

膨張波管内流れにおける境界層の影響に関する数値的研究

赤堀敬法¹, 牧野仁¹, 永田靖典², 山田和彦³, 平岡克己¹, 安部隆士³
 東海大学¹, 東京大学², 宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究所³

Numerical Study of Boundary Layer Effects in Expansion Tube

by

Takanori Akahori¹, Hitoshi Makino¹, Yasunori Nagata², Kazuhiko Yamada³, Katsumi Hiraoka¹, Takashi Abe³
 Tokai University¹, University of Tokyo², ISAS/JAXA³

Abstract

The effect of the boundary layer development associated with the shock wave propagating through the low pressure tube part of the expansion tube was investigated. For this purpose, the low pressure tube flow was simulated by the time-dependent axisymmetric Navier-Stokes equation with ideal gas assumption and coefficient of viscosity given by Sutherland's formula. It is found that because of the finite formulation process of the shock wave, the initial resultant shock speed exceeds the theoretical prediction but, afterwards, the shock speed keeps decreasing because of the boundary layer development initiated from the intersection of the shock wave and the tube wall. Simultaneously, the contact surface is accelerated. As a result, the region between the shock wave and the contact surface becomes narrow and the test flow arrival becomes faster than the theoretical estimations. The present simulation results agree with the experimental results at least qualitatively. However, numerical calculation models must be improved, such as real gas effects or three dimensional calculation.

1. 研究背景

大気圏再突入時における高エンタルピー流を再現する実験装置には衝撃波管や衝撃風洞やバリステックレンジなどがある。これらの高エンタルピー流を作る実験装置の中で、再突入環境により近い気流を再現することのできる装置として膨張波管がある。膨張波管は二段隔膜衝撃波管における第二隔膜を衝撃波到達と同時に衝撃力と熱によって一瞬で破膜させられる膜にすることで、試験気流を淀ませることなく加速させることのできる実験装置である。宇宙航空研究開発機構宇宙科学研究所安部研究室では膨張波管を用いて弱電離プラズマ流中における電磁力による模型周りの衝撃層拡大効果に関する検証実験^{(1),(2),(3)}について実験を行っている。この膨張波管の試験気流は低圧管内を伝播する接触面から膨張波までの気流であり、試験時間は装置の規模や初期条件によるが、数十 μ secから数msecと非常に短い領域である。そのため試験気流は計算と比較して実験における試験気流のタイミング、物理量を見積もる必要がある。計算の方法としては単純理論⁽⁴⁾を用いることが多い。しかしながら実験において計測される衝撃波速度が、熱化学平衡流を仮定した単純理論による衝撃波速度よりも遅くなる。これは管内に発達する境界層の影響によって衝撃波速度が減速されたと考えられている⁽⁵⁾。そこで本研究は理想気体を仮定した

流れに対し、単純理論とCFDによるシミュレーションとを比較し、膨張波管の低圧管における境界層の影響を明確にすることを目的とする。

2. 膨張波管

膨張波管はFig.1に示す概略図のように、高圧部(High Pressure Chamber), 圧縮管(Compression Tube), 中圧管(Medium Pressure Tube), 低圧管(Low Pressure Tube), 観測部からなり、観測部の先は真空層へとつながっている。圧縮管と中圧管との間、中圧管と低圧管との間にはそれぞれ第一、第二隔膜が入っている。高圧部、圧縮管と中圧管は円であり、低圧管は正方形断面の矩形管で

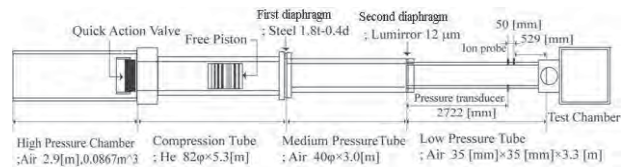


Fig.1 Schematic view of Expansion Tube.

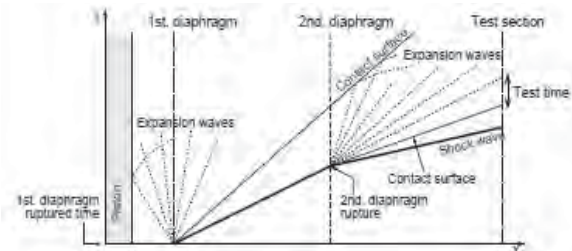


Fig.2 x-t diagram of waves propagation.

ある。本装置は高圧空気を溜めた高圧部を解放することで、圧縮管内の自由ピストンを駆動させ、管内の駆動ガスを断熱圧縮する。高温高圧状態となった駆動ガスは鉄製の第一隔膜を破り、中圧管内を衝撃波が伝播する。第二隔膜はLumirror膜を用いており、中圧管内を伝播した衝撃波は第二隔膜で反射することなく第二隔膜を一瞬で破り低圧管へ伝播する。低圧管内は中圧管内よりも低い圧力に設定しており、これによって衝撃波背後の気流は第二隔膜破膜と同時に加速されて低圧管へと流れる。各管における衝撃波、接触面、膨張波の伝播の時間と距離の関係はFig.2のx-t線図のようになっている。

また低圧管流入口から2.7mの位置とそこから50mm下流の位置で静圧を測定しており、この静圧の立ち上がりの時間差から観測部における衝撃波速度を求める。

3. 単純理論⁽⁴⁾

3.1 単純理論

ここでは衝撃波管や膨張波管内の流れを予測する際よく用いられる理論解である単純理論について述べる。理想気体を仮定した単純理論においては以下の仮定が成り立つ。

- (1) 流れは一次元流れである
- (2) 気体は実在気体効果のない理想気体であり、衝撃波前後の関係を除いて等エントロピー流れである。
- (3) 隔膜は瞬時に破膜し衝撃波は成長過程を経ず初期条件から定まる一定強さの衝撃波が形成され、管内を伝播する。

以上の仮定から、隔膜の上流、下流側の初期圧力、温度、気体の種類から次の式が成り立つ。

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{2\gamma_1 M_s^2 - (\gamma_1 - 1)}{\gamma_1 + 1} \left\{ 1 - \frac{\gamma_4 - 1}{2a_4} \left[M_s - \frac{1}{M_s} \right] - u_4 \right\}^{\frac{2\gamma_4}{\gamma_4 - 1}} \quad (1)$$

(1)式より高圧、低圧側における圧力比 P_4/P_1 を与えることで繰り返し計算によって衝撃波マッハ数 M_s を求めることができる。ここで P_1 、 P_4 はそれぞれ高圧、低圧側での初期圧力であり、 a_4 、 a_1 はそれぞれ高圧、低圧側での初期状態における音速であり、 γ_4 、 γ_1 はそれぞれ高圧、低圧側における気体の比熱比である。また u_4 は高圧側における流速である。中圧管内の衝撃波マッハ数を見積もる場合は $u_4=0$ となるが、低圧管の衝撃波マッハ数を見積もる場合、高圧側の条件が中圧管の衝撃波背後の流れとなるため u_4 は0ではない。(1)式より求められた衝撃波マッハ数から衝撃波前後におけるRankine-Hugoniotの関係、接触面前後における圧力、流速が等しい関係、膨張波前後における等エントロピーの関係を用いることで各波前後の物理量を見積もることができる。低圧管内も同様にして求めることができ

るが、初期条件は中圧管内の衝撃波背後の気流と低圧管の初期状態から求めることとなる。衝撃波、接触面、膨張波伝播速度が求められると、第二隔膜破膜の瞬間からの経過時間から低圧管の流入口からの衝撃波、接触面、膨張波の伝播距離を求めることができる。

$$\begin{aligned} x_{shock} &= U_l t \\ x_{contact} &= u_l t \\ x_{expansion} &= (u_l - a_l) t \end{aligned} \quad (2)$$

ここで t は低圧管内を衝撃波が伝播した経過時間であり、 x_{shock} は衝撃波伝播距離、 $x_{contact}$ は接触面到達距離、 $x_{expansion}$ は膨張波先頭の伝播距離、 U_l は低圧管内の衝撃波速度、 u_l 、 a_l はそれぞれ低圧管内の衝撃波背後の気流の流速と接触面背後の音速である。

3.2 計算条件

Table.1に単純理論にて中圧管、低圧管内における衝撃波背後、接触面背後の物理量を求める条件を示す。気体は全領域において理想気体であると仮定する。第一隔膜破膜時の温度は圧縮管と第一隔膜破膜圧を用いて求める。中圧管内の物理量は第一隔膜破膜時の条件と中圧管の初期状態の値を用いて求める。低圧管については求められた中圧管内の衝撃波背後の条件と低圧管の初期条件を用いて計算する。

中圧管内の衝撃波背後物理量については後述するCFDの中圧管の初期条件にも用いる。ここでCase1,2は実験で行われた条件であるが、Case3については中圧管の初期圧をCase1とCase2の中間の気流条件を設定した。

4. CFD

4.1 基礎方程式

ここでは低圧管内の流れを解くための基礎方程式について述べる。基礎方程式は低圧管内を円管であると仮定すると(3)式に示す軸対称圧縮性Navier-Stokes方程式⁽⁶⁾を用いることができる。

Table1 Initial Condition for Theory.

	Case1	Case2	Case3
Compression Tube			
Gas	He	He	He
Static Pressure	101.3 kPa	101.3 kPa	101.3 kPa
Temperature	300 K	300 K	300 K
After 1st Diaphragm rupture			
Static Pressure	50 MPa	50 MPa	50 MPa
Medium Pressure Tube			
Gas	Air	Air	Air
Static Pressure	1 kPa	10 kPa	5 kPa
Temperature	300 K	300 K	300 K
Low Pressure Tube			
Gas	Air	Air	Air
Static Pressure	4 Pa	4 Pa	4 Pa
Temperature	300 K	300 K	300 K

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{E}_v}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial y} + \mathbf{H}_v \quad (3)$$

方程式は有限体積的に離散化し、時間積分はオイラー陽解法、対流項についてAUSM-DVスキーム⁽⁷⁾、粘性項について二次精度中心差分を用いて評価した。

ここで式(3)における \mathbf{Q} は保存量であり、 \mathbf{E} 、 \mathbf{F} 、 \mathbf{H} はカーテシアン座標系での x, y 方向、周方向における対流項、 \mathbf{E}_v 、 \mathbf{F}_v 、 \mathbf{H}_v はそれぞれの方向における粘性項である。これらのベクトル内の各成分については全領域において理想気体と仮定すると次のようになる。

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (\rho e + p)u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (\rho e + p)v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \frac{1}{y} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ (\rho e + p)v \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{E}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + \kappa \frac{\partial T}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + \kappa \frac{\partial T}{\partial y} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_v = \frac{1}{y} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ 2\mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{v}{y} \right) \\ u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + \kappa \frac{\partial T}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (5)$$

ρ は密度、 u, v はそれぞれの方向の流速、 e は全エネルギーであり、 τ はそれぞれの方向における応力テンソルである。また κ は熱伝導係数である。方程式中に含まれる粘性係数は(6)式に示すSutherlandの式を用いて評価を行った。

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{T_0 + C}{T + C} \right) \quad (6)$$

低压管内は理想気体の空気であるため $C=110$ とし、 $T_0=298.15\text{K}$ における粘性係数 $\mu_0=1.82 \times 10^{-5}\text{Pa}\cdot\text{s}$ を基準として評価した。

4.2 計算条件

ここではCFDによる計算条件について述べる。初期条件においてはTable2に示す。全計算領域を理想気体の空気と仮定し、円管の半分のみを解く。計算領域については、Fig.3に格子の一部を示すが直径17.5mm、長さ3.5mの円管に対して、格子間隔は流れ方向に2mmの等間隔に分布させ、半径方向は壁付近で最小の 9.0^{-2}mm の格子間隔とし、不等間隔に分布させた。境界条件について流入条件は、単純理論を用いて求めた中圧管内における衝撃波背後の気流の物理量を一定として与える。低压管内における初期条件は実験における初期条件を用いて計算を行う。壁面条件は断熱、滑りなしとし、中心軸上は対称条件とした。計算は第二隔膜が破膜した後から始め、破膜による気流への影響はないものとする。

Table2 Initial Conditions for Simulation of Low Pressure Tube.

	Case1	Case2	Case3
Behind Shock Wave in Medium Pressure Tube			
Gas	Air	Air	Air
Static Pressure	548.6 kPa	2.92 MPa	1.82 MPa
Temperature	$2.77 \times 10^4 \text{ K}$	$1.49 \times 10^4 \text{ K}$	$1.85 \times 10^4 \text{ K}$
Velocity	6.26 km/s	4.56 km/s	6.14 km/s
Low Pressure Tube			
Gas	Air	Air	Air
Static Pressure	4 Pa	4 Pa	4 Pa
Temperature	300 K	300 K	300 K

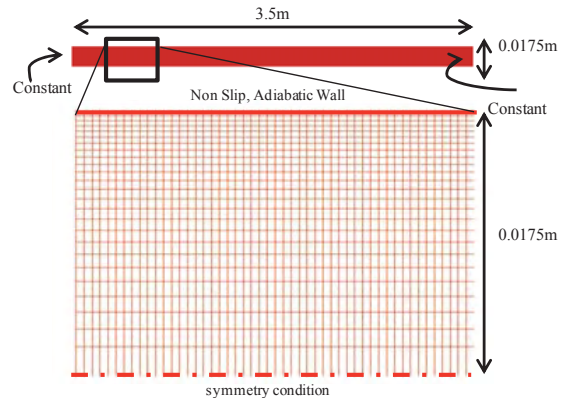


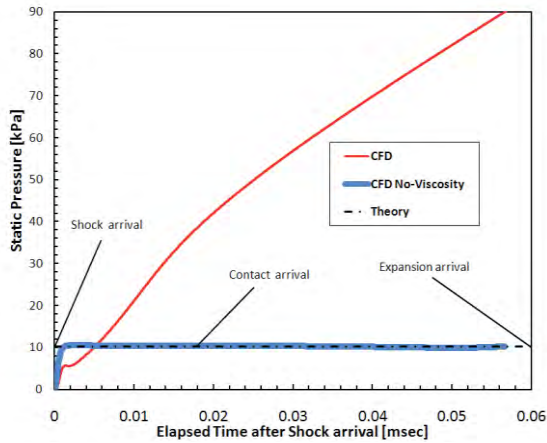
Fig.3 Grid and Boundary Conditions

5. 結果

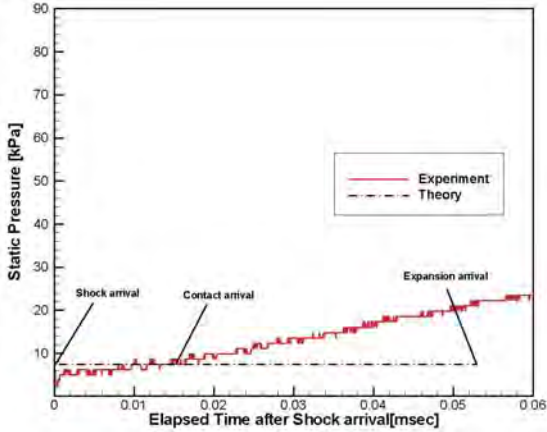
5.1 境界層の静圧履歴への影響

ここでは実験と計算の結果について定性的に比較する。Fig.4にCase1, 2における静圧履歴を示す。静圧履歴は計算と実験ともに低压管の隔膜から2.7mの位置において衝撃波が到達した時刻を0secとした時間履歴である。図の対応としては、(a), (c)がCFDによる圧力履歴であり、(b), (d)は実験における圧力履歴である。また(a)と(b)がCase1, (c)と(d)がCase2における静圧履歴である。なお(a)のCase1のCFDによる静圧履歴には方程式の粘性項を0とし、壁面の条件を滑り壁とした非粘性の計算結果も示す。各図の圧力履歴と共に示した理論値は(a), (c)のCFDの結果については理想気体での単純理論より、(b), (d)の実験結果については熱化学平衡流を仮定した単純理論により求めた静圧履歴を示す。

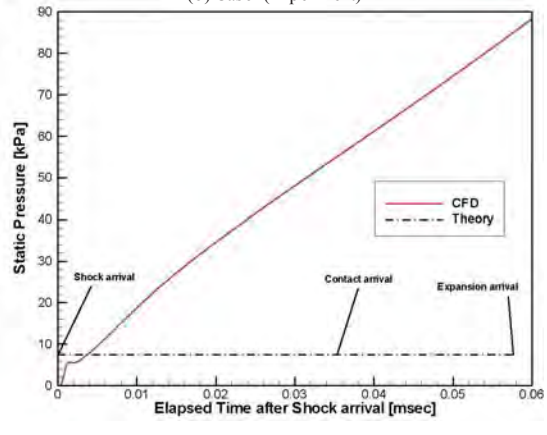
(a)では理論値と非粘性での静圧は一致しているが、境界層を考慮した場合、理論値よりも低い値を経た後に上昇していく。理論解の静圧が一定であることに對して、静圧が連続的に上昇するという傾向は一致しており、(c)と(d)のCase2結果についても同じ傾向が確認できるが、(b)については仮定している流れがCFDと異なるため、理想気体の結果と傾きに差がある。静圧は境界層の影響によって連続的に上昇していくことが分かり、境界層の静圧に対する影響は無視できない現象であると言える。



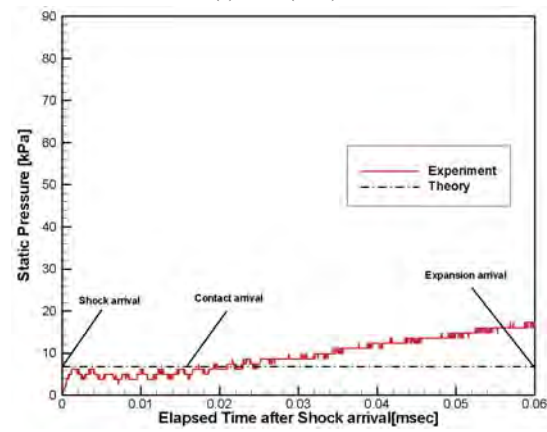
(a) Case1(CFD)



(b) Case1(Experiment)

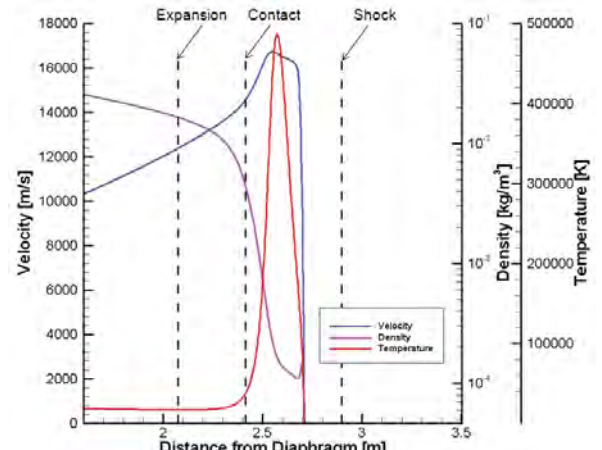


(c) Case2(CFD)

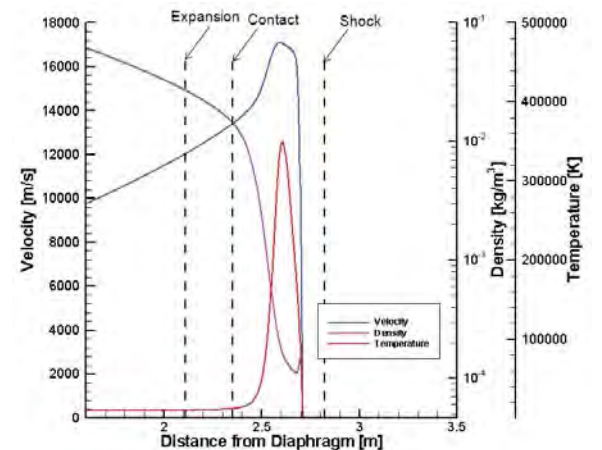


(d) Case2(Experiment)

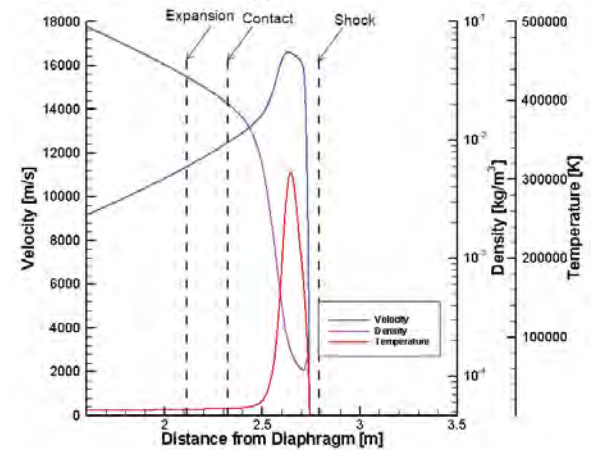
Fig. 4 Static Pressure History



(a) Case1



(b) Case3



(c) Case2

Fig.5 Compare Waves Arrival Distance with CFD and Theory

5.2 各波の到達位置の比較

ここでは観測される衝撃波と接触面の到達の傾向について見るため、単純理論との比較を行う。Fig.5にCFDにおける衝撃波が低圧管の隔膜から2.7mの位置に到達した瞬間の中心軸上の速度、密度、温度の流れ方向における分布を示す。図中の破線はCFDの結果と同じ時刻における単純理論での衝撃波、接触面、膨脹波それぞれの波の到達位置を示す。流れは図の左から右へ流れているとし、衝撃波と接触面が有限の厚みを持って

いるとすると、CFDにおける衝撃波の到達位置は全ての物理量の1つ目の不連続な立ち上がりとして考え、接触面の位置については密度の2回目の立ち上がりと温度における立下りとして考えられる。

単純理論における衝撃波到達位置をCFDの結果を比べると、単純理論よりも衝撃波が遅くなっていることが分かる。これに対してCFDにおける接触面の先頭は理論解における接触面到達位置を超えている。接触面が速くなる現象は、境界層による空力的な断面積変化によって加速されたと考える。これらの傾向は気流条件を変更した場合にも同じではあるが、理論解との衝撃波、接触面到達位置の差は条件によって異なる。これらのことから試験気流の到達予測の計算は境界層が発達することを考慮した上で行う必要があると考える。

5.3 衝撃波速度への影響

ここでは境界層の影響による衝撃波速度の変化をみるため、単純理論とCFDによる結果について比較する。Fig.6に伝播距離に伴う、衝撃波速度の変化を示す。単純理論においては境界層の影響が無い場合衝撃波速度は一定であるが、CFDにおいては低圧管流入後に上昇した後、境界層の影響によって連続的に下がる。速度が下がる現象は境界層による衝撃波速度の減衰であると考えられる。ただし、衝撃波が加速する現象は境界層の影響と切り分ける必要がある。Figs.6に距離に伴う衝撃波速度の変化を示すが、どの条件においても流入直後に衝撃波速度の上昇があり、単純理論よりも大きな衝撃波速度となる。衝撃波の加速現象は他の実験でも確認されており、初期の圧力比が 10^4 を超える場合にこの現象が起こる⁽⁸⁾。この現象は衝撃波の形成過程による影響である。衝撃波の形成過程を見るため、Fig.7に非粘性の条件での中心軸上の温度の距離と時間の分布を示す。この図は波動線図として見ることができ、温度が300Kから不連続に上昇している点は衝撃波の到達を示す。一般に衝撃波到達後の気流において衝撃波の背後は温度が一定の領域があり接触面が到達すると温度は不連続に下がる。この図では100000Kを最大の温度として設定したが、0.5mの位置に衝撃波が到達したときに100000Kを超える温度分布が現れ、その後不連続に下がる事が確認できる。0.5m以前では温度は100000Kよりも低く、衝撃波到達後の不連続な現象は確認できない。0.5mより前で衝撃波が加速しながら形成している過程であることがわかる。この波動線図の構造はWhiteのモデル⁽⁹⁾や多段モデル⁽¹⁰⁾による過程と一致する。よってCFDの結果において衝撃波速度が単純理論よりも上昇する現象は境界層の影響ではなく連続圧縮波によって形成される衝撃波の形成過程を捉えているからであると考えられる。

次に粘性の影響を検証するため、Reynolds数を任意に

変化させたときの衝撃波速度の変化をFig.7に示す。Case2の条件において粘性係数を変更し気流Reynolds数を変化させた場合と、粘性項を0とした非粘性における衝撃波速度の変化を示す。粘性がある場合には、衝撃波速度は非粘性よりも連続的に下がる。Case2の計算条件よりもReynolds数を高くすると衝撃波速度が減少するタイミングが遅くなり、非粘性の計算結果に近づく。これより膨張波管内の衝撃波速度の減少は粘性の大きさと相関性があると言える。

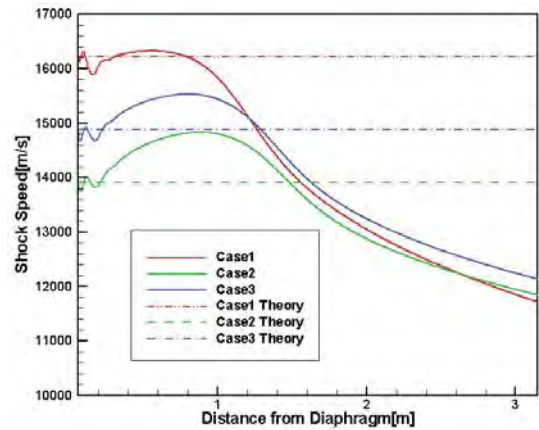


Fig.6 Propagation Distance affects Shock Speed Reduction

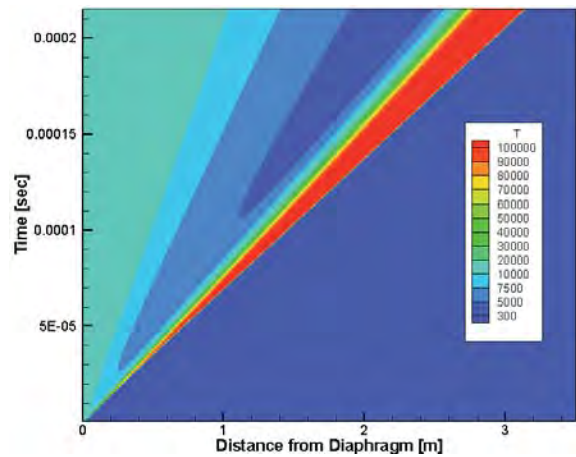


Fig.7 x-t Diagram

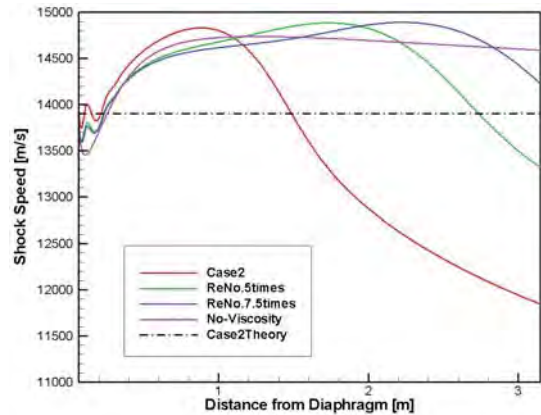


Fig.8 Shock Speed Reduction depends on Reynolds number

6. まとめ

本研究では膨張波管の低圧管内部に発達する境界層の影響について定性的評価を行うため、理想気体を仮定した円管内の流れに対し数値シミュレーションを行った。

CFDによる結果と実験による圧力履歴の比較から、境界層の影響によって静圧履歴は連続的に上昇する傾向があることが分かった。また衝撃波速度については衝撃波の形成過程の影響で単純理論よりも高い衝撃波速度が得られるが、その後境界層の影響を受けて連続的に遅くなる傾向にあることが分かった。衝撃波速度に対して接触面は速くなる傾向にあり、これによって試験気流の到達は単純理論の予測よりも速くなると考えられる。

これらの傾向は単純理論による見積りには現れないため、気流の見積もりは境界層の影響を考慮した上で計算する必要がある。

本研究解いた流れ場は化学反応を考慮していないため、実験における流れにそのまま当てはまるとは言えない。そのため熱化学平衡のモデルを含めたより実際に近いモデルを用いた定量的な計算を行うことが今後の課題となる。

参考文献

- (1) 谷藤鉄也：再突入飛行における印加磁場効果による衝撃層拡大現象に関する実験的研究，東京工業大学大学院 平成 20 年度修士論文，2009.
- (2) 和才克己：極超音速流中における 25°-55°二重円錐モデル周りの流れ制御，東海大学大学院 2009 年度修士論文，2010.
- (3) 牧野仁：Expansion tube を用いた電磁力による衝撃層制御に関する研究，東海大学大学院 2010年度修士論文，2011.
- (4) 生井武文，松尾一泰：衝撃波の力学，コロナ社，1983.
- (5) Y. Nagata, K. Wasai, H. Makino, K. Yamada, T. Abe：Test Flow Conditions for the Expansion Tube Experiment, AIAA Paper 2010-4786, 2010.
- (6) 久保田弘敏，鈴木宏二郎，糸貫忠晴：宇宙飛行体の熱気体力学，東京大学出版，pp. 251-252, 2002.
- (7) Y. Wada, M. S. Liou：A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities, AIAA 94-0083, 1994.
- (8) 生井武文，松尾一泰，永井実：衝撃波管の空力特性に関する研究(第 1 報，直径が性能に及ぼす影響)，日本機械学会論文集(第 2 部)，34 巻，267 号，pp. 1961-1968, 1968.
- (9) D. R. White：Influence of diaphragm opening time on shock-tube flows, J. Fluid Mech., 4-6, 585, 1958.
- (10) 生井武文，松尾一泰，永井実：衝撃波管の空力特性に関する研究(第 2 報，衝撃波の形成について)，日本機械学会論文集(第 2 部)，34 巻，267 号，pp. 1969-1976, 1968.