

第4回 EFD/CFD 融合ワークショップ(2011年1月25日)

流体科学と EFD/CFD 融合:乱流研究から見る平均場ダイナモ
 Fluid Science and EFD/CFD Integration: Mean-Field Dynamo in Light of Turbulence Research

吉澤 徹(JAXA、客員)

本小論は以下の2点からなる:

(1)ダイナモの概論

ダイナモ:地磁気、太陽磁場、その他の天体磁場(降着円盤磁場など)の発生・維持機構

(2)乱流研究からの示唆

乱流モデリング(≒ CFD)とは

EFD による知見 → その一部(巨視的性質)を数式で表現 → メカニズムの提起

(EFD ヘフィードバック)

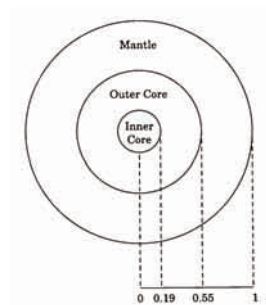
(a)レイノルズ平均モデリングの視点での平均場ダイナモ(モデリングからの示唆)

(b)降着円盤の双極ジェットと超音速および旋回効果(現象面からの示唆)

1

1 磁場が密接する典型的な天体現象

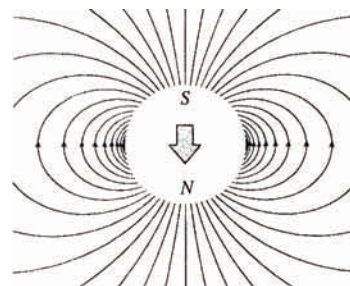
A 地磁気



地球半径:6300 km

内核:固体の鉄 外核:溶融鉄

マントル:ケイ素



ポロイダル磁場の巨視的構造:双極子成分

(トロイダル磁場はマントルにより観測不能)

興味深い事象例[1]:

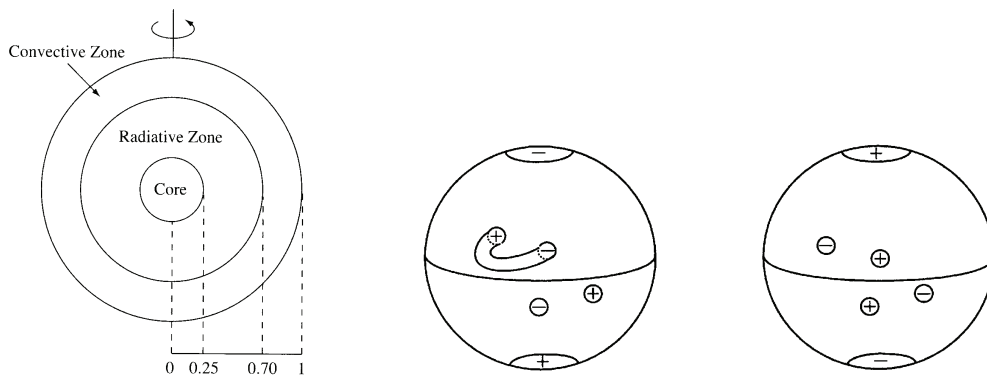
(a)数十万年単位の双極子磁場の反転(逆転)

(b)単位体積当たりのエネルギー比の謎(磁場エネルギー ≫ 溶融鉄の運動エネルギー)

2

B 太陽磁場

太陽半径:73 万 km 主成分:水素(70%) ヘリウム(30%)



内部構造

黒点:対流層のトロイダル磁場の断面

興味深い事象例:

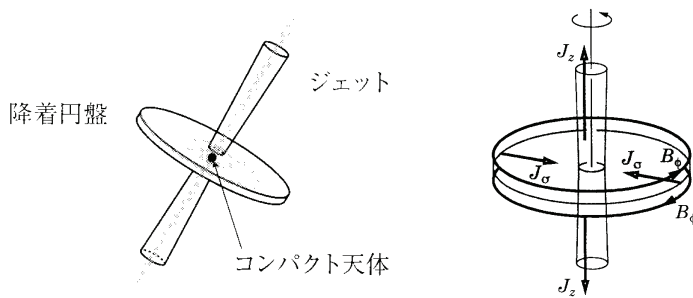
- (a) 黒点の極性則(例:先頭黒点の極性と極磁場の極性が一致)
- (b) 黒点に関する約 11 年周期

3

C 降着円盤:双極ジェット[2]



天文ジェット



中心天体:

- 原始星 (質量:太陽程度まで ジェット速度:~100 km/s)
- 活動銀河核(質量:太陽の数億倍まで ジェット速度:光速に近い) → 相対論

興味深い事象例:

- (a) ジェットの発生(旋回流 → 角運動量の放出とも関連)
- (b) ジェットのコリメーション(平行性)

4

2 平均場ダイナモとは[3-7]

ダイナモ : 流れによって磁場が発生・維持される機構

平均場ダイナモ: 磁場の巨視的性質を対象とする

地磁気の双極子磁場

太陽のトロイダル磁場(黒点の起源)

天文ジェットにおける旋形状磁場

A アルヴェン速度単位

$$\frac{p}{\rho} \rightarrow p \quad \frac{\mathbf{b}}{\sqrt{\rho\mu_B}} \rightarrow \mathbf{b} \quad \frac{\mathbf{j}}{\sqrt{\rho I \mu_B}} \rightarrow \mathbf{j}$$

ρ : 密度 p : 圧力 \mathbf{b} : 磁場(磁束密度) \mathbf{j} : 電流密度

μ_B : 透磁率

特徴: \mathbf{b} の単位が速度となる

5

B 電磁流体方程式(説明を簡単にするため、密度一定の場合を考える)

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) u_i = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + (\mathbf{j} \times \mathbf{b})_i + \nu \nabla^2 u_i + G_i$$

\mathbf{G} : 体積力(コリオリ力、ブジネスク近似による浮力など)

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{b}) + \lambda_M \nabla^2 \mathbf{b} \quad \Leftarrow \quad \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{e} \quad \mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{b} \quad = \quad \frac{1}{\lambda_M} (\mathbf{e} + \mathbf{u} \times \mathbf{b})$$

電磁誘導則 アンペール則 オーム則

λ_M : 磁気拡散率 \mathbf{e} : 電場

高磁気レイノルズ数 ($\lambda_M \rightarrow 0$) \Rightarrow 磁力線は流体に凍結

6

C Cowling の反ダイナモ

軸対称磁場(例:ポロイダル磁場の双極子成分)は軸対称速度場では維持できない

↓

軸対称性からのずれが不可欠

↓ レイノルズ数大 ← 地球外核: $o(10^8)$

乱流状態を想定

7

D 平均場方程式

$$f = F + f' \quad F = \langle f \rangle$$

$$f = (\mathbf{u}, p, \mathbf{b}, \mathbf{j}, \mathbf{e}, \boldsymbol{\omega}) \quad F = (\mathbf{U}, P, \mathbf{B}, \mathbf{J}, \mathbf{E}, \boldsymbol{\Omega}) \quad f' = (\mathbf{u}', p', \mathbf{b}', \mathbf{j}', \mathbf{e}', \boldsymbol{\omega}') \quad \boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$$

$$\frac{DU_i}{Dt} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \right) U_i = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(P + \left\langle \frac{1}{2} \mathbf{b}^2 \right\rangle \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (-R_{ij}) + \langle G_i \rangle + \nu \nabla^2 U_i \quad \nabla \cdot \mathbf{U} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{U} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}_M) + \lambda_M \nabla^2 \mathbf{B} \quad \mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{\lambda_M} (\mathbf{E} + \mathbf{U} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}_M)$$

$$R_{ij} = \langle u'_i u'_j - b'_i b'_j \rangle$$

$$\mathbf{E}_M = \langle \mathbf{u}' \times \mathbf{b}' \rangle$$

レイノルズ応力

乱流起電力(乱れによる電流への寄与)

平均場ダイナモ ← 電磁流体乱流のレイノルズ平均モデリング

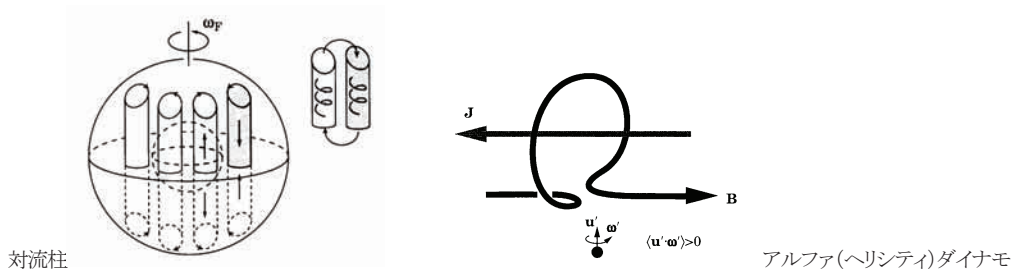
8

E 平均場ダイナモの標準モデル:乱流起電力 \mathbf{E}_M のモデリング

主たる関心は磁場の発生・維持機構にある → 運動論的ダイナモ (kinematic dynamo)

流体運動の駆動力(浮力:動径方向) + 回転(コリオリ力)

(Taylor-Proudman の定理 → 2次元化)



$$\mathbf{E}_M = \alpha\mathbf{B} - \beta\mathbf{J} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{J} = \frac{1}{\lambda_M + \beta} (\mathbf{E} + \mathbf{U} \times \mathbf{B} + \alpha\mathbf{B})$$

$\alpha\mathbf{B}$: アルファ効果 → 磁場 \mathbf{B} に平行な電流の発生 (オーム則: \mathbf{B} に垂直)

$\beta\mathbf{J}$: 乱流(異常)抵抗効果 → 磁場の乱流拡散の増大

9

3 乱流モデリングから見る平均場ダイナモの標準モデルの欠陥

浮力などの熱効果 → R_{ij} 平均歪みや平均渦度などの流れ効果 → 熱フラックス

A 乱流起電力 \mathbf{E}_M

(a) 流れ(平均流) 効果の欠如

(b) 速度場への反作用の欠如

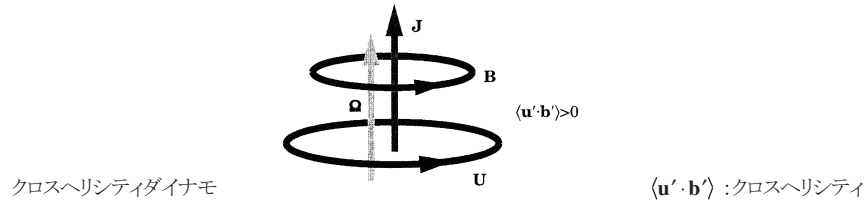
$$\mathbf{J} \times \mathbf{B} = \frac{1}{\lambda_M + \beta} (\mathbf{E} + \mathbf{U} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \quad (\alpha\mathbf{B} \times \mathbf{B} = 0)$$

B レイノルズ応力 R_{ij}

速度場を仮定 → 運動論的ダイナモ: R_{ij} は考察されていない

運動論的ダイナモ(標準モデル)の欠陥を平均場ダイナモの欠陥と混同

C 磁場と速度場のカップリングの組み込み[6-8]:乱流モデリングからの示唆



$$\mathbf{E}_M = \alpha \mathbf{B} - \beta \mathbf{J} + \gamma \boldsymbol{\Omega} \quad \rightarrow \quad \mathbf{J} = \frac{1}{\lambda_M + \beta} (\mathbf{E} + \mathbf{U} \times \mathbf{B} + \alpha \mathbf{B} + \gamma \boldsymbol{\Omega})$$

(渦運動効果)

$$\gamma \propto \langle \mathbf{u}' \cdot \mathbf{b}' \rangle \quad \rightarrow \quad \mathbf{J} \times \mathbf{B} \text{ に対する平均渦度 } (\boldsymbol{\Omega}) \text{ 効果}$$

$$R_{ij} = \frac{1}{3} R_{\ell\ell} \delta_{ij} - \nu_T S_{ij} + \nu_M M_{ij} \quad S_{ij} = \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad M_{ij} = \frac{\partial B_j}{\partial x_i} + \frac{\partial B_i}{\partial x_j}$$

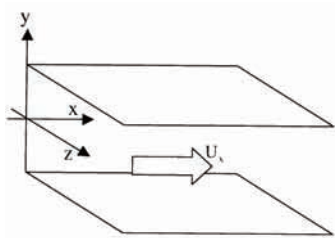
(磁場歪み効果)

$$S_{ij} : \text{平均速度歪み} \quad M_{ij} : \text{平均磁気歪み} \quad \nu_T : \text{乱流粒粘性率} \quad \nu_M \propto \langle \mathbf{u}' \cdot \mathbf{b}' \rangle$$

D カップリング効果の 必要性

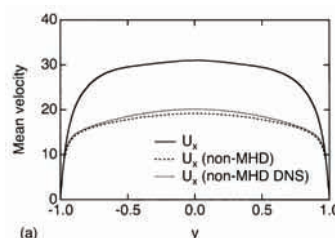
標準モデルのアルファ(ヘリシティ)効果では説明できない磁場発生例が少なくない[9, 10]

例: 平板間流れの LES (平均速度シエア → 平均渦度 → 平均電流 → 平均電流) [10]

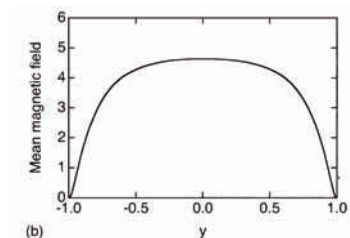


平行平板間流れ

(差動回転を模擬)



平均流 U_x



平均磁場 B_x

\mathbf{B} と \mathbf{U} の整列 ← クロスヘリシティ効果

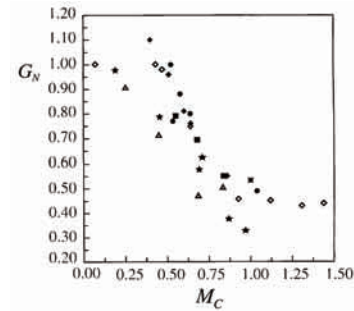
4 乱流モデリングからと天文ジェット研究への示唆

天文ジェットの特性: 旋回流(角運動量の放出) + 超音速流

A 超音速混合層の研究からの示唆

A1 成長率低下の観測[11] → 乱流拡散の低下 → コリメーションに寄与

EFD → CFD (モデリング)



$$M_C = \frac{U_1 - U_2}{a_1 + a_2} \quad G = \frac{d\delta}{dx} \quad G_N = \frac{G}{\lim_{M_C \rightarrow 0} G}$$

M_C : 対流マッハ数 a : 音速 δ : 混合層厚さ G : 成長率

13

A2 拡大率低下のモデリング[12,13]

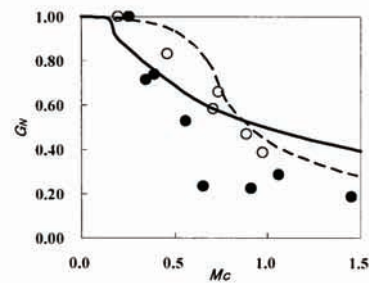
非平衡効果(→ 平板境界層流れでは弱い) × 超音速効果

$$\rightarrow \left(\frac{1}{K} \frac{D}{Dt} \frac{K^2}{\varepsilon} \right) \times M_T^2 \quad M_T = \frac{\sqrt{2K}}{\bar{a}}$$

M_T : 乱流マッハ数 \bar{a} : 平均音速

$$v_T = C_v \frac{K^2 / \varepsilon}{\Lambda} \left(1 - C_{BA} \frac{1}{\Lambda} \left(1 + C_M M_T^2 \right) \frac{1}{K} \frac{D}{Dt} \frac{K^2}{\varepsilon} \right)$$

Λ : 時間スケール補正因子



EFD (拡大率低下) → 乱流モデリング (**CFD**): 非平衡超音速効果の指摘

→ 拡散低下機構の提起 ⇒ 天文ジェットの コリメーション

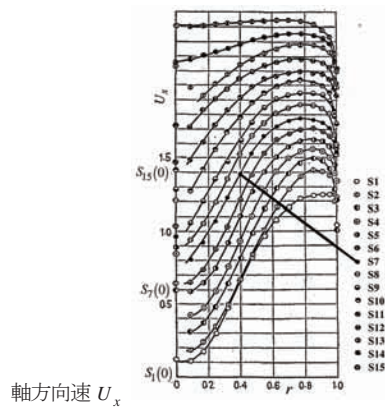
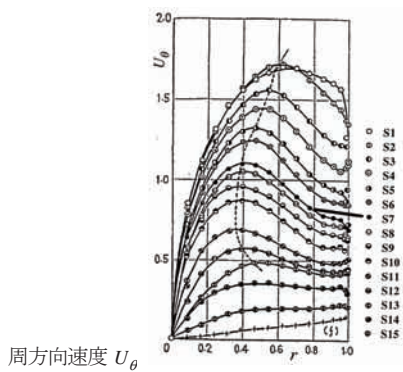
(EFD へフィードバック)

14

B 旋回流研究からの示唆

B1 円管内旋回流[14 - 16]

円柱座標 (x, r, θ)



円管内旋回流の顕著な特性:EFD の知見

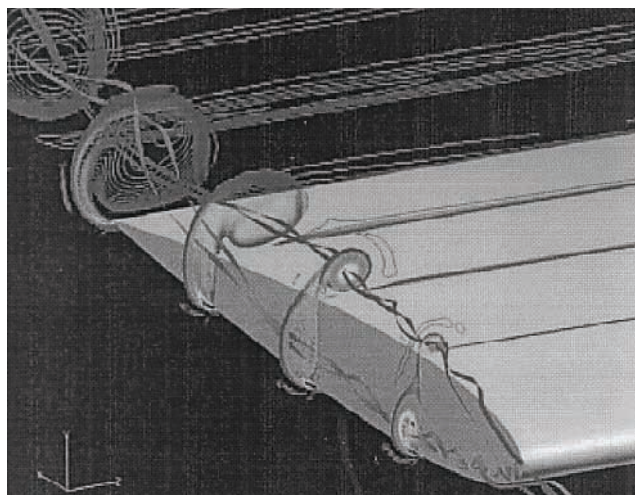
入口付近(S1)から管径の約 60 倍の距離の地点(S7)での U_x の変化はたいへん小さい



乱流拡散の低下

B2 翼端渦[17, 18]

渦中心速度が減速 → 円管内旋回流と類似



B3 ヘリシティ効果

渦度方程式

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) + \nu \nabla^2 \boldsymbol{\omega}$$

$$\frac{(\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega})^2}{|\mathbf{u}|^2 |\boldsymbol{\omega}|^2} + \frac{(\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega})^2}{|\mathbf{u}|^2 |\boldsymbol{\omega}|^2} = 1 \quad (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$$

→ $\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega}$ は $\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}$ (エネルギーカスケード)を規定するパラメター→ $\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega}$ 大 \Rightarrow $\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}$ 小 $\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega}$:ヘリシティ(\mathbf{u} と $\boldsymbol{\omega}$ の整列度)→ $\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega}$ の乱流粘性率への組み込み

問題点:ガリレイ不変ではない(準拠する座標に依存)

17

B3 乱流モデリング:ヘリシティ効果の乱流粘性率への組み込み[19]

平均流のヘリシティ:

$$\mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\Omega} \equiv U_\theta \Omega_\theta + U_x \Omega_x \quad \Omega_\theta \equiv -\frac{\partial U_x}{\partial r}$$

$$U_x \Omega_x \leftarrow \text{ガリレイ不変ではない}$$

旋回流の本質:周方向流と軸流の凹み

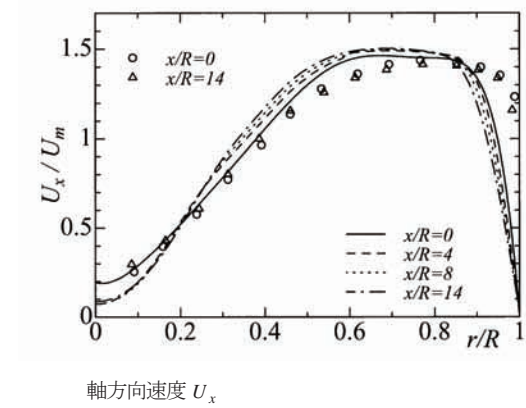
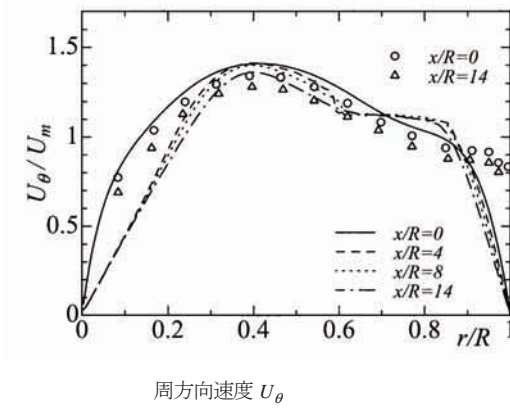
→ 旋回流を特徴づける量: $U_x \Omega_x$ → ガリレイ不変となる $U_x \Omega_x$ を含む量:

$$\left(\frac{D\Omega}{Dt} \right)_r \equiv -\frac{U_\theta \Omega_\theta}{r}$$

18

乱流粘性率への組み込み ← 時間スケール τ

$$v_T \propto K\tau \rightarrow v_T = C_v \frac{K^2 / \varepsilon}{\Lambda} \quad \Lambda = \sqrt{1 + C_s \left(\frac{K}{\varepsilon} S_{ij}\right)^2 + C_{\Omega L} \left(\frac{K}{\varepsilon} \Omega\right)^2 \left(\frac{K^2}{\varepsilon^2} \frac{D\Omega}{Dt}\right)^2}$$



EFD (拡散の低下) → 乱流モデリング (CFD): ヘリシティ効果の指摘

→ 拡散低下機構の提起 ⇒ 天文ジェットのコリメーション

(EFD ヘフィードバック)

19

5 結論

(a) 平均場ダイナモ研究への示唆

乱流モデリングでの典型的なカップリング効果の研究: レイノルズ応力 R_{ij} への浮力効果など

↓

磁場と速度場のカップリング効果の組み込み

(b) 天文ジェット研究への示唆

乱流モデリングでの超音速および旋回効果の研究: 超音速混合層、円管旋回流

↓

超音速および旋回効果による乱流拡散の低下機構の考察

乱流の EFD/CFD 研究は、自然科学研究で見過ごされている特性に光を当てることができる

参考文献

- [1] 横井喜充, 下村 裕, 半場藤弘, 岡本正芳: 乱れと流れ. 培風館, 2008.
- [2] 柴田一成, 福江 純, 松本亮治, 嶺重 慎: 活動する宇宙. 裳華房, 1999.
- [3] Moffatt, H. K.: Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids. Cambridge University Press, Cambridge, 1978.
- [4] Krause F and Radler, K-H.: Mean-Field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory. Pergamon Press, Oxford, 1980.
- [5] Biskamp, D.: Magnetohydrodynamic Turbulence. Cambridge University Press, Cambridge, 2003.
- [6] Yoshizawa, A., Itoh, S.-I., and Itoh, K.: Plasma and Fluid Turbulence. Institute of Physics Publishing. Bristol, 2003.
- [7] Yoshizawa, A., Itoh, S.-I., Itoh, K., and Yokoi, N.: Dynamos and MHD theory of turbulence suppression. Plasma Physics and Controlled Fusion, 46, R25 (2004).
- [8] Yoshizawa, A.: Self-consistent turbulent dynamo modeling of reversed-field pinches and planetary magnetic fields. Physics of Fluids B, 2, 1589 (1990).
- [9] Sur, A. and Brandenburg, A.: The role of the Yoshizawa effect in the Archontis dynamo. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 399, 273 (2009).
- [10] Hamba, F. and Tsuchiya, M: Cross-helicity dynamo effect in magnetohydrodynamic channel flow. Physics of Plasmas, 17, 012301 (2010).
- [11] Lanuder, B. E. and Sandham, N. D.: Closure Strategies for Turbulent and Transitional Flows. Cambridge University Press, Cambridge, 2002.
- [12] Yoshizawa, A., Nisizima S., Shimomura, Y., Kobayashi, H., Matsuo, Y., Abe, H., and Fujiwara, H.: A new methodology for Reynolds-averaged modeling based on the amalgamation of heuristic-modeling and turbulence theory methods. Physics of Fluids, 18, 035109 (2006).
- [13] Kim, J. and Park, S. O.: New compressible turbulence models for free and wall-bounded shear layers. Journal of Turbulence, 11, N10 (2010).
- [14] 村上光清, 鬼頭修巳, 片山 裕, 飯田芳彦: 旋回を伴う管内流れの実験的研究. 日本機械学会論文集, 41, 1793 (1975).
- [15] Murakami, M., Kito, O., Katayama, Y., and Iida, Y.: An experimental study of swirling flow in pipes. Bulletin of the JSME, 19, 118 (1976).
- [16] Kitoh, O.: Experimental study of turbulent swirling flow in a straight pipe. Journal of Fluid Mechanics, 225, 445 (1991).
- [17] 渡辺重哉, 加藤裕之, 雷 忠, 今村太郎, 榎本俊治: PIV (粒子画像流速測定法)を用いた CFD コード検証について. 宇宙航空研究開発機構特別資料 (JAXA-SP-04-12), 178 (2004).
- [18] 榎本俊治, 今村太郎, 山本一臣: NACA0012 翼端渦の乱流数値解析. 宇宙航空研究開発機構特別資料(JAXA-SP-04-12), 63 (2004).
- [19] Yoshizawa, A., Abe, H., Fujiwara, H., Mizobuchi, Y. and Matsuo, Y.: Turbulent-viscosity modeling applicable to swirling flows, based on a composite time scale with mean-flow helicity partially incorporated. Journal of Turbulence. 12, N 5 (2011).