

NAL TR-387

UDC 521.1:
629.783.525

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-387

人工衛星の運動に対する太陽輻射圧の影響に関する研究

武内澄夫

1974年8月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

人工衛星の運動に対する太陽輻射圧の影響に関する研究*

武 内 澄 夫**

The Effect of Solar Radiation Pressure on the Motion of an Artificial Satellite

By Sumio TAKEUCHI

ABSTRACT

The effect of solar radiation pressure on the motion of an artificial satellite is investigated using Lagrange's planetary equations.

The disturbing function due to the solar radiation pressure is expanded in an infinite series in terms of osculating elliptic elements.

Neglecting the coupling effects between the oblateness of the earth and the solar radiation pressure, perturbations of the first order are obtained. The shadow equation is expressed by means of the quadric equation in terms of rectangular coordinates and the limits of integration are obtained by solving the shadow equation analytically.

The theory has been applied to the orbits of the geostationary satellite and the balloon-type satellite, and variations of orbital elements are calculated.

1. 緒 言

地球の人工衛星の運動を決定することを目的として地球の重力、月と太陽の引力などの作用下にある人工衛星の運動に関する研究をすでに報告した。^{1) 2) 3)} そこでこれらに続けて人工衛星の運動に及ぼす太陽輻射圧の作用についての研究を行なうことにした。

太陽輻射圧の作用下にある人工衛星の運動に関してこれまでに行なわれた諸研究においては地心を原点とする極座標を変数とする運動方程式を用いたものは少ない。⁴⁾ これに対して vectorial elements の摂動方程式^{5) 6)} あるいは Lagrange's planetary equations を用いて^{7) 8) 9) 10) 11)} 第一階の摂動を求めているものが大部分を占めている。また正準変換の方法をとっているものもある。^{12) 13)}

それから太陽輻射圧の作用下にある場合に地球の影内にも軌道が存在するときには、摂動関数の短周期項による摂動が長期間の内に次第に集積して大きくなり、長周期項によるものに対して短周期項によるものを無視できなくなる可能性がある。このためにこれまでの諸研究において地球の影について考慮したものが多し。そしてここでは人工衛星が直射日光内に在る間においてのみ運動方程式を積分する必要があり、このため shadow equation を解かなければならないが、この解を図式にあるいは近似解法によって求めることが論じられてきた。それからまた shadow function を用いて地球の影内においては摂動関数の数値を零とすることも考えられている。

本報告においても運動方程式として Lagrange's planetary equations を用いて第一階の摂動を求めることにした。しかし shadow equation を人工衛星の直交座標に関する四次方程式にしてその解を代数的に求める方法

* 昭和49年6月4日 受付

** 宇宙研究グループ

をとり、また理論を具体的に示して数値計算に即応しう
るようにした。ただし地球の扁平との相互作用については今後の報告において扱予定であるので、これを除外
して論じた。次いで離心率の七乗までを考慮した場合の
計算式ならびに黄道傾角と太陽の黄経を求める計算式を
示した。それから静止衛星および気球型の衛星を例にと
り、これに関する数値計算を行なって軌道要素の変化を
求めてみた。

2. 力学系

人工衛星は外力として地球の重力と太陽輻射圧に基づ
く力のみをうけるものとする。ここで地球の質量分布は
球状であるとする。また太陽輻射圧に基づく力としては
地球表面からの反射光線によるものを無視して太陽から
の直射光線によるもののみをとる。そしてこの輻射圧に
基づく力は太陽中心と地心を結ぶ直線の方向の成分のみ
を持ち、その大きさは人工衛星の運動する空間の領域に
おいて太陽からの距離に依存せず一定とする。それか
ら地球の影としては本影のみを考慮する。この本影は地
球に接する錐面をなすが、その母線は太陽中心と地心を
結ぶ直線に平行であるとみなし、柱面をなすとする。

表1 座標軸の正の部分が通過する点

i	x_i	y_i	z_i
1	近地点	軌道面上にあって $f = \pi/2$ の点	軌道面の法線と 天球との交点
2	昇交点	軌道面上にあって $f = (\pi/2) - \omega$ の点	軌道面の法線と 天球との交点
3	昇交点	赤道面上にあって 赤経が $\Omega + (\pi/2)$ の点	天の北極
4	春分点	赤道面上にあって 赤経が $\pi/2$ の点	天の北極
5	春分点	黄道面上にあって 黄経が $\pi/2$ の点	黄道の北極
6	太陽の中心	黄道面上にあって 黄経が $\lambda_s + (\pi/2)$ の点	黄道の北極

次に地心Oを原点として、 x_4, y_4, z_4 軸を表1に示
す点に向けてとる。そして座標系 $Ox_4 y_4 z_4$ は恒星系
に対して並進運動のみをするとみなし、この系に関して
人工衛星の運動を決定することにする。

さらにOを原点とする x_0 軸を表1に示す点に向けて
とる。このとき単位質量の人工衛星に対する地球の重力
と輻射圧に基づく力の potential は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{\mu}{r} + CFx_0 \\ \mu &= GM_e \end{aligned} \right\} (2.1)$$

ここで

- μ : 地心重力定数
- G : 万有引力の定数
- M_e : 地球の質量
- r : 人工衛星の地心距離
- C : 人工衛星が輻射圧の作用下にあるときに1と
なり、その作用下でないときに0となる数
- F : force constant

である。なお地球の質量に対して人工衛星の質量を無視
してある。

それから平均太陽時あるいは常用時を t とする。

3. 運動方程式

人工衛星の接触軌道要素として

- a : 軌道の半長軸
- e : 軌道の離心率
- i : 赤道面に対する軌道面の傾斜角
- Ω : 昇交点の赤経
- ω : 昇交点から近地点までの運動の向きにかっ
た角距離
- χ : epoch における平均近点離角

をとる。ここで n を平均運動とすれば

$$\mu = n^2 a^3 \tag{3.1}$$

が成立し、平均近点離角は次のようになる。

$$M = \chi + nt = \chi^* + \int_0^t n dt \tag{3.2}$$

なお χ^* は modified mean anomaly at epoch である。そ
して次式が成立する。

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{dn}{dt} \cdot t + \frac{d\chi}{dt} = n + \frac{d\chi^*}{dt} \tag{3.3}$$

それから f を真近点離角とすれば次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} M &= f + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n} + \sqrt{1-e^2} \right) \beta^n \sin nf \\ \beta &= \frac{1}{e} (1 - \sqrt{1-e^2}) \end{aligned} \right\} (3.4)$$

e^4 までをとるならば次のようになる。

$$\begin{aligned} M &= f - 2e \sin f + \left(\frac{3}{4} e^2 + \frac{1}{8} e^4 \right) \sin 2f \\ &\quad - \frac{1}{3} e^3 \sin 3f + \frac{5}{32} e^4 \sin 4f \end{aligned} \tag{3.4}$$

また摂動関数 R は次のように表わされる。

$$R = U - \frac{\mu}{r} \tag{3.5}$$

このとき Lagrange's planetary equations は次のよう

となる。¹⁴⁾

$$\left. \begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial \chi^*} \\ \frac{de}{dt} &= \frac{1}{na^2 e} \left\{ (1-e^2) \frac{\partial R}{\partial \chi^*} - \sqrt{1-e^2} \frac{\partial R}{\partial \omega} \right\} \\ \frac{di}{dt} &= \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \left(\cot i \frac{\partial R}{\partial \omega} - \operatorname{cosec} i \frac{\partial R}{\partial \Omega} \right) \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i} \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{\cot i}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial i} \\ \frac{d\chi^*}{dt} &= -\frac{1-e^2}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{2}{na} \left(\frac{\partial R}{\partial a} \right) \end{aligned} \right\} (3.6)$$

ここで $\left(\frac{\partial R}{\partial a}\right)$ は $\left(\frac{\partial R}{\partial a}\right)_{n=\text{const}}$ を示す。

4. 摂動関数の軌道要素による表示式

(3.6)における摂動関数は x_0 の関数として与えられているので、これを軌道要素の関数として表示する。

そこでまず

ϵ : 黄道傾角

λ_s : 太陽の黄経

とし、次に O を原点として、すでに定めた x_0, y_0, z_0 の諸軸に加えて x_i, y_i, z_i 軸を表1に示す点に向けてとる。ここで z_1 および z_2 軸は地心に関する人工衛星の運動量エネルギーと同じ向きをとるものとする。したがって表1のすべての座標系は右手系直交座標系をなす。そして x_1, y_1, z_1 座標から表1の順序に従って座標変換を行えば次のように表わされる。

$$x_0 = a_{1,1} x_1 + a_{1,2} y_1 + a_{1,3} z_1 \quad (4.1)$$

ここで人工衛星においては次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= a_{1,1} r \cos f + a_{1,2} r \sin f \\ a_{1,1} &= \cos \lambda_s (\cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \cos i \sin \omega) \\ &\quad + \sin \lambda_s \{ \cos \epsilon (\sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \cos i \sin \omega) \\ &\quad + \sin \epsilon \sin i \sin \omega \} \\ a_{1,2} &= \cos \lambda_s (-\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos i \cos \omega) \\ &\quad + \sin \lambda_s \{ \cos \epsilon (-\sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos i \cos \omega) \\ &\quad + \sin \epsilon \sin i \cos \omega \} \end{aligned} \right\} (4.2)$$

また次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{r}{a} \cos f &= \sum_{k=0}^{\infty} C_k^{1,1}(e) \cdot \cos kM \\ \frac{r}{a} \sin f &= \sum_{k=0}^{\infty} S_k^{1,1}(e) \cdot \sin kM \\ C_0^{1,1}(e) &= X_0^{1,1}(e) \end{aligned} \right\} (4.3)$$

$$C_k^{1,1}(e) = X_k^{1,1}(e) + X_k^{1,1}(e), \quad k \neq 0$$

$$S_0^{1,1}(e) = 0$$

$$S_k^{1,1}(e) = X_k^{1,1}(e) - X_k^{1,1}(e), \quad k \neq 0$$

ここで $X_k^{1,1}(e), X_{-k}^{1,1}(e)$ などは Hansen 係数であり、この関数の一般形は F. Tisserand によって示されている。¹⁵⁾ なお $C_k^{1,1}(e), S_k^{1,1}(e)$ などの一部の関数形が A. Cayley によって与えられている。¹⁶⁾ そして以上の諸式から次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} R &= C F a \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 \{ C_k^{1,1}(e) + (2u-3) S_k^{1,1}(e) \} \\ &\quad \times L_{v,w}(i, \epsilon) \cos T_{k,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s) \\ L_{v,w}(i, \epsilon) &= \frac{1}{8 \{ 2 + \{ 1 - (-1)^v \} \}} \times \{ \{ 1 - (-1)^v \} \\ &\quad + \{ 1 + (-1)^v \} \sin i + 2(v-2) \cos i \} \\ &\quad \times \{ \{ 1 - (-1)^v \} + \{ 1 + (-1)^v \} (3-2w) \sin \epsilon + 2(v-2) \\ &\quad \times (3-2w) \cos \epsilon \} \\ T_{k,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s) &= \omega + k(2u-3)M + (v-2)\Omega \\ &\quad + (2w-3)\lambda_s \end{aligned} \right\} (4.4)$$

5. 軌道要素の変化率

前章の諸式を(3.6)に用いれば軌道要素の変化率を表わす式が求められる。これは次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{da}{dt} &= -\frac{2CF}{n} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 k(2u-3) \times \{ C_k^{1,1}(e) \\ &\quad + (2u-3) S_k^{1,1}(e) \} L_{v,w}(i, \epsilon) \\ &\quad \times \sin T_{k,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s) \\ \frac{de}{dt} &= \frac{CF}{nae} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 \{ -k(2u-3)(1-e^2) \\ &\quad + \sqrt{1-e^2} \} \{ C_k^{1,1}(e) + (2u-3) S_k^{1,1}(e) \} \\ &\quad \times L_{v,w}(i, \epsilon) \sin T_{k,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s) \\ \frac{di}{dt} &= \frac{CF}{na\sqrt{1-e^2}} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 \{ C_k^{1,1}(e) + (2u-3) \\ &\quad \times S_k^{1,1}(e) \} \{ -\cot i + (v-2) \operatorname{cosec} i \} L_{v,w}(i, \epsilon) \\ &\quad \times \sin T_{k,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s) \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{CF}{na\sqrt{1-e^2} \sin i} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 \{ C_k^{1,1}(e) \\ &\quad + (2u-3) S_k^{1,1}(e) \} \frac{dL_{v,w}(i, \epsilon)}{di} \\ &\quad \times \cos T_{k,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s) \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{CF}{na} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 \left\{ \frac{\sqrt{1-e^2}}{e} \left\{ \frac{dC_k^{1,1}(e)}{de} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (2u-3) \frac{dS_k^{1,1}(e)}{de} \right\} L_{v,w}(i, \epsilon) - \frac{\cot i}{\sqrt{1-e^2}} \right. \\ &\quad \left. \times \left\{ C_k^{1,1}(e) + (2u-3) S_k^{1,1}(e) \right\} \frac{dL_{v,w}(i, \epsilon)}{di} \right\} \\ &\quad \times \cos T_{k,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s) \\ \frac{d\chi^*}{dt} &= -\frac{CF}{na} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 \left\{ \frac{1-e^2}{e} \left\{ \frac{dC_k^{1,1}(e)}{de} + (2u-3) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \frac{dS_k^{1,1}(e)}{de} \right\} + 2 \left\{ C_k^{1,1}(e) + (2u-3) S_k^{1,1}(e) \right\} \right\} \\ &\quad \times L_{v,w}(i, \epsilon) \cos T_{k,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s) \end{aligned} \quad (5.1)$$

6. 軌道要素の変化

(5.1)は軌道要素に関する非線型連立常微分方程式であり、これを解析的に解くことができないので第一階の摂動を求めることにする。ここで $t=t_{(j)}$ から短時間後の $t=t_{(j+1)}$ をとって

$$\delta t_{(j)} = t_{(j+1)} - t_{(j)} \quad (6.1)$$

とする。また $\delta t_{(j)}$ の間で輻射圧の作用下にある全時間を分割し、その第 m 番目の分割された時間の始めと終わりの時刻をそれぞれ $t_{(m)(j)}$, $t_{(m+1)(j)}$ とする。そして

$$\delta t_{(m)(j)} = t_{(m+1)(j)} - t_{(m)(j)} \quad (6.2)$$

とする。それから以下において諸量における添字 (j) によってこの諸量が $t=t_{(j)}$ における値をとることを示す。また同様に諸量における添字 $(m)(j)$ によってこの諸量が $t=t_{(m)(j)}$ における値をとることを示す。ただしこの際に軌道要素は $\delta t_{(j)}$ の間では一定とみなすので $t=t_{(j)}$ における値をとることになる。さらに epoch $t=t_{(1)}$ 以後における黄道傾角と太陽の黄経は第 8 章に示すように次式で表わされるとみなす。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_{(1)} \\ \lambda_s &= \lambda_{s(1)} + \dot{\lambda}_{s(1)}(t-t_{(1)}) \end{aligned} \right\} \quad (6.3)$$

この際第 6.1 節と第 6.2 節に示すように次の(1)および(2)の場合に分けて考えることにする。

- (1) $k=0$
- (2) $k \neq 0$

6.1 摂動関数の長周期項による要素の変化

(5.1)の右辺の各項において分類の(1)の場合である

$$k=0 \quad (6.1.1)$$

となる項のみをとって(5.1)を積分すれば摂動関数の長周期項による要素の変化が得られる。これを添字 l をつけて表わすことにする。ここで地球の扁平との相互作用を考慮することなく第一階の摂動を求めているので $T_{k,u,v,w}$ ($\omega, M, \Omega, \lambda_s$) の変化率の数值は 0 とならない。したがって $\delta t_{(m)(j)}$ の間の要素の変化は次のようになる。

$$\delta a_{l(m)(j)} = 0$$

$$\begin{aligned} \delta e_{l(m)(j)} &= -\frac{F}{\dot{\lambda}_{s(1)}} \left\{ \frac{\sqrt{1-e^2}}{nae} C_0^{1,1}(e) \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 \right. \\ &\quad \left. \times \frac{1}{2w-3} L_{v,w}(i, \epsilon_{(1)}) \right. \\ &\quad \left. \times (\delta \cos T_{0,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s))_{(m)} \right\}_{(j)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta i_{l(m)(j)} &= -\frac{F}{\dot{\lambda}_{s(1)}} \left\{ \frac{C_0^{1,1}(e)}{na\sqrt{1-e^2}} \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 \right. \\ &\quad \left. \times \frac{1}{2w-3} \left\{ -\cot i + (v-2) \operatorname{cosec} i \right\} \right. \\ &\quad \left. \times L_{v,w}(i, \epsilon_{(1)}) \right. \\ &\quad \left. \times (\delta \cos T_{0,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s))_{(m)} \right\}_{(j)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta \Omega_{l(m)(j)} &= \frac{F}{\dot{\lambda}_{s(1)}} \left\{ \frac{C_0^{1,1}(e)}{na\sqrt{1-e^2} \sin i} \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 \right. \\ &\quad \left. \times \frac{1}{2w-3} \frac{dL_{v,w}(i, \epsilon_{(1)})}{di} \right. \\ &\quad \left. \times (\delta \sin T_{0,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s))_{(m)} \right\}_{(j)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta \omega_{l(m)(j)} &= \frac{F}{\dot{\lambda}_{s(1)}} \left\{ \frac{1}{na} \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 \frac{1}{2w-3} \left(\frac{\sqrt{1-e^2}}{e} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \frac{dC_0^{1,1}(e)}{de} L_{v,w}(i, \epsilon_{(1)}) - \frac{\cot i}{\sqrt{1-e^2}} C_0^{1,1}(e) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \frac{dL_{v,w}(i, \epsilon_{(1)})}{di} \right) \right. \\ &\quad \left. \times (\delta \sin T_{0,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s))_{(m)} \right\}_{(j)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta \chi^*_{l(m)(j)} &= -\frac{F}{\dot{\lambda}_{s(1)}} \left\{ \frac{1}{na} \left(\frac{1-e^2}{e} \frac{dC_0^{1,1}(e)}{de} + 2C_0^{1,1}(e) \right) \right. \\ &\quad \left. \times \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 \frac{1}{2w-3} L_{v,w}(i, \epsilon_{(1)}) \right. \\ &\quad \left. \times (\delta \sin T_{0,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s))_{(m)} \right\}_{(j)} \end{aligned} \quad (6.1.2)$$

ここに

$$(\delta \frac{\cos}{\sin} T_{0,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s))_{(m)(j)}$$

$$= \frac{\cos}{\sin} \left\{ \omega_{(j)} + (v-2)\Omega_{(j)} + (2w-3)(\lambda_{s(m)(j)} + \dot{\lambda}_{s(1)} \delta t_{(m)(j)}) \right\} - \frac{\cos}{\sin} \left\{ \omega_{(j)} + (v-2)\Omega_{(j)} + (2w-3)\lambda_{s(m)(j)} \right\} \quad (6.1.3)$$

となる。

人工衛星が常に輻射圧の作用下にある場合には (6.1.2) の各項は長周期の変化を表わす。しかし地球の影内にも軌道が存在して輻射圧の作用が連続的でない場合には時間に対して不連続な変化を示す。

6.2 摂動関数の短周期項による要素の変化

(5.1)の右辺の各項において分類の(2)の場合である

$$k \neq 0 \quad (6.2.1)$$

となる項のみをとって (5.1)を積分すれば摂動関数の短周期項による要素の変化が得られる。これを添字 s をつけて表わすことにする。ここで $\delta t_{(m)(j)}$ の間の要素の変化は次のようになる。

$$\delta a_{s(m)(j)} = 2F \left[\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 k(2u-3) \times \left\{ C_k^{1,1}(e) + (2u-3)S_k^{1,1}(e) \right\} L_{v,w}(i, \epsilon_{(1)}) \times \frac{1}{k(2u-3)n + (2w-3)\dot{\lambda}_{s(1)}} \times (\delta \cos T_{k,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s))_{(m)} \right]_{(j)}$$

$$\delta e_{s(m)(j)} = -F \left[\frac{1}{nae} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 \left\{ -k(2u-3) \times (1-e^2) + \sqrt{1-e^2} \right\} \left\{ C_k^{1,1}(e) + (2u-3) \times S_k^{1,1}(e) \right\} L_{v,w}(i, \epsilon_{(1)}) \times \frac{1}{k(2u-3)n + (2w-3)\dot{\lambda}_{s(1)}} \times (\delta \cos T_{k,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s))_{(m)} \right]_{(j)}$$

$$\delta i_{s(m)(j)} = -F \left[\frac{1}{na\sqrt{1-e^2}} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 \left\{ C_k^{1,1}(e) + (2u-3)S_k^{1,1}(e) \right\} \left\{ -\cot i + (v-2)\operatorname{cosec} i \right\} \times L_{v,w}(i, \epsilon_{(1)}) \frac{1}{k(2u-3)n + (2w-3)\dot{\lambda}_{s(1)}} \times (\delta \cos T_{k,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s))_{(m)} \right]_{(j)}$$

$$\delta \Omega_{s(m)(j)} = F \left[\frac{1}{na\sqrt{1-e^2} \sin i} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 \right.$$

$$\times \left\{ C_k^{1,1}(e) + (2u-3)S_k^{1,1}(e) \right\} \frac{dL_{v,w}(i, \epsilon_{(1)})}{di} \times \frac{1}{k(2u-3)n + (2w-3)\dot{\lambda}_{s(1)}} \times (\delta \sin T_{k,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s))_{(m)} \Big]_{(j)}$$

$$\delta \omega_{s(m)(j)} = F \left[\frac{1}{na} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 \left\{ \frac{\sqrt{1-e^2}}{e} \times \left\{ \frac{dC_k^{1,1}(e)}{de} + (2u-3)\frac{dS_k^{1,1}(e)}{de} \right\} L_{v,w}(i, \epsilon_{(1)}) - \frac{\cot i}{\sqrt{1-e^2}} \left\{ C_k^{1,1}(e) + (2u-3)S_k^{1,1}(e) \right\} \times \frac{dL_{v,w}(i, \epsilon_{(1)})}{di} \right\} \frac{1}{k(2u-3)n + (2w-3)\dot{\lambda}_{s(1)}} \times (\delta \sin T_{k,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s))_{(m)} \right]_{(j)}$$

$$\delta \chi_{s(m)(j)}^* = -F \left[\frac{1}{na} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{u=1}^2 \sum_{v=1}^3 \sum_{w=1}^2 \left\{ \frac{1-e^2}{e} \times \left\{ \frac{dC_k^{1,1}(e)}{de} + (2u-3)\frac{dS_k^{1,1}(e)}{de} \right\} + 2 \left\{ C_k^{1,1}(e) + (2u-3)S_k^{1,1}(e) \right\} \right\} L_{v,w}(i, \epsilon_{(1)}) \times \frac{1}{k(2u-3)n + (2w-3)\dot{\lambda}_{s(1)}} \times (\delta \sin T_{k,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s))_{(m)} \right]_{(j)} \quad (6.2.2)$$

ここに

$$\begin{aligned} & (\delta \frac{\cos}{\sin} T_{k,u,v,w}(\omega, M, \Omega, \lambda_s))_{(m)(j)} \\ &= \frac{\cos}{\sin} \left\{ \omega_{(j)} + k(2u-3)(M_{(m)(j)} + n_{(j)} \delta t_{(m)(j)}) \right. \\ & \quad \left. + (v-2)\Omega_{(j)} + (2w-3)(\lambda_{s(m)(j)} + \dot{\lambda}_{s(1)} \delta t_{(m)(j)}) \right\} \\ & \quad - \frac{\cos}{\sin} \left\{ \omega_{(j)} + k(2u-3)M_{(m)(j)} + (v-2)\Omega_{(j)} \right. \\ & \quad \left. + (2w-3)\lambda_{s(m)(j)} \right\} \end{aligned} \quad (6.2.3)$$

となる。

人工衛星が常に輻射圧の作用下にある場合には (6.2.2) の各項は短周期の変化を表わす。しかし地球の影内にも軌道が存在して輻射圧の作用が連続的でない場合には時間に対して不連続な変化を示し、この変化は長期間内には集積して大きくなる可能性もある。

6.3 影に出入する時刻

人工衛星が地球の本影に出入する時刻を次に求める。

このためまず $t=t(j)$ において軌道面上における影の輪郭と接触楕円との交点を求める。そうすれば出入する時刻は $t(j)$ から人工衛星がその交点を通過するまでに経過した時間を $t(j)$ に加えた時刻として決定される。この際に $t(j)$ からこの出入する時刻までの間における地球に相対的な太陽の位置の変化および接触楕円の変化を共に無視することにする。なお以下において第 6.3.1 節から第 6.3.3 節まで添字(j)を省略する。

6.3.1 軌道面上の影の輪郭によって決定される楕円あるいは二直線と接触楕円との交点の真近点離角

地心から x_1, y_1 面上への太陽中心の投影点に向けて X 軸をとり、 x_1 軸に対して X 軸のなす角を φ とする。そして x_1, y_1 面上において Ox_1, y_1 座標系を角 φ だけ回転して得られる座標系を OXY とする。このとき次のようになる。

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{a_{1,2}}{a_{1,1}} \quad (6.3.1.1)$$

次に z_1 軸と x_0 軸のなす角を θ とすれば

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta &= a_{1,3} \\ a_{1,3} &= \cos \lambda_s \sin \Omega \sin i \\ &+ \sin \lambda_s (-\cos \epsilon \cos \Omega \sin i + \sin \epsilon \cos i) \end{aligned} \right\} (6.3.1.2)$$

となる。ここで

$$a_{1,3} = \pm 1 \quad (6.3.1.3)$$

ならば太陽は z_1 軸上に在ることとなり、軌道は全部直射日光内に存在する。したがってこの場合については考える必要はない。それから

$$a_{1,3} \neq 0, \pm 1 \quad (6.3.1.4)$$

ならば影の輪郭と軌道面の交線は楕円をその短軸によって二分したものの片側をなすこととなる。この楕円の半長軸と半短軸を A, B とすれば

$$A = \frac{a_e}{|a_{1,3}|}, \quad B = a_e \quad (6.3.1.5)$$

となる。ここに

a_e : 地球の平均赤道半径

である。また

$$a_{1,3} = 0 \quad (6.3.1.6)$$

ならば太陽は軌道面上に在ることとなり、軌道面上における影の輪郭は地球に接する二直線の、接点から太陽と反対側の部分となる。

まず (6.3.1.4) の場合には影の輪郭と軌道面の交線によって決定される楕円の方程式は次のようになる。

$$\frac{X^2}{A^2} + \frac{Y^2}{B^2} = 1 \quad (6.3.1.7)$$

また接触楕円の中心を通り x_1, y_1 軸に平行で同じ向きに x', y' 軸をとれば接触楕円の方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} &= 1 \\ b &= a\sqrt{1-e^2} \end{aligned} \right\} (6.3.1.8)$$

この両楕円の交点が存在すれば、この交点は連立方程式 (6.3.1.7), (6.3.1.8) の実根を座標とする点として決定される。この座標は四次方程式の解として求められる。ここでこの交点における真近点離角を f_c とする。

次に (6.3.1.6) の場合には軌道面上における影の輪郭によって決定される二直線の方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= l x_1 \pm m \\ l &= \tan \varphi \\ m &= a_e \sqrt{l^2 + 1} \end{aligned} \right\} (6.3.1.9)$$

この二直線と接触楕円との交点は連立方程式 (6.3.1.8) (6.3.1.9) の根を座標とする点として決定される。この座標は二次方程式の解として求められる。ここでこの交点における真近点離角を f_c とする。

なお以上において f_c を

$$0 \leq f_c \leq 2\pi \quad (6.3.1.10)$$

によって表わされる範囲内にとることとする。

6.3.2 影に出入する点の真近点離角

以上において求められた f_c の内で次の条件を満たすものが影に出入する点の真近点離角となる。

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \text{ のとき} \\ \frac{\pi}{2} + \varphi \leq f_c \leq \frac{3\pi}{2} + \varphi \\ \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2} \text{ のとき} \\ f_c \leq \varphi - \frac{\pi}{2} \text{ あるいは } \frac{\pi}{2} + \varphi \leq f_c \\ \frac{3\pi}{2} \leq \varphi \leq 2\pi \text{ のとき} \\ \varphi - \frac{3\pi}{2} \leq f_c \leq \varphi - \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} (6.3.2.1)$$

軌道が影内にも存在する場合には (6.3.2.1) を満たす f_c が二つあり、これらを f'_s, f''_s とすれば

$$f'_s - f''_s = 0, \pm 2\pi \quad (6.3.2.2)$$

となる。また軌道が影に接する場合にも (6.3.2.1) を満たす f_c は二つあり、これらを f'_s, f''_s とすれば

$$f'_s - f''_s = 0, \pm 2\pi \quad (6.3.2.3)$$

となる。さらに軌道が全部直射日光内に在る場合には (6.3.2.1) を満たす f_c は存在しない。

6.3.3 影に入る点の真近点離角と影から出る点の真近点離角

まず(6.3.2.2)の場合には次の四つのときのいずれかとなる。

$$\left. \begin{array}{l} f'_s - f''_s > 0 \text{ のとき} \\ \text{(a) } \pi \geq f'_s - f''_s > 0 \\ \text{(b) } 2\pi > f'_s - f''_s \geq \pi \\ 0 > f'_s - f''_s \text{ のとき} \\ \text{(c) } 0 > f'_s - f''_s \geq -\pi \\ \text{(d) } -\pi \geq f'_s - f''_s > -2\pi \end{array} \right\} (6.3.3.1)$$

ここで影に入る点の真近点離角を f_e とし、影から出る点の真近点離角を f_d とする。そうすれば次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{(a)あるいは(d)のとき} \\ f_e = f'_s \\ f_d = f''_s \\ \text{(b)あるいは(c)のとき} \\ f_e = f'_s \\ f_d = f''_s \end{array} \right\} (6.3.3.2)$$

次に(6.3.2.3)の場合には

$$f_e = f_d \quad (6.3.3.3)$$

となる。

6.3.4 影に入る時刻と影から出る時刻

(6.3.3.3)の場合には影に出入すると考えなくてもいいので、(6.3.3.2)の場合のみを考えることにする。ここで I を整数として

$$\left. \begin{array}{l} f_{(j)} = f_{r(j)} + I \cdot 2\pi \\ 0 \leq f_{r(j)} \leq 2\pi \end{array} \right\} (6.3.4.1)$$

とする。そして $f_{r(j)}$ 、 $f_{e(j)}$ および $f_{d(j)}$ を用いて(3.4)から決定される M をそれぞれ $M_{r(j)}$ 、 $M_{e(j)}$ および $M_{d(j)}$ とする。このとき人工衛星が $t = t_j$ 以後に軌道を一周し終わるまでの間に影に入る時刻 $t_{e(j)}$ と影から出る時刻 $t_{d(j)}$ は次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} t_{d(j)} = t_j + \frac{E \cdot 2\pi + M_{d(j)} - M_{r(j)}}{n_{(j)}} \\ t_{e(j)} = t_j + \frac{D \cdot 2\pi + M_{d(j)} - M_{r(j)}}{n_{(j)}} \end{array} \right\} (6.3.4.2)$$

ここに

$$\left. \begin{array}{l} f_{r(j)} \geq f_{e(j)} \text{ のときには } E = 1 \\ f_{r(j)} \leq f_{e(j)} \text{ のときには } E = 0 \\ f_{r(j)} \geq f_{d(j)} \text{ のときには } D = 1 \\ f_{r(j)} \leq f_{d(j)} \text{ のときには } D = 0 \end{array} \right\} (6.3.4.3)$$

である。

なお $t = t_j$ 以後に軌道を N 周し終わってから $N + 1$ 周し終わるまでの間に影に入る時刻 $t_{e(j)}^{(N)}$ と影から出る時刻 $t_{d(j)}^{(N)}$ は次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} t_{d(j)}^{(N)} = t_{d(j)} + \frac{2\pi \cdot N}{n_{(j)}} \\ t_{e(j)}^{(N)} = t_{e(j)} + \frac{2\pi \cdot N}{n_{(j)}} \end{array} \right\} (6.3.4.4)$$

6.4 任意の時刻における軌道要素

軌道要素を El で表わせば t_j と $t_{(j+1)}$ における要素の関係は次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} El_{(j+1)} = El_{(j)} + \delta El_{(j)} \\ \delta El_{(j)} = \sum_{m=1}^{N'} \delta El_{(m)(j)} \end{array} \right\} (6.4.1)$$

ここに N' は $\delta t_{(j)}$ の間で輻射圧の作用下にある全時間を分割した数を示す。そして

$$\delta El_{(m)(j)} = \delta El_{l(m)(j)} + \delta El_{s(m)(j)} \quad (6.4.2)$$

となる。したがって

$$t_{(N)} = t_{(1)} + \Delta t = t_{(1)} + \sum_{j=1}^{N-1} \delta t_{(j)} \quad (6.4.3)$$

における要素は次のようになる。

$$El_{(N)} = El_{(1)} + \Delta El = El_{(1)} + \sum_{j=1}^{N-1} \delta El_{(j)} \quad (6.4.4)$$

7. 計算式

前章までの諸式によれば第一階の摂動が理論的には求められたことになる。ここでさらに計算を行なうときのために $C_k^{(1)}(e)$ および $S_k^{(1)}(e)$ を e に関して展開した式の係数を表2と表3に示す。それから $\frac{dC_k^{(1)}(e)}{de}$ および $\frac{dS_k^{(1)}(e)}{de}$ の各項の係数を表4と表5に示す。

8. 黄道傾角と太陽の黄経

以上の理論においては黄道傾角と太陽の黄経が時間の関数として与えられるを要するので次にこれを求める。

まず

$$T : 1900 \text{ 年 } 1 \text{ 月 } 0.5 \text{ 日 E.T. (J.D. 2415020.0)}$$

からの経過時間を 36525 歴表日を単位として

はかった数値

とし、

$$t = t_{(1)} \quad , \quad t = t_{(j)}$$

においてそれぞれ

$$T = T_{(1)} \quad , \quad T = T_{(j)}$$

をとるものとする。次に

ϵ : 平均黄道傾角

L : 太陽の平均黄経

とする。このとき天体歴によれば次のようになる。¹⁷⁾¹⁸⁾

表2 $C_k^{1,1}(e)$ の展開式の係数

k	e^0	e^1	e^2	e^3	e^4	e^5	e^6	e^7
0		$-\frac{3}{2}$						
1	1		$-\frac{3}{8}$		$\frac{5}{192}$		$-\frac{7}{9216}$	
2		$\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{3}$		$\frac{1}{16}$		$-\frac{1}{180}$
3			$\frac{3}{8}$		$-\frac{45}{128}$		$\frac{567}{5120}$	
4				$\frac{1}{3}$		$-\frac{2}{5}$		$\frac{8}{45}$
5					$\frac{125}{384}$		$-\frac{4375}{9216}$	
6						$\frac{27}{80}$		$-\frac{81}{140}$
7							$\frac{16807}{46080}$	
8								$\frac{128}{315}$

表3 $S_k^{1,1}(e)$ の展開式の係数

k	e^0	e^1	e^2	e^3	e^4	e^5	e^6	e^7
1	1		$-\frac{5}{8}$		$-\frac{11}{192}$		$-\frac{457}{9216}$	
2		$\frac{1}{2}$		$-\frac{5}{12}$		$\frac{1}{24}$		$-\frac{1}{45}$
3			$\frac{3}{8}$		$-\frac{51}{128}$		$\frac{543}{5120}$	
4				$\frac{1}{3}$		$-\frac{13}{30}$		$\frac{13}{72}$
5					$\frac{125}{384}$		$-\frac{4625}{9216}$	
6						$\frac{27}{80}$		$-\frac{135}{224}$
7							$\frac{16807}{46080}$	
8								$\frac{128}{315}$

表4 $\frac{dC_k^{1,1}(e)}{de}$ の各項の係数

k	e^0	e^1	e^2	e^3	e^4	e^5	e^6
0	$-\frac{3}{2}$						
1		$-\frac{3}{4}$		$\frac{5}{48}$		$-\frac{7}{1536}$	
2	$\frac{1}{2}$		-1		$\frac{5}{16}$		$-\frac{7}{180}$
3		$\frac{3}{4}$		$-\frac{45}{32}$		$\frac{1701}{2560}$	
4			1		-2		$\frac{56}{45}$
5				$\frac{125}{96}$		$-\frac{4375}{1536}$	
6					$\frac{27}{16}$		$-\frac{81}{20}$
7						$\frac{16807}{7680}$	
8							$\frac{128}{45}$

表5 $\frac{dS_k^{1,1}(e)}{de}$ の各項の係数

k	e^0	e^1	e^2	e^3	e^4	e^5	e^6
1		$-\frac{5}{4}$		$-\frac{11}{48}$		$-\frac{457}{1536}$	
2	$\frac{1}{2}$		$-\frac{5}{4}$		$\frac{5}{24}$		$-\frac{7}{45}$
3		$\frac{3}{4}$		$-\frac{51}{32}$		$\frac{1629}{2560}$	
4			1		$-\frac{13}{6}$		$\frac{91}{72}$
5				$\frac{125}{96}$		$-\frac{4625}{1536}$	
6					$\frac{27}{16}$		$-\frac{135}{32}$
7						$\frac{16807}{7680}$	
8							$\frac{128}{45}$

$$\begin{aligned}
 \epsilon &= 23^{\circ}27'8''.26 - 46''.845 T - 0''.0059 T^2 \\
 &\quad + 0''.00181 T^3 \\
 &= 23^{\circ}45'22.94 - 0^{\circ}01'30.125 T - 0^{\circ}00'00.164 T^2 \\
 &\quad + 0^{\circ}00'00.0503 T^3 \\
 L &= 279^{\circ}41'48''.04 + 129602768''.13 T \\
 &\quad + 1''.089 T^2 \\
 &= 279^{\circ}69'66.8 + 36000^{\circ}76893 T \\
 &\quad + 0^{\circ}00'03.03 T^2
 \end{aligned}
 \tag{8.1}$$

これから L の変化率を求めれば次のようになる。

$$\frac{dL}{dT} = 36000^{\circ}76893 + 0^{\circ}00'06.06 T
 \tag{8.2}$$

以上の諸式によって epoch $t=t_{(1)}$ 以後において近似的に次の式が成立するとみなすことができる。

$$\begin{aligned}
 \epsilon &= \epsilon_{(1)} \\
 &= \epsilon(T_{(1)}) \\
 \lambda_s &= \lambda_{s(1)} + \dot{\lambda}_{s(1)}(t-t_{(1)}) \\
 &= L_{(1)} + \left\{ \frac{1}{36525} \left(\frac{dL}{dT} \right)_{(1)} \right\} (t-t_{(1)})
 \end{aligned}
 \tag{8.3}$$

ここに t は平均太陽日を単位として表わされている。

9. 人工衛星の運動の計算

人工衛星の運動の計算を次に行なう。ここで長期間にわたっての摂動を求めることとする。この際に地球の影を考慮しない場合には摂動関数の短周期部分による摂動は長周期部分による摂動に対して無視されるので(6.1.2)のみによって計算を行なう。しかし影を考慮する場合には短周期部分による摂動も大きくなることありうるので(6.1.2)と(6.2.2)によって計算を行なうことにする。この場合には第6.3節によって $\delta t_{(j)}$ ごとに人工衛星が地球の影に入る時刻と影から出る時刻の計算をする。なお四次方程式で表わされた shadow equation の解を Ferrari の解法によって求めることにする。それから以下の計算では $C_k^{1,1}(e)$, $S_k^{1,1}(e)$, $\frac{dC_k^{1,1}(e)}{de}$, $\frac{dS_k^{1,1}(e)}{de}$ などにおいて e^2 以下の微小量を見捨てる。さらに $t_{(M)}$ における軌道要素は(6.4.4)によって与えられる。

ここで計算に用いられる定数を次のようにとる。¹⁹⁾

$$\mu = 3.986013 \times 10^{20} \frac{\text{cm}^3}{\text{sec}^2}$$

$$a_e = 6.378155 \times 10^6 \text{ m}$$

それから日本時の1973年1月1日の正午を epoch

$$t = t_{(1)} = 0 \text{ 平均太陽日}$$

とする。そして F と epoch における軌道要素の値を表6のようにとってみる。ここに(1)は静止衛星の場合であり、

その半長軸は軌道運動の周期が一平均恒星日となるようにとられている。また(2)は気球型の衛星の場合であり、次のようにしてある。

断面積と質量の比 : 約 $8 \text{ cm}^2/\text{gm}$

reflection constant : 約 0.5

次に影を考慮しない場合には $\delta t_{(j)}$ を一平均太陽日とし、また影を考慮する場合には

$$\delta t_{(j)} = \frac{2\pi}{n_{(j)}}$$

とした。そして Δt を一年として計算を行なった。

このようにして表6の各場合についての軌道要素の変

表6 F と epoch における軌道要素の値

		(1)	(2)
F	$\frac{\text{dyne}}{\text{gm}}$	-1×10^{-5}	-55×10^{-5}
a	Km	42164.26	7500
e		0.01	0.02
i	deg	1	45
Q	deg	265	100
ω	deg	10	70
χ^*	deg	0	60

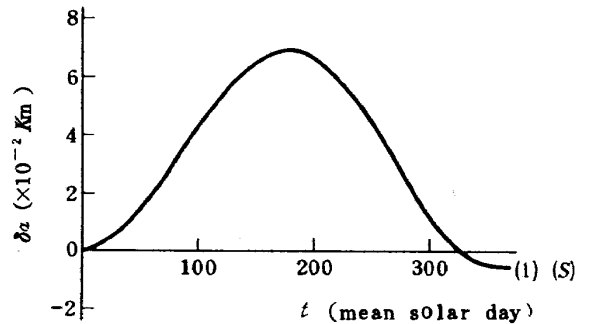


図1.1 t と δa との関係

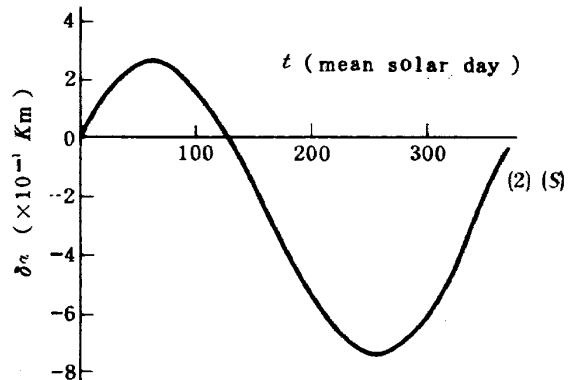


図1.2 t と δa との関係

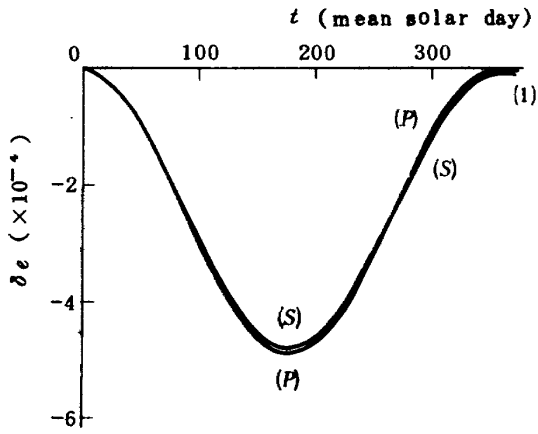


図 2.1 t と Δe との関係

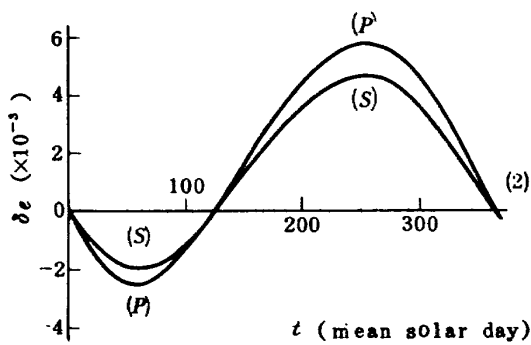


図 2.2 t と Δe との関係

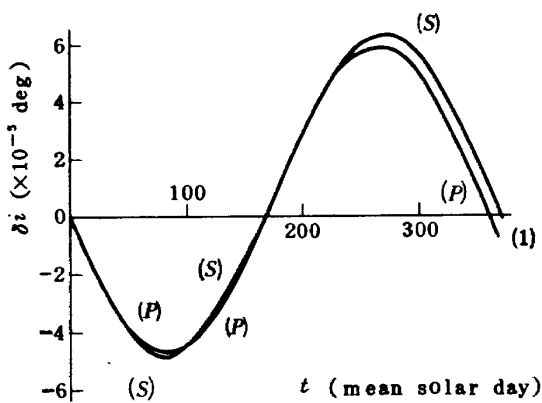


図 3.1 t と Δi との関係

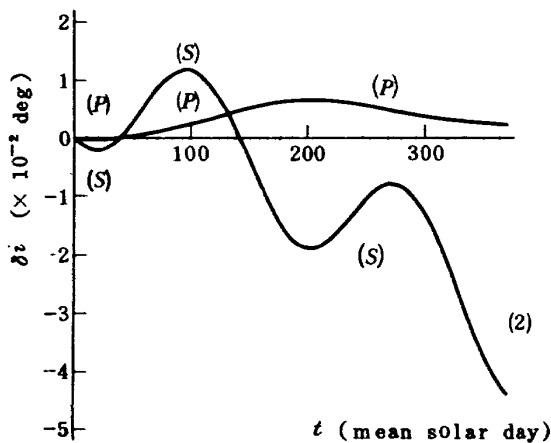


図 3.2 t と Δi との関係

化が求められるが、その結果を図 1.1 から図 6.2 までに示す。ここで影を考慮しない場合を(P)で示し、影を考慮する場合を(S)で示してある。

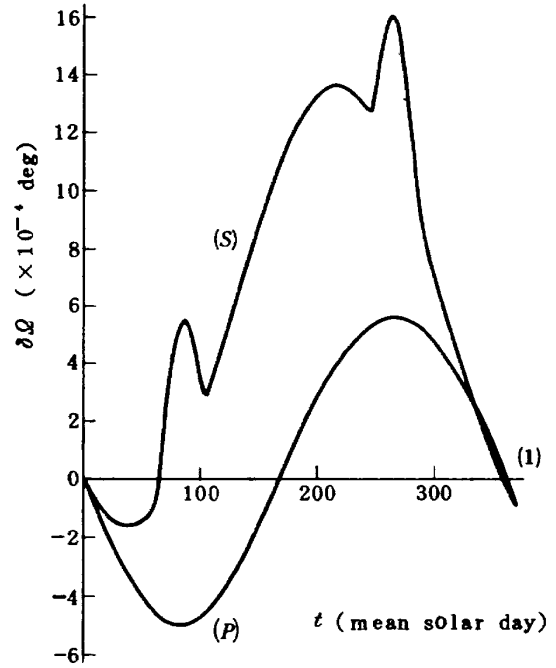


図 4.1 t と ΔQ との関係

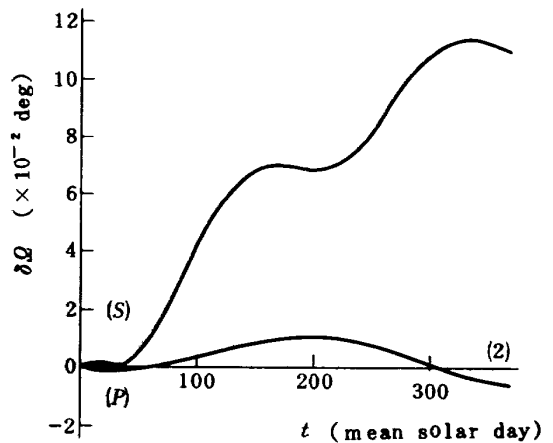


図 4.2 t と ΔQ との関係

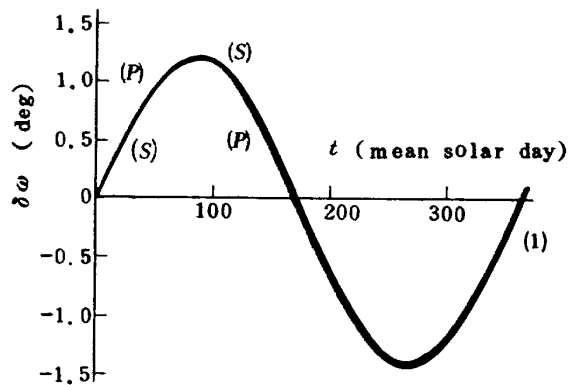


図 5.1 t と $\Delta \omega$ との関係

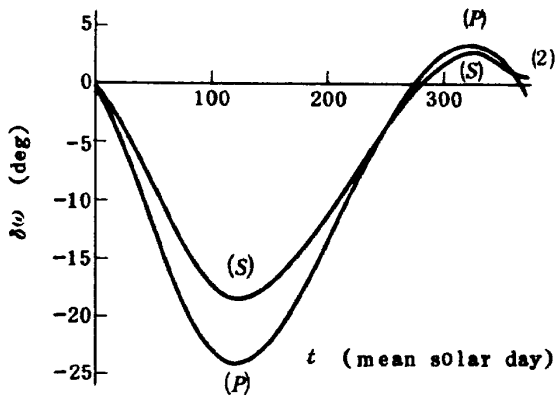


図 5.2 t と $\Delta\omega$ との関係

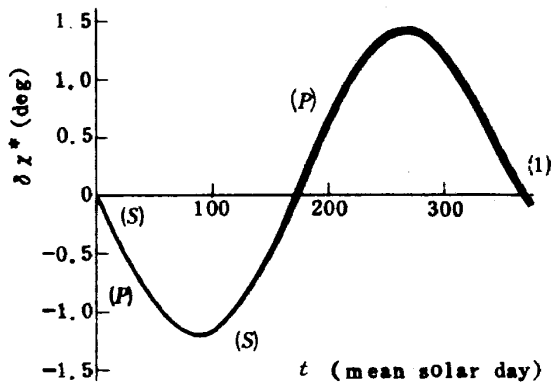


図 6.1 t と $\Delta\chi^*$ との関係

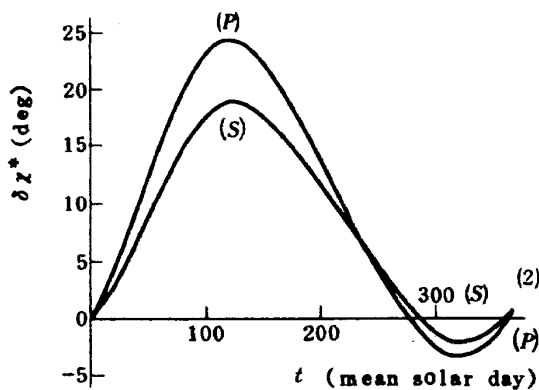


図 6.2 t と $\Delta\chi^*$ との関係

10. 考察

第 8 章までの所論によれば人工衛星の運動に対する太陽輻射圧の作用を第一階摂動理論の範囲内において計算することが可能となった。

次にこの所論によって表 6 の(1)と(2)の場合について行なわれた計算の結果を示す図 1.1 から図 6.2 までに関して考えてみる。まず図 1.1 と図 1.2 は a の時間に対する変化を示し、これは摂動関数の短周期項のみに基づくものである。この摂動は極めて小さく、したがって影の影響はほとんど表われないといえる。図 2.1 と図 2.2 は e

の時間に対する変化を示し、この摂動は大きい。影の影響は(2)の場合に多少表われている。影の影響を考えたときに地心と近地点の距離の変化は(1)の場合には大体 0.0 km から 20.5 km までとなり、(2)の場合には大体 15.0 km から -35.7 km までとなっている。図 3.1 と図 3.2 は i の時間に対する変化を示す。この摂動は極めて小さいが、影の影響は(2)の場合に大きく表われている。図 4.1 と図 4.2 は Ω の時間に対する変化を示す。この摂動も極めて小さいが、影の影響は大きく表われている。また図 5.1 から図 6.2 まででは ω と χ^* の時間に対する変化を示す。この摂動は比較的に大きく、また影の影響は(2)の場合に多少表われている。

以上のように(1)の場合に比して(2)の場合には摂動が大きい。これは force constant F の絶対値が(1)の場合におけるよりも(2)の場合において大きいことに基づいている。また(1)の場合に対して(2)の場合には影の影響が大きく出ている。これは影への出入の回数したがってまた短周期摂動が集積する機会が(1)の場合に比して(2)の場合に多いことを原因としている。実際にこの計算においては影への出入は(1)の場合には太陽が春分点付近と秋分点付近に在る期間中のみに限定されてその回数は 90 回である。これに対して(2)の場合には軌道運動の各周ごとに生起してその回数は 4882 回となっている。なお太陽輻射圧の作用による軌道要素の変化は e において最も顕著である。

11. 結論

人工衛星の運動に対する太陽輻射圧の影響を調べるために運動方程式として Lagrange's planetary equations を用い、摂動関数を一般項で表示した理論をたてた。ここで shadow equation を人工衛星の直交座標に関する四次方程式にしてその解を代数的に求め、数値計算に即応しうるようにした。

この理論によって第一階の摂動を求め、その長周期摂動に基づいて運動の見とおしをたてることが可能である。

また摂動関数において離心率の七乗までを考慮した計算式を示した。

以上の計算式によって、shadow equation の解を軌道運動の一周ごとに求め、運動を決定する計算の例を示した。

軌道要素の変化は離心率において最も顕著である。

本研究を行なうに当たり教示をされた東京大学の古在由秀教授および堀源一郎教授ならびに助力をされた当研究所の松島弘一主任研究官に対してここに謝意を表明する。

引用文献

- 1) 武内澄夫, 松島弘一; 地球の重力の作用下にある人工衛星の運動に関する研究, 航技研報告, TR-255, 1971.
- 2) 武内澄夫; 地球の重力の作用下にある人工衛星の運動に関する研究 - 運動が長期間にわたる場合 航技研報告, TR-320, 1973.
- 3) 武内澄夫, 松島弘一; 月と太陽の引力の作用下にある人工衛星の運動に関する研究, 航技研報告, TR-323, 1973.
- 4) E. Levin; Solar Radiation Pressure Perturbations of Earth Satellite Orbits, A.I.A.A.J., 6, 1968, 1, 120-126.
- 5) P. Musen; The Influence of the Solar Radiation Pressure on the Motion of an Artificial Satellite, J. of Geophysical Research, 65, 1960, 5, 1391-1396.
- 6) R.W. Bryant; The Effect of Solar Radiation Pressure on the Motion of an Artificial Satellite, Astronomical J., 66, 1961, 8, 430-432.
- 7) Y. Kozai; Effects of Solar Radiation Pressure on the Motion of an Artificial Satellite, Smithsonian Astrophysical Obs., Special Report No. 56, 1961, 25-33.
- 8) S.P. Wyatt; The Effect of Radiation Pressure on the Secular Acceleration of Satellite, Smithsonian Astrophysical Obs., Special Report No. 60, 1961, 1-16.
- 9) G.E. Cook; Luni-Solar Perturbations of the Orbit of an Earth Satellite, Geophysical J., 6, 1962, 3, 271-291.
- 10) Ye. N. Polyakhova; Solar Radiation Pressure and the Motion of Earth Satellite, A.I.A.A. J., 1, 1963, 2893-2908.
- 11) J.P. Murphy and T.L. Felsentreger; Analysis of Lunar and Solar Effects on the Motion of Close Earth Satellites, NASA TN D-3559, 1966, 1-75.
- 12) G. Hori; The Effect of Radiation Pressure on the Motion of an Artificial Satellite, Lectures in Applied Mathematics, Vol. 7, Space Mathematics, Part III, 1966, 167-178.
- 13) S. Ferraz Mello; Analytical Study of the Earth's Shadowing Effects on Satellite Orbits, Celestial Mechanics, 5, 1972, 1, 80-101.
- 14) W.M. Smart; Celestial Mechanics, 1953, Longmans.

- 15) F. Tisserand; Traité de Mécanique Céleste, Tome 1, 1889, Gauthier-Villars.
- 16) A. Cayley; Tables of the Developments of Functions in the Theory of Elliptic Motion, Mem. Roy. Astron. Soc., 29, 1861, 191-306.
- 17) 海上保安庁水路部; 昭和48年天体位置表, 海上保安庁.
- 18) Nautical Almanac Offices; Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris and the American Ephemeris and Nautical Almanac, 1961, Her Majesty's Stationery Office.
- 19) E.M. Gaposchkin and K. Lambeck; 1969 Smithsonian Standard Earth (II), Smithsonian Astrophysical Obs., Special Report No. 315, 1970, 1-93.

付録記号

使用した主な記号を以下に示す。

- A : 影の輪郭と軌道面の交線によって決定される楕円の半長軸
- a : 軌道の半長軸
- a_e : 地球の平均赤道半径
- $a_{i,j}$: $Ox_1 y_1 z_1$ 座標系における x_0 軸の方向余弦
- B : 影の輪郭と軌道面の交線によって決定される楕円の半短軸
- b : 軌道の半短軸
- C : 人工衛星が輻射圧の作用下にあるときに1となり, その作用下がないときに0となる数
- $C_k^{1,j}$: 楕円軌道の平均近点離角の項による展開式における係数
- EL : 軌道要素
- e : 軌道の離心率
- F : force constant
- f : 真近点離角
- f_c : 影の輪郭と軌道面の交線によって決定される楕円あるいは二直線と軌道との交点の f
- f_s, f_s'' : 影に出入する点における f
- f_d : 影から出る点における f
- f_e : 影に入る点における f
- f_r : 0 から 2π までの角で表わした f
- G : 万有引力の定数
- i : 赤道面に対する軌道面の傾斜角
- L : 太陽の平均黄経

$L_{v,w}$: 摂動関数の (k, u, v, w) の項における i と ε の関数として表示された因数	x_i, y_i, z_i : 直交座標
l : 軌道面における影の輪郭が直線となるときのその直線方向係数	x', y' : 直交座標
M : 平均近点離角	ε : 黄道傾角あるいは平均黄道傾角
M_e : 地球の質量	θ : z_1 軸と x_0 軸のなす角
m : 軌道面における影の輪郭が直線となるときの y_1 軸上の切片	λ_s : 太陽の黄経
n : 平均運動	μ : 地心重力定数
O : 地心	φ : x 軸と X 軸のなす角
R : 摂動関数	χ : epoch における平均近点離角
r : 地心距離	χ^* : modified mean anomaly at epoch
$S_k^{j,l}$: 楕円軌道の平均近点離角の項による展開式における係数	Ω : 昇交点の赤経
T : 歴表時の 1900 年 1 月 0.5 日からの経過時間を 36525 歴表日を単位としてはかった数値	ω : 昇交点から近地点まで運動の向きにはかった角距離
$T_{k,u,v,w}$: 摂動関数の (k, u, v, w) の項における三角関数として表示された因数の引数	添字
t : 平均太陽時あるいは常用時	d : f_d における値をとることを示す
U : 単位質量の人工衛星に対する potential	e : f_e における値をとることを示す
X, Y : 直交座標	(j) : $t_{(j)}$ における値をとることを示す
$X_k^{j,l}, X_k^{l,j}$: Hansen 係数	l : 摂動関数の長周期項による要素の変化を示す
	$(m)(n)$: $t_{(m)(n)}$ における値をとることを示す
	r : f_r における値をとることを示す
	s : 摂動関数の短周期項による要素の変化を示す

航空宇宙技術研究所報告 387号

昭和49年8月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182
印刷所 株式会社 共 進
東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)
