrid LES/RANS and DES approaches. The model stems directly from considerations of how turbulence length scales behave in the logarithmic layer, and thus in other words the method is based solidly on physical reasoning. Supersonic turbulent boundary layers on a flat plate at very high and moderately high Reynolds numbers, Mach 1.69 and  $Re_\theta = 50,000$ , are simulated. The resulting method is shown to accurately predict equilibrium boundary layers, with both realistic instantaneous fields and accurate turbulent statistics. The wall-model and the arguments leading to the proposed method are presented for compressible flows, but everything extends trivially to incompressible flows.

## 1. Introduction

航空機や宇宙機を設計するに当たって、スケール効果(レイノルズ数効果)、すなわち実際の飛行条件である高レイノルズ数での正確な性能予測は、非常に重要で欠かすことのできない要素である。この高レイノルズ数壁面流れを数値シミュレーションで正確に予測するキーは、境界層の90%以上を占める外層域の乱流構造を直接LESで解像し、計算コストがレイノルズ数の約2乗で増加する境界層壁近傍10%程度の内層域の乱流を如何にしてモデル化するかであり、一般にLESの壁面モデルという重要課題として知られている。主要なものとして、2つの手法が提案されている：1) 内層域でRANSタイプの乱流渦粘性にスイッチする手法(例：DESやLES/RANSハイブリッド手法, review by Spalart[1]), 2) 壁面摩擦を直接モデル化する手法(review by Piomelli & Balaras[2])。

しかしLESの壁面モデルという課題に対し、現状で存在する手法は全て、経験的なパラメータの導入やチューニング、複雑な制御理論を用いること無しに、純粋に壁面物理モデルとして高レイノルズ数の付着乱流境界層さえも正確に予測することが困難であるのが現状である(詳細な既存研究のバックグラウンドはRefs. [1, 2, 3, 4]を参照)。

そこで本研究では、経験的なチューニングや制御理論を用いず、高レイノルズ数付着乱流境界層を正確に予測する、完全に物理ベースな壁面モデルを提案する。提案する壁面モデルは壁面摩擦を直接モデル化する手法(手法2)をベースとしており、本研究では、この手法に含まれる2つの大きなエラー要因を特定し、物理ベースな思考(log-layerにおける乱流の長さスケールがどう変化するか)から、シンプルかつ効果的なアイデアを用いて、そのエラー要因の解決法を提案する。ページ数制限のため、以下では提案する壁面モデルのポイントや

キーとなる結果のみを示す。より詳細なモデルや結果の議論については、Ref. [3, 4]を参照して頂きたい。

## 2. Wall-modeled LES framework

本研究で提案する壁面モデルは壁面摩擦を直接モデル化する手法(手法2)をベースとしている。本手法のベースとなるアイデアは、レイノルズ数依存のほとんどない境界層の90%以上を占める外層域の乱流構造はLESとして直接格子で解像し、格子で解像しない、レイノルズ数依存の大きい内層域のダイナミクスは非定常に変動する壁面摩擦や壁面熱流束としてモデル化する手法である。従って、LESで用いる格子は外層域の乱流構造を解像する格子、すなわち境界層厚さでスケールされる格子を用いる。 $\Delta x_i \approx 0.05\delta$ 。また本手法では壁面垂直方向の第一点目の格子はlog-layerに位置させ( $y_1^+ \geq 100$ )、粘性層を壁面垂直方向に解像する格子( $y_1^+ \leq 1$ )を用いて計算するDES法に代表されるような内層域でRANSタイプの乱流渦粘性にスイッチする手法とは大きく異なる格子を用いる。

本LESは、壁面近傍の内層域を解像しないため、内層域の影響は壁面摩擦や壁面熱流束としてモデル化し、LESの境界条件として用いる。本研究では、壁面摩擦や壁面熱流束のモデル化として、壁面垂直方向にのみストレッチさせた別格子を境界層内層域内でのみ用意し、そこでRANS計算をすることで、壁面摩擦や壁面熱流束を評価し、LESへとフィードバックする。具体的な計算の手順は、外層域のみを解像する格子を用いたLESを行い、各時間ステップで、1) ある壁面から位置 $y_m$ におけるLESから得られる瞬間の速度、密度、圧力をRANSモデル計算の上境界の境界条件として受け渡す、2) LESからの境界条件入力を基に、RANSモデル計算を行い壁面摩擦や壁面熱流束を見積もる、3) その上でモデル計算で見積もった壁面摩擦や壁面熱流束を



LESへ受け渡し、次時間ステップのLESの壁面境界条件(流束として)として用いる。ここで $y_m$ はRANS壁面モデル計算の上境界とLES格子が一致する位置であり、LES格子において壁面からの格子点番号 $m$ における壁面からの距離(すなわち $y_0 = 0, y_1 = \Delta y_{\text{wall}}$ )を表す。過去の研究では例外無く $y_m = y_1$ を用いている。

### 2.1. Governing equations and numerical methods

LESおよびモデル計算用RANSの支配方程式にはspatially-filteredおよびensemble-averaged圧縮性Navier-Stokes方程式を用いる。空間離散化は保存形で、6次精度コンパクト差分法を用いている。エイリアシングエラー等を許容するため、8次精度のlow-passフィルターを用いる( $\alpha_f = 0.495$ )。時間積分法は、LESの計算では4階4次精度のRunge-Kutta法をモデル計算用RANSには2次精度陰解法に内部反復法を組み合わせたものを用い、双方で時間積分幅は同じにした。

### 2.2. LES: subgrid model and boundary conditions

Subgrid-scaleモデルとしてダイナミックSmagorinskyモデルにLillyの修正を用い、乱流渦粘性 $\mu_t$ および乱流プラントル数 $Pr_t$ を算出する。

LESの方程式は壁面での境界条件を必要とする。本研究では壁面での壁面垂直方向の対流項流束や粘性による流束( $\tau_{ij}u_i$ )を0とし、壁面摩擦 $\tau_{\text{wall}}$ や壁面熱流束 $q_{\text{wall}}$ は、RANSを用いたモデル計算で得られる値を使う。

### 2.3. Auxiliary RANS: turbulence model and simplified formulation

RANSモデル計算に用いる乱流渦粘性は、mixing-length渦粘性モデルにvan Driestダンピングを用いて評価する。

$$\mu_t = \kappa_{\text{mod}} \rho y \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} D, \quad D = [1 - \exp(-y^+/A^+)]^2, \quad (1)$$

ここで $y^+ = \rho_{\text{wall}} y u_\tau / \mu_{\text{wall}}$ は壁からの距離のviscousユニットで、 $A^+ = 17$ 、 $\kappa_{\text{mod}}$ は、本研究で提案するようにダイナミックに決定するか(決定の仕方は以下の章で示す)、通常のvon Kármán定数と同じ $\kappa = 0.41$ を用いる。乱流プラントル数も同様に、ダイナミックに決定するか定数として $Pr_t = 0.9$ を用いる。

壁面での摩擦や熱流束をLESへ受け渡すための壁面モデルの計算には、将来的に剥離流れを対象とするため対流項や圧力項の効果が入ったfull-RANS方程式を内層域のみで別格子を用いて計算する。

本研究ではfull-RANS方程式を用いた壁面モデルに加えて、単純化した2つのカップルした常微分方程式、

すなわち以下に示す平衡境界層方程式を用いた壁面モデルの計算も行う：

$$\frac{d}{dy} \left[ (\mu + \mu_t) \frac{du}{dy} \right] = 0, \quad (2)$$

$$\frac{d}{dy} \left[ (\mu + \mu_t) u \frac{du}{dy} + \frac{1}{\gamma - 1} \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{dc_s^2}{dy} \right] = 0. \quad (3)$$

この平衡境界層方程式は本研究のモデル開発で対象とする圧力勾配の無い付着乱流境界層では正しい答えを返すため、実験や低レイノルズ数DNS/LESのデータと並んで検証データのの一つとして用いることができる。

### 3. Errors in LES near-wall grid points

本研究では、log-layerにおける乱流の長さスケールがどう変化するかに基づき、壁面摩擦を直接モデル化する手法に含まれる2つの大きなエラー要因を特定し、その解決法を提案する。特定した二つのエラー要因は：1) LESの壁面近傍の格子点では数値エラーが必然的に大きい、2) 壁面モデルそのもののエラー(壁面摩擦や壁面熱流束の見積もりエラー)であり、本章ではエラー要因1を、次章ではエラー要因2について議論する。

このエラー要因1の重要性は、ただ単にLESの壁面近傍の格子点では数値エラーが必然的に大きくなるという事のみにとどまらず、これらのエラーを含む格子点の物理情報を使って壁面モデルの計算を行う場合(壁面モデル計算の上境界の境界条件としてエラーを含むLESのデータが使われる場合)、仮に完璧な壁面モデルを構築できたとしても、正しい壁面摩擦等をLESにフィードバックできないところにある。以下では、エラー要因1について解析し、その改善方法を提案し、数値実験によりその妥当性を確認する。

まず一般に知られているように、log-layerにおける支配的な乱流スケール $L_i$ は壁面からの距離 $y$ に比例する[5]。またそのスケールは各方向で異なるスケールを持つとすると $L_i = C_i y$ と表せ、 $C_i$ は定数で各方向 $i$ で異なる。今仮に $i = 1$ と3、すなわち流れ方向 $x$ とスパン方向 $z$ には、このスケール $L_i$ の渦を正確に解像するだけの格子を取ったとする。その上で壁面垂直方向 $y$ について考えると、ある壁面からの距離 $y_m$ におけるスケール $L_2$ の渦を格子で正確に解像するためには、 $L_2 = C_2 y_m \gtrsim N \Delta y$ 、すなわち

$$\frac{y_m}{\Delta y} \gtrsim \frac{N}{C_2} \quad (4)$$

が成り立つ必要がある。ここで $N$ は用いる計算スキームで決まる定数(格子点数何点で一波を解像するかという定数)、 $C_2$ は物理から決まる定数である。更に今 $\Delta y$ を一定とすると、ある壁面からの位置 $y_m$ は $y_m = m \Delta y$ と表せる(ここで $m$ は壁面からの格子点番号、 $m = 0$



は壁面上,  $m = 1$  は壁面の一点上を表す) ので, これを上式に代入すると

$$\frac{y_m}{\Delta y} = m \gtrsim \frac{N}{C_2} \quad (5)$$

となり, これが成立していないとある位置  $y_m$  で支配的な渦は格子で解像できていないことになる.

ナイキスト周波数より  $N \geq 2$ , Ref. [5] より  $C_2 \lesssim 2$ , これらと式5より明らかなように, 最低でも  $m \geq 2$ , 本研究のように6次精度コンパクトスキームを用いた場合は  $N \approx 6$  なので  $m \geq 3$  でないとその位置  $y_m$  における支配的な渦を正確に解像できないことが分かる. 著者の知る限り, 過去の全ての研究で LES の  $m = 1$  の格子点上の物理情報が, 壁面モデルに受け渡され, 壁面摩擦を予測し LES にフィードバックされてきた. すなわち格子で正確に解像できていない不正確な情報を使って壁面摩擦を予測していることになり, 結果, いくら物理的に正しい壁面モデルを用いたとしても正確な壁面摩擦を LES にフィードバックできていないことは明らかである.

### 3.1. Proposed improvement

以上の議論より, LES の壁面近傍の格子点では数値エラーが必然的に大きく, そこからインプットを受ける壁面モデルの壁面摩擦予測エラーも無視できないことは避けられない事実である.

本研究では今までの研究方向性とは決定的に異なる, よりシンプルで効果的な改善方法を提案する. ベースとなるアイデアは, 壁面モデルに用いている方程式は乱流境界層内層域で有効であり, 何も LES の  $m = 1$  の格子点上の物理情報を使う必要はないということである. すなわち過去の全ての研究の慣例,  $m = 1$  の情報を壁面モデルへのインプットするのではなく, 式5を満足するように  $m \geq 2$  の LES で得られる情報, 言い換えると LES で正確に解像できている位置  $y_m$  での物理情報を壁面モデルへのインプットとする. そうすれば, LES の壁面近傍の格子点では数値エラーが必然的に大きいという事実は避けられないが, その数値エラーの大きい領域をバイパスし, 正確な LES データを用いて物理的に正しい壁面モデルを駆動させれば, 正確な壁面摩擦を LES にフィードバックできるはずである.

### 3.2. Numerical experiments

Mach 1.69,  $Re_\theta = 50,000$  の高レイノルズ数超音速乱流境界層をターゲットにし, 壁面モデルとして圧力勾配の無い付着乱流境界層では正しい答えを返す平衡境界層方程式 2.3 を用いることで, 純粋に LES 壁面近傍の数値エラーを評価し, 前節で提案した改善方法の妥当性

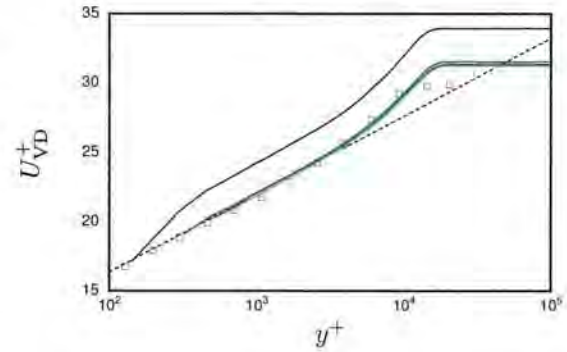


Figure 1: Mean velocity (van Driest-transformed) at  $Re_\theta = 50,000$  compared to the log-law  $\ln(y^+)/0.41 + 5.2$  (dashed line) and incompressible experiments at  $Re_\theta = 31,000$  (squares[6]). Fixed grid; varying  $m$  and  $y_m$  with:  $m = 1$  (black);  $m = 2$  (blue);  $m = 3$  (red);  $m = 4$  (green);  $m = 5$  (cyan).

を検証する. 用いた格子解像度は  $\Delta x = \Delta z \approx 0.042\delta$ , 壁面垂直方向には  $0 \leq y \leq y_m$  では  $\Delta y \approx 0.01\delta$ ,  $y_m \leq y \leq 1.4\delta_r$  ではスムーズに格子をストレッチさせ,  $1.4 \leq y \leq 3\delta_r$  では  $\Delta y \approx 0.025\delta$  とした. これらの格子解像度を viscous ユニットで表すと,  $\Delta x^+ = \Delta z^+ \approx 640$ ,  $\Delta y^+ \approx 160 - 385$  となり, 通常の LES と比べ各方向 20 倍以上荒い格子を用いていることになる.

図1は同じ格子を用いて, LES から壁面モデルに情報をインプットする位置  $m$  を1から5に変化させた際の van Driest 変換した平均速度分布である. 解析から示したように  $m = 1$ , すなわち数値エラーが無視できない位置での流れを壁面モデルのインプットとすると, 明らかな "log-layer mismatch" が発生する. それに対し, 位置  $m$  を 2, 3... と壁面から離して行くと平均速度分布は劇的に改善し,  $m \geq 3$  でほぼ収束性解を得た. ここでは示さないが変動速度成分や, 位置  $y_m$  を固定して  $m$  を変化させた ( $y_m$  固定で  $y_m$  以下の格子点数を変化させた) 場合にも同様の傾向が見られた (詳細は Ref. [3, 4] を参照).

図2は,  $m = 5$  のケース ( $y_m/\delta = 0.055$  位置の流れデータを壁面モデルのインプットとしたケース) における, LES 壁面近傍の平均速度とレイノルズ応力分布を示しており, 提案している手法の妥当性をはっきりと示している. 青色の丸と点線は,  $y \leq y_m$  ( $m \leq 5$ ) の LES データを示している. 解析で示したのと同様に,  $m = 1$  の点では解像しているレイノルズ応力が過小評価されており, 結果 log-layer における平均の応力バランス  $\bar{\mu}_{\text{sgs}} \partial_y \bar{u} - \overline{\rho u'v''} = \tau_{\text{wall}}$  から急な速度勾配が形成されている. この  $m = 1$  で数値エラーが大きいことは不可避であるが, 運動量を保存するスキームを用いている限り, 平均の応力バランスは保持されるため, 位置  $m$



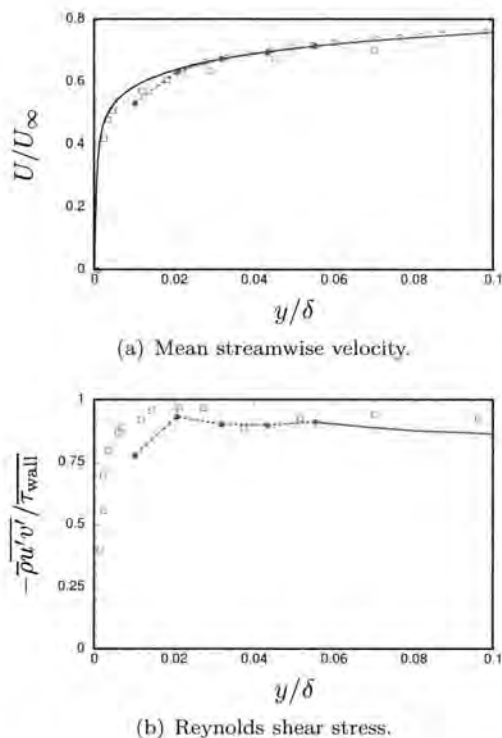


Figure 2: Computed statistics at  $Re_\theta = 50,000$  near the wall obtained by the wall-modeled LES with  $m = 5$  ( $\Delta y/\delta \approx 0.01$  and  $y_m/\delta = 0.055$ ). LES above (blue solid line) and below (blue dashed line with solid circles) the  $y_m$ . Compared to: the mean velocity computed by the wall-model (black, (a) only); corresponding experiments (circles[7]); incompressible experiments (squares[6]).

を 2, 3... と壁面から離して行くとその数値エラーは解消され,  $m \geq 3$  では正確な値に回復している. ここでのポイントは, 壁面モデルを正しく作動させるために, 数値エラーの大きい LES のデータ点をバイパスして, 正確に解像している位置の物理データを壁面モデルのインプットとして使うことであり, 結果として  $m = 1$  に数値エラーが大きいことは不可避であるが, そのインパクトを最小限に抑えることができるということにある.

#### 4. Errors in the wall model

前章でエラー要因 1 の影響を排除する手法を確立したので, その手法を用いて本章では, 壁面モデルそのもののエラー (壁面摩擦や壁面熱流束の見積もりエラー) を露呈させ, 評価し, 新しい LES におけるダイナミック壁面モデルを提案する. 過去の研究では例外無く  $m = 1$  を使っており, エラー要因 1 と 2 が混在した状態の解析になっており, 正確な壁面モデルの評価は行っていない点を言及しておく.

ここでは壁面モデルの適用範囲を広げるため, 平衡境

界層方程式 (式 2, 3) のように付着境界層を仮定しない, full-RANS 方程式を壁面近傍の内層域で解く壁面モデルを考える. full-RANS 方程式を解く壁面モデルは, 平衡境界層方程式とは異なり, 対流項や圧力項の効果が入っており剥離流れにおいても良い予測をするを期待でき, 過去にもいくつか研究成果が報告されているが, 付着乱流境界層においても壁面摩擦の正確な予測には至っていない. ここでのキーは壁面モデルとしての full-RANS 方程式を閉じるために, mixing-length 渦粘性モデル中の  $\kappa_{\text{mod}}$  (式 1) と乱流プラントル数  $Pr_t$  を如何に定義するかである.

Full-RANS 方程式を解く壁面モデルの初期的な試みは,  $\kappa_{\text{mod}}$  に通常の RANS 解析で用いるカルマン定数  $\kappa_{\text{mod}} = \kappa = 0.41$  を用いていた (乱流プラントル数には  $Pr_t \approx 0.9$ ) [8]. しかし, これらの手法では "log-layer mismatch" が発生し, 壁面摩擦を大きく予想してしまうことが知られている. 続いて Cabot & Moin [8] が  $\kappa_{\text{mod}}$  をカルマン定数の 0.41 よりも小さくすると良い結果が得られたことに基づいて, Wang & Moin [9] はダイナミックに  $\kappa_{\text{mod}}$  を小さくする方法を提案した. ここで基本となるアイデアは, LES のデータを壁面モデルに受け渡す位置  $y_m$  において LES と壁面モデル RANS で全せん断応力  $-\overline{\rho u''v''} + (\overline{\mu} + \overline{\mu_t})\partial\tilde{u}/\partial y$  を一致させるというものである. 位置  $y_m$  では LES と壁面モデル RANS の  $-\overline{\rho u''v''}$  成分は双方で一致する. 更に  $y_m$  で双方の速度勾配  $\partial\tilde{u}/\partial y$  が等しいと仮定すると, LES と壁面モデル RANS で全せん断応力を一致させるという条件は, 位置  $y_m$  で LES と壁面モデル RANS の乱流渦粘性を一致させることに等しくなる, すなわち  $y_m$  において  $\mu_{t, \text{LES}} = \mu_{t, \text{RANS}}$  となる. Wang & Moin [9] はこの乱流渦粘性を一致させる条件を基に  $\kappa_{\text{mod}}$  を逆算して, 各タイムステップでダイナミックに求めた. このアイデアは理にかなっており, 彼らの低レイノルズ数  $Re_\theta = 3380$  の翼型周りの流れ解析では良い結果を示した. しかし, 本研究で以下に示すように, 彼らのモデルは高レイノルズ数流れでは有効に作用しない.

##### 4.1. Proposed improved dynamic wall-model

ここで構築するダイナミック壁面モデルの目的は, RANS 壁面モデル内において, 格子で解像している乱流スケールと解像できていないスケールが壁面垂直方向に変化しており, その影響を近似的にモデルに取り込むことである. 本提案手法でも位置  $y_m$  において全せん断応力を近似的に一致させる, すなわち  $\mu_{t, \text{LES}} = \mu_{t, \text{RANS}}$  の条件を課すことで位置  $y_m$  における  $\kappa_{\text{mod}}$  をダイナミックに決定する. ここでマッチング条件に合う  $\kappa_{\text{mod}}$  と  $Pr_t$  を  $\hat{\kappa}$  および  $\hat{Pr}_t$  と定義すると, Wang & Moin [9] はマッ



チングで求めた  $\hat{\kappa}$  を境界層内層域内全てで用いたが、本研究で提案する壁面モデルでは、格子で解像しているものとしていないものの寄与分を考慮して、 $\kappa_{\text{mod}}$  の値を RANS 計算領域内壁面垂直方向で変化させる。

ここでは、full-RANS 壁面モデルを適用する境界層内層域で log-layer の流さスケールを考えることで新しいシンプルで効果的なダイナミック壁面モデルを提案し、モデルによるエラー (エラー要因 2) を排除する。まず、前章と同様にして壁面に平行な方向の log-layer における支配的な乱流スケールを  $L_{\parallel}$  と定義すると、 $L_{\parallel} = C_{\parallel} y$  と書くことが出来る。また代表的な壁面平行方向の格子幅  $\Delta_{\parallel}$  と乱流スケール  $L_{\parallel}$  の比を取ると、 $L_{\parallel}/\Delta_{\parallel} = C_{\parallel} y/\Delta_{\parallel}$  となる。ここで代表的格子幅は  $\Delta_{\parallel} = \max(\Delta x, \Delta z)$  と定義され、 $\Delta_{\parallel}$  は格子がサポートできる最も小さなスケールと考えることが出来る。すなわち  $L_{\parallel}/\Delta_{\parallel}$  がある値  $\alpha$  (スケール  $L_{\parallel}$  に対し格子が何点あるかを表す定数) よりも小さければ、格子で解像できているせん断応力  $-\overline{\rho u'v'}$  は無視できるほど少なく、通常の RANS 解析で用いられる  $\kappa_{\text{mod}} = 0.41$ ,  $Pr_t = 0.9$  を用いるべきで、逆に  $L_{\parallel}/\Delta_{\parallel} > \alpha$  ならば、解像している応力が存在するため  $\kappa_{\text{mod}}$  を位置  $y_m$  のマッチングの値  $\hat{\kappa}$  に向けて小さくしていくべきである。本研究では線形的なダンピング関数  $\mathcal{K}$  を用いて  $\kappa_{\text{mod}}$  と  $Pr_t$  を以下のように定義する。

$$\kappa_{\text{mod}} = 0.41\mathcal{K} + \hat{\kappa}(1 - \mathcal{K}), \quad (6)$$

$$Pr_t = 0.9\mathcal{K} + \widehat{Pr}_t(1 - \mathcal{K}), \quad (7)$$

ここで

$$\mathcal{K} = \min \left\{ \frac{y_{\text{top}} - y}{y_{\text{top}} - y_{\text{crit}}}, 1 \right\}, \quad (8)$$

$$y_{\text{crit}} = \frac{\alpha}{C_{\parallel}} \Delta_{\parallel} = \alpha' \Delta_{\parallel}$$

と表せる。 $\mathcal{K}$  は流れ場依存の関数ではなく、事前に決定することが出来る壁からの距離  $y$  とパラメータ  $\alpha' = \alpha/C_{\parallel}$  のみの関数であるので、導入することの困難さは皆無である。またここで  $\alpha'$  は物理から決まる定数  $C_{\parallel}$  と用いる計算スキームで決まる定数  $\alpha$  の関数である。本論文中では紙面の関係上  $\alpha' = 0.48$  の結果のみを示すが、Ref. [4] に示すように、計算結果のパラメータ  $\alpha'$  依存性は少ない。また  $\alpha' = 0.48$  は、Pope[5] が示しているように  $C_{\parallel} \approx 2.5$  とすると、 $\alpha \approx 1.2$  となり妥当な値となる。

## 4.2. Results

ここでは本研究で提案する full-RANS ダイナミック壁面モデル (式 6, 7) を、壁面垂直方向に係数が変化しない Wang & Moin の full-RANS ダイナミック壁面モデル ( $\kappa_{\text{mod}} = \hat{\kappa}$ ,  $Pr_t = \widehat{Pr}_t$ )、従来の RANS としての定数を用いた full-RANS 壁面モデル ( $\kappa_{\text{mod}} = 0.41$ ,

$Pr_t = 0.9$ )、および平衡境界層方程式 (式 2, 3) を用いた壁面モデルと比較する。本章で比較する 4 つの壁面モデルを以下にまとめると: EQBL: 平衡境界層方程式壁面モデル (式 2, 3), CNST: full-RANS 壁面モデル + 固定定数 ( $\kappa_{\text{mod}}=0.41$  and  $Pr_t=0.9$ ), CDYN: full-RANS ダイナミック壁面モデル + 垂直方向に係数変化無し ( $\kappa_{\text{mod}} = \hat{\kappa}$  and  $Pr_t = \widehat{Pr}_t$ ), VDYN: full-RANS ダイナミック壁面モデル + 垂直方向に係数変化有り (式 6, 7)。

テストした流れ条件は、高レイノルズ数超音速乱流境界層 (Mach 1.69,  $Re_{\theta}=50,000$ ) である。用いた計算格子は両流れ条件とも同じ格子を用い、前章の  $m = 5$  に対応する格子、 $\Delta x = \Delta z \approx 0.042\delta$ ,  $\Delta y \approx 0.01 - 0.025\delta$  を用いた。ここで用いている格子解像度は、従来の LES (内層域も直接解像する LES) と比べ高レイノルズ数のケースで、各方向 20 倍以上荒い格子 (総格子点数 280 万点程度) を用いていることを強調しておく。

各壁面モデルを用いた場合の LES 平均速度分布を図 3 に示す。本研究で提案している VDYN 壁面モデルの結果は、"log-layer mismatch" もなく  $y^+ < 3000$  で log-law と非常に良い一致を示す。VDYN で得られる壁面摩擦係数は  $C_{f,VDYN} = 2\tau_{\text{wall}}/(\rho_{\infty}U_{\infty}^2) = 1.53 \times 10^{-3}$  で、EQBL の  $C_{f,EQBL} = 1.53 \times 10^{-3}$  や対象としている実験データ [7]  $C_{f,\text{exp}} = 1.5 \times 10^{-3}$  と非常に良い一致を示す。一方、CNST 壁面モデルは過去の研究 [8, 9] と同様に log-law の切片を低く見積もっており、結果として壁面摩擦を高く予想してしまっている ( $C_{f,CNST} = 1.64 \times 10^{-3}$ , EQBL と比べ 7% 高い)。ここで壁面摩擦係数の算出に用いている  $\tau_{\text{wall}}$  は、実際に LES で用いている値、すなわち壁面モデル計算で得られる  $\tau_{\text{wall}}$  である。CDYN は、ここで対象としている非常に高レイノルズ数な流れでは境界層内層域全域で  $\kappa_{\text{mod}}$  を 1/50 にも減らしてしまい、結果、切片が約 65 となり、壁面摩擦係数も非常に低く予測してしまう ( $C_{f,CDYN} = 2.57 \times 10^{-4}$ , EQBL の約 1/6)。

図 4 は LES 領域で格子で解像しているレイノルズ応力分布を示している。EQBL, CNST および VDYN はほぼ同じ分布を示しており、実験データや DNS データと良い一致を示す。ここでは示さないが、他の速度変動成分 ( $\overline{u'u'}$ ,  $\overline{v'v'}$ ,  $\overline{w'w'}$ ) も参照データと良い一致を示している (Ref. [4] を参照)。一方、CDYN は他の壁面モデルとは異なる分布を示す。これは主に非常に低い壁面摩擦の影響であり、それにより速度変動も他のモデルよりもかなり低く予想されている (図中では慣例に従いレイノルズ応力を壁面摩擦  $\overline{\tau_{\text{wall}}}$  で無次元化しているため CDYN の値が大きくなっているが、 $\overline{\tau_{w,CDYN}} \approx 1/6 \overline{\tau_{w,EQBL}}$  なので実際のレイノルズ応力  $-\overline{\rho u'v'}$  も他のモデルと比べ



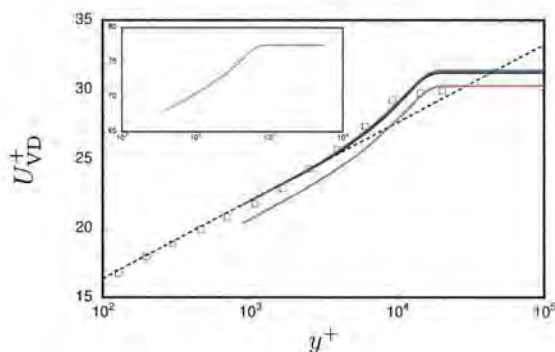


Figure 3: Mean streamwise velocity (van Driest-transformed) at  $Re_\theta = 50,000$ . EQBL (black); CNST (red); CDYN (green); VDYN with  $\alpha' = 0.48$  (blue); the log-law  $\ln(y^+)/0.41 + 5.2$  (dashed line); incompressible experiments at  $Re_\theta = 31,000$  (squares[6]).

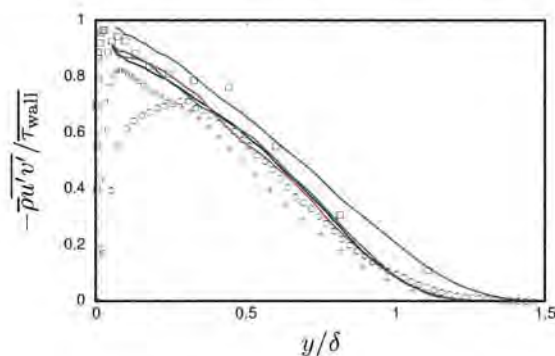


Figure 4: Resolved Reynolds shear stress at  $Re_\theta = 50,000$ . Lines as in Fig. 3. Corresponding experiments (circles[7]); incompressible experiments at  $Re_\theta = 13,000$  (squares[6]); DNS at Mach 2.28 and  $Re_\theta \approx 2,300$  (pluses[10]).

て約 1/6 程度になっている).

以上より, RANS 壁面モデル内で壁面垂直方向に格子で解像している応力成分と解像していない成分の寄与分変化の物理をきちんとモデル化することで壁面モデルそのもののエラー (エラー要因 2) を排除できることを明らかにした. 更に今度は, 壁面付近の瞬間の乱流構造が物理的であるかどうかを図 5 で見ていく. 図 5 は  $y = y_m$  ( $y^+ = 878$ ) における瞬間の速度変動成分を示している. 本壁面モデルを用いた LES では, 通常の DES や LES/RANS ハイブリッド手法で見られる非物理的な大スケールの渦 [2] が発生せず, 壁面付近でのレイノルズ応力が良く予測されていることから分かるように, より物理的な乱流構造を示している.

## 5. Conclusions

本研究では高レイノルズ数付着乱流境界層を正確に予測する, シンプルかつ完全に物理ベースなダイナミック

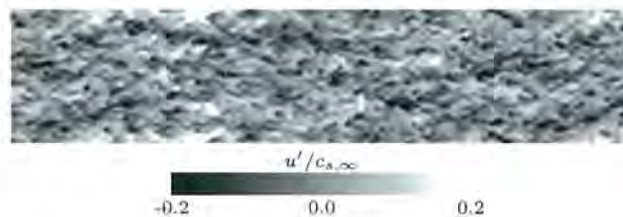


Figure 5: Instantaneous streamwise velocity fluctuation in a wall parallel plane at the matching location  $y = y_m$  (logarithmic region at  $y^+ = 878$ ) obtained by VDYN with  $\alpha' = 0.48$ .  $0 \leq x/\delta_r \leq 15$ ,  $0 \leq z/\delta_r \leq 3$ .

壁面モデルを提案した. 本壁面モデルの構築では, log-layer における乱流の長さスケールがどう変化するかに基づき, 壁面モデルに含まれる 2 つの大きなエラー要因 (LES 壁面近傍の格子点での数値エラー, 壁面モデルそのもののエラー) を特定し, そのエラーを排除する方法を提案した. 本壁面モデルは, 対流項や圧力項の効果を考慮する壁面モデルとして, 経験的なパラメータの導入やチューニング, 複雑な制御理論を用いること無しに, 高レイノルズ数付着乱流境界層を正確に予測した初めての成果である. また本壁面モデルを用いた LES では, 通常の DES や LES/RANS ハイブリッド手法で見られる log-layer での非物理的に非常に大きなスケールの渦は発生せず, より物理的な乱流構造を維持し, 結果として log-law や壁面付近でのレイノルズ応力の予測精度も高いことを示した. 本論文では, 圧縮性流体をベースとして壁面モデル構築の議論をしたが, 非圧縮流体への展開も同様の議論が適用できる.

## Acknowledgments

本研究は JAXA International Top Young Fellowship のサポートを受けている. 本研究を通して, スタンフォード大学の Larsson 博士や Lele 教授から有意義なコメントを数多く頂いた. ここに謝意を表す.

## 参考文献

- [1] P. R. Spalart, Detached-eddy simulation, Annual Review of Fluid Mechanics 41 (2009) 181–202.
- [2] U. Piomelli, E. Balaras, Wall-layer models for large-eddy simulations, Annual Review of Fluid Mechanics 34 (2002) 349–374.
- [3] S. Kawai, J. Larsson, Wall modeling in large-eddy simulation: length scales, grid resolution and accuracy, Physics of Fluids, (to appear 2012).
- [4] S. Kawai, J. Larsson, Wall modeling in large-eddy simulation: Predicting accurate skin friction at

- very high Reynolds number, AIAA Paper 2011-482, AIAA (January 2011).
- [5] S. B. Pope, *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, 2000.
  - [6] D. B. DeGraaff, J. K. Eaton, Reynolds-number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics* 422 (2000) 319–346.
  - [7] L. J. Souverein, P. Dupont, J. F. Debieve, J. P. Dussauge, B. W. van Oudheusden, F. Scarano, Effect of interaction strength on unsteadiness in turbulent shock-wave-induced separations, *AIAA Journal* 48 (7) (2010) 1480–1493.
  - [8] W. Cabot, P. Moin, Approximate wall boundary conditions in the large-eddy simulation of high reynolds number flow, *Flow, Turbulence and Combustion* 63 (1–4) (1999) 269–291.
  - [9] M. Wang, P. Moin, Dynamic wall modeling for large-eddy simulation of complex turbulent flows, *Physics of Fluids* 14 (7) (2002) 2043–2051.
  - [10] S. Pirozzoli, M. Bernardini, Direct numerical simulation database for impinging shock wave/turbulent boundary-layer interaction, *AIAA Journal* 49 (6) (2010) 1307–1312.