

UDC 629.16  
527.6  
621-50

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-161

宇宙飛しょう体の直接式最適誘導法

新田慶治・松島弘一

大坪孔治・志甫 徹

1968年8月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- TR-140 流線法によるダクト流れ  
Streamline-Curvature Approach to Duct Flow Problems 1967年9月 藤井昭一, 宇野威信
- TR-141 マトリクス内力法による半張殻構造の応力解析について  
Semi-Monocoque Structures Solved Numerically by the Matrix Force Method 1967年10月 川島矩郎
- TR-142 動的模擬模型による姿勢のオンオフ制御実験  
Experimental Studies on Some On-Off Attitude Control Systems Using a Dynamic Model 1967年10月 樋口一雄, 堀川勇壮  
村上力, 小川敏雄  
真柳光美
- TR-143 高負荷燃焼器の一次燃焼領域の研究  
Experimental Studies on the Primary Zone of High Intensity Combustors 1967年10月 鈴木邦男
- TR-144 円管流の非定常熱伝達  
第2報 薄い壁の場合  
Transient Heat Transfer through a Thin Circular Pipe Due to Unsteady Flow in the Pipe 1967年11月 林 二識, 井上建二
- TR-145 ロケット用耐熱材料の研究  
Study on the Heat Insulation Materials for Rocket 1967年11月 古田敏康
- TR-146 半導体歪ゲージを用いる小型高感度加速度計の研究  
Study on the Miniature Type High Sensitivity Accelerometer Using Semiconductor Strain Gages 1967年11月 田畑浄治, 大坪孔治  
滝沢 実
- TR-147 固体ロケットモータのノズルにおける熱伝達の実験的研究  
—プロペラント内へ添加されたアルミニウムの影響—  
An Experimental Investigation of Heat Transfer in the Nozzle of High-Aluminized Solid Rocket 1967年11月 五代富文, 湯沢克宜  
伊藤克弥, 西村久男
- TR-148 失速角以上で振動する翼のまわりの流れの観察  
—失速フラッタの研究(I)—  
Optical Observation of the Separated Flow around an Oscillating Aerofoil at High Mean Angles of Attack with Special Reference to Stall Flutter 1968年2月 中村泰治, 磯貝紘二  
江尻 宏
- TR-149 よどみ点におけるグラファイトのアブレーションの実験的研究  
An Experimental Study of the Ablation of Graphite in the Stagnation Region 1968年2月 相原康彦, 野村茂昭  
渡辺泰夫
- TR-150 強化プラスチックの熱的物性値について  
(輻射加熱による測定)  
The Measurement of Thermal Properties of Reinforced Plastics at Temperatures up to 150°C (Infra-red Radiation Method) 1968年2月 小川敏一, 野口義男
- TR-151 空気力学的加熱の少ない極超音速飛しょう体  
Minimum Heat Transfer Body at Hypersonic Speeds 1968年3月 相原康彦
- TR-152 二次元二重円弧翼列の遷音速実験  
High Speed Tests of Compressor Cascades with Double Circular Arc Blade Sections 1968年3月 近藤 博, 義田光弘  
山崎紀雄, 古川 昇
- TR-153 アーク加熱衝撃波管による物体のまわりの高温気流の研究  
Study of High Temperature Flow around Body Using an Arc-Driven Shock Tube 1968年4月 松崎利一, 上瀬千春

# 宇宙飛しょう体の直接式最適誘導法\*

新田 慶治\*\*・松島 弘一\*\*  
大坪 孔治\*\*・志甫 徹\*\*

## An Optimal Explicit Guidance Equation for Space Vehicle

By Keiji NITTA, Kōichi MATSUSHIMA,  
Kōhji OTSUBO and Tōru SHIHO

A fuel-minimizing explicit guidance equation for the orbit injection of rocket was developed in two-dimensional space.

In this formulation, the fuel burning rate and magnitude of thrust were assumed constant, and the motion of rocket was assumed to be subject to the average inverse-square gravity, but with negligible atmospheric effects.

The optimum thrust angle for obtaining the given velocity vector in the shortest time with minimizing fuel consumption was first determined, and then the additive manipulated thrust angle for targeting the final position vectors was determined by using Pontryagin's Maximum Principle.

Finally, the digital simulations for a rocket guidance were carried out by using HITAC 5020. From these results, it is clarified that this guidance equation has adequate performance, and its controllable region is broader than that of the linearized thrust angle guidance equation.

### 1. ま え が き

あらかじめ計算され、設定された飛しょう径路にそ  
うようロケットを飛しょうさせ、人工衛星を目的の軌  
道に乗せるためには、誘導および制御が必要となる。  
このうち誘導の方式は開ループ方式と閉ループ方式の  
二つに大別される。開ループ方式とは、いわゆるプロ  
グラム誘導方式で、周知のごとく第二次大戦中使用さ  
れたドイツの V-2 号で代表されるが、誘導方式とし  
てはもっとも初歩的なものである。次に閉ループ方式  
であるが、現在広く用いられているものとしては、つ  
ぎの方法がある。

#### (1) 摂動式誘導法

(Perturbation Guidance Method)<sup>2),3)</sup>

#### (2) 直接誘導法

(Explicit Guidance Method)<sup>15)~27)</sup>

前者による方法は、あらかじめ計算された基準軌道  
に関して飛しょう体の運動方程式を、摂動法により線

形化して誘導関数を導き、基準軌道から実際の軌道の  
ずれを検知し、そのずれの量に応じて操作量を修正し  
てゆく方法である。これは誘導方程式を線形化して取  
り扱うため飛しょう中におこなわれる計算は簡単にな  
り、かつ基準軌道からのずれが小さいときには非常に  
精度が良いのが利点である。しかし基準軌道から大き  
くずれた場合には線形化それ自身が問題となり適用す  
ることがむずかしくなる。したがって当然誘導関数の  
機能は劣化し、ミッションの成功率は低下するものと  
考えられる。一方後者の直接式誘導法は、現時点およ  
び目標点における位置や速度ベクトルなどの境界条件  
のもとで、最短時間、燃料最少などの性能指標を満足  
する最適操作量を、飛しょう体の運動方程式を直接解  
くことによって求める方法である。一般にこの方法の  
利点としては、つぎの三つが挙げられている。

(1) 飛しょう前の基準軌道の計算(Pre-Flight Com-  
putation)が除去できる。

(2) 誘導計算に必要な係数の数が摂動法に比べて少  
ない。

(3) 飛しょう環境および飛しょう体自体の予期せぬ

\* 昭和43年7月19日受付

\*\* 計測部

変化，すなわちオフ・デザイン・コンディションに対する適応性が広い。

しかし飛しょう径路の予備計算は，いずれにしろ一応は行なわねばならぬものであり，誘導方程式の優劣を論じる場合には，(1) は本質的な特長とはいえない難いものと思われる。また，誘導計算に必要な係数の数は，制御変数の選択いかんに関係するため一概には直接式誘導法の利点とはいえない難いと思われるが，摂動式誘導法の場合には，基準軌道に関する大量の情報を必要とすることを考えれば，(2) は直接式誘導法の利点といえるかもしれない。したがって最後の (3) に挙げられている利点が，この方法の本質的な利点だと考えられる。この方法は現時点と終端目標点を値とする 2 点境界値問題を，非線形な運動方程式を用いて解くので，摂動法に比べて計算に時間がかかるものと思われる。しかし，この点に関しては実時間で計算するために種々の簡略化がなされている。最適飛しょう径路，最適操舵，最適誘導等と称しても，飛しょう体の運動方程式，大気密度，重力場，発射条件等の数式モデル化の誤差は避けられぬため，このように簡略化した運動方程式を導入したからといって，実物に対する最適度が低下すると考える必要はなく，これはむしろ実用上の見地から検討すべき問題であろうと思われる。したがって，近年とみに盛んになってきた Suboptimal の概念にもとづいた誘導方法と考えるべきである。たとえば，誘導の問題は，大きく分類すれば最適制御の問題に入るが，一般に現在までの最適制御に関する研究では，最適制御量の決定を行なうために要する計算時間に関しては，ほとんど論じられていない状態である。しかし誘導計算の場合には，制御量の決定は実時間でおこなわれなければならない，したがって計算実行時間のことまで考慮に入れた最適制御を考える必要がある。

以上，2 方法についての簡単な比較からもわかるように，直接式誘導法は実時間で計算され得るように運動方程式の適当な簡略化ができれば，摂動式誘導法に比べて誘導可能領域が広い，ミッションの成功率は高まる。このような理由から，現在の米国における有人衛星の大部分のものがこの直接式誘導法を採用している。たとえば，文献 22)～24) に示されている方法は，アポロ宇宙船の打上げに用いられるサターン V 型ロケット用のもので，これまでに用いられた直接式の誘導法としては，簡単でしかもかなり誘導精度の高い点で，もっともすぐれたものであろうと思われる。

上記サターン型に用いられている誘導方程式は必要

な操作量を線形近似で求めているいわゆる線形化された推力角の直接誘導方程式 (付録参照) とも称すべきものであるが，われわれは，このような仮定を行なわず，最大原理<sup>28), 29)</sup> を用いることによって直接，非線形な解を求めた点，これまでの方法の一つの拡張といえよう。なおこの誘導方程式はピッチ面のみの運動を取り扱っているが，ヨー面内の運動は一般にピッチ面の運動に比較して小さな場合が多く，また人工衛星等を打ち上げる場合には，軌道面変更のときに考慮すればよいなどの理由から，さほど重要な要素ではないと思われるので省略した。また，この求めた誘導方程式の実用性を確かめるために，ロケットの適当なモデルを設定して赤道面内における誘導シミュレーションにより誘導可能領域を求め，線形化された推力角の誘導方程式によるものと比較した結果，誘導可能領域が拡張されていることを確かめたので，ここに報告する。

## 2. 記号

$a, b, c, d$ : 積分定数

$F$ : 推力

$g_0$ : 地球表面での重力加速度

$g$ : ロケットに作用する重力加速度

$g_T$ : 目標点における重力加速度

$g^*$ : 平均化重力加速度

$H$ : ロケットの高度 ( $=R-R_0$ )

$\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2$ : ハミルトニアン

$I_{sp}$ : 燃料の比推力

$m_0$ : 現時刻でのロケットの質量

$m$ : 時刻  $t$  でのロケットの質量

$R_0$ : 地球半径

$R$ : 地球中心からロケットまでの距離

$R_T$ : 地球中心から目標点までの距離

( $=\eta_{fT}$ )

$t$ : 時間

$T$ : 燃焼終了時間

$V$ : ロケットの速度

$V_{ex}$ : 燃料排気速度

$\Delta V$ : ロケットの特性速度増分

$\xi_0 \sim \eta_0$ : ロケット発射地点に固定された地球中心の慣性座標系 (図 1 参照)

$\xi \sim \eta$ : ロケットの位置を示す地球中心の回転直交座標系 (図 1 参照)

$\xi_f \sim \eta_f$ : 誘導目標点に固定された地球中心の慣性座標系

$\xi_{f0}, \eta_{f0}$ :  $\xi_f \sim \eta_f$  座標系で表わした初期点

$\xi_{fT}, \eta_{fT}$ : 目標点

$\gamma$ :  $\xi \sim \eta$  座標系における径路角

$\delta$ :  $\xi_f \sim \eta_f$  座標系における最適操作量

$\theta$ :  $\xi_0 \sim \eta_0$  座標系における推力角

$\tau$ :  $-(m_0/\dot{m})$

$\phi$ : 発射点から測ったレンジ角

$\phi_T$ : 発射点から測った目標点のレンジ角

$\phi^*$ : 平均化レンジ角

$\chi$ :  $\xi_f \sim \eta_f$  座標系における推力角

$\chi^*$ :  $\xi_f \sim \eta_f$  座標系における最適推力角

( $\cdot$ ), ( $\ddot{\cdot}$ ): 一階および二階の時間微分

### 3. 最適推力角の決定

ロケットの運動を完全に記述するためには、ロケットの形状による空気力、慣性力、制御力および機体の振動減衰係数等を考えた、三次元六自由度の運動方程式を解かなければならない。しかしながら、一般にロケットを誘導している時間は、機体の姿勢制御応答時間に比して十分長く、かつ突風などの過渡的な外乱の加わる大気層を通り抜けてしまえば、外乱はほとんど存在しないため、姿勢の過渡的状态は、ロケットの飛しょう径路に対して大きな影響を与えないものと考えられている。すなわち、一般の衛星の打上においては、大気層を抜けるまでは、空気力、慣性モーメント、制御力および減衰係数を考えたオープンループのプログラム誘導を行ない、大気層を抜けた後、質点計算による閉ループの誘導をおこなっている。

以上のような理由から、閉ループの誘導を始める時点からのちのロケットの運動は質点計算に従うものとし、かつ空気力の影響も無視できるとして、図に示す

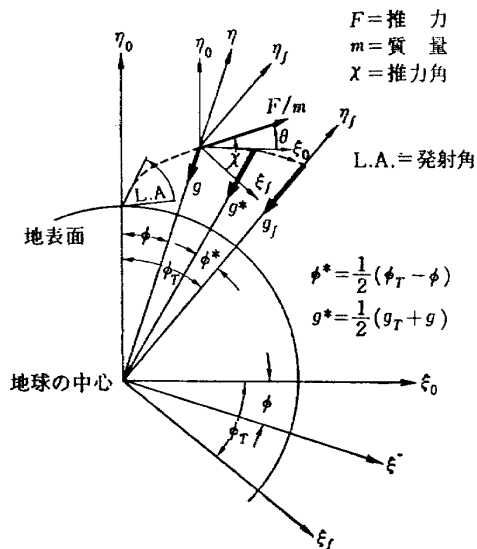


図1 座標系

$\xi_f \sim \eta_f$  座標系を用いて表わせば、次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\xi}_f &= \left(\frac{F}{m}\right) \cos \chi + g \sin (\phi_T - \phi) \\ \ddot{\eta}_f &= \left(\frac{F}{m}\right) \sin \chi - g \cos (\phi_T - \phi) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

(3.1) 式を用いて最適推力角を求めるためには、 $g$ 、 $\phi$  を時間の関数として表わす必要があるが、これは一般にロケットの飛しょう径路の関数となるため、非常に複雑な形となり簡単な形で解は求まらないので、実時間計算を行なうためには計算時間の制約上、これを適当な形に簡易化しなければならない。ここでは、その一つの方法として、現時点での  $g$ 、 $\phi$  と目標点でのそれとの平均をとり各回の計算中は一定とする。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \phi^* &= (\phi_T - \phi) / 2 \\ g^* &= (g_T + g) / 2 \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

このような仮定をおこなっても、閉ループの計算では、時々刻々  $g^*$ 、 $\phi^*$  は計算しなおされ、ロケットが目標点に近づくにつれて、 $g^*$ 、 $\phi^*$  はそれぞれ  $g_T$ 、 $\phi_T$  に収れんするので、さほど大きな問題はないものと思われる。したがって、これを用いて (3.1) 式を書きなおすと次式が得られる。

$$\ddot{\xi}_f = \left(\frac{F}{m}\right) \cos \chi + g^* \sin \phi^* \quad (3.3)$$

$$\ddot{\eta}_f = \left(\frac{F}{m}\right) \sin \chi - g^* \cos \phi^* \quad (3.4)$$

ここで  $F/m$  を次のように変形する。

$$\begin{aligned} \frac{F}{m} &= \frac{F}{\dot{m}} \cdot \frac{\dot{m}}{m_0 + \dot{m}t} \\ &= \frac{F}{\dot{m}} \cdot \frac{1}{(m_0/\dot{m}) + t} = V_{ex} \frac{1}{\tau - t} \end{aligned} \quad (3.5)$$

これを (3.3)、(3.4) 式に代入すると

$$\ddot{\xi}_f = V_{ex} \frac{1}{\tau - t} \cos \chi + g^* \sin \phi^* \quad (3.6)$$

$$\ddot{\eta}_f = V_{ex} \frac{1}{\tau - t} \sin \chi - g^* \cos \phi^* \quad (3.7)$$

上述のような仮定をおこなえば、各計算時間中に働く重力は一定ゆえ、かかる重力場の中で、推力一定のロケットに対して、燃料最少で目標点における速度ベクトル条件を満足するような最適制御は、最短時間制御問題となる。したがって、評価関数  $J_1$  は次式のようになる。

$$J_1 = \int_0^T dt \quad (3.8)$$

いま

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \xi_f \\ x_2 &= \eta_f \\ x_3 &= 1 \quad (\text{ただし } x_3 = t) \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

とおけば、最大原理に関するハミルトニアンは

$$\mathfrak{H}_1 = P_1 \dot{x}_1 + P_2 \dot{x}_2 + P_3 - 1 \quad (3.10)$$

ここで、補助関数  $P_1, P_2, P_3$  に対しては次の関係が成立つ。

$$\left. \begin{aligned} \dot{P}_1 &= -\frac{\partial \mathfrak{H}_1}{\partial x_1} = 0 \\ \dot{P}_2 &= -\frac{\partial \mathfrak{H}_1}{\partial x_2} = 0 \\ \dot{P}_3 &= -\frac{\partial \mathfrak{H}_1}{\partial x_3} = \frac{-1}{(\tau - x_3)^2} \{P_1 \cos \chi \\ &\quad + P_2 \sin \chi\} \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

これから  $P_1, P_2, P_3$  は次のようになる。

$$P_1 = a, \quad P_2 = b \quad (3.12)$$

$$P_3 = V_{ex} (a \cos \chi + b \sin \chi) \left\{ \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau - x_3} \right\} \quad (3.13)$$

( $a, b$ : 定数)

(3.6), (3.7) および (3.12), (3.13) 式を用いて (3.10) 式を書きなおすと、

$$\begin{aligned} \mathfrak{H}_1 &= a \left\{ \frac{V_{ex}}{\tau - x_3} \cos \chi + g^* \sin \phi^* \right\} \\ &\quad + b \left\{ \frac{V_{ex}}{\tau - x_3} \sin \chi - g^* \cos \phi^* \right\} \\ &\quad + V_{ex} (a \cos \chi + b \sin \chi) \left\{ \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau - x_3} \right\} - 1 \end{aligned} \quad (3.14)$$

制御操作量  $\chi$  に関しては、なんら拘束条件を附加していないゆえ、(3.14) の  $\mathfrak{H}_1$  を最大にする最適操作量  $\chi^*$  は、次式より求まる。

$$\frac{\partial \mathfrak{H}_1}{\partial \chi} = \frac{V_{ex}}{\tau} \{-a \sin \chi^* + b \cos \chi^*\} = 0 \quad (3.15)$$

$$\therefore \tan \chi^* = \frac{b}{a} \quad (3.16)$$

すなわち、最適推力角  $\chi^*$  は一定値となる。したがって、(3.6), (3.7) 式を積分すると、終端点における速度は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} x_1(T) &= \xi_{fT} = V_{ex} \cos \chi^* \ln \frac{\tau}{\tau - T} \\ &\quad + g^* T \sin \phi^* + \xi_{f0} \\ x_2(T) &= \eta_{fT} = V_{ex} \sin \chi^* \ln \frac{\tau}{\tau - T} \\ &\quad - g^* T \cos \phi^* + \eta_{f0} \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

(3.16) および (3.17) 式から、 $a, b$  は次のように定まる。

$$\left. \begin{aligned} a &= \xi_{fT} - \xi_{f0} - g^* T \sin \phi^* \\ b &= \eta_{fT} - \eta_{f0} + g^* T \cos \phi^* \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

#### 4. 終端高度制御に関する最適操作量の決定

以上により最短時間で目標の速度ベクトルに達する最適推力角が定まったが、これは速度条件のみしか考慮していないため、この制御のみではロケットは目標の高度に到達するとはかぎらない。すなわち、ロケットが  $\chi^*$  で定められた軌道からずれた場合、その飛しよう径路は、平行移動した軌道となるため、目標の高度に対して、大きな誤差を生じることになる。したがって、 $\chi^*$  にさらに  $\delta(t)$  の操作を行ない、 $t=T$  において高度  $\eta_f$  が  $\eta_{fT}$  に一致するように終端高度制御を加える。ただし新しい操作関数  $\delta(t)$  に対しては、次のような操作量最少の拘束条件を付ける。

$$J_2 = \int_0^T \delta^2(t) dt \quad (4.1)$$

したがって、必要な操作角は次のようになる。

$$\chi = \chi^* + \delta(t) \quad (4.2)$$

(4.2) 式を用いた場合の終端時刻  $T$  における  $\eta_f$  方向の速度は、(3.7) 式より

$$\dot{\eta}_{fT} = \dot{\eta}_{f0} - g^* T \cos \phi^* + \int_0^T \frac{V_{ex} \sin(\chi^* + \delta)}{\tau - t} dt \quad (4.3)$$

これと  $\chi^*$  を用いた次式

$$\dot{\eta}_{fT}^* = \dot{\eta}_{f0} - g^* T \cos \phi^* + \int_0^T \frac{V_{ex} \sin \chi^*}{\tau - t} dt \quad (4.4)$$

とは、 $t=T$  における値が一致しなければならない。すなわち

$$\dot{\eta}_{fT} = \dot{\eta}_{fT}^* \quad (4.5)$$

(4.5) 式の条件から

$$\int_0^T \frac{V_{ex}}{\tau - t} [\sin(\chi^* + \delta) - \sin \chi^*] dt = 0 \quad (4.6)$$

いま、付加的操作量  $\delta(t)$  は非常に小さなものであると仮定すれば、

$$\cos \delta(t) \doteq 1, \quad \sin \delta(t) \doteq \delta(t) \quad (4.7)$$

と近似出来るから、この関係を用いて (4.6) 式を書きかえると、 $\delta(t)$  に関する次式を得る。

$$\begin{aligned} &\int_0^T \frac{V_{ex}}{\tau - t} [\sin(\chi^* + \delta(t)) - \sin \chi^*] dt \\ &= \int_0^T \frac{V_{ex}}{\tau - t} \cos \chi^* \cdot \delta(t) dt = 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

さらに時刻  $t$  における高度  $\eta_f(t)$  は (3.7) 式を 2 回積分し、かつ  $\delta(t)$  の近似式 (4.7) を利用すれば、次のようになる。

$$\begin{aligned} \eta_f(t) &= \eta_{f0} + \dot{\eta}_{f0}t - \frac{1}{2}g^*t^2 \cos \phi^* \\ &+ \int_0^t \int_0^t \frac{V_{ex} \sin \chi^*}{\tau-t} dt dt \\ &+ \int_0^t \int_0^t \frac{V_{ex} \cdot \cos \chi^*}{\tau-t} \delta(t) \cdot dt dt \quad (4.9) \end{aligned}$$

ここで、次のように定義された新しい変数  $x_4$ ,  $x_5$ ,  $x_6$  を導入する。すなわち

$$x_4 \equiv \int_0^{x_6} \frac{V_{ex}}{\tau-x_6} \cos \chi^* \delta(x_6) dx_6 \quad (4.10)$$

$$x_5 \equiv \eta_f \quad (4.11)$$

$$x_6 \equiv t \quad (4.12)$$

$x_4$  および  $x_5$  に対する境界条件は

$$\left. \begin{aligned} x_4(T) &= 0 \\ x_5(0) &= \eta_{f0} \\ x_5(T) &= \eta_{fT} \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

$x_4$ ,  $x_5$ ,  $x_6$  に関する微分形は次のようになる。

$$\dot{x}_4 = \frac{V_{ex}}{\tau-x_6} \cos \chi^* \cdot \delta(x_6) \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_5 &= \eta_{f0} - g^* \cos \phi^* \cdot x_6 + \int_0^{x_6} \frac{V_{ex} \cdot \sin \chi^*}{\tau-x_6} dx_6 \\ &+ \int_0^{x_6} \frac{V_{ex} \cos \chi^*}{\tau-x_6} \cdot \delta(x_6) dx_6 \\ &= \eta_{f0} - g^* \cos \phi^* \cdot x_6 + V_{ex} \sin \chi^* \cdot \ln \frac{\tau}{\tau-x_6} + x_4 \quad (4.15) \end{aligned}$$

$$\dot{x}_6 = 1 \quad (4.16)$$

したがって、評価関数 (4.1) 式を用いれば、最大原理に関するハミルトニアンは次のようになる。

$$\mathfrak{H}_2 = P_4 \dot{x}_4 + P_5 \dot{x}_5 + P_6 - \delta^2 \quad (4.17)$$

補助関数  $P_4$ ,  $P_5$ ,  $P_6$  に関しては次の関係が成立つ。

$$\dot{P}_4 = -\frac{\partial \mathfrak{H}_2}{\partial x_4} = -P_6 \quad (4.18)$$

$$\dot{P}_5 = -\frac{\partial \mathfrak{H}_2}{\partial x_5} = 0 \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \dot{P}_6 &= -\frac{\partial \mathfrak{H}_2}{\partial x_6} = -\frac{P_5 V_{ex} \cos \chi^*}{(\tau-x_6)^2} \cdot \delta \\ &+ P_4 \left\{ g^* \cos \phi^* + \frac{V_{ex} \sin \chi^*}{\tau-x_6} \right\} \quad (4.20) \end{aligned}$$

したがって、 $P_4$ ,  $P_5$ ,  $P_6$  について解くと

$$P_5 = c, \quad (4.21)$$

$$P_4 = d - cx_6 \quad (4.22)$$

$$P_6 = -V_{ex} \cos \chi^* \int_0^{x_6} \frac{(d-cx_6)}{(\tau-x_6)^2} \cdot \delta \cdot dx_6 + J(x_6) \quad (4.23)$$

ただし、 $c$ ,  $d$  は積分定数

$$J(x_6) = c \int_0^{x_6} \left\{ g^* \cos \phi^* + \frac{V_{ex} \sin \chi^*}{\tau-x_6} \right\} dx_6$$

(4.21), (4.22), (4.23) 式を (4.17) 式に代入するとハミルトニアンに関して次式が得られる。

$$\begin{aligned} \mathfrak{H}_2 &= \frac{(d-cx_6)}{(\tau-x_6)} \cdot V_{ex} \cdot \cos \chi^* \cdot \delta + cx_4 \\ &- V_{ex} \cdot \cos \chi^* \int_0^{x_6} \frac{(d-cx_6)}{(\tau-x_6)^2} \cdot \delta \cdot dx_6 + J(x_6) - \delta^2 \quad (4.24) \end{aligned}$$

上式から  $\mathfrak{H}_2$  を最大にする最適操作量  $\delta(x_6)$  は次のように求まる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{H}_2}{\partial \delta} &= \frac{d-cx_6}{\tau-x_6} \cdot V_{ex} \cos \chi^* \\ &- V_{ex} \cos \chi^* \int_0^{x_6} \frac{(d-cx_6)}{(\tau-x_6)^2} \cdot dx_6 - 2\delta = 0 \\ \therefore \delta &= \frac{V_{ex} \cos \chi^*}{2} \left\{ \frac{d-cx_6}{\tau-x_6} - \int_0^{x_6} \frac{(d-cx_6)}{(\tau-x_6)^2} dx_6 \right\} \\ &= \frac{V_{ex} \cos \chi^*}{2} \left\{ \frac{d}{\tau} - c \ln \frac{\tau}{\tau-x_6} \right\} \quad (4.25) \end{aligned}$$

したがって、積分定数  $c$ ,  $d$  が定めれば、最適操作量  $\delta(t)$  が定まる。 $c$ ,  $d$  は次のようにして求めることが出来る。(4.25) 式を (4.10) に代入し、終端点における境界条件 (4.13) 式を用いれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} x_4(T) &= \int_0^T \frac{V_{ex} \cos \chi^*}{\tau-x_6} \cdot \frac{V_{ex} \cos \chi^*}{2} \left\{ \frac{d}{\tau} \right. \\ &\quad \left. - c \ln \frac{\tau}{\tau-x_6} \right\} dx_6 \\ &= \frac{(V_{ex} \cos \chi^*)^2}{2} \left\{ \frac{d}{\tau} \int_0^T \frac{dx_6}{\tau-x_6} \right. \\ &\quad \left. - c \int_0^T \frac{1}{\tau-x_6} \cdot \ln \frac{\tau}{\tau-x_6} \cdot dx_6 \right\} \\ &= \frac{1}{2} (V_{ex} \cos \chi^*)^2 \cdot \ln \frac{\tau}{\tau-T} \left\{ \frac{d}{\tau} \right. \\ &\quad \left. - \frac{c}{2} \cdot \ln \frac{\tau}{\tau-T} \right\} = 0 \quad (4.26) \end{aligned}$$

一般には  $\chi^* \neq \frac{\pi}{2}$  で、かつ  $T=0$  以外の点(誘導中)を考えればよいことから

$$(V_{ex} \cos \chi^*)^2 \ln \frac{\tau}{\tau-T} \neq 0 \quad (4.27)$$

したがって (4.26) 式は次の条件と等しいことになる。

$$\frac{d}{\tau} - \frac{c}{2} \ln \frac{\tau}{\tau-T} = 0 \quad (4.28)$$

同じく (4.11) 式にも (4.25) 式を代入して積分をおこなえば次式が得られる。

$$\begin{aligned} x_5(T) &= \eta_{fT} \\ &= \eta_{f0} + \dot{\eta}_{f0}T - \frac{1}{2}g^*T^2 \cos \phi^* \\ &+ \int_0^T \int_0^{x_6} \frac{V_{ex} \sin \chi^*}{\tau-x_6} dx_6 dx_6 \end{aligned}$$

$$+ \int_0^T \int_0^{x_6} \frac{V_{ex} \cos \chi^*}{\tau - x_6} \cdot \frac{V_{ex} \cos \chi^*}{2} \left\{ \frac{d}{\tau} - c \ln \frac{\tau}{\tau - x_6} \right\} dx_6 dx_6 \quad (4.29)$$

ここで

$$A \equiv \eta_{JT} - \eta_{J0} - \dot{\eta}_{J0} T + \frac{1}{2} g^* T^2 \cos \phi^* - V_{ex} \sin \chi^* \left\{ T - (\tau - T) \ln \frac{\tau}{\tau - T} \right\}$$

とおけば、(4.29) 式は

$$\begin{aligned} \frac{2A}{(V_{ex} \cos \chi^*)^2} &= \int_0^T \int_0^{x_6} \frac{1}{\tau - x_6} \left\{ \frac{d}{\tau} - c \ln \frac{\tau}{\tau - x_6} \right\} dx_6 dx_6 \\ &= \frac{d}{\tau} \left\{ T - (\tau - T) \ln \frac{\tau}{\tau - T} \right\} \\ &\quad + \frac{c}{2} \left[ (\tau - T) \left\{ \ln \frac{\tau}{\tau - T} + 1 \right\}^2 - (\tau + T) \right] \quad (4.30) \end{aligned}$$

したがって、(4.28) および (4.30) 式から  $c$  および  $d$  は次のように定まる。

$$c = \frac{4A}{(V_{ex} \cos \chi^*)^2} \left\{ Q + P \ln \frac{\tau}{\tau - T} \right\}^{-1}$$

$$d = \frac{2\tau A}{(V_{ex} \cos \chi^*)^2} \cdot \ln \frac{\tau}{\tau - T} \left\{ Q + P \ln \frac{\tau}{\tau - T} \right\}^{-1}$$

ただし

$$P = T - (\tau - T) \ln \frac{\tau}{\tau - T}$$

$$Q = (\tau - T) \left\{ \ln \frac{\tau}{\tau - T} + 1 \right\}^2 - (\tau + T)$$

線形化された推力角の誘導方程式から求められた推力角と、当論文で求められたそれとの比較は図 8, 図 9 に示しておいた。

## 5. 燃料燃焼時間 $T$ の決定

以上によって、ある初期点から、目標とする終端点まで燃料最少で飛しょうするために必要な最適操作量が求まったが、式中に使用された燃料燃焼時間  $T$  はまだ未定であるため、これを求める必要がある。また、この  $T$  は、誘導の面からみてもロケットが目的の高度で所定の速度に到達したとき、燃焼停止をかける時間であるという意味においても、非常に重要な要素である。

いま、ロケットが  $t=0$  から  $t=T$  までの間に得る特性速度増分  $\Delta V_A$  を考えると、これは次式のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta V_A &= \int_0^T \left( \frac{F}{m} \right) dt \\ &= V_{ex} \int_0^T \frac{dt}{\tau - t} = V_{ex} \cdot \ln \left\{ \frac{\tau}{\tau - T} \right\} \quad (5.1) \end{aligned}$$

もし  $\xi_J - \eta_J$  座標系において、最適推力角  $\chi^*$  でロケットが飛しょうし、 $\xi_{JT}$ ,  $\eta_{JT}$  における速度が、 $\xi_{JT}$ ,  $\dot{\eta}_{JT}$  になるとすれば、その間に得られた速度の増分は、(3.18) 式から次のようになる。

$$\Delta V_B = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (5.2)$$

$\Delta V_A$ ,  $\Delta V_B$  は同じものゆえ

$$\nabla V_A = \Delta V_B \quad (5.3)$$

を満足する  $T$  を求めればよい。しかし、(5.1) 式は  $T$  の超越関数ゆえ、このままでは解くことができない。そこでロケットの速度が、目標値に近づく適当な時間  $T'$  を第一次近似解と考え、実際の時間は

$$T = T' + \delta T \quad (T' \gg \delta T) \quad (5.4)$$

で表わされるものと仮定する。この (5.4) 式を (5.1) 式に代入し、 $\delta T \ll T'$  として  $T'$  のまわりに級数展開すると、

$$\begin{aligned} \Delta V_A &= V_{ex} \ln \left\{ \frac{\tau}{\tau - (T' + \delta T)} \right\} \\ &= -V_{ex} \ln \left\{ \left( 1 - \frac{T'}{\tau} \right) - \frac{\delta T}{\tau} \right\} \\ &= -V_{ex} \ln \left( 1 - \frac{T'}{\tau} \right) - V_{ex} \left\{ \frac{-\delta T}{\tau - T'} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \left( \frac{-\delta T}{\tau - T'} \right)^2 + \dots \right\} \end{aligned}$$

ここで、 $\delta T$  の二乗以上の項を小さいとして省略すると、

$$\begin{aligned} \Delta V_A &= -V_{ex} \ln \left( 1 - \frac{T'}{\tau} \right) + \frac{V_{ex}}{\tau - T'} \cdot \delta T \\ &= L + K \delta T \quad (5.5) \end{aligned}$$

ただし

$$L = -V_{ex} \ln \left( 1 - \frac{T'}{\tau} \right)$$

$$K = \frac{V_{ex}}{\tau - T'}$$

さらに (5.4) 式を (5.2) 式に代入し、時間  $T'$  における速度増分を  $\Delta V'$  とおきこれと、(5.5) 式を (5.3) 式に代入して、 $\delta T$  について整理すると次式が得られる。

$$(K^2 - g^{*2}) \delta T^3 - 2(M - KL) \delta T - (\Delta V'^2 - L^2) = 0 \quad (5.6)$$

ただし、 $\Delta V'$ ,  $M$  は次の値をとる。

$$\begin{aligned} \Delta V'^2 &\equiv a^2 + b^2 \\ M &\equiv g^* (b' \cos \phi^* - a' \sin \phi^*) \end{aligned}$$



$$a' \equiv \dot{\xi}_{fT} - \dot{\xi}_{f0} - g^* T^v \sin \phi^*$$

$$b' \equiv \dot{\eta}_{fT} - \dot{\eta}_{f0} + g^* T^v \cos \phi^*$$

これを  $\delta T$  について解くと

$$\delta T = [(M - KL) \pm \{(M - KL)^2 + (K^2 - g^{*2})(\Delta V'^2 - L^2)\}^{1/2}] / (K^2 - g^{*2})$$

$\delta T$  は小さな値 (修正量) でなければならぬため,  $KL > 0$ ,  $M < KL$  の関係から,  $\pm$  の符号のうち  $+$  を選ばねばならぬことがわかる。したがって, 以上の関係から  $T$  を一意的に求めることができる。 $T^v$  は初めはかなり粗い近似であっても, 次の計算の時は, 前回の  $T$  を  $T^v$  とおきかえてゆくことによって, 非常によい近似値に収束してゆく。

### 6. 誘導シミュレーション

2~3 で直接式の誘方程式が求められたので, 次にこれを用いてロケットの誘導をおこなう場合の計算ルー

プの進め方について述べる。一般にロケットは, そのミッションに応じて適当に設定された発射角で発射され, 開ループのプログラム誘導で, 大気層を抜けるまで (実際には一般に 40~50 km の高度まで) 飛しょうし続ける。大気層を抜け出したところから閉ループの誘導を開始する。すなわちロケット内の慣性機器や地上の追跡レーダ等によってロケットの位置, 速度および姿勢に関する測定がおこなわれる。以上の測定結果から得られたデータを用いて, 誘導方程式の計算が機上または地上の計算でおこなわれ, その計算結果にもとづいて制御すべき推力角を時々刻々決定して指令をだす。また燃料燃焼時間  $T$  も同時に計算されてゆき,  $T=0$  になったとき燃焼停止指令がだされる。この計算手順を図2に示す。

以上のようなループで誘導はおこなわれるわけであるが, この誘導方程式を導く際に重力場モデルの簡易

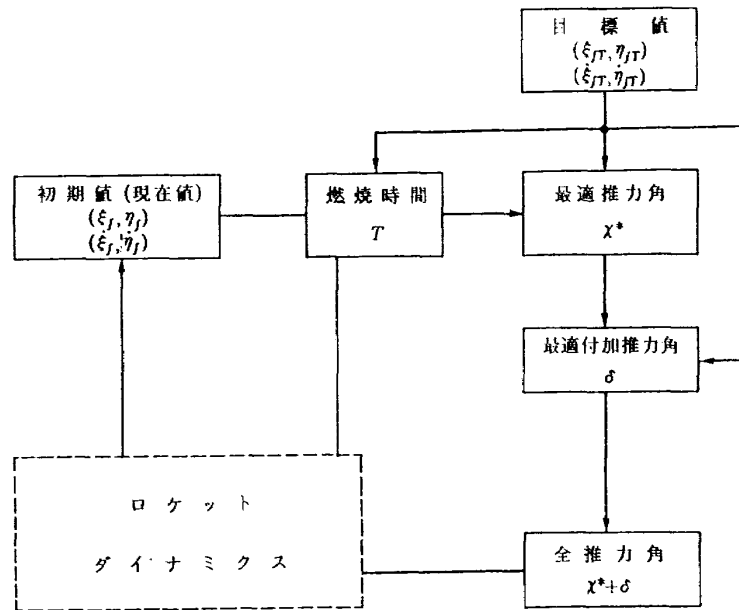


図2 誘導ループ

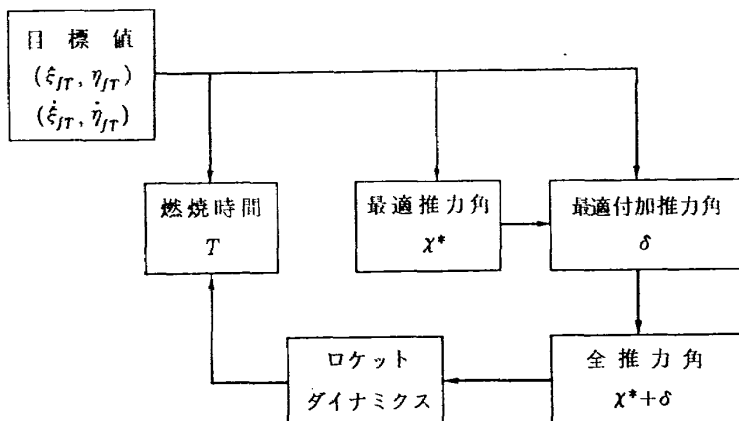


図3 誘導シミュレーションループ

Concept of Iterative Guidance

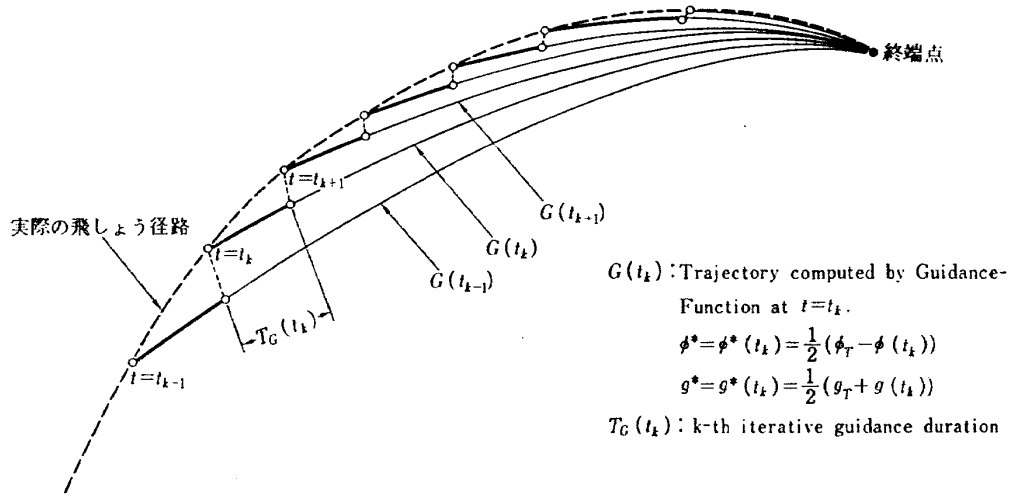


図 4 繰返し型誘導方法の概念図

化をおこなっているのです、実際の問題を考えた場合必ずしも最適とはいえず、むしろ準最適な誘導方程式を求めたものと考えられるため、この方程式でどの程度の誘導ができるかということシミュレーションによって確かめておくことが必要である。そこでシミュレーションをおこなうにつき、ロケットおよびその制御装置の特性は理想的で、かつ位置、速度および姿勢の検出装置にも誤差がなく理想的なものであるとする。これ等の検出器等に誤差がある場合についての検討は、いずれ次の機会に報告する予定である。上述のように誘導系を理想化すればシミュレーションの計算順序は、図3のようになる。またここで使用する繰返し型の計算法の概念の説明を図4に示す。

ロケットの運動方程式は大気の影響が無視でき、かつ質点計算に従うものとするれば、 $\eta-\xi$ 座標系では次のように書表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{V} &= \left(\frac{F}{m}\right) \cos(\theta + \phi - \gamma) - g_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \sin \gamma \\ \dot{r} &= \frac{1}{V} \left\{ \left(\frac{F}{m}\right) \sin(\theta + \phi - \gamma) - g_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \cos \gamma \right\} + \dot{\phi} \\ \dot{R} &= V \sin \gamma \\ \dot{\phi} &= \frac{V \cos \gamma}{R} \\ \dot{m} &= -\frac{F}{g_0 I_{sp}} \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

一方誘導方程式は  $\xi_f-\eta_f$  座標系で計算をおこなっ

ているので、ロケットの運動方程式を解く場合には推力角  $(\chi^* + \delta)$  を  $\xi-\eta$  座標系に変換する必要があるが、この変換は図1からただちにわかるように

$$\theta = \chi^* + \delta - \phi_T \quad (6.2)$$

となる。また逆に(6.1)式を解いて誘導方程式に  $\xi_f-\eta_f$  を代入する場合にも座標の変換をおこなう必要があるが、この変換は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi} &= V \cos \gamma \\ \dot{\eta} &= V \sin \gamma \\ \xi &= 0 \\ \eta &= R \end{aligned} \right\} \quad (6.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{\xi}_f \\ \dot{\eta}_f \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(\phi_T - \phi) & -\sin(\phi_T - \phi) \\ \sin(\phi_T - \phi) & \cos(\phi_T - \phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \dot{\xi}_f \\ \dot{\eta}_f \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(\phi_T - \phi) & -\sin(\phi_T - \phi) \\ \sin(\phi_T - \phi) & \cos(\phi_T - \phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} \\ &+ \dot{\phi} \begin{pmatrix} \sin(\phi_T - \phi) & \cos(\phi_T - \phi) \\ -\cos(\phi_T - \phi) & \sin(\phi_T - \phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (6.4)$$

(6.4) 式の第2式における  $\dot{\phi}$  の項は、一般に  $(\dot{\xi}, \dot{\eta})$  の項に比べて非常に小さいので、ここにおける計算では省略しておこなった。これ等の関係を図5に示す。

7. 誘導可能領域

以上のような方式で誘導シミュレーションをおこなうわけであるが、計算のモデルとしては総重量 70ton, 燃料の比推力 300 sec, 推力一定の二段ロケットを考え、これを用いて 500 kg のペイロードを高度 460

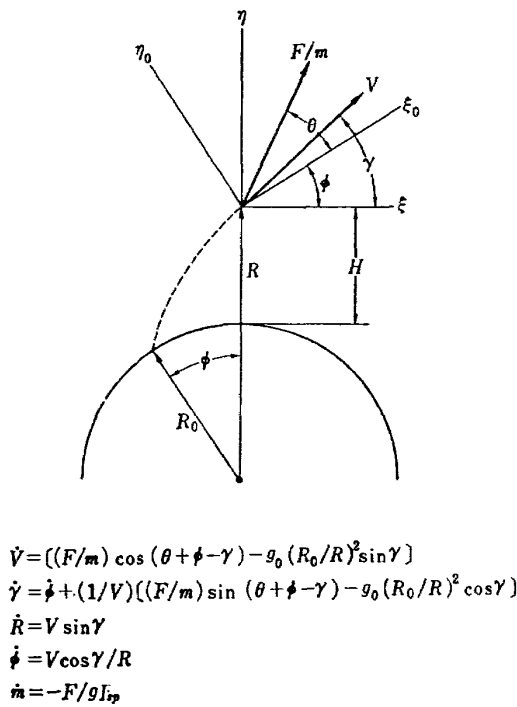


図 5 飛しょう体のダイナミクス

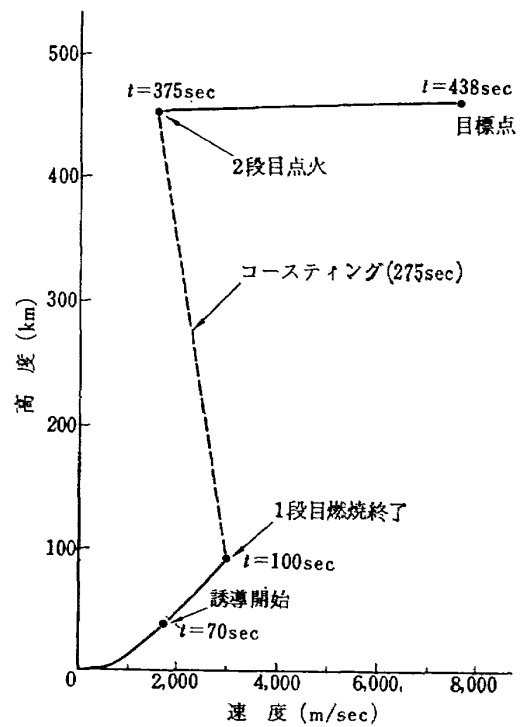


図 7 V-H 平面における飛しょう径路

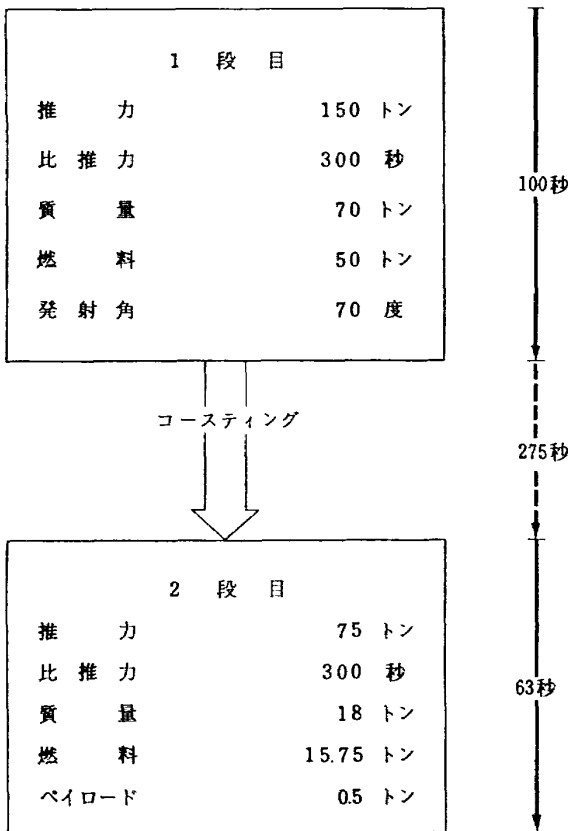


図 6 ロケットの諸元

km の円軌道に乗せる場合について誘導シミュレーションをおこなった。誘導シミュレーションには、目標点の値  $\xi_{JT}$ ,  $\eta_{JT}$ ,  $\dot{\eta}_{JT}$ ,  $\dot{\xi}_{JT}$  を与える必要があるが、これは基準径路すなわち最適推力角 ( $\delta=0$ ) で、ロケ

ットが飛しょうした場合の径路上の燃料燃焼終了時での値を、(6.1)~(6.4) 式を解いて求め、これを目標点の値に選ぶことにした。図6はシミュレーションに用いたロケットの諸元で、基準径路に関する第一段の燃焼時間は 100 sec, 自由飛行時間は 275 sec, 第二段目の燃焼時間は 63 sec である。なおこの時の最終レンジ角  $\phi_T$  は 6.6 度, 高度 460 km における円軌道に必要な衛星速度は, 7.627 km/sec である。この基準軌道を高度~速度平面に書けば図7のようになる。次に誘導開始時間は空気力の影響がほとんど無視できるものと考えられる高度, すなわち約 40 km にロケットが達した時間とし, 図7を参照して発射後約 70 sec とした。また第二段目は燃料点火時から燃焼終了時までの全時間にわたって誘導をおこなうものとした。図 8, 図 9 はそれぞれ第一段および第二段目の誘導モードの一例を速度~高度および推力角について表わしたものである。図 8 は誘導開始時におけるロケットの高度および速度の値が基準径路からそれぞれ 5%, 10% ずれている場合の第一段の誘導モードであり, 図 9 は第二段目の点火時における値がそれぞれ -5%, -10% ずれている場合の同モード図である。なお図中に比較のため文献 22)~24) の誘導方程式で計算した場合の誘導モードを破線で示す。図中, ロケットが基準軌道から  $P_{GI}$  という状態にずれている点を誘導の初期点とし, これより目標点  $P_T$  まで最適推力角で飛しょうさせた

場合の軌跡を誘導経路として現わしてある。また同時にこれ等の誘導方程式によって時々刻々決定されてゆく推力角の変化も一緒に示しておいた。これ等からもわかるように、線形化された推力角の誘導方程式によって決定される推力角はわれわれのに比べて、かなり大きな値となり、さらに全体の操作角量もかなり大きい。したがってわれわれのに比べてかなり多くの制御

力を必要とするのではないかとと思われる。

さて、この一例からみてもわかるように、2~3章で求めた誘導方程式は、かなり広い誘導機能を持つことが推測されるが、しかしこれだけでは実際問題に対して、すぐ使えるというわけにはいかない。すなわち誘導開始時におけるロケットの高度および速度の値が基準径路からどの程度までずれても、なおこの方程式の誘導機能が保たれるかということが問題であって、このずれの領域が広ければ広いほど誘導成功の可能性が大きなものとなる。Clyde D. Baker<sup>27)</sup> はサターン V型について、それに用いられている誘導方程式に対し、速度、位置ベクトルのうちの1成分にだけ基準径路からのずれを与えた場合について計算をおこなっているが、系が非線形であることを考えると、このような方法で決定した領域はかならずしも誘導可能な領域であるとは一概にいえない。そこでわれわれとしては、上記のモデルについて、誘導可能な領域を求めるため高度および速度に対し、基準径路からのずれ  $\Delta H, \Delta V$  をあらゆる場合について同時に与え、このずれのどの

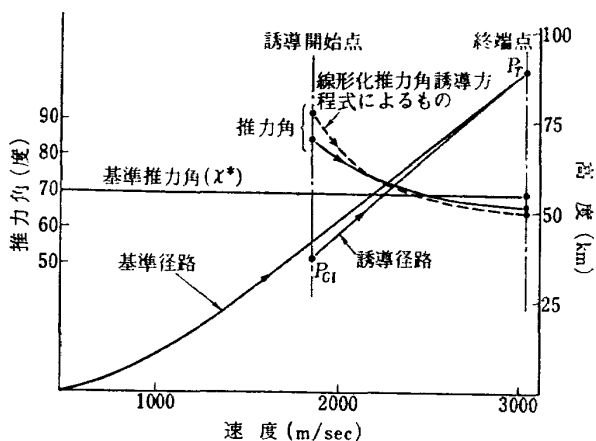


図 8 一段目の誘導モード

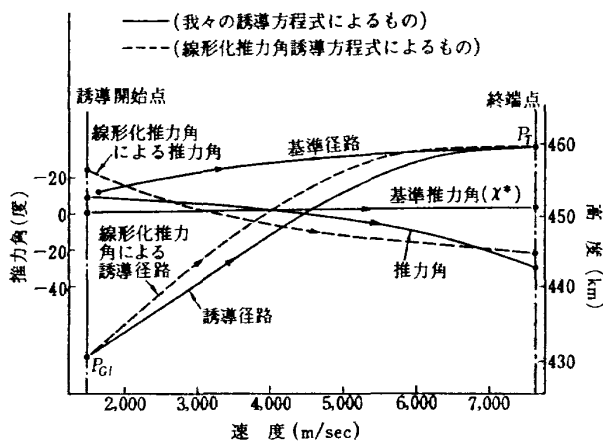


図 9 二段目の誘導モード

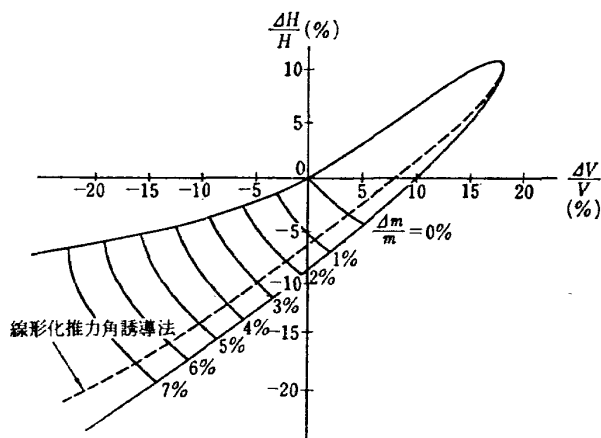


図 10 一段目の誘導可能領域

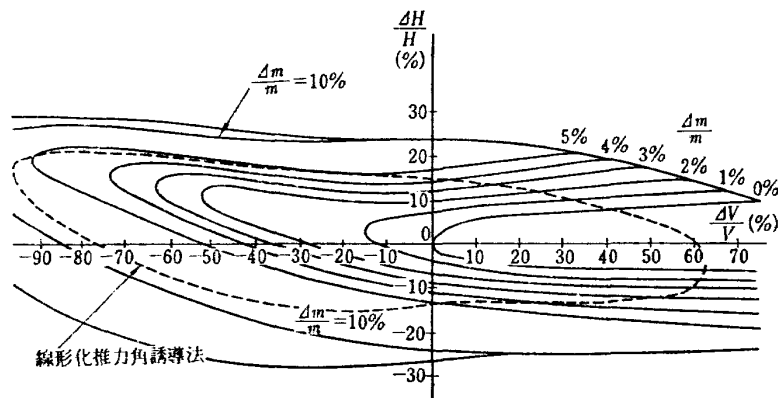


図 11 二段目の誘導可能領域

程度の範囲まで誘導機能が保たれるかを実際に計算してみた。次に線形化された推力角の誘導方程式を用いて同様な計算をおこなって求めた領域との比較をおこなった。第一段および二段目に対するこれ等の関係を図 10, 図 11 に示す。図中実線にかこまれた領域はわれわれが求めた誘導方程式のもつ可能領域であり、破線でかこまれた領域は線形化された推力角の誘導方程式がもつそれである。なおパラメータ  $\Delta m/m$  はロケット燃料の余裕率を示しており、これは推力一定ゆえ目標点に到達するまでの時間によって決定される。当然の帰結とはいえ燃料に余裕があればその誘導可能領域は広がることになる。なお人工衛星を発射する場合の重要な要素である径路角 (flight path angle) については直接ふれなかったが、それはこの誘導方程式が速度ベクトルに対して規制をおこなっているの、終端点において、速度の大きさが目標値と一致すれば、必然的に径路角も終端値に一致する。

## 8. 結論およびあとがき

以上、直接誘導方程式を最大原理を用いて導き、二段ロケットのモデルに対して誘導シミュレーションをおこなって、この方程式のもつ誘導機能と誘導可能領域とを求めた。さらに線形化された推力角の直接式誘導方程式を同モデルに対して適用して同方程式の持つ誘導可能領域を求め、われわれが求めたそれとの比較をおこなった。この結果、図 10, 図 11 からわかるように、われわれのは線形化された推力角の誘導方程式に比べてかなり広い制御可能領域を持っていることがわかった。これは最適な推力角を決定するのに、C. Chandler らは推力角の操作量を時間に対して線形近似化して求めているのに対し、われわれの場合には非線形のまま求めているので、従来の方式の拡張したものといえよう。

なおシミュレーションに用いたロケットの諸元の値は必ずしも妥当な値とはいえないかもしれないが、構造重量が軽く、燃料の比推力が高い高性能ロケットではかえって制御はむしろかしくなるので、むしろ誘導方程式の評価という立場からは好ましいものと思われる。またここでは二段ロケットを考えたが、多段ロケットの場合にも文献 4)~14) に示されているような方法で基準軌道の計算をおこない、各段での燃料燃焼終了時の  $\xi_{JT}$ ,  $\eta_{JT}$ ,  $\dot{\xi}_{JT}$ ,  $\dot{\eta}_{JT}$  を求めておき、順次誘導方程式の終端値に代入してゆけば全く同じように誘導することができる。

最後に本研究を進めるにあたり、計測部樋口一雄部

長、および田畑浄治計測研究室長に終始適切な御指導を頂いたことを付記する。

## 付 録

サターン V 型に用いられている線形化された推力角の直接式誘導方程式

重力一定でかつ空気力の無視できる領域において、推力および比推力一定のロケットをある目的とする高度に到達させるために、燃料最少の条件のもとで飛しょうさせる場合の最適推力角は、Burton D. Fried<sup>4)</sup>、および Lawden<sup>5)</sup> 等によって次式のように与えられることが示されている。

$$\tan \chi = a + bt$$

この最適推力角  $\chi$  を Doris C. Chandler<sup>22), 23)</sup> 達はさらに次のように線形化することによって直接式誘導方程式を導いている。

$$\begin{aligned} \chi &\equiv a' + b't \\ &\equiv \bar{\chi} - K_1 + K_2 t \end{aligned}$$

ここで  $\chi$  は速度ベクトルのみに拘束条件がある場合の最適推力角であり、 $K_1$ ,  $K_2$  はそれらの条件のもとでさらに高度を目標値に一致させるよう定めたもので、次式で表わされる値となっている。

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{G}{S} J \\ K_2 &= \frac{G}{S} \ln \frac{\tau}{\tau - T} \end{aligned}$$

ただし、 $J$ ,  $G$ ,  $S$  は次のような値である。

$$\begin{aligned} J &= \tau \ln \frac{\tau}{\tau - T} - T \\ G &= \eta_{f0} + \dot{\eta}_{f0} T - V_{ex} \left[ J - T \cdot \ln \frac{\tau}{\tau - T} \right] \sin \bar{\chi} \\ &\quad - g^* \frac{T^2}{2} \cos \phi - \eta_{fT} \\ S &= V_{ex} \left[ TJ - \frac{T^2}{2} \ln \left( \frac{\tau}{\tau - T} \right) \right] \cos \bar{\chi} \end{aligned}$$

## 文 献

- 1) C.H. Woodling, et al; Orbital Error Analysis of the Scout Research Vehicle, NASA TN D-1639, May 1963.
- 2) C.T. Leondes, et al; Guidance and Control of Aerospace Vehicles, McGraw-Hill Book Company, New York, N.Y., 1963.
- 3) Wallece H. Ito; P-Matrix Guidance, AIAA Paper 64-667, AIAA/ION Astrodynamics Guidance and Control Conference.
- 4) Burton D. Fried; On the Powered Flight Trajectory of an Earth Satellite, Jet Propuls-

- ion, Vol. 127, June, 1957, pp. 641-643.
- 5) Lawden, D.F.; Optimal Rocket Trajectories, Jet Propulsion, Vol. 27, Dec., 1957, pp. 1263.
  - 6) Fried, Burton D.; Trajectory Optimization for Powered Flight in Two or Three Dimension, Space Technology, ed. Seifert, 1959, pp. 4-9.
  - 7) Samuel E. Moskowitz; An Approach to Problem of Optimum Rocket Trajectories, ARS Journal Vol. 31, No. 4, April 1961, pp. 551-553.
  - 8) Boyce M.G.; An Application of Calculus of Variations to the Optimization of Multistage Trajectories, Progress Report No.1 On Studies in the Fields of Space Flight and Guidance Theory. MSFC Report MTP-61-91, Dec., 18, 1961, pp. 9-27.
  - 9) Boyce M. Gand, Linnstaedfer J. L.; Necessary Conditions for a Multistage Bolza-Mayer Problem Involving Control Variable and Having Inequality and Finite Equation Constraints, Progress Report No. 7 On Studies in the Field, of Space Flight and Guidance Theory. NASA TM X-53292, July 12, 1965, pp. 8-31.
  - 10) Gorge Leitman; Optimization Techniques, Academic Press, 1962.
  - 11) B.L. Beskind; An N-Dimensional Search and Optimization Process, TDR-269, Dec., 1963.
  - 12) Carlos R. Cavoti; Optimization of Multistage Processes, Journal of Spacecraft Vol. 2, No. 1, Jan-Feb., 1965, pp. 94-97.
  - 13) Stephen Jurovics; Optimum Steering Program for the Entry of a Multistage Vehicle into a Circular Orbit, ARS Journal Vol. 31, No. 4, April 1961, pp. 518-523.
  - 14) Steve S. Hu, et al; A Direct and Analytical Solution for Space Flight Guidance Function, AIAA Paper No. 66-94, AIAA 3rd Aerospace Sciences Meeting 1966.
  - 15) F.M. Perkins; Flight Mechanics of Ascending Satellite Vehicles, Jet Propulsion, Vol. 26, May 1956, pp. 352-358.
  - 16) F.M. Perkins; Explicit Tangent-Steering Guidance for Multi-Stage Boosters, Astronautica Acta Vol. 12, No. 3, 1966, pp. 212-223.
  - 17) Perkins, F.M.; Optimum Guided Ascent, TDR-269 (4540-70)-4, June 1964.
  - 18) Duncan Macpherson; An Explicit Solution to the Powered Flight Dynamics of a Rocket Vehicle, TDR-169 (3126) TN-2, Oct., 1962.
  - 19) Theoeore, M.I., et al; Project Nero, MIT Report No. 10, MIT Press 1966.
  - 20) Wayne Schmaedeke; Optimization Techniques for Injection Guidance, Guidance and Control, Progress in Astronautics and Rocketry-Vol. 8, Academic Press, 1961, pp. 31-49.
  - 21) Jason L. Spayer; Explicit Guidance Law for Minimum Fuel Horizontal Translation with Bounded Control, NR-372-012, May 1966.
  - 22) Helmut J. Horn, et al; An Iterative Guidance Scheme and its Application to Lunar Landing, NASA TN D-2869 1966.
  - 23) Doris C. Chandler; Development of the Iterative Guidance Mode with its Application to Various Vehicle and Missions AIAA/Guidance and Control Conference 1966, Collected Paper pp. 688-699.
  - 24) Daniel T. Martin, et al; Saturn V Guidance Navigation, and Targeting, AIAA/Guidance and Control Conference 1966, Collected Paper pp. 697-712.
  - 25) D.K. Phillips; A Simplified Solution to the Explicit Guidance Problem, AIAA/Guidance and Control Conference 1966, Collected Paper pp. 355-360.
  - 26) Stanley F. Schmidt; Navigation and Guidance Analysis for a Mars Mission, WDL-TR 2359, Dec., 1964.
  - 27) Clyde D. Baker; Saturn Guidance Concepts, NASA-TM-X-53373 pp. 3-12.
  - 28) L.S. Pontryagin et al; The Mathematical Theory of Optimal Process, J. Wiley 1962.
  - 29) J. Tou; Modern Control Theory, McGraw-Hill, 1964.

- |        |  |         |  |
|--------|--|---------|--|
| TR-154 | フライングテストベッドの計画<br>—本体のシステムデザイン—<br>System Design of Flying Test Bed for<br>VTOL Aircraft at National Aerospace<br>Laboratory       | 1968年5月 | 新型航空機部                                 |
| TR-155 | 遷音速における Control-Surface Buzz に関する研究<br>An Investigation on Control-Surface Buzz<br>at Transonic Speeds                             | 1968年5月 | 中村泰治                                   |
| TR-156 | 二次元湾曲ジェットの相似構造と乱流混合におよぼす曲率の研究<br>Effects of Curvature on the Similar Structure and Turbulent Mixing of Two-dimensional Curved Jets | 1968年5月 | 遠藤 浩                                   |
| TR-157 | 電子線密度測定法による低密度極超音速流の実験的研究<br>Experimental Study of Low Density Hypersonic Flow Using Electron-Beam Densitometry                    | 1968年6月 | 和田 勇, 曾我国男                             |
| TR-158 | 局所凸線形位相空間内の非線形初期値問題に対する近似について<br>On Approximations for Nonlinear Cauchy Problems in Locally Convex Spaces                          | 1968年6月 | 小島清史                                   |
| TR-159 | T型結合板の振動<br>The Vibration of T-Shape Plates Structure  | 1968年7月 | 埜 武敏, 築地恒夫<br>越出慎一                     |
| TR-160 | 梁, 板結合構造物の振動 (II)<br>On the Natural Vibration of Plate-Beam Combination Structures (II)  | 1968年8月 | 埜 武敏, 築地恒夫<br>多田保夫, 越出慎一<br>林 洋一, 日下和夫 |

---

## 航空宇宙技術研究所報告161号

昭和43年8月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)44-9171(代表) 182

印刷所 株式会社 東京プレス  
東京都板橋区桜川 2-27-12

---

