

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-612

貯気槽—有孔板法によるルートビーク管の持続時間の延長

—理論解析と数値実験—

青木竹夫・高島一明

1980年5月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

貯気槽－有孔板法によるルートビーク管の持続時間の延長*

—理論解析と数値実験—

青木竹夫** 高島一明**

An Extension of the Useful Running Time in a Ludwieg Tube by a Reservoir-Orifice Method.

By

Takeo AOKI and Kazuaki TAKASHIMA

ABSTRACT

A reservoir-orifice method is described, which extends the useful running time of a Ludwieg tube by using a reservoir and an orifice (nozzle) at the upstream end of the storage tube. The method has been called "driver-reservoir method" and it is used to expand the running time of a shock tube.

For a unique or optimum area ratio of an orifice, velocity and pressure of the flow after steady expansion at an orifice will be the same as that of the flow behind the unsteady expansion wave in the storage tube. At that time, the weakest reflected wave from the orifice will be obtained.

Furthermore, when the area ratio of an orifice is timely controlled, the effect of a reflected wave is expected to be less than that of the fixed area ratio.

Firstly, the case of constant area ratio is treated. The equation which gives the optimum area ratio is theoretically derived by using the relations of one-dimensional steady flow and unsteady one.

Using the method of characteristics, a numerical simulation of nozzle-reservoir flow system has been carried out. The result of the numerical simulation was compared with the result of a theoretical equation. We got good correlation between the result of the theory and that of the numerical simulation.

Secondly, the numerical simulation for variable area ratio of a nozzle is presented to obtain the optimum control parameters of the area ratio of the nozzle.

1. まえがき

ルートビーク管は高レイノルズ数試験を可能とする風胴で、最近、各国で注目されてきている。しかし、断面積一定の長い貯気管の中を膨張波が上流に伝播するため、膨張波の内部及びその下流に発達する境界層が測定部の流れに与える影響や通常の吹出式風胴に比べ、定常状態の持続時間が短い等の問題がある¹⁾。

ルートビーク管の定常状態の持続時間(以下、持続時間は定常状態の持続時間の意味)を延長する方法には、貯気管上流端にピストンを備え、膨張波を消去しようとするエバンス風胴²⁾の方法や、貯気管上流端に有孔板を置いて貯気槽とつなぎ、有孔板と膨張波を干渉させて波消去しようとする貯気槽－有孔板法がある。前者は貯気管上流端に到着した膨張波によって加速された流体の粒子軌跡に沿うようにピストンを制御するか、与えられたピストンの軌跡に合うように膨張波の“型”を仕立てなければならない。いずれにしろ、制御が難しい。後者はその点、制御上の問題はないが、波が完全には消去され

* 昭和55年3月15日受付

** 空気力学第2部

ず、比較的弱い波が反射されて測定部に戻ってくる。

貯気槽-有孔板法は、実は、衝撃風胴での持続時間を増加させる方法として Henshallら³⁾によって提案された。FlaggはHenshallらの持続時間増加を説明する物理的モデルに誤りがあることを指摘し、有孔板をノズルに置き換えて、膨張波を消去する“ideal”ノズル面積比を理論的に計算した⁴⁾。

最近、Barbourらは貯気槽-有孔板法をルートピーク管に応用した⁵⁾。この方法をルートピーク管に応用する際、問題となるノズル面積比(以下、最適開口比という)はFlaggの理論を使って計算することはできない。何故なら、衝撃風胴の高圧部の膨張波の強さに比べ、ルートピーク管の貯気管内の膨張波の強さは弱くてFlaggの理論の適用範囲外だからである。文献5)で、BarbourらはFlaggの理論を修正し、ルートピーク管の場合の最適開口比を求める理論式を導いているが、詳細は不明である。

また、貯気槽-有孔板法においては波が完全に消去されないことは前述したが、松尾ら是有孔板の開口比を時間的に変化させ、固定開口比の場合よりもより完全に波消去ができることを実験した⁶⁾。この場合、先に述べたエバンス風胴に伴うような制御上の問題が発生するが後述するように困難なことではない。

本報告の目的は(i)貯気槽-有孔板法をルートピーク管に適用した場合における最適開口比の理論式を示す。(ii)数値実験により貯気槽-有孔板法の有効性を調べることにある。

本報告では、最初に、貯気槽-有孔板法またはエバンス風胴の方法によって延長された持続時間と普通のルートピーク管のそれとの比較を行う。次に、貯気槽-有孔板法の場合の最適開口比を求める理論式を導き、さらに、特性曲線法を使った数値実験を行い、結果を理論式と比較する。また、圧力・速度の変動と有孔板開口比との関係を数値実験で明らかにし、更に有孔板開口比の時間的制御法による影響を調べる。

2 記号

- A 貯気管断面積で無次元化した断面積
- a 貯気状態の音速で無次元化した音速
- L 貯気管の長さまたは全長
- l L で無次元化した有孔板等価ノズルの長さ
- M マッハ数
- $P = 2a / (\gamma - 1) + u$ リーマン変数
- p 貯気圧力で無次元化した圧力
- $Q = 2a / (\gamma - 1) - u$ リーマン変数

- S $c_p(\gamma - 1)$ で割った無次元エントロピー (c_p : 定圧比熱)
- T 絶対温度
- t 時間
- u 貯気状態の音速で無次元化した速度
- x 距離座標
- γ 比熱比
- Δ 増分
- δ 有孔板開口比
- $\xi = x/L$ 無次元化した距離座標
- ρ 貯気状態の密度で無次元化した密度
- $\tau = a_0 t / L$ 無次元化した時間
- 添字
- 0 貯気状態または数値計算での前段階
- 1 貯気管または貯気管の最初の定常状態
- 2, 3 領域(III), (IV) (図3)
- E エバンス風胴
- e 時間的に変化させたときの最後の値
- i 時間的に変化させたときの最初の値
- L ルートピーク管または衝撃波の左側の状態
- R 衝撃波の右側の状態
- S よどみ点状態または衝撃波
- * 音速状態

3 持続時間の比較

ここでは、貯気管上流端が閉じている普通のルートピーク管の持続時間が貯気槽-有孔板法またはエバンス風胴の方法によって、どれくらい延長されるか議論する。簡単のために持続時間を貯気管下流端で考え、貯気管に入ってくる膨張波のひろがりは考えない。すなわち、貯気管下流端に有心膨張波が発生した場合を考える。この仮定はルートピーク管では良く用いられ、文献7)では、ルートピーク管の持続時間の式

$$\tau_L = \frac{2}{1 + M_1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \dots (1)$$

が導びかれている。この式でわかるように貯気管長で無次元化した持続時間は貯気管マッハ数の弱い関数で通常の場合 τ_L は2よりやや小さく、ほぼ一定値と考えられる。

ルートピーク管の持続時間は閉端で反射した先頭波が、貯気管下流端に到着したときに終了するのに対して、エバンス風胴の場合はピストンが貯気管下流端に達したときに持続時間は終了する。反射波を消去するピストンの軌跡は、あたかも、貯気管が閉じてなく無限に続いて

いるとした場合において、膨張波によって加速される流体の粒子軌跡に等しくなる。これは図1ではHBDである。従って、曲線HBは微分方程式

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \frac{1}{2} (P - Q)$$

を初期条件 $\tau = 1$ のとき $\xi = 0$ で解いて決定される。ここで

$$P = \frac{2}{\gamma - 1}$$

$$Q = \frac{2}{\gamma + 1} \left(\frac{3 - \gamma}{\gamma - 1} - 2 \frac{\xi - 1}{\tau} \right)$$

である。

貯気槽一有孔板法の場合、持続時間を終わらせるものは貯気管下流端におけるエントロピーの増加である。こ

の増加は有孔板直後に発生する衝撃波を最初に通過した粒子軌跡が下流端に到着したときから始まる。この粒子軌跡はほぼエバンス風胴の場合のピストン軌跡と同じであると考えられる。従って貯気槽一有孔板法はほぼエバンス風胴のピストンを貯気槽内の空気で置き換えたものと考えることができる。理想的な場合は貯気管容積が持続時間を決定する量となる。

さて、上記の微分方程式を解くと、解は

$$\xi = 1 + \frac{2}{\gamma - 1} \tau - \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \tau^{\frac{2}{\gamma + 1}}$$

となる。図1の点Bは

$$\xi_B = 1 + \frac{2}{\gamma - 1} \tau_B - \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \tau_B^{\frac{2}{\gamma + 1}}$$

.....(2)

と表わせる。また

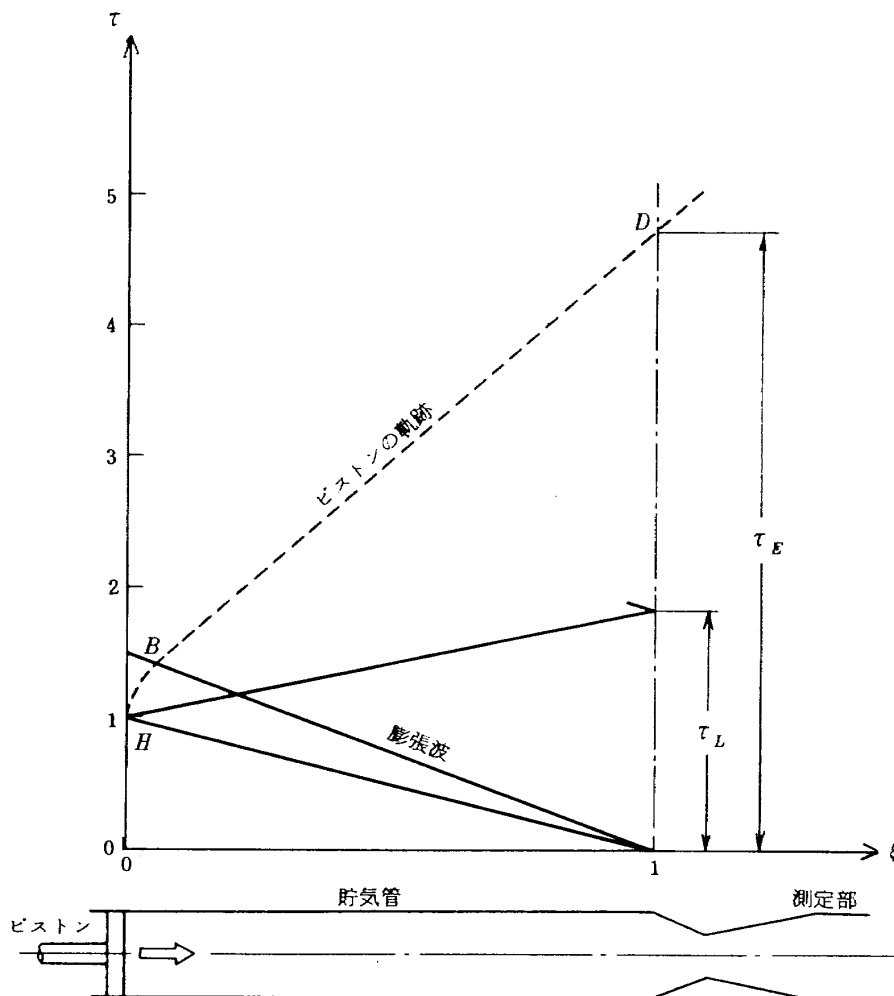


図1 持続時間の比較

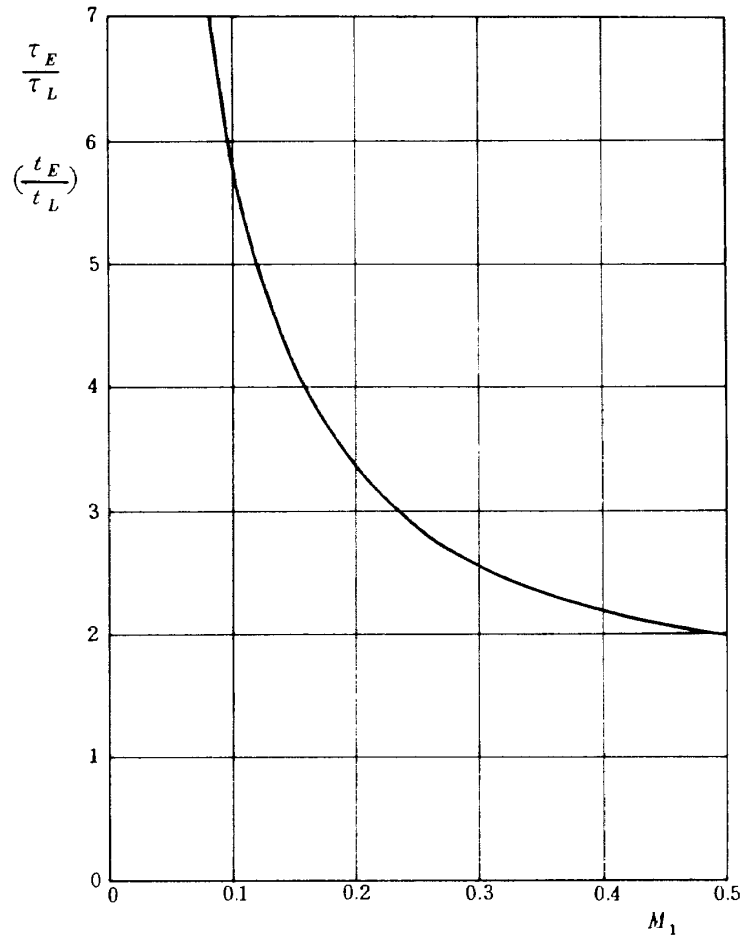


図 2 延長可能時間

$$\frac{\xi_B - 1}{\tau_B} = u_1 - a_1 = \frac{M_1 - 1}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1} \dots\dots\dots(3)$$

$$\tau_E = \frac{1}{M_1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1 \right)^{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \dots\dots\dots(6)$$

である。ただし $a_0 = 1$,

$$a_1 = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1 \right)^{-1}$$

なる関係を用いた。式(2)と(3)から ξ_B を消去して

$$\tau_B = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1 \right)^{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \dots\dots\dots(4)$$

を得る。ところで、BDは直線であり、これは

$$\xi - \xi_B = u_1 (\tau - \tau_B) \dots\dots\dots(5)$$

であるから、式(4)を(5)に代入し、 $\xi = 1$ 、 $\tau = \tau_E$ とおき、式(3)に注意して結局

をうる。すなわち、エバンス風胴の無次元化した持続時間は貯気管マッハ数にほぼ逆比例する。これは、ルートピーク管の持続時間が貯気管長でほぼ決まるのに対し、エバンス風胴では持続時間は貯気管容積でほぼ決まることから容易に類推できるもので、式(6)は貯気管内の全質量を貯気管下流端での質量流量で割るという考え方で導びくことができる。

式(1)と(6)との比をとれば

$$\frac{\tau_E}{\tau_L} = \frac{1 + M_1}{2 M_1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1 \right)^{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \dots\dots\dots(7)$$

である。式(7)を $\gamma = 1.4$ として図2に示す。これによれば貯気管マッハ数が小さい場合は非常に大きい持続時間の

延長が期待できるが、通常は0.1~0.3位と考えられ、従って5.8~2.6倍の持続時間の延長が可能ということになる。

4. 最適開口比

貯気槽-有孔板法では、有孔板とこれに入射してくる膨張波の干渉は完全な波消去を与えず、比較的弱い波が貯気管下流へ反射される。しかし、図3に示すようにある値の開口比を選ぶと、貯気管の中を上流へ向う最初の入射膨張波によって加速された定常領域(I)と有孔板との干渉後下流へ反射される波によって作られる定常領域(III)における圧力・速度各々を等しくさせることができる。この場合の開口比の値を最適開口比として計算する。有孔板はノズルで置き換えて考える。また、定常領域(II)は有孔板下流に発生した衝撃波を最初に通過した粒子軌跡によって領域(III)と区別される。ここで与えられている条件

は領域(I)と(III)の圧力が等しいという条件

$$p_1 = p_2 \dots\dots\dots(8)$$

である。領域(I)と(III)ではエントロピーの値が互いに等しく、貯気管内で断面積は一定であるから、各々のリーマン変数 Q は等しい。すなわち

$$Q_1 = \frac{2}{\gamma-1} a_1 - u_1 = \frac{2}{\gamma-1} a_2 - u_2 = Q_2 \dots\dots(9)$$

が成立する。条件(8)から $a_1 = a_2$ となり、式(9)から自動的に

$$u_1 = u_2 \dots\dots\dots(10)$$

となる。ところで、領域(II)と(III)では粒子軌跡を介してエントロピー値は異なるが、圧力・速度はそれぞれ等しい。つまり

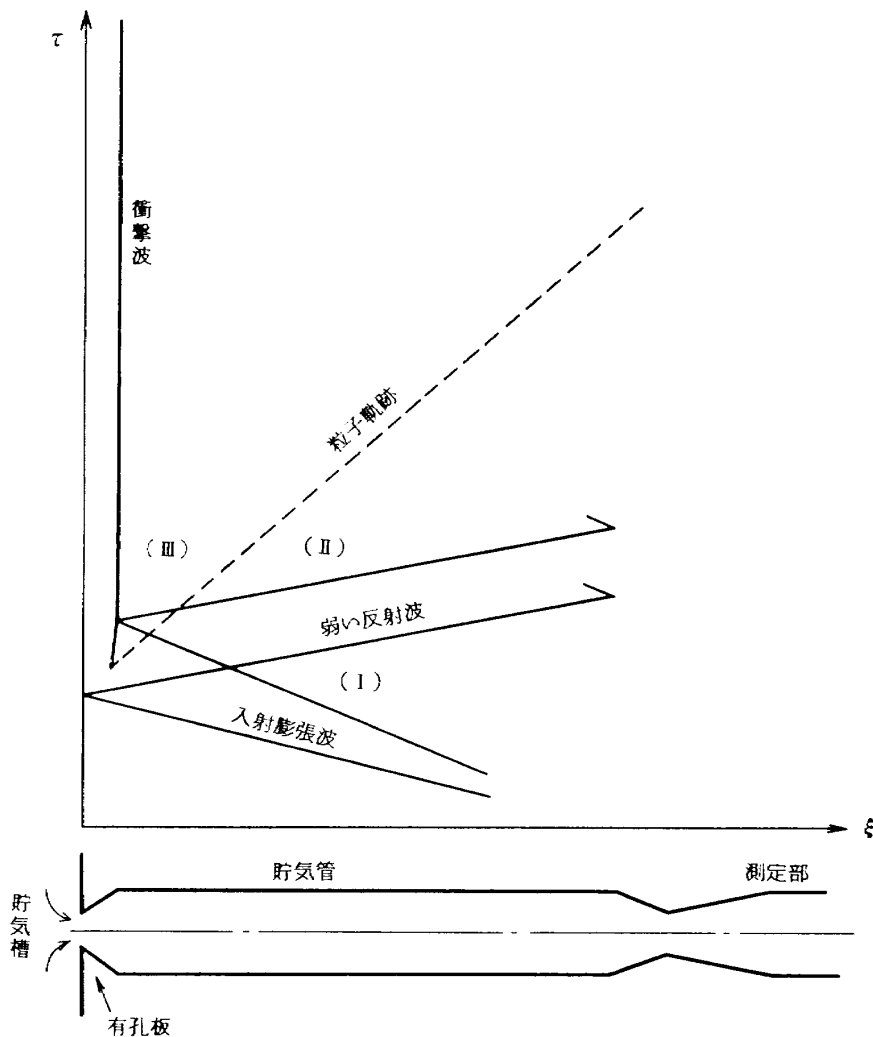


図3 最適開口比における $\xi-\tau$ 図

$$p_2 = p_3, u_2 = u_3 \quad \dots\dots\dots(11)$$

である。

さて、定在衝撃波の上流と下流の音速状態に連続の式を適用して式(12)を得る。

$$\rho^* a^* A^* = \rho_3^* a_3^* A_3^* \quad \dots\dots\dots(12)$$

また、衝撃波の上流と下流、各々のよどみ点状態と音速状態にエネルギーの式を適用して、次の関係

$$\frac{\rho^*}{\rho_s} = \frac{\rho_3^*}{\rho_{s,3}} = \text{一定}, \quad \frac{a^*}{a_s} = \frac{a_3^*}{a_{s,3}} = \text{一定}$$

を得る。添字“3”がついているものは衝撃波の下流、ついてないものは上流を意味する。この関係を式(12)に代入して、

$$\rho_s a_s A^* = \rho_{s,3} a_{s,3} A_3^*$$

をうる。一方、

$$T_0 = T_s = T_{s,3}, \quad a_0 = a_s = a_{s,3}, \quad \frac{\rho_{s,3}}{\rho_s} = \frac{p_{s,3}}{p_s} \quad (13)$$

を考えると、 A_1 で両辺を割って

$$\delta = \frac{A^*}{A_1} = \frac{A_3^*}{A_1} \frac{p_3}{p_s} \frac{p_{s,3}}{p_3} \quad \dots\dots\dots(14)$$

を得る。さらに、式(14)で p_3/p_s は式(8)と(11)より $p_3 = p_1$, また $p_s = p_0$ であることを使用して、 p_1/p_0 に等しい。従って、膨張波前後のルートピーク管の式(7)

$$\frac{p_1}{p_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)^{-\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \quad \dots\dots\dots(15)$$

が使える。 A_3^*/A_1 や $p_{s,3}/p_3$ は定常流の関係

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_{s,3}}{p_3} &= \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \\ \frac{A_3^*}{A_1} &= M_3 \left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2 \right) \right]^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(16)$$

を用いる。式(14)に(15), (16)を代入して

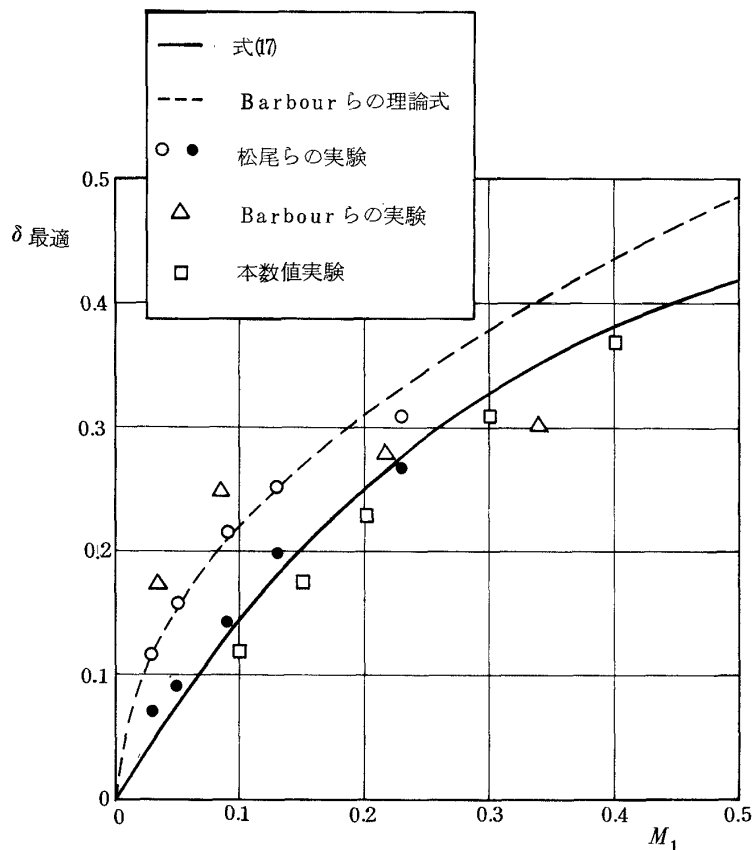


図4 最適開口比の比較

$$\delta_{\text{最適}} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} M_3 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1\right)^{-\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \dots\dots\dots(17)$$

を得る。ここで M_3 と M_1 の関係を求めておく。式(10), (11)から $u_1 = u_3$ なる関係を使用して、式(13)に注意すれば

$$\frac{a_1}{a_0} M_1 = \frac{a_3}{a_{s,3}} M_3 \dots\dots\dots(18)$$

となる。ルートビーク管の関係式

$$\frac{a_1}{a_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1\right)^{-1}$$

と定常流の式

$$\frac{a_3}{a_{s,3}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

を使えば式(18)は M_3 について解いて

$$M_3 = \left[\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1\right)^2 / M_1^2 - \frac{\gamma-1}{2} \right]^{-\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(17')$$

をうる。

ここで気をつけなければならないことは、有孔板下流にてできる衝撃波の強さに制限があるということである。 M_1 が増加するにつれて衝撃波も強くなるが、最も強いときの衝撃波マッハ数(定義は後述)は $M_S = 2.341$ であり、このとき $M_1 = 0.5746$ である(付録A参照)。故に、式(17)は

$$M_1 \leq 0.5746$$

で用いなければならない。ルートビーク管が境界層の影響、空気利用率などを考慮し、通常、貯気管マッハ数 $M_1 = 0.2$ 程度¹⁾ で使われるため、幸いにしてこの制限はあまり厳しくない。これより大きい貯気管マッハ数は実用上あまり重要でなく、最適開口比がどうなるかは考察の対象外とする。

式(17)による値は別の方法でも得られる⁶⁾。図4に式(17)による値を示す。Barbourらの式(付録B参照)による値と実験値、松尾らの実験値、後述の本数値実験の結果も記入してある。この図については後で論ずる。

5. 数値実験

貯気槽一有孔板法によるルートビーク管について数値実験するに際し、Warmbrodら⁸⁾の計算機プログラムを改造して使用した。従って、プログラムに関する基本的部分の説明は文献8)にゆずるとして、以下ではここで使用した計算手順の概要を述べ、改造した部分、すなわち、衝撃波マッハ数の計算、貯気槽入口端の計算手順、有孔板に相当するノズルについて記述する。

5.1 概要

基礎方程式は1次元非定常流に関するもので次式である。これらの誘導過程は例えば文献9)に詳しくかかれてある。

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial}{\partial \tau} + (u+a)\frac{\partial}{\partial \xi}\right] P &= -\left[au\frac{\partial}{\partial \xi} + a\frac{\partial}{\partial \tau}\right] \ln A \\ &+ a\left[\frac{\partial}{\partial \tau} + (u+a)\frac{\partial}{\partial \xi}\right] S \\ \left[\frac{\partial}{\partial \tau} + (u-a)\frac{\partial}{\partial \xi}\right] Q &= -\left[au\frac{\partial}{\partial \xi} + a\frac{\partial}{\partial \tau}\right] \ln A \\ &+ a\left[\frac{\partial}{\partial \tau} + (u-a)\frac{\partial}{\partial \xi}\right] S \\ \left[\frac{\partial}{\partial \tau} + u\frac{\partial}{\partial \xi}\right] S &= 0 \end{aligned}$$

上の第3式に示されるようにここではマルチ等エントロピー流を仮定した。これは各気体粒子のエントロピーは一定であるが、各々の粒子間では異なるエントロピーを持ってよいことを意味する。また、それぞれの従属変数に対する特性曲線は

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \begin{cases} u+a & \dots\dots\dots P \text{ について} \\ u-a & \dots\dots\dots Q \text{ について} \\ u & \dots\dots\dots S \text{ について} \end{cases}$$

である。

計算は $\xi - \tau$ 面上で時間間隔は一定に、 ξ 軸に沿って左から右へ正の方向へ、 τ 軸に沿って下から上へ正の方向へ進める。図5のように初期条件あるいは計算の前段階によって τ_0 上の各変数値がわかっているとす。いま、 Q の特性曲線の一部を用いて点Aにおける諸値を求めるには以下の手順である。

(1) 点Aにおける u_A, a_A の値を推定し、これを用いて ξ_A を次式

$$\xi_A = \xi_D + \frac{\Delta\tau}{2} [(u_D - a_D) + (u_A - a_A)]$$

$$Q_A = Q_D + (F_A + F_D) \frac{\Delta\tau}{2} + \frac{a_A + a_D}{2} (S_A - S_D)$$

によって求める。

(2) ξ_A が決まると、今度は点Aを通るP特性曲線の“足”を計算する。これには

$$\frac{\xi_A - \xi_B}{\Delta\tau} = \frac{(u_A + a_A) + (u_B + a_B)}{2}$$

から

$$\begin{aligned} \xi_A - \frac{\Delta\tau}{2} (u_A + a_A) &= \xi_B + \frac{\Delta\tau}{2} (u_B + a_B) \\ &\equiv Z_1(\xi_B) \end{aligned}$$

である故、前もって $Z_1(\xi)$ を τ_0 上で計算しておく。
 ξ_B は ξ_A, u_A, a_A が与えられていれば、 ξ と $Z_1(\xi)$ の対応から求められ、 P_B, u_B, a_B, S_B が決定される。

(3) Sの足についても同様で、

$$\xi_A - \frac{\Delta\tau}{2} u_A = \xi_C + \frac{\Delta\tau}{2} u_C \equiv Z_2(\xi_C)$$

の関係がある。予め $Z_2(\xi)$ を計算しておけば、 ξ と $Z_2(\xi)$ の対応から ξ_C が求まり、 u_C, S_C が確定する。

(4) 点B, Cでの諸変数値が決まると、 u_A, a_A の推定値を使用して、次式

$$P_A = P_B + (F_A + F_B) \frac{\Delta\tau}{2} + \frac{a_A + a_B}{2} (S_A - S_B)$$

$$S_A = S_C$$

から、新たに u_A, a_A が算出される。但し

$$F = - \left[a u \frac{\partial}{\partial \xi} + a \frac{\partial}{\partial \tau} \right] \ln A$$

とおいた。この値と以前の推定値が比較され、これらの差の絶対値が 10^{-5} 以下になるまで、今の計算値を再び推定値として(1)から(4)までを繰り返す。

ところで、以上の方法はQ衝撃波(Q特性曲線どおしが交わった場合)の付近を除いて用いられるが、Q衝撃波を通過するP特性曲線は折れ曲がることに注意すると、上記の計算手順は図6のように

$$\xi \geq \xi_{0,R} + (u_{0,L} + a_{0,L}) \Delta\tau \quad \dots\dots\dots (9)$$

で使用しなくてはならない。これは過程(2)において、 ξ と $Z_1(\xi)$ との対応関係から、 ξ_B を求める際、 ξ の値が小さい方から捜しはじめることによる。過程(2)はP特性曲線が折れ曲がっている領域では通用しない。そこで、 ξ_A が式(9)を満たすまでは、Q衝撃波付近の計算手順を用いた。この計算手順は、ここでは説明を省略するが、 ξ_B, ξ_C を求めるのに Z_1, Z_2 は使わない。

次に、Q特性曲線どおしが互いに交われれば、Q衝撃波とするが、このとき、衝撃波マッハ数 M_S (衝撃波を静止させてみたときに流入する超音速流の直前のマッハ数で定義する。本報告では便宜上流れが定常でもこの術語

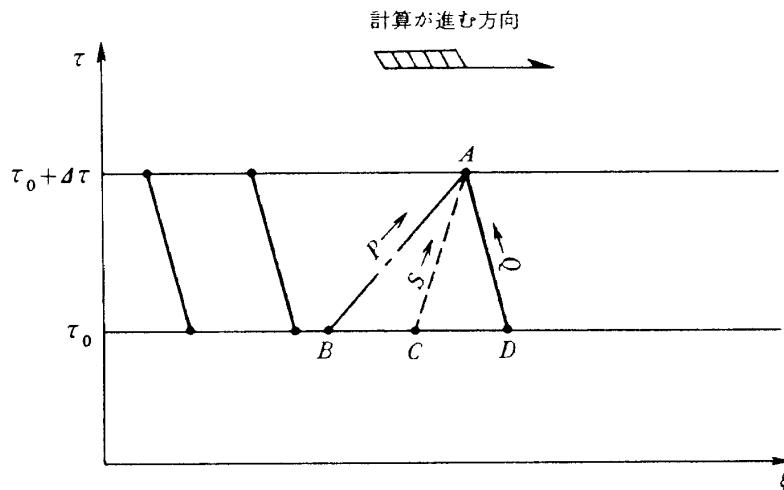


図5 点Aの計算法

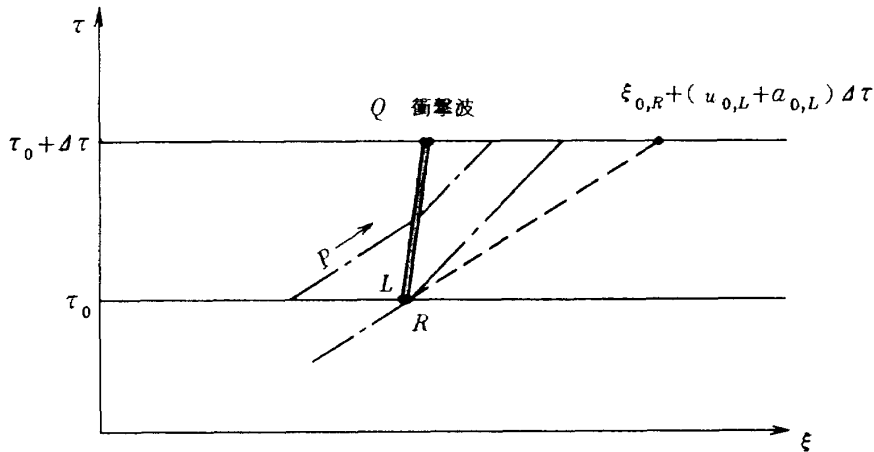


図6 P特性曲線の折曲り

を用いる。)を決定するために $d_S = (Q_R - Q_L) / a_L$ を含む四次方程式

$$M_S^4 + 2GM_S^3 - \frac{\gamma+1}{\gamma-1}(G^2-1)M_S^2 - 2GM_S - 1 = 0$$

を解く必要がある。ここで $G = 1 + (\gamma - 1) / 2 \cdot d_S$ とおいた。文献8)では、これをニュートン・ラプソン法で解いているが、しばしば、正しい M_S が求まらないことがあったので、ここでは逐次改良法¹⁰⁾に変更した。

5.2 貯気槽入口端

膨張波の先頭波が貯気槽に入ったときは、まず、

- (1) 図7で点Aにおける u , a の推定値を使って点AからでるQ特性曲線の足が τ_0 上で交わる点Bを捜し、点Bの諸変数値 ($\tau = \tau_0$ 上の点C, Fの内挿値) から点AのQの値を求める。
- (2) このQの値と等エントロピー流入の境界条件

$$a_A = \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \left[Q_A + \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1} a_0^2 - \frac{\gamma-1}{2} Q_A^2} \right]$$

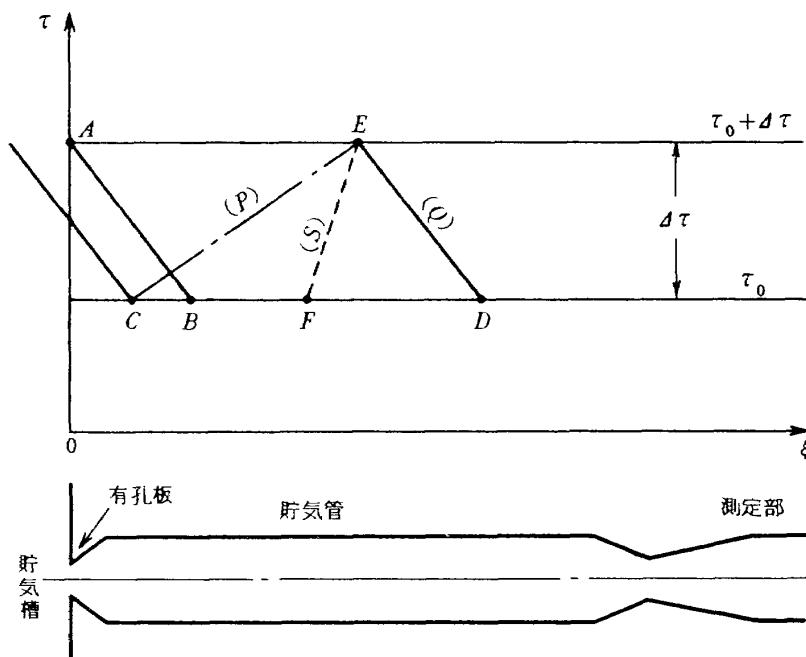


図7 膨張波が貯気槽に入射したときの計算法

$$u_A = \frac{2}{\gamma - 1} a_A - Q_A$$

$$S_A = S_0$$

から、新しく計算された u_A, a_A と元の推定値との差の絶対値が 10^{-5} 以下になるまで、この計算値を新たに推定値として、(1), (2)を繰返す。次に、

(3) 図7の点Eでの u, a の推定値を使って、点CからP特性曲線の足を出し点Eを捜し、点EからでるQ特性曲線と τ_0 の線との交点Dを求める。また、

(4) 点EからS特性曲線の足を出し点Fを求め、そこでのSの値と点C, Dの諸変数値から点E上のそれらを決定する。

u_E, a_E の計算値と推定値との差の絶対値が 10^{-5} 以下になるまで、計算値を次の推定値として(3), (4)の過程も繰返す。点Eから下流側の計算手順は5.1節の方法である。

5.3 有孔板等価ノズル

貯気槽と貯気管をつなぐ有孔板に相当するものとして等価なノズルを考える。ノズル面積分布を直線的に与えることにする。満すべき条件は、開口比を時間の関数と考へ、 $\delta(\tau)$ とすれば、

$$A(l, \tau) = 1, A(0, \tau) = \delta(\tau)$$

である。但し l はルートビーク管の全長で無次元化したノズルの長さである。従って

$$A(\xi, \tau) = \left[1 - \delta(\tau) \right] \frac{\xi}{l} + \delta(\tau)$$

$$\frac{\partial A}{\partial \xi} = \frac{1 - \delta(\tau)}{l}$$

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} = \left(1 - \frac{\xi}{l} \right) \frac{d\delta}{d\tau}$$

となる。ここで $\delta(\tau)$ は任意であるが、表1のように定める。最適であるといえないが、簡単のために、初期開口比 δ_i から最終開口比 δ_e まで一定な開口速度で変化させることにする。表1における $\delta_i, \delta_e, \Delta\tau = \tau_e - \tau_i$ ($\tau_i = 1$) の決め方は6.2節で述べる。

表 1

τ	$d\delta/d\tau$	$\delta(\tau)$
$0 \leq \tau \leq \tau_i$	0	δ_i
$\tau_i < \tau \leq \tau_e$	$\frac{\delta_e - \delta_i}{\tau_e - \tau_i}$	$\frac{d\delta}{d\tau}(\tau - \tau_i) + \delta_i$
$\tau_e < \tau$	0	δ_e

6. 計算結果

計算に用いるルートビーク管形状は、貯気管上流端以外の部分はなるべく簡単なものとし、図8に示す。実現可能なルートビーク管を想定し、貯気槽入口から大気への開放端までの全長を 10 m とした。有孔板等価ノズルの長さは $l = 0.05$ 、初期条件は貯気槽およびルートビーク管全体の貯気圧と大気圧との比を 4.0 、大気と貯気状態の音速を 341.3 m/s (15°C) とした。また、ルートビーク管の開放端 ($\xi = 1$) に破膜が瞬間的に行われたとして、有心膨張波を仮定する。貯気槽の容積は無窮大とし、有孔板から貯気槽に入った膨張波は戻ってくることはなく、貯気槽の状態は不変である。

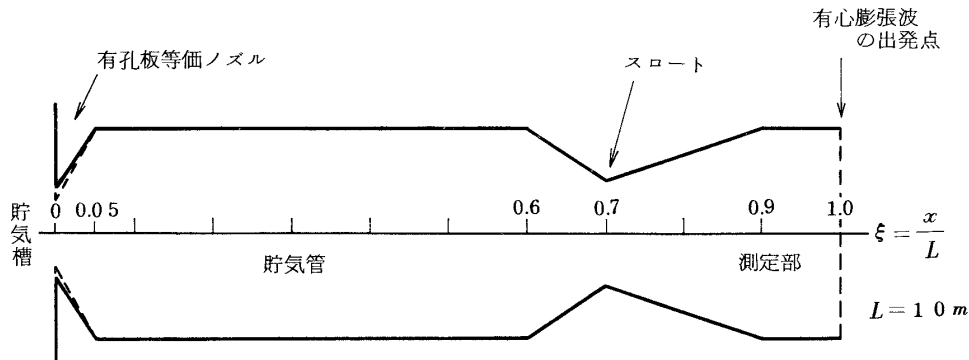


図 8 管 形 状

6.1 有孔板開口比一定の場合 ($\delta_i = \delta_e$)

入射膨張波と有孔板の干渉の結果、反射される波の影響を調べるために、開口比 δ を種々の値にかえて計算し

た。貯気管マッハ数 $M_1 = 0.15$ で、流れの状態の観測点を貯気管内 $\xi = 0.5$ の点とし、この点における圧力・速度の時間的変化を図9、10に示す。また、貯気

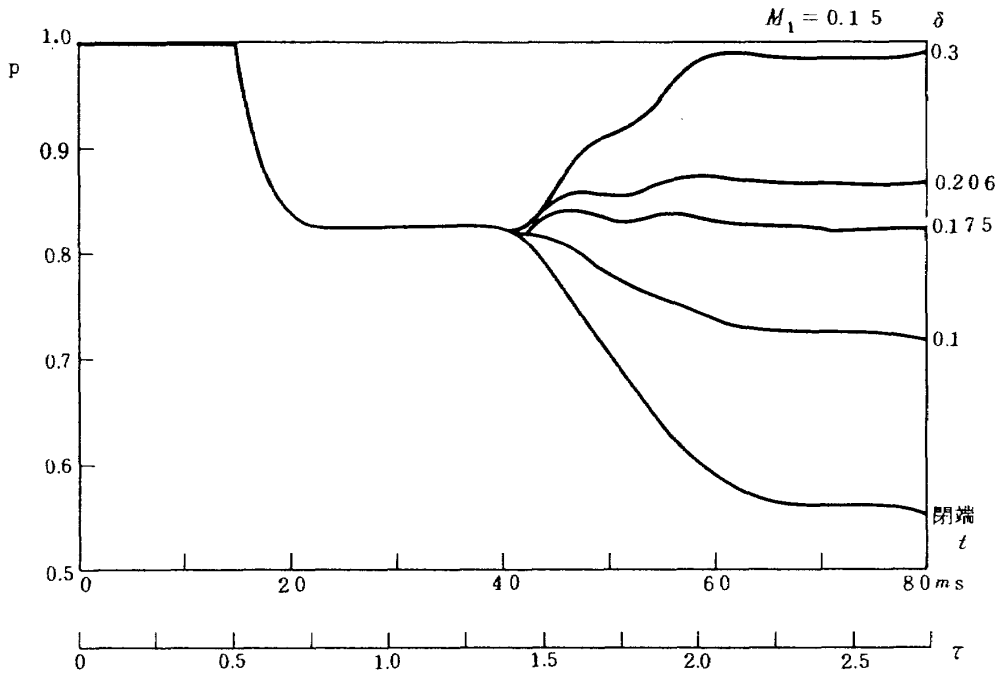


図9 圧力の時間的変化

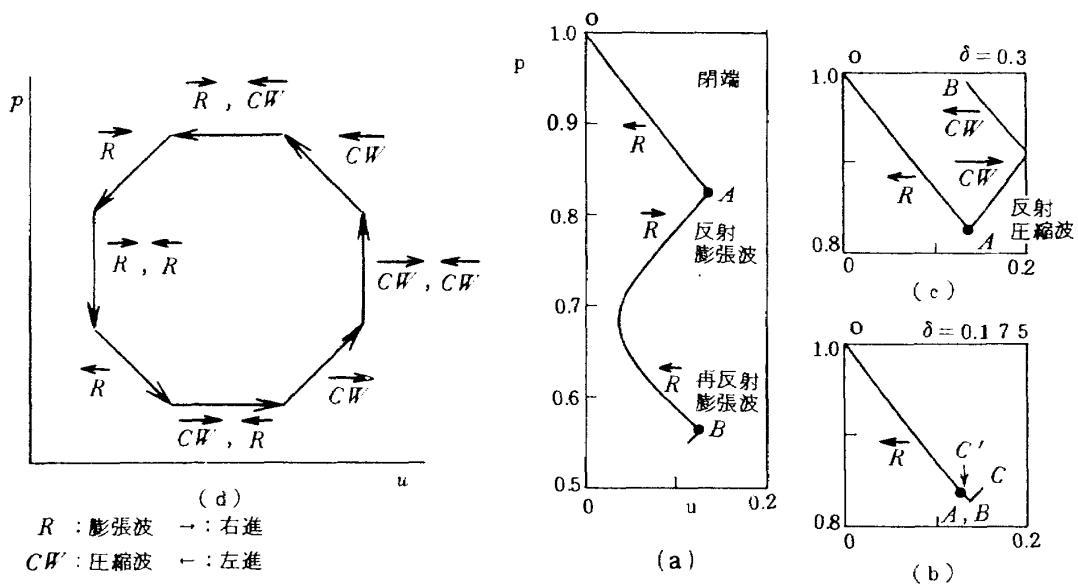


図10 p-u線図

管上流端で閉端の条件 $u = 0$ を用いて計算を行い、通常のルートピク管の結果も示す。図 9 において、 $t = 70 \text{ ms}$ 前後に実現する定常状態の圧力の値が、開口比が大きくなるのに伴い、大きくなるのがわかる。しかし、波の性質すなわち、波が左右どちらからくるのかを議論するときは、圧力の変化 ($p-t$ 線図) だけでは不十分であって、速度の変化も知る必要がある。これには $p-u$ 線図 (図 10) が適している。図 10 は状態変化を時間をパラメータとして表わしたものである。到着した波の種類によって、状態の移動は図 10 (d) のように変化する。この図で、閉端を持つ通常のルートピク管の場合は左進膨張波 \vec{R} によって、状態を表わす点は図 10 (a) の点 $O(u, p) = (0, 1)$ から点 $A(0.135, 0.825)$ まで移動し、この点で停留し定常状態になる。しかし、この定常状態は、 40 ms 頃から通過しはじめの閉端からの反射膨張波 (右進膨張波 \vec{R}) の到来によって終了する。そして、速度・圧力はそれぞれ減少しはじ

め、測定部ノズルで部分反射した \vec{R} が通りすぎると第二の定常状態点 $B(0.127, 0.562)$ となる。 $\delta = 0.1$ の場合、反射する膨張波の強さが弱まるだけで、状況は閉端の場合とかわらなかつた。しかし、 $\delta = 0.175$ では、図 (b) に示すように、点 $A(0.135, 0.825)$ の定常状態終了時に有孔板からの反射波で、一旦、速度・圧力は共に点 $C(0.150, 0.843)$ まで増加する。その後、点 $C'(0.124, 0.837)$ を経由して、点 A に近傍の点 $B(0.135, 0.823)$ に戻り、定常状態になる。この開口比では、有孔板から反射してくる右進圧縮波 \vec{CW} と \vec{R} の強さがほぼ等しいが、 $\delta = 0.3$ になると \vec{CW} の強さが卓越し、図 (c) のようになる。

有孔板からの反射波の影響を示すものとして、 $(\xi, t) = (0.1, 50 \text{ ms}), (0.5, 30 \text{ ms})$ の二点における圧力・速度を反射波前後のそれらとし、反射波の強さ $(p_2 - p_1)/p_1, (u_2 - u_1)/u_1$ を求め、開口比に対して描くと図 11 を得る。

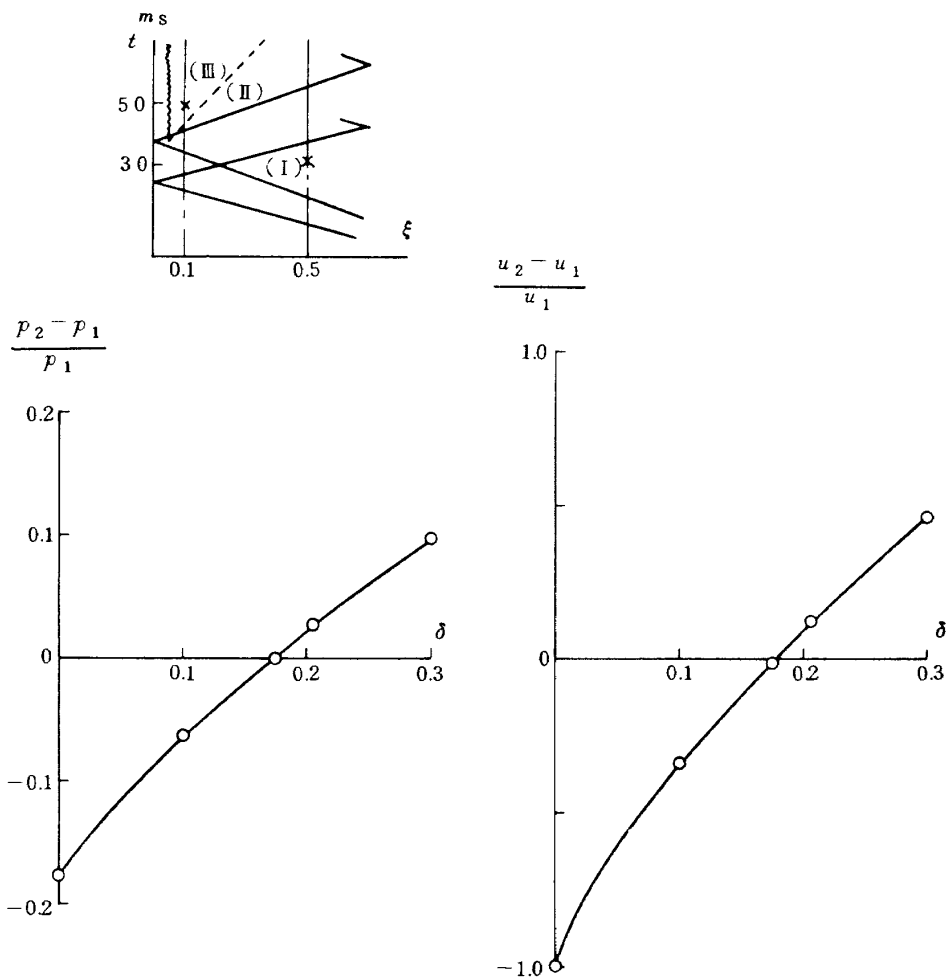


図 1 1 反射波前後の圧力・速度の差違

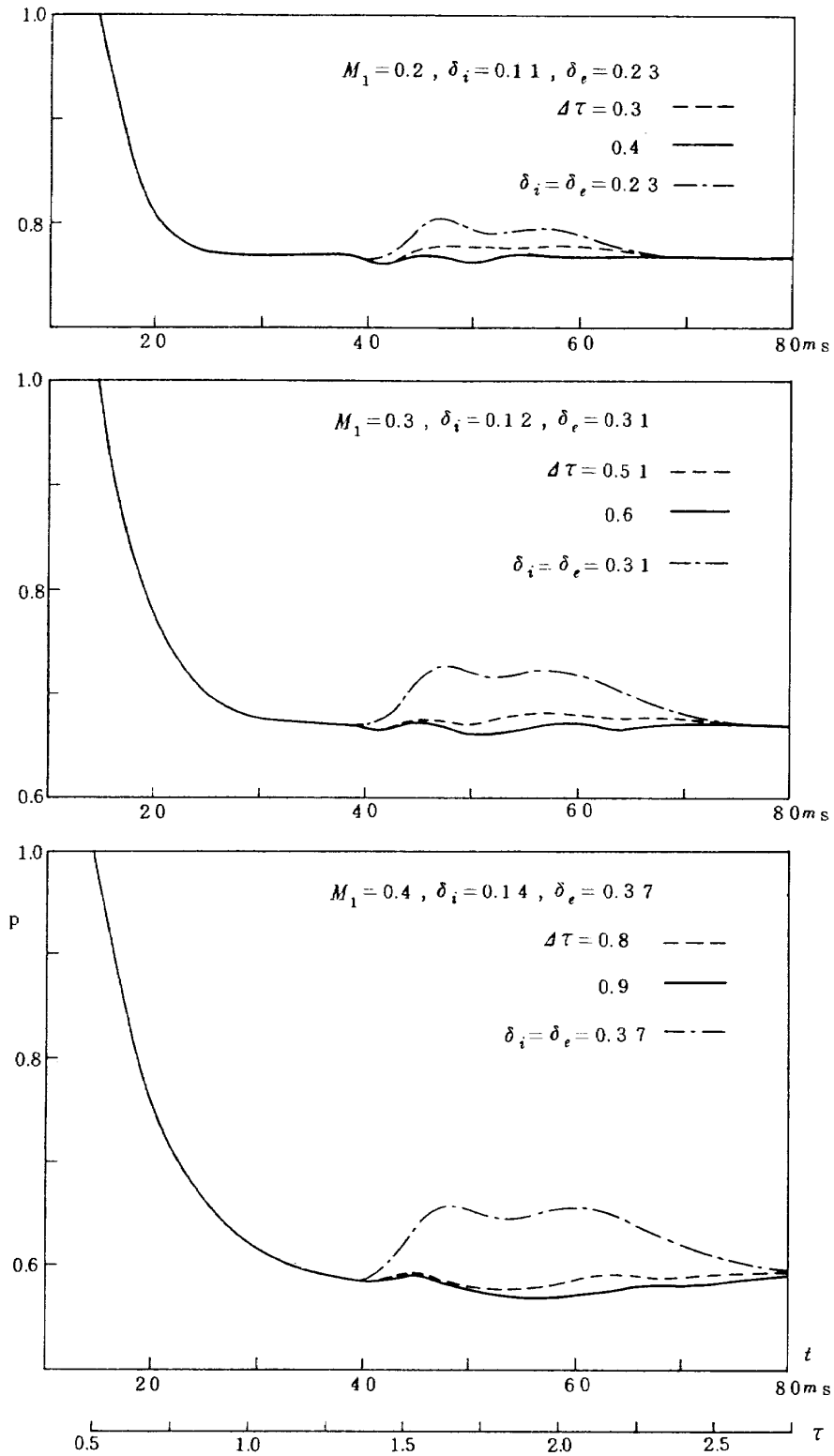


図12 種々の貯気管マッハ数での圧力変化

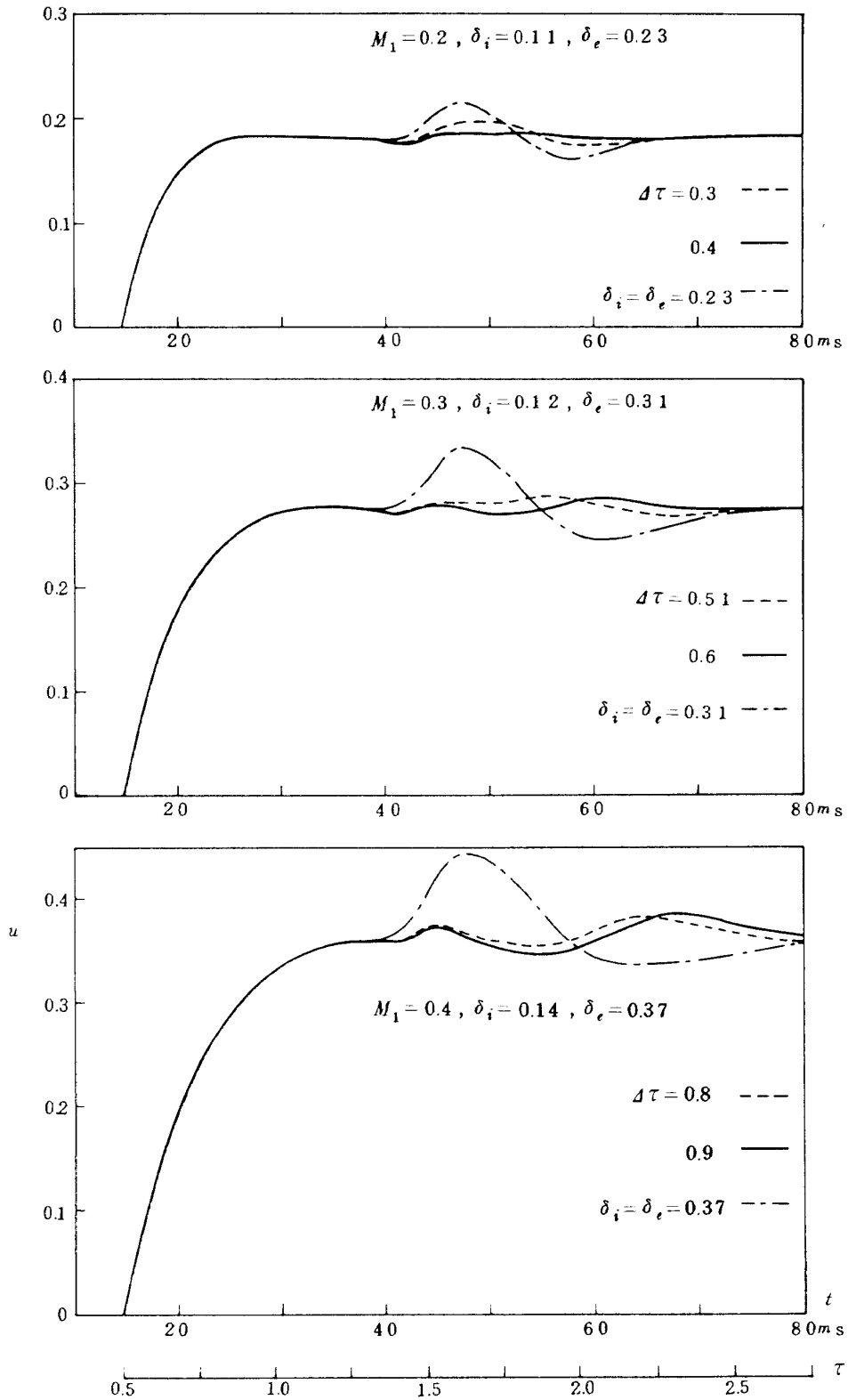


図13 種々の貯気管マッハ数での速度変化

総じていうならば、入射膨張波と有孔板が干渉して、反射される波は開口比が小さすぎると全体としては膨張波であり、大きすぎると圧縮波であることがわかる。それ故、反射される膨張波と圧縮波それぞれの強さを等しくし、かつ速度をも等しくできる“最適開口比”の存在が図11から予想される。図10, 11で示されるように $M_1 = 0.15$ のとき、これは0.175である。

貯気管マッハ数 M_1 を種々の値にかえて、最適開口比を求めた結果を図4に“口”印で示す。それらは式(7)による値と僅かなずれがあるが、良く一致している。ずれの原因の第一は、図4の横軸 M_1 の値にあり、 M_1 を例えば0.15となるように図8のスロット、貯気管断面積を与えても、数値計算上では打ち切り誤差等のために定常状態のマッハ数は0.139と僅か設定を下回ったからで

ある。一方、松尾やBarbourらの実験値が式(7)による値よりも大きい傾向を示すことに対し、文献6)で流量係数を考慮した実験値(図4で“●”印)が計算値(従って式(7))に良く一致すると報告されている。このような事実から、貯気槽一有孔板法の有孔板最適開口比は式(7)で与えられると言える。

6.2 開口比を時間的に変化させる場合

開口比一定の場合、最適開口比のときでも入射膨張波と有孔板との干渉は僅かな反射波をうむ。図10(b)のとき、反射波の到着する順序は、この図からわかるように $\vec{C}\vec{W}$, \vec{R} であり、これは入射膨張波の先頭部分に対してはこの開口比が大きすぎるということである。従って、開口比を時間的に変化させて、反射波の影響を軽減化す

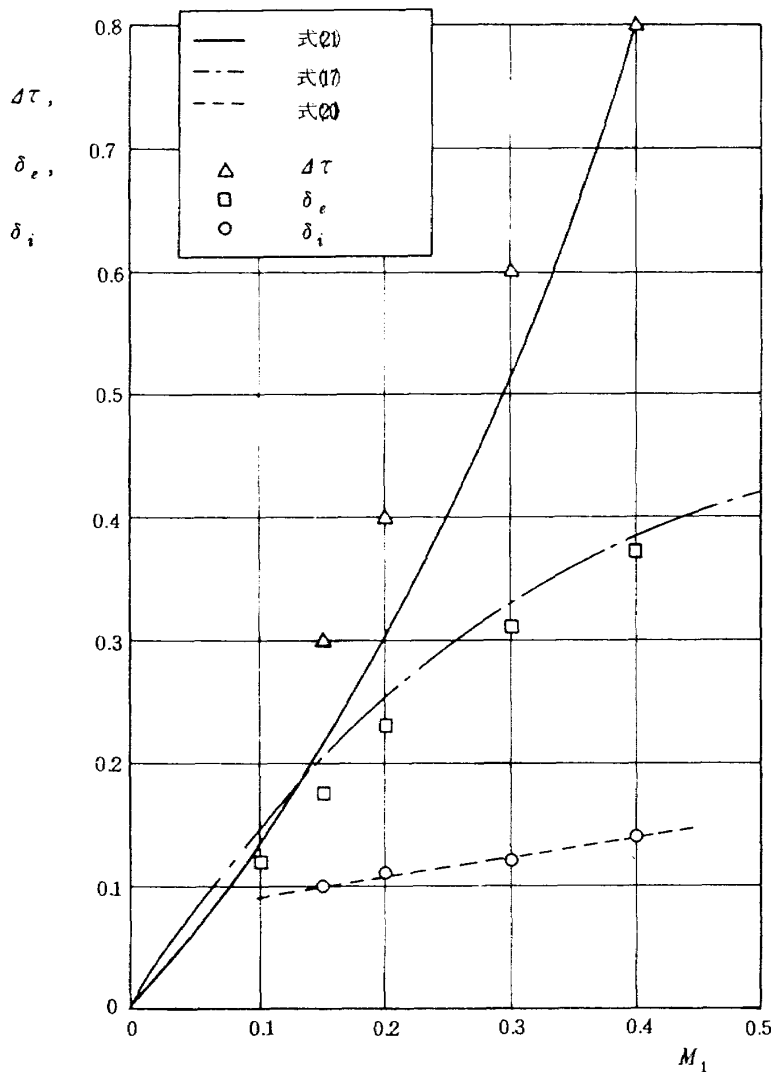


図14 有孔板制御変数

ることが考えられる。この場合、膨張波が有孔板に入射する際の初期開口比は最適開口比より小さくする必要はある。そこで次のことを考える。

(i) 初期開口比 δ_i は反射波の中に圧縮波を含まない開口比の大きさのうち、最大な値にとる。

(ii) 最終開口比 δ_e は最適開口比(図4で“口”印)に等しくとる。

(iii) 有孔板を動かしている時間 $\Delta\tau = \tau_e - \tau_i$ は膨張波の先頭波が有孔板に到着してから後尾が達するまでの時間とする。

初期開口比は(i)の基準に従って、数値実験から $M_1 = 0.15, 0.4$ のとき $\delta_i = 0.1, 0.14$ を得たから、これらを結ぶ直線

$$\delta_i = 0.16M_1 + 0.076 \quad \dots\dots\dots(2)$$

で与える。 $\Delta\tau$ は管内形状等に依存し、正確に予測するのは困難である。管内形状が直管で有心膨張波のときを近似値として

$$\Delta\tau = \frac{\gamma + 1}{2} \frac{M_1}{1 - M_1} \quad \dots\dots\dots(2)$$

を用いる。

6.2.1 貯気管マッハ数の変化による影響

種々の貯気管マッハ数に対し、 $\xi = 0.5$ における計算結果を図12に示す。図で一点鎖線($\delta_i = \delta_e$)は開口比を最適開口比にとって時間的に一定にした場合である。この図から、開口比を時間的にかえることによって、明らかに、圧力変動を小さくすることが種々の貯気管マッハ数で実現できることがわかる。圧力変動だけでなく、速度変動についても同じことが言え、図13にこれを示す。

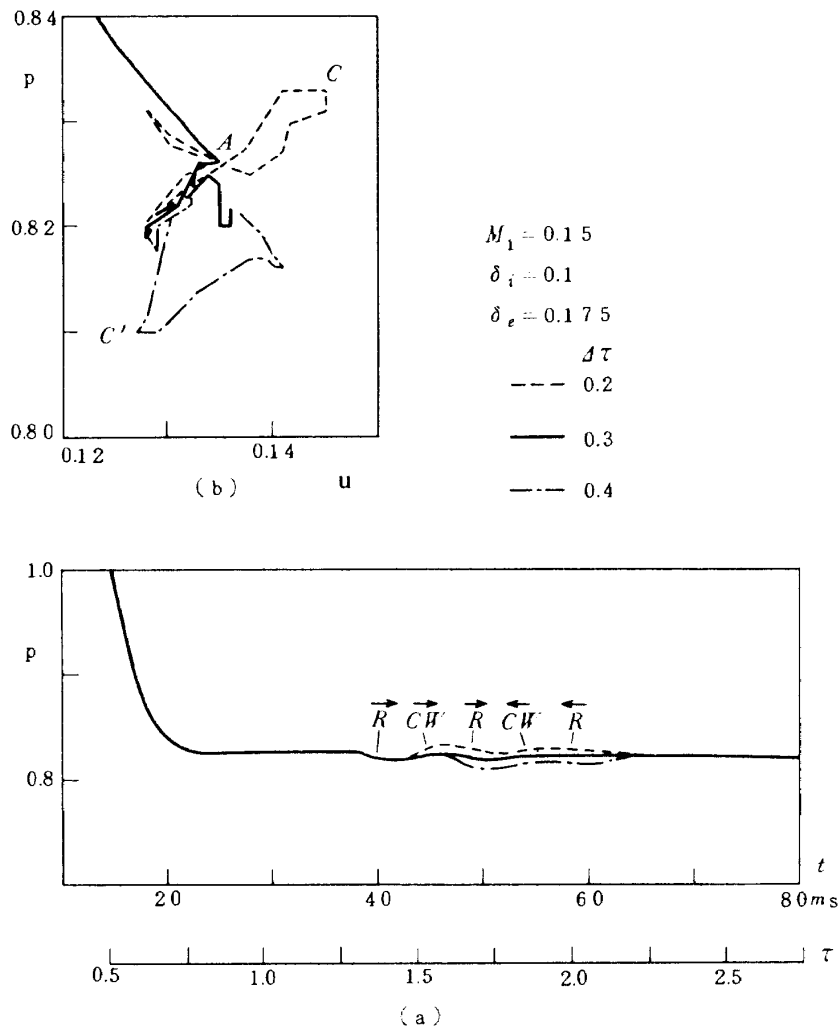


図 1 5 開口速度による影響

図12, 13から最も反射波の影響の小さい場合における有孔板制御変数 $\delta_i, \delta_e, \Delta T$ を貯気管マッハ数に対して示すと, 図14が得られる。 δ_e については ($\delta_e = \delta$ 最適)だから図4にも示されている。図14で, ΔT の値は, これの近似式(2)が曲線であるのに対し, 直線的に分布している。

6.2.2 開口速度による影響

開口速度によっても反射波の影響は異なる。そこである値の貯気管マッハ数において, 初期開口比, 最終開口比は一定とし, 開口比を変化させる時間 ΔT をかえてみた。これは前述の(iii)から, 膨張波の頭部到着から尾部到着までの時間であり, 元来, 与えられたルートビーク管および貯気管マッハ数で一義的に定まるものである。従って, 開口比の変化速度と考える他に, 到達膨張波の厚さとの適合, 不適合と考えても良い。

$M_1 = 0.15$ のとき $\xi = 0.5$ における圧力・速度それぞれの変化を3種の ΔT について図15に示す。図15(a)については松尾らの実験⁶⁾も定性的に同じ傾向を

示している。図(b)から, 定常状態, 点A(0.135, 0.825)にあった流れの状態は, ΔT が小さい, すなわち, 開口速度が大きいと, 点C(0.145, 0.833)を通過して変化し, $\overline{C'W}$ による影響が大きく, 逆に, ΔT が大きく開口速度が小さいと, 点C'(0.127, 0.810)を經由して流れの状態が変化し, \overline{R} による影響が大きくなる。最も良い場合は $\Delta T = 0.3$ で, 速度・圧力の最大の変動は $\Delta u, \Delta p$ ともに0.008であった。式(2)による ΔT の近似値は0.212である。

また, この場合の波動線図を図16に示す。これは $\xi - \tau$ 面に各計算点での $u - a$ の傾きを描いたもので, ただし, 各線素の長さは

$$\sqrt{1 + (u - a)^2}$$

に比例している。線素が左上, 真上, 右上に向いているのに対応して, 流れは各々, 亜音速, 音速, 超音速である。“○”印は衝撃波点を示す。測定部では起動衝撃波が発生し, 下流へ動いていく様子が示されている。流れ

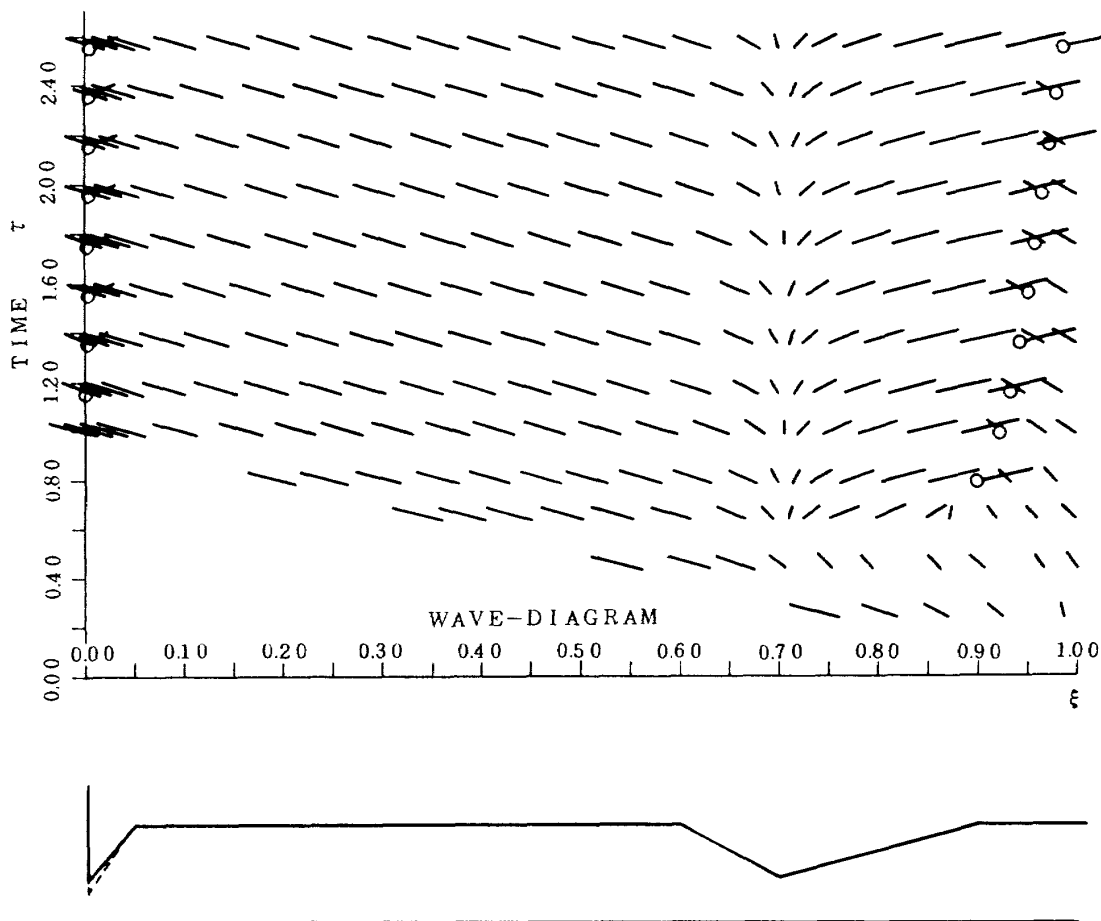


図16 波動線図

が有孔板でチョークするため、そのすぐ下流で時刻 $\tau = 1.15$ (33.7 ms) に衝撃波を生じ、衝撃波マッハ数 $M_S = 1.71$ となって $\xi = 0.005$ に存在した。これにより、貯気槽から流入してくる気体のエントロピーは増加し、粒子速度で決まる時刻に $\xi = 0.5$ に到達する。これが第3章で扱った持続時間の終了時点である。

6.2.3 初期開口比の設定

初期開口比 δ_i を前述の基準(i)より大、小の値にかえ、他の変数を各基準に従った値として計算した。図17はこのときの結果である。図(b)でわかるように、 δ_i を基準値より大きくしたときは、定常状態、点A(0.135, 0.825)から点C(0.145, 0.837)を經由して、

流れの状態が変化し、反射波のうちCWによる影響が大きくなる。 δ_i が基準値より小さいときは、点C'(0.121, 0.810)を通して変化し、Rによる影響が大きくなる。この図と図15を比較すると、 δ_i と $\Delta\tau$ の大きさを変えることは同じ効果を持っていることに気付く。すなわち、開口速度の大きい場合が初期開口比の大きい場合に類似している。

6.2.4 最終開口比の設定

最終開口比を基準値からずらし、計算した結果を図18に示す。図(b)で明らかなように、最終開口比の選び方によって、流れの状態は、それぞれ点B(0.136, 0.822)、点B'(0.136, 0.844)に動き、全

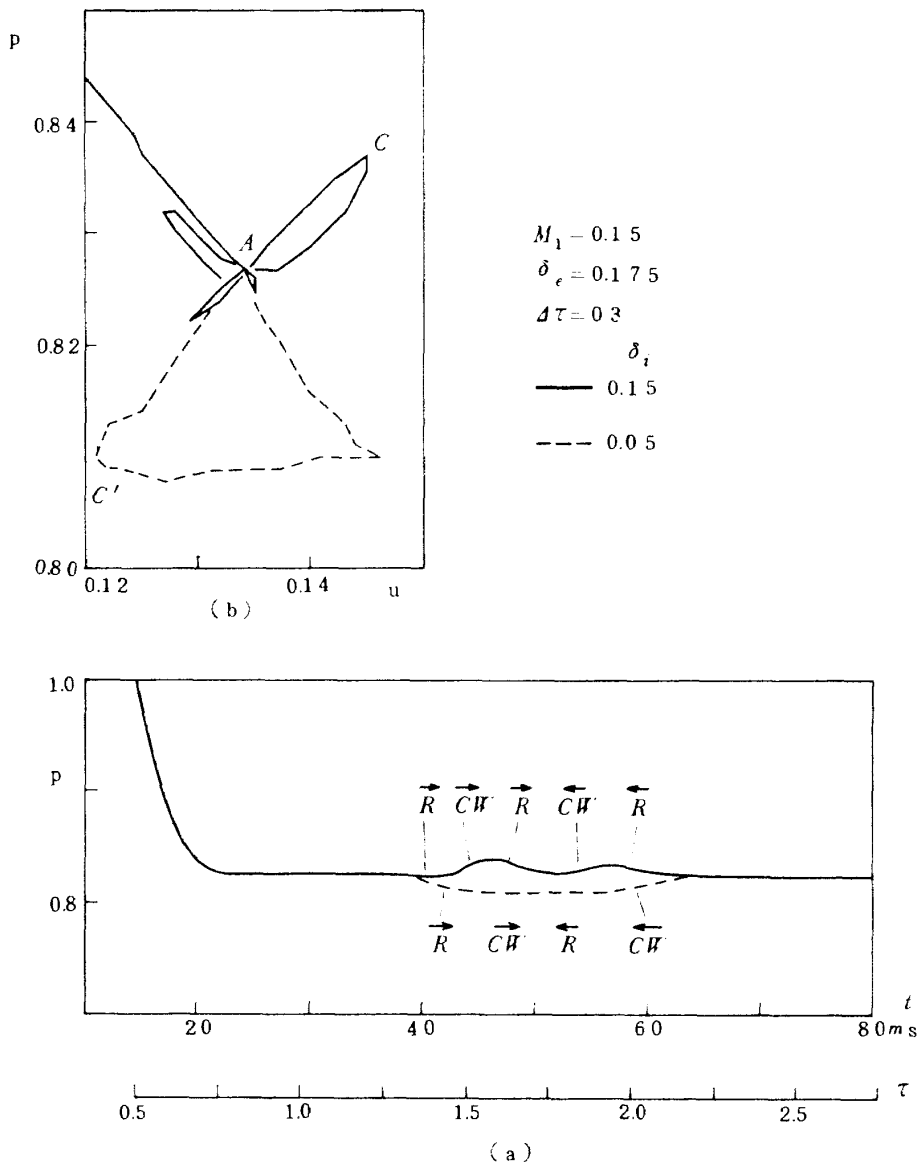


図17 初期開口比 δ_i の効果

く違った定常状態になる。従って、最終開口比は $\Delta\tau$ と δ_i の間のような“兼合い”が他の変数との間になく、その設定は厳格である。

6.3 波消去の程度

有孔板開口比を時間的にかえた方が、一定のときよりも、反射波の影響を軽減することが明らかになった。ここではこの軽減化の度合、すなわち、波消去の程度を別の観点から考える。

有孔板からの反射波を消去するための必要十分条件は、等エントロピー流の場合、貯気管の任意の位置でリーマン変数 P の値が

$$P = \frac{2}{\gamma - 1} a_0 \tag{2}$$

となることである。一例として、図15の $\Delta\tau = 0.3$ の場合について P の値の時間的変化を調べ、図19に条件(2)との比較を示す。この条件との最大差は 0.013 である。これを速度・圧力の各変動に換算すると $\Delta u = 0.007$, $\Delta p = 0.008$ である。実際のルートビーク管を考えると、貯気管マッハ数に依存するが、この程度の変動は境界層の発達等で起こる変動¹¹⁾と同程度かそれ以下である。従って貯気槽-有孔板法を実際に適用した場合、境界層の影響に波消去の不完全さによる影響が加わるが、飛躍的に持続時間の延長が可能である。

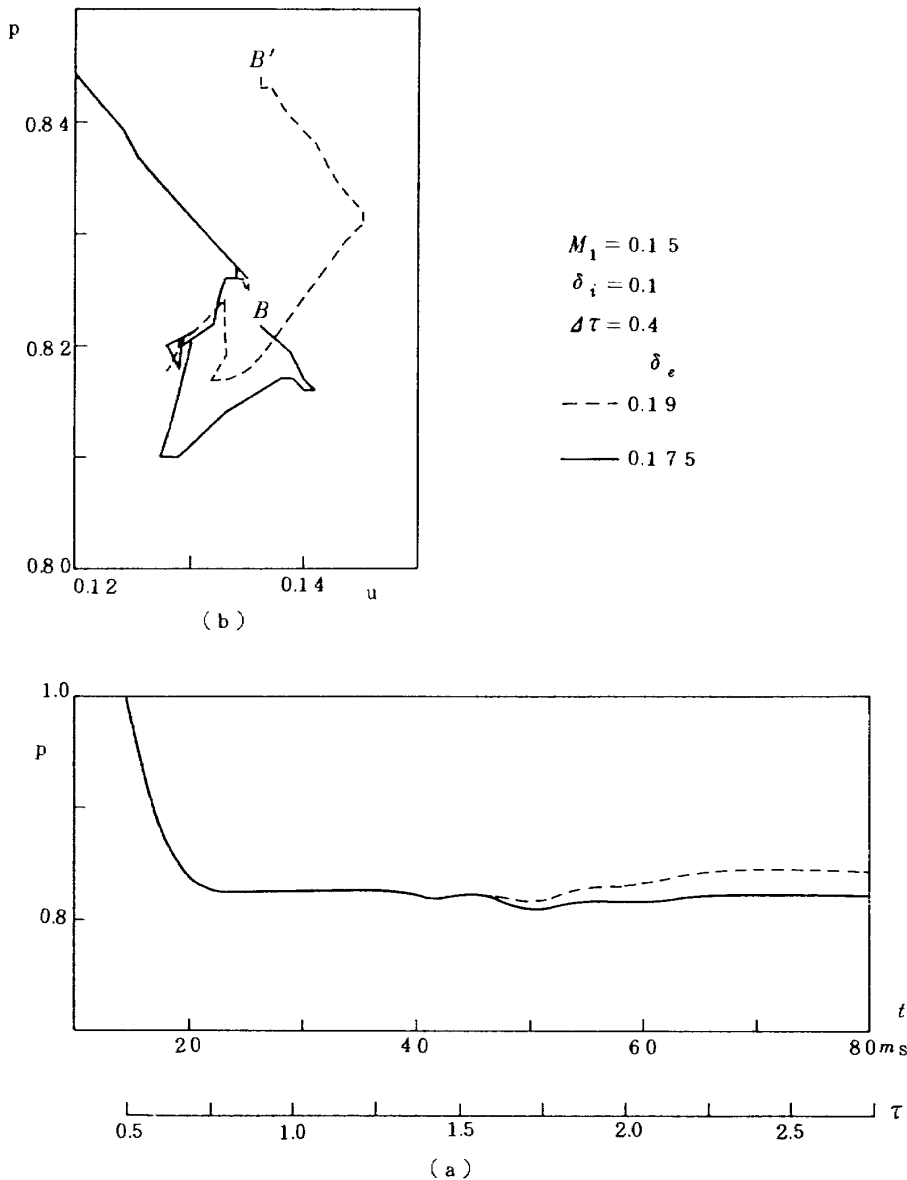


図18 最終開口比 δ_e の影響

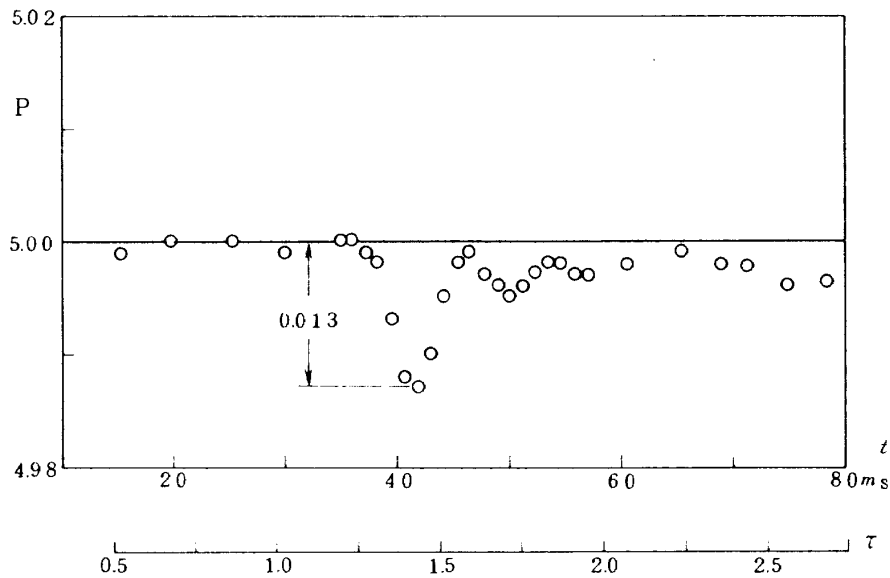


図19 波消去条件としての P の不変性度合

7. むすび

- (1) 貯気槽-有孔板法をルートピーク管に応用して、持続時間を延長することを調べた。通常のルートピーク管との持続時間の比較検討を行い、有孔板の最適開口比を求める理論式を導びいた。
- (2) 最適開口比の理論式は数値実験結果と良く一致した。
- (3) 有孔板開口比を時間的に変化させた場合の反射波による影響を種々の有孔板制御変数について調べた。開口速度の大きい場合と初期開口比の大きい場合が同じ効果を持っていることが明らかになった。
- (4) 貯気槽-有孔板法をルートピーク管に適用して持続時間の延長を行う場合、有孔板開口比を一定とするよりも時間的に変化させる方が格段にすぐれている。この際、有孔板制御変数の各々による影響は本報告により明らかであるが、それぞれの値は個々のルートピーク管について実験的に決定する必要がある。

文 献

- 1) 高島一明；ルートピーク管を使用した実験について、航空宇宙学会誌，25巻，286号，(1977/11)
- 2) Evans, J.Y.G.; A scheme for a quiet transonic flow suitable for model testing at high Reynolds number, RAE TR-71112 (1971)
- 3) Henshall, B.D., Teng, R.N. and Wood, A.D.; A driver-sphere technique for increasing the steady state test time of hypersonic shock tunnel, In advances in hypervelocity techniques (1962) pp. 453, Plenum Press.
- 4) Flagg, R.F.; A theoretical analysis of the driver-reservoir method of driving hypersonic shock tunnels, UTIAS TN-93 (1965)
- 5) Barbour, N.M. and Imrie, B.W.; A reservoir/orifice technique for extending the useful running time of a Ludwieg tube, 10th Int. Shock Tube Sympo., Kyoto (1975)
- 6) 松尾一泰他；貯気そー有孔板方式によるルトピーク管の一樣流持続時間の延長 第2報，開口面積可変の有孔板の場合，機械学会論文集，45巻391号 (1979/3)
- 7) Cable, A.J. and Cox, R.N.; The Ludwieg pressure-tube supersonic wind tunnel, The Aeronautical Quarterly Vol.14, Part 2 (1963/5)
- 8) Warmbrod, J.D. and Struck, H.G.; Application of the characteristic method

in calculating the time dependent, one-dimensional, compressible flow in a tube wind tunnel, NASA TMX-53769 (1968).

- 9) Rudinger, G.; Wave diagrams for nonsteady flow in ducts (1954), D. Van Nostrand.
- 10) 田島一郎, 近藤次郎訳; 技術者のための高等数学第2版=1 常微分方程式, (1972/2) pp.28, 培風館
- 11) 高島一明, 波木井深, 青木竹夫; 遷音速ルートピーク管の特性について, 航技研報告 TR-441 (1976/1)

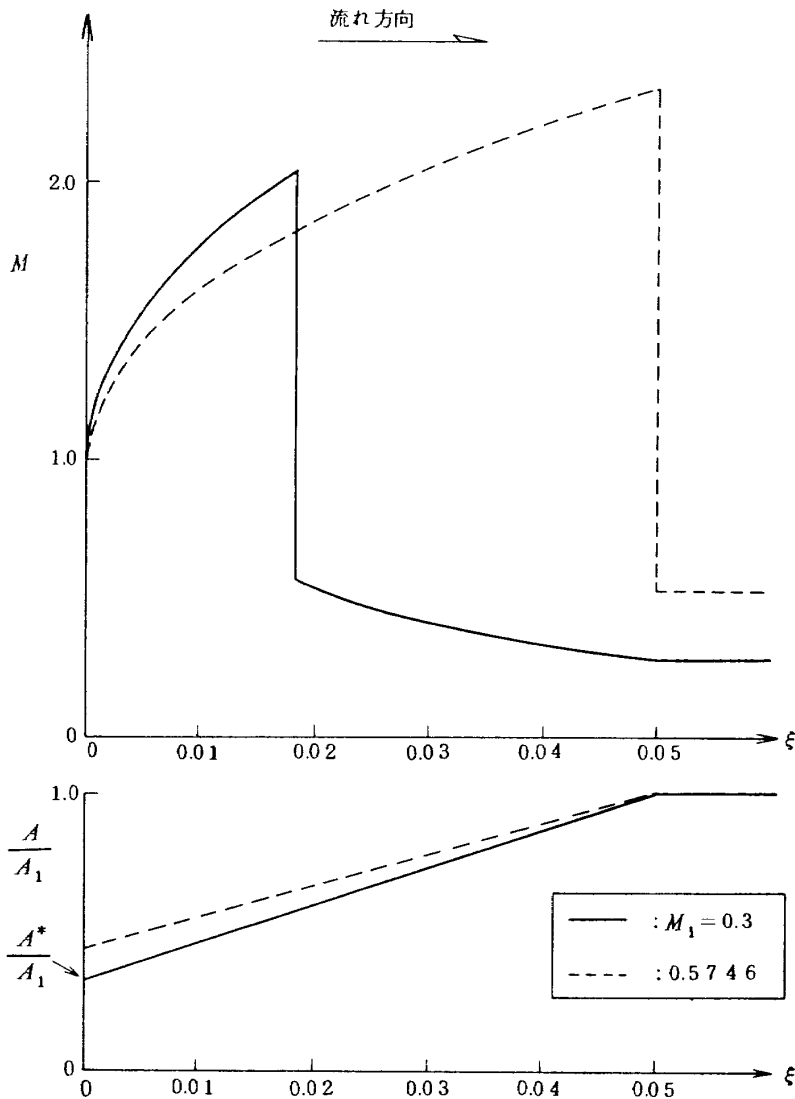
付録A 衝撃波強さの制限について

M_1 の値が与えられたとき, 衝撃波の位置を求めることを考える。まず, 衝撃波前後のよどみ点圧力の比は

$$\frac{p_{S,3}}{p_S} = \frac{\delta_{最適}}{A_3^*/A_1} = \left[\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)^2 - \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right]^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{A.1}$$

で求まる。衝撃波直前の量に " ' (ダッシュ) " をつけて表わすことにすると, 衝撃波直前のマッハ数 M' は

$$\frac{p_{S,3}}{p_S} = \left[1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M'^2 - 1) \right]^{-\frac{1}{\gamma-1}}$$



図A1 M_1 増加による衝撃波位置の移動

$$\times \left[\frac{(\gamma+1)M'^2}{(\gamma-1)M'^2+2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{A.2})$$

から決定できる。また、マッハ数と断面積比の関係

$$\frac{A^*}{A'} = \frac{\delta_{\text{最適}}}{A'/A_1} = M' \left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M'^2 \right) \right]^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (\text{A.3})$$

があるから、結局、 M_1 の値がわかっているれば式(A.3)より A'/A_1 の値を得る。衝撃波位置はこの A'/A_1 の値からノズル面積分布を使って求めることができる。

図A1に $M_1 = 0.3$ の場合のマッハ数分布を実線で示す。この図で、いま仮に M_1 の値をさらに大きくしていくと、それにつれ $\delta_{\text{最適}} (= A^*/A_1)$ の値も増大し、 A^* は大きくなる。一方、式(A.1)によれば $p_{S,3}/p_S$ の値が減少し、衝撃波は強くなるから、衝撃波位置は $M_1 = 0.3$ の場合よりもさらに下流側へ移動する。そして、ある M_1 の値に対して衝撃波は貯気管断面全体にひろがり、このとき $A' = A_1$ となる。これよりも大きい M_1 の値に対して式(A.1)はより強い衝撃波を要求するが、衝撃波はそれ以上強くなることはできない。

若干の繰返し計算の結果、 $A' = A_1$ となる場合

$$M' = 2.341, \quad M_1 = 0.5746$$

である。図A1に破線でこの場合のマッハ数分布を示す。衝撃波が定在していれば M' は衝撃波マッハ数 M_S に等しいから

$$M_S = 2.341$$

である。

付録B Barbourらの式の変形

Barbourらが文献5)で提出している、最適開口比を与える理論式は

$$\delta' = \omega_t \left\{ \frac{2}{\gamma-1} a_4^2 \left[1 - \left(\frac{p_t}{p_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{-\frac{1}{2}}$$

である。ここで添字“t”は貯気管での膨張波の下流の状態、“4”は貯気状態をそれぞれ意味する。“ ω ”は速度である。この式をここで使用している記号で表わせば

$$\delta_{\text{最適}} = u_1 \left\{ \frac{2}{\gamma-1} a_0^2 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{B.1})$$

となる。式(B.1)を変形して、貯気管マッハ数 M_1 で陽に表わそう。そのためには、まず

$$u_1 = a_1 M_1 = a_0 M_1 \frac{a_1}{a_0}$$

から、

$$\frac{a_1}{a_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)^{-1}$$

だから

$$u_1 = a_0 M_1 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)^{-1} \quad (\text{B.2})$$

である。式(B.2)と第4章の式(15)を式(B.1)に代入して

$$\delta_{\text{最適}} = M_1 \left\{ \frac{2}{\gamma-1} \left[\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)^2 - 1 \right] \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{B.3})$$

を得る。式(B.3)によって得られた値を図4に記入した。

航空宇宙技術研究所報告612号

昭和55年5月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182
印刷所 株式会社実業公報社
東京都千代田区九段南4-2-12
