

超臨界圧/遷臨界ジェット の LES 解析：噴流構造と特徴的な振る舞いについて

寺島洋史 (JAXA, 現東大), 河合宗司 (ISAS/JAXA), 山西伸宏 (JAXA)

Large-eddy simulation of trans/supercritical round jet: flow structure and its unique behavior

Hiroshi Terashima (JAXA), Soshi Kawai (ISAS/JAXA), and Nobuhiro Yamanishi (JAXA)

Abstract

Large-eddy simulation (LES) for trans/supercritical round jet flows was conducted, using a high-resolution numerical method (LAD/compact difference scheme), in order to clarify unique characteristics of jet flows under supercritical pressure conditions. The unsteady flow structures such as vortical structure show no peculiar features due to the supercritical pressure conditions, resulting in very similar vortical structures to those of general (ideal) gas jet flows in atmospheric pressure conditions. Comparison of mean properties with a measured and an earlier computational data demonstrates the capability of the present method to fairly represent trans/supercritical jet flow behaviors. Some unique characteristics of supercritical jet flows, which were suggested in our previous study with two-dimensional planar jets, are clearly observed also in the three-dimensional round jet flows by means of LES. A series of our studies on trans/supercritical jet flows establish that the unique characteristics of supercritical jet flows appears in the transcritical injection cases as the slower increase of mean temperature in streamwise direction and the generation of smaller flow scales compared with other injection conditions, and further their appearances are simply and effectively explained by T - ρ diagrams.

1. Introduction

液体ロケットエンジンでは、高い推力性能を得るため、燃焼圧力を高める傾向にあり、酸化剤や燃料の臨界圧力値を超える高圧環境下において、流体混合や燃焼現象が生じる [1]。超臨界圧下では、表面張力や潜熱の低下が生じ、界面近傍での現象は低圧下で見られるものと大きく異なることが知られており [2]、超臨界圧流体に特化した解析が必要となる。また、ロケットエンジンでは、酸化剤と燃料の混合過程で臨界温度を跨ぐ遷臨界噴射と呼ばれる条件で作動することがある。

これまでも、超臨界圧噴流に関連する解析は実験や計算によって、多数なされてきているが [3, 4, 5, 6, 7, 8]、超臨界圧ならではの特徴は何か、低圧 (大気圧) 下噴流と何がどのように異なるのか、という問いに対する答えが不明瞭であった。

我々は、これまでに、超臨界圧平面噴流の解析を通して、1) 遷臨界噴射では、密度分布には大きな変化が無い一方で、噴流温度が他の条件に比べ下流まで維持される、2) 遷臨界噴射では、レイノルズ数がほぼ同じにも関わらず、より小スケールの流れ構造が生じる、3) 状態線図がシンプルかつ効果的にそれら事象を説明する、そして、4) 遷臨界噴射以外の条件では、低圧下噴流と大きな違いは無い、という超臨界圧噴流の特徴を示してきた [9]。ただし、これらは、2次元仮定で得られた結果であり、3次元解析の必要性があった。

そこで、本研究では、我々が開発してきた高解像度数値解析法 [10] により、3次元噴流の large-eddy simulation (LES) を行うことで、これまでに得てきた超臨界圧噴流の特徴に関する議論を更に深め、流れ構造の理解を推し進めていく。

2. Numerical method

支配方程式は、一般曲線座標系の圧縮性 Navier-Stokes 方程式である。状態方程式には、Soave-Redlich-Kwong (SRK) 状態方程式 [11] を採用した。粘性係数には Zeberg-Mikkelsen らの model [12]、熱伝導率には Vasserman and Nedostup の model [13] を用いた。方程式は、噴流の密度、音速、そして噴流直径で無次元化されている。

移流項、粘性項、また metrics は 6 次精度コンパクト差分法 [14] で評価した。時間積分は 3 次精度 TVD Runge-Kutta 法 [15] で行った。時間積分の最終段では、保存量に対して 8 次精度コンパクトフィルタ [14, 16] を適用した。フィルタ係数は $\alpha_f = 0.495$ とした。

超臨界圧低温噴流、特に臨界温度を跨ぐ遷臨界噴射では、気液界面のような大きな密度/温度勾配が噴流界面に存在するという特徴がある (Fig. 1)。そのため、中心差分法であるコンパクト差分法をそのまま適用することは、界面における虚偽の数値振動や計算不安定性につながる可能性がある。このような問題を避けるため、本研究では Localized Artificial Diffusivity (LAD) method [17, 18] を用いた。我々は、これまでに、超臨界流体解析に対する LAD の評価を詳細に行い、その有効性を示してきている [10]。ちなみに、フィルタを強めることが、必ずしも計算安定性に寄与しないことを明記しておく [10]。LAD は、各輸送係数 (μ : viscosity, β : bulk viscosity, κ : thermal conductivity) に対して人工的輸送係数を加えるだけであり、実装が容易である。例えば、粘性係数は、 $\mu = \mu_f + \mu^*$ (μ_f は物理粘性係数、 μ^* は人工粘性係数) と評価される。本計算では、人工粘性係数 μ^* と人工熱伝導率 κ^* を以下のように

に導入する：

$$\mu^* = C_\mu \rho \left[\sum_{l=1}^{n_d} \frac{\partial^r \mathbf{S}}{\partial \xi_l^r} \Delta \xi_l^r \Delta_l^2 \right], \quad (1)$$

$$\kappa^* = C_\kappa \frac{\rho c_s^3}{T^2} \left[\sum_{l=1}^{n_d} \frac{\partial^r T}{\partial \xi_l^r} \Delta \xi_l^r \Delta_l \right]. \quad (2)$$

ここで、 ρ は密度、 \mathbf{S} は歪み速度テンソル、 T は温度、そして c_s は音速である。 $n_d = 1 \sim 3$ は次元の数である。無次元係数 (C_μ , C_κ) は、従来の評価 [17, 18] と超臨界圧流体に対する評価 [10] に基づき、 $C_\mu = 0.002$, $C_\kappa = 0.01$ と設定した。添え字 $l (= 1, 2, 3)$ は、各格子方向を表わしている。 $\Delta \xi_l$ は一般曲線座標系、 Δ_l はデカルト座標系における格子幅である。 $r = 4$ とし、陽的な 4 次精度中心差分により微分項を評価した。上付きバーはフィルタ操作であり、近似 Gaussian filter を用いた。本計算対象では、温度勾配を用いた Eq. (2) の人工熱伝導率が有効的に働くことを明記する。

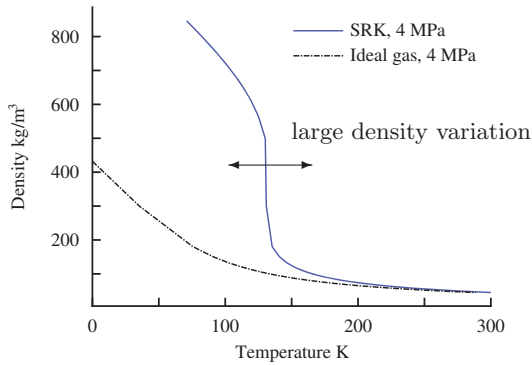


Figure 1: Thermodynamic property with comparison between the SRK and the ideal gas equations of state.

3. Results and Discussions

Mayer らの実験 [19] を参考に、超臨界圧における 3 次元円形窒素噴流の LES 解析を行った。窒素の臨界密度は $\rho_{cr} = 313.3 \text{ kg/m}^3$ 、臨界圧力は $p_{cr} = 3.4 \text{ MPa}$ 、臨界温度は $T_{cr} = 126.2 \text{ K}$ である [20]。これまでに行った平面噴流解析により、超臨界圧噴流において、その特徴が現れるのは、臨界温度を跨ぐ遷臨界噴射であり、特に臨界圧力近傍でその特徴が顕著になることが示唆されてきた [9]。そのため、Mayer らの実験条件から、臨界圧近傍で遷臨界噴射となる条件と臨界温度を跨がない噴射条件の 2 つを選択した (Cases 3 and 4 in [19])。計算条件を Table. 1 に示す。これ以降、添字 inj は噴流、 ∞ は雰囲気 (chamber) を意味する。ここで、両条件に共通な値は、圧力 $p_{inj} = p_\infty = 3.97 \text{ MPa}$ 、雰囲気

気密度 $\rho_\infty = 45.46 \text{ kg/m}^3$ 、雰囲気温度 $T_\infty = 298 \text{ K}$ 、噴流直径 $D = 2.2 \text{ mm}$ である。Case A が遷臨界噴射条件となる (Mayer らの Case 3 に相当)。

Table 1: Conditions with SRK EoS.

	T_{inj}	ρ_{inj}/ρ_∞	$Re_{inj} (\times 10^5)$	Pr_{inj}
A	125.2 K	9.6	1.35	4.27
B	136.0 K	3.7	1.23	2.47

実験において、噴射速度は 2 ~ 5 m/s (マッハ数にすると 0.01 ~ 0.02 程度) と低速であるが、本計算では、圧縮性の効果は無視できると仮定し、噴射マッハ数を $M_{inj} = 0.2$ と設定した。ただし、その他の無次元数 (レイノルズ数やプラントル数など) は噴射速度 5 m/s とした実験条件に合わせている。これにより、実験との厳密な比較はできなくなるが、低速流における方程式の解硬直性を避けることができ、また必要となる解析時間の短縮にもつながる。

計算領域は、 $400D \times 56D \times 56D$ の直方体とし (実験は円筒形)、2 つの格子解像度 (Grid1: $211 \times 171 \times 171$ and Grid2: $303 \times 185 \times 185$) を用いた。最小格子幅は、入口せん断層中心で $\Delta s = 4.94 \times 10^{-5} \text{ m}$ である。出口境界では、圧力固定、その他の物理量は外挿した。それ以外の境界は、滑り壁条件とした。入口マッハ数分布は、上述した噴射マッハ数 $M_{inj} = 0.2$ を用いて、双曲線正接関数で与えた：

$$M_i(r_c) = \frac{M_{inj}}{2} \left\{ 1 + \tanh \left[\frac{1}{4} \frac{D}{\Theta} \left(\frac{D}{2r_c} - \frac{2r_c}{D} \right) \right] \right\}. \quad (3)$$

ここで、 $\Theta = D/45$ は運動量厚さであり (Θ は任意パラメータであり、用いた格子で速度分布が適切に解像できるように設定)、 r_c は噴流中心からの距離である。変動成分などは与えていない。密度など他の物理量分布は、Error 関数 ($C_\epsilon = 3.0$ in [10]) を用いて滑らかに与えた。CFL 数は 0.6 とした。平均値や変動値といった統計量は、約 8 ms 間のデータを処理することで得た。

Jet vortical structure

Figure 2 に、Case A (on Grid 2) で得られた初期過程における渦構造の発達の様子を示す。噴射直後は、Kelvin-Helmholtz 不安定性により、顕著な周期的渦輪列構造が見られ、この構造は本条件では $x/D = 4 \sim 5$ 付近で崩壊する。その後、渦度成分 ω_x が渦輪に発生していることからわかるように、渦輪が周方向に変形し、小規模な縦渦へと分裂していく。この縦渦は、渦輪に巻き付くように発生し、下流域では流れ方向に引き延ばされている様子が見られる。これらの渦構造に関

しては、低圧（大気圧）下の気体噴流で報告されている構造（例えば、[21] など）と非常に良く似ており、超臨界圧また遷臨界噴射に特徴的といえる構造は見られていない。Figure 3 に、ある程度経過した後の各ケースの渦構造を示す。Case B のほうが、より上流から不安定性が始まること、また、噴流の拡がりやや大きいことがわかる。これについては、以降で議論する。

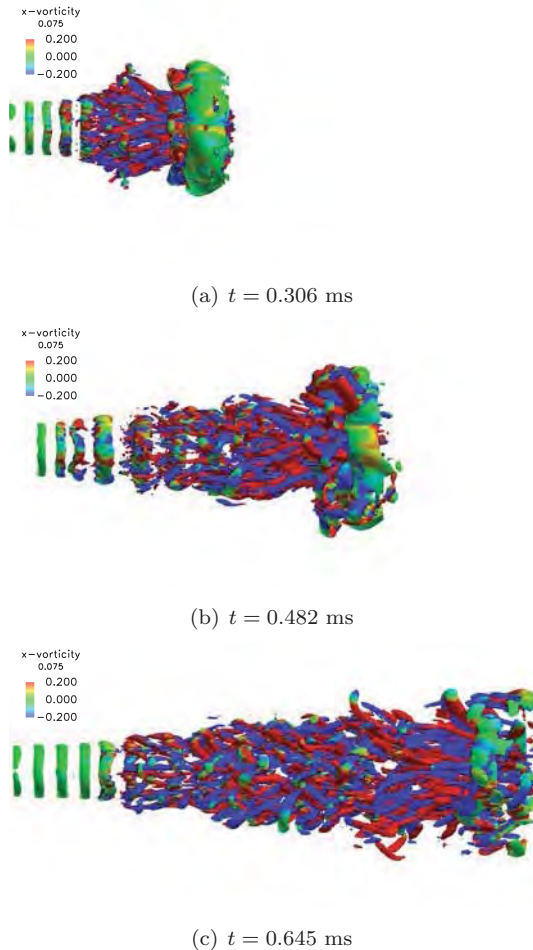


Figure 2: Instantaneous vortical structure using Q-criterion and vorticity component ω_x at the initial stage in Case A, where $x/D=[1.9:12.7]$.

Comparison with measured and other data

Figure 4 に噴流中心軸上の平均密度分布を用いた比較を示す。Schmitt らの LES 解析（3次精度、非構造格子）[8] を合わせてプロットした。上記したように、本解析と実験では噴射速度が異なるため、厳密に比較することはできないが、dense-core の長さや分布の傾向など、噴射条件による相対的な違いは良く再現されている。Schmitt らの計算との比較では、本解析結果のほうが、全体的に分布が下流に移動している。これには、速度設定の違いによるものと考えられる一方で、入口条

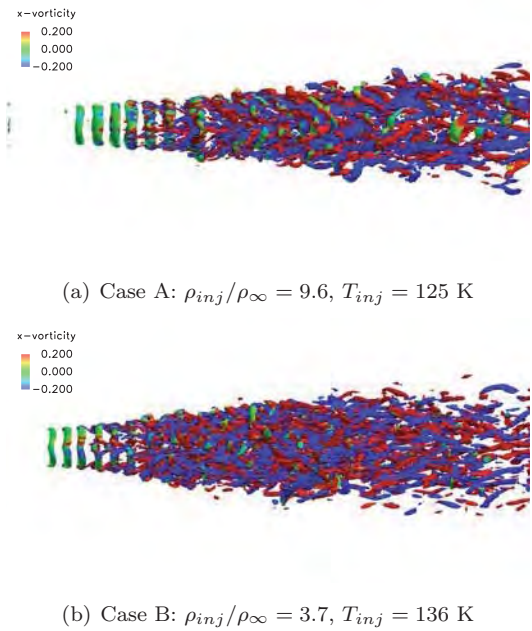


Figure 3: Comparison of instantaneous vortical structure using Q-criterion and vorticity component ω_x between Cases A and B, where $x/D=[0:14.6]$.

件の依存性（乱流変動量の大きさ）も dense-core の長さなどに影響することが知られている [8]。噴流幅を表す half-width, half-maximum (HMHW)[19, 8] を Fig. 5 に示す。本解析結果は、同じ位置で比較すると、狭い噴流幅となっているが、これは、長い dense-core など、本分布が全体的に下流にずれていることに対応している。ただし、噴流幅の成長率（傾き）は、schmitt らの結果とほぼ同じである。噴流構造を代表するこれら平均値に対する本解析の格子収束性は非常に良く、今後の議論は Grid2 の結果を用いる。

Characteristics on mean flow fields

改めて、両ケースの解析結果の比較を Fig. 6 に示す。中心軸上の平均無次元密度と温度分布である。密度分布には、dense-core の長さ変化はあるが、変化の傾向自体に大きな違いは無い。密度比（流量）が大きくなれば、dense-core は長くなり、噴流幅も狭まる（Fig. 5 参照）という、低圧下噴流でも見られる一般的な傾向が確認できる。

温度分布には、前報 [9] ほど顕著ではないが、1) 遷臨界噴射である Case A では、噴流温度の変化が比較的緩やかであること、2) 臨界温度を超えて噴射された Case B では、線形的に減少し、より早く雰囲気温度に近づくようになること、が確認できる。これらの傾向は、Fig. 7 に示す平均温度分布からも確認できる。

このような傾向となるのは、前報同様 [9]、 T - ρ 線図

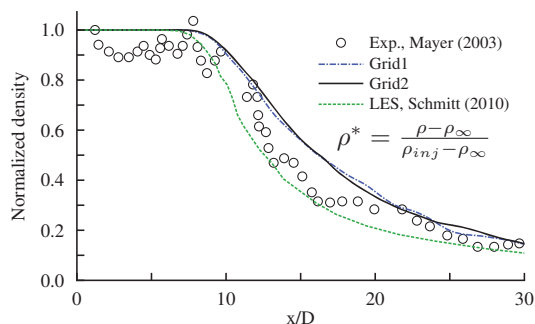
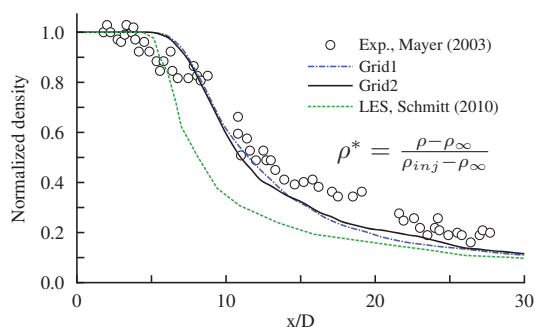
(a) Case A: density ratio $\bar{\rho} = 9.6$ (b) Case B: density ratio $\bar{\rho} = 3.7$

Figure 4: Mean density profiles on the centerline, compared with a measured data and an earlier LES simulation.

により、シンプルかつ明確に説明することができる。Figure 8に示すように、遷臨界噴射である Case A は、雰囲気温度 $T_\infty = 298$ K へ変化する際に、密度は変化しても、温度があまり変化しない領域を通過する (Case A の○から T_∞ へその経路を辿って頂きたい)。一方で、Case B では、 T_∞ への経路において、そのような特異な変化は存在しない。故に、Case A の噴射では、温度変化が密度変化に対して鈍い領域が生成されることになり、これが Fig. 6(b) や Fig. 7 に示された温度分布の傾向に対応する。この T - ρ 線図を用いた説明は、これまで頻繁に用いられてきた定圧比熱がピークを持つという説明 [5, 7, 22] よりも、シンプルであり、応用が利く (異なる条件での噴流場の予測など) ものである。

Characteristics on fluctuations

非定常変動場における特徴を抽出するため、流れ場の幾つかの点に対してスペクトル解析を行った。ちなみに、2次元噴流場では、条件による流れスケールの違いが密度分布からもはっきりと可視化されていたが [9], 3次元場では明確な違いが見られなかった。ここでは、流れ場 2 点, P1: $x/D = 10.0$ and $z/D = 0.5$ と P2: $x/D = 10.0$ and $y/D = 0.5$ (P1 shown in Fig. 9(a))

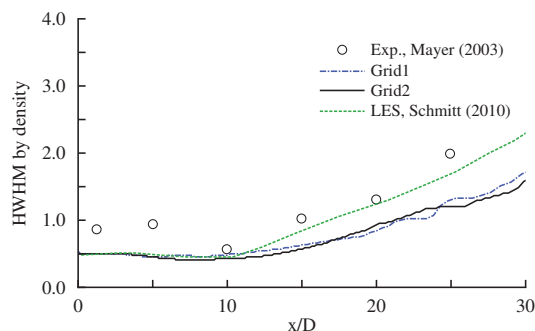
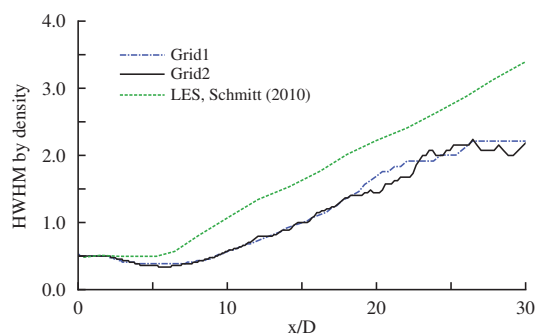
(a) Case A: density ratio $\bar{\rho} = 9.6$ (b) Case B: density ratio $\bar{\rho} = 3.7$

Figure 5: Comparison of HWHM (jet width) with a measured data and an earlier LES simulation.

における非定常データを取得し、 z 方向速度成分ならびに y 方向速度成分をスペクトル解析した結果を Fig. 9 に示す。いずれの点においても、Case A は、高周波領域のパワースペクトルが Case B よりも大きく、小スケールの流れ構造が存在しているといえる。両ケースともレイノルズ数はほぼ同じであることから、前報で議論したように、密度比や状態変化 ($\partial\rho/\partial T$) がその要因と推察される。流れ場構造 (例えば、Fig. 3 の渦構造) とスペクトルによる流れスケールとの関係の理解については、より詳細な考察が必要であり、現在追加の解析を行っているところである。

Case A は、Case B に比べ密度比が大きく、Fig. 8 にある T - ρ 線図からもわかるように、密度勾配を保ちやすい特性を持つ (図を 90 度回転させていただきたい)。また、密度勾配は、渦度方程式における baroclinic torque の生成に寄与し、second instability が誘起されることが知られている [23]。それゆえ、Case A のような遷臨界噴射は、高密度比かつ大きな密度勾配という要因を満たしており、流れの不安定性が誘起され易い条件と考えられる。これは、超臨界噴流、特に遷臨界噴射条件において顕著となるユニークな特性である。

4. Conclusions

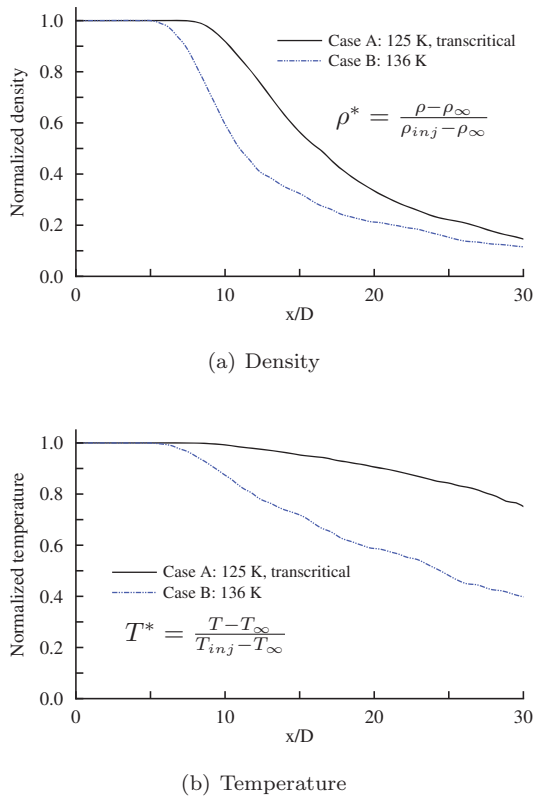


Figure 6: Mean profiles on the centerline with the effect of injection temperature.

著者らが開発した高解像度数値手法を適用し、超臨界圧における3次元円形窒素噴流のLES解析を行った。まず、超臨界圧下における噴流渦構造は、低圧（大気圧）下の気体噴流で報告されている構造と非常に良く似ていることが示された。測定データとの比較により、本手法が超臨界噴流の振る舞いをよく再現できることが示された。そして、これまでに2次元平面噴流解析により得られてきた超臨界圧噴流のユニークな特徴を、3次元流れ場解析においても確認した。これらは、臨界温度を跨ぐ遷臨界噴射という条件において、低温領域である噴流温度が相対的に下流まで維持される、そして、より小スケールの流れ構造が生じる、という特徴であり、それらは、 T - ρ 線図によって、シンプルかつ効果的に説明できることを示した。

参考文献

[1] V. Yang, M. Habiballah, J. Hulka, M. Popp, Liquid rocket thrust chambers: aspects of modeling, analysis, and design, Progress in astronautics and aeronautics.
 [2] B. Chehroudi, D. Talley, E. Coy, Visual characteristics and initial growth rates of round cryogenic jets

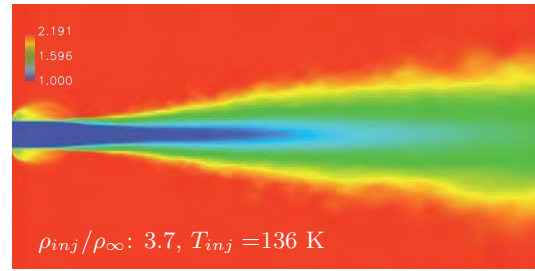
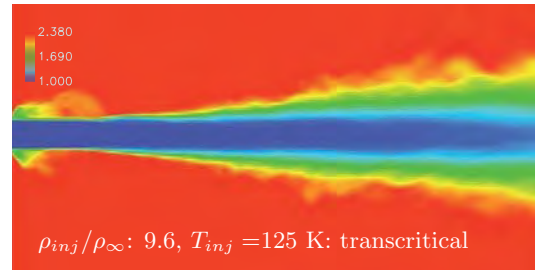


Figure 7: Mean temperature distributions on x - z plane. $x/D = [0 : 20]$ and $z/D = [-7.1 : 7.1]$.

at subcritical and supercritical pressures, Physics of Fluids 14 (2002) 850.

[3] J. Oefelein, V. Yang, Modeling high-pressure mixing and combustion processes in liquid rocket engines, Journal of Propulsion and Power 14 (5) (1998) 843–857.
 [4] N. Okong’o, J. Bellan, Direct numerical simulation of a transitional supercritical binary mixing layer: heptane and nitrogen, Journal of Fluid Mechanics 464 (2002) 1–34.
 [5] R. Branam, W. Mayer, Characterization of cryogenic injection at supercritical pressure, Journal of Propulsion and power 19 (3) (2003) 342–355.
 [6] G. Cheng, R. Farmer, Real fluid modeling of multiphase flows in liquid rocket engine combustors, Journal of propulsion and power 22 (6) (2006) 1373–1381.
 [7] N. Zong, H. Meng, S. Hsieh, V. Yang, A numerical study of cryogenic fluid injection and mixing under supercritical conditions, Physics of fluids 16 (2004) 4248.
 [8] T. Schmitt, L. Selle, A. Ruiz, B. Cuenot, Large-Eddy Simulation of Supercritical-Pressure Round Jets, AIAA Journal 48 (2010) 2133–2144.
 [9] H. Terashima, S. Kawai, Some unique characteristics of trans/supercritical jet mixing flows, in preparation, or 日本航空宇宙学会北部支部 2011 年講演会論文集 (JSASS-2011-H008).
 [10] H. Terashima, S. Kawai, N. Yamanishi, A high-resolution numerical method for supercritical flows with large density variations, accepted for publication in AIAA Journal, or proceedings of ANSS2010 (JSASS-2010-2033-A).

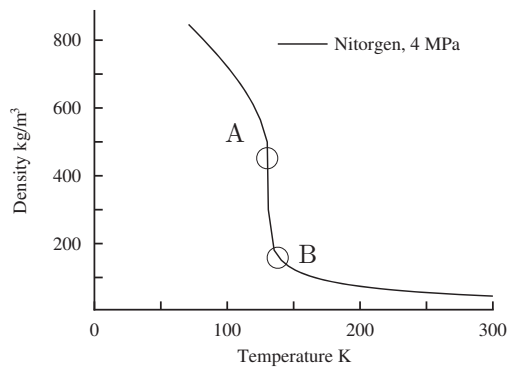


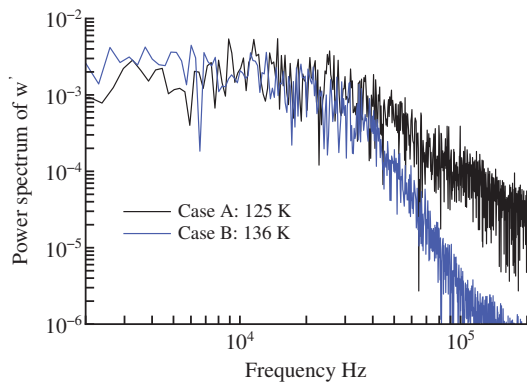
Figure 8: T - ρ diagrams.

[23] J. Reinaud, L. Joly, P. Chassaing, The baroclinic secondary instability of the two-dimensional shear layer, *Physics of Fluids* 12 (10) (2000) 2489.

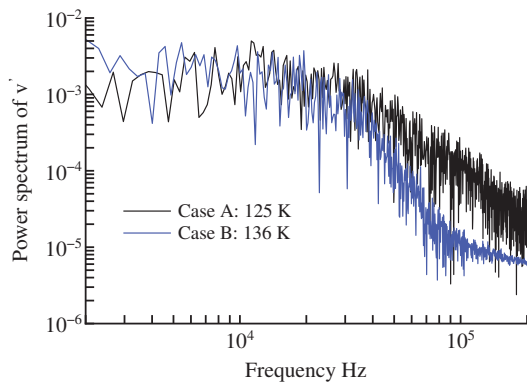
- [11] G. Soave, Equilibrium constants from a modified redlich-kwong equation of state, *Chemical Engineering Science* 27 (6) (1972) 1197–1203.
- [12] C. Zeberg-Mikkelsen, S. Quinones-Cisneros, E. Stenby, Viscosity modeling of light gases at supercritical conditions using the friction theory, *Ind. Eng. Chem. Res* 40 (17) (2001) 3848–3854.
- [13] A. Vasserman, V. Nedostup, An equation for calculation of the thermal conductivity of gases and liquids, *Journal of Engineering Physics and Thermophysics* 20 (1) (1971) 89–92.
- [14] S. Lele, Compact finite difference schemes with spectral-like resolution, *Journal of Computational Physics* 103 (1) (1992) 16–42.
- [15] S. Gottlieb, C. Shu, Total variation diminishing runge-kutta schemes, *Mathematics of Computation* 67 (221) (1998) 73–85.
- [16] D. Gaitonde, M. Visbal, Pade-Type Higher-Order Boundary Filters for the Navier-Stokes Equations, *AIAA Journal* 38 (2000) 2103–2112.
- [17] A. Cook, W. Cabot, A high-wavenumber viscosity for high-resolution numerical methods, *Journal of Computational Physics* 195 (2) (2004) 594–601.
- [18] S. Kawai, S. Lele, Localized artificial diffusivity scheme for discontinuity capturing on curvilinear meshes, *Journal of Computational Physics* 227 (22) (2008) 9498–9526.
- [19] W. Mayer, J. Telaar, R. Branam, G. Schneider, J. Hussong, Raman measurements of cryogenic injection at supercritical pressure, *Heat and Mass Transfer* 39 (8) (2003) 709–719.
- [20] E. Lemmon, M. Huber, M. McLinden, NIST Standard Reference Database 23: Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties-REFPROP, Version 8.0, National Institute of Standards and Technology, Standard Reference Data Program, Gaithersburg, MD.
- [21] 豊田国昭, 噴流の渦 (特集 渦), *ながれ: 日本流体力学会誌* 24 (2) (2005) 151–159.
- [22] Y. Yin, X. Lu, Effects of injection temperature on the jet evolution under supercritical conditions, *Chinese Science Bulletin* 54 (22) (2009) 4197–4204.



(a) Position where fluctuation data are taken. P2 is placed at $x/D = 10$ and $y/D = 0.5$. $x/D = [0 : 14.7]$.



(b) Power spectrum of w' at P1



(c) Power spectrum of v' at P2

Figure 9: Comparison of power spectrum using velocity fluctuations.