

ISSN 0389-4010  
UDC 620. 178  
621. 317. 35

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-957

デジタル・シュミレーションによる  
宇宙機器の累積疲労損傷評価

薄 一 平

1987年12月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# デジタル・シミュレーションによる 宇宙機器の累積疲労損傷評価\*

薄 一 平\*\*

## A digital simulation method of cumulative fatigue damage evaluation for spacecraft components

### Abstract

Prior to the launching of a satellite, several certification testes are carried out for satellite and rocket on-board components. The ground test requirements are strictly specified to verify their reliability and ability to accomplish mission objectives. But it is not easy to define ground test parameters such as load patterns, levels and duration times in the earlier stages of whole system development. Test parameters after being fully integrated in to the spacecraft would different in general from those expected in the preliminary design stage.

This work is concerned with the effect of various load patterns on the fatigue strength of mission equipment. A method of evaluating fatigue damage by using a fatigue damage accumulation (FDA) ratio is first proposed, then the FDA ratios are computed for different types of load patterns.

Random load time history, which has a given power spectrum density function, was generated by digital computer simulation. Two-dimensional cycle counting by an advanced type of the range-pair-mean method was adapted. Miner's rule was applied to calculate cumulative fatigue damage.

This work concentrates on the FDA characteristics of various random load patterns which have the same power level. Simulation results showed that load patterns with predominant frequency have about the same fatigue damage accumulation (FDA) ratio as patterns without predominant frequency if both of them have the same frequency band width. The relationship between irregularity factors and FDA ratios is also discussed in this paper.

### 1. 緒 言

近年、我国を含めて宇宙先進各国では、宇宙活動の長期展望に基づいて宇宙輸送システムの開発計画が相次いで発表されている<sup>1),2)</sup>。航空機と同様な安全性、運用の自在性を備えた有翼の有人機で、水平離着陸、低加速度運用、大量輸送、反復使用を目指す「スペース・プレーン」構想もある。従来は宇宙輸送の分野では疲労強度は設計上それほど問題にされて来なかったが、今後は宇宙往還系の分野においても疲労設計が飛躍的に拡大し、その重要性がより一層認識される事は間違いないものと思われる。

現在打上げられる衛星搭載機器は、搭載に至るまでに振動試験や音響試験などによる各種強度および性能確認試験が行われる。これらの地上試験の最終的な目標は、運用時の信頼性を最も高くすることにある事は云うまでもない。

従来は、実際に搭載されるフライトモデル (FM) とは別に同規格の地上試験用のプロトタイプ供試体 (PM) を製作し、これを用いて上記のような各種認定試験 (qualification test, QT) が行われてきたが、現在では地上試験に用いたモデルを搭載するプロトフライトモデル (PFM) 方式が主流になりつつある。従って、地上試験の回数、時間、荷重 (または加速度) スペクトルおよびレベルの設定等多くの因子について総合的かつ合理的な判断がこれまで以上に必要になってきていると云える。

\* 昭和62年11月26日 受付

\*\* 機体第二部

一方、搭載機器の地上試験時の段階で各機器の配置や推進系その他の構体の構造が最終的に決定されている事は通常は期待出来ない。従って、開発途中の段階で想定した荷重スペクトルと最終的な搭載時に機器に加わる荷重スペクトルの性質は一般に異なる事が予想される。高い信頼性と同時に厳しい重量制限を課せられる衛星搭載機器の設計上、荷重スペクトル形状と疲労損傷特性の関係を明らかにすることは極めて重要で大きな関心が持たれ始めている。

本報では、パワは同じではあるがパワスペクトル密度関数が異なる場合を対象として、デジタルシミュレーションを用いて疲労損傷特性の比較検討を行った結果について報告する。特に単位時間当たりの疲労蓄積量を示す累積疲労損傷速度 (Fatigue damage accumulation ratio, FDAR) と呼ぶパラメータで疲労損傷特性を整理する手法を提案し、これを用いて矩形および単峰形荷重スペクトル形状の累積疲労特性に及ぼす影響を明らかにする。

## 2. 疲労損傷評価手法

定常ガウス性ランダム荷重を対象として評価を行う。まず (1) 所定のパワスペクトル密度を有するランダム波をデジタルシミュレーションにより発生させ、(2) 同時にこの時系列を HL 法 (ヒステリシス・ループ法)<sup>3)</sup> と呼ぶアルゴリズムで波形計数を行い、繰返し荷重の頻度分布を求める。次に (3) これらの分布と一定振幅荷重下の疲労寿命線図を組み合わせ、線形加算仮定に基づいて累積疲労損傷を求める。以下に手順に従ってその詳細を述べる。

### 2.1 従来のランダム波発生方法

所定のパワスペクトル密度を持つランダム波を計算機シミュレーションにより発生させる方法については、既に幾つか提案されている<sup>4), 5), 6)</sup>。これらは大約以下のように分類出来る。

- (1) 伝達系の応答に基づく方法<sup>3)</sup>
- (2) ランダム位相の余弦和による方法<sup>5)</sup>
- (3) フーリエ係数の移動平均による方法<sup>4), 5)</sup>

疲労損傷を評価するためには、ランダム波形そのものから複雑な計数、解析を行う必要がある。上記 (1) の方法は既知の伝達関数  $G(s)$  を利用し、これ

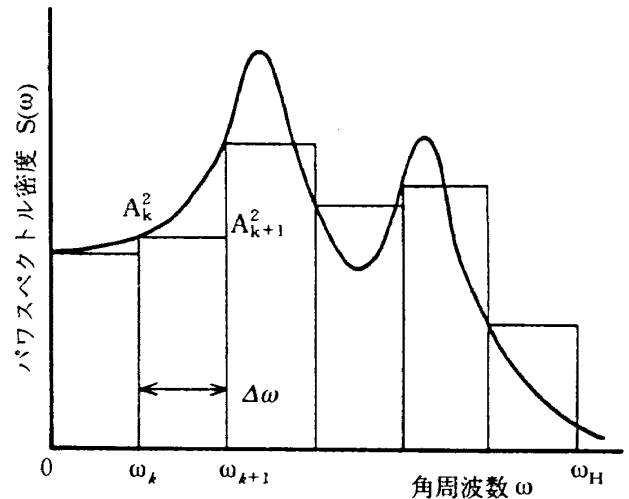


図1 ランダム位相の余弦和を用いたシミュレーションにおける周波数帯域分割

にパワについて規準化された白色雑音が入力された時の出力波形のパワスペクトル密度関数  $S(\omega)$  が

$$S(\omega) = |G(j\omega)|^2 \quad (2.1.1)$$

となることを利用する方法である。ここに  $\omega$  は角周波数、 $j = \sqrt{-1}$  である。最も直接的で単純な方法であり、信頼出来る方法と云えるが、複雑なパワスペクトル形状への適用が困難である欠点がある。

一方、(2) および (3) の方法を用いると複雑なパワスペクトル形状を有するランダム波のシミュレーションが可能である。これらはいずれも S. O. Rice の雑音モデルを理論的根拠として導かれた方法である。

(2) のランダム位相の余弦和による方法では図 1 に示すように、与えられたパワスペクトル密度関数  $S(\omega)$  に上限角周波数  $\omega_H$  を設定し、対象とする周波数帯域  $[0, \omega_H]$  を  $N$  等分する。従って各帯域は

$$\Delta\omega = \frac{\omega_H}{N} \quad (2.1.2)$$

の帯域幅を持つ。このとき  $k (= 1, 2, \dots, N)$  番目の  $[\omega_k - \frac{1}{2}\Delta\omega, \omega_k + \frac{1}{2}\Delta\omega]$  の周波数帯域のパワ  $A_k^2$  を次式で近似する。

$$A_k^2 = \int_{(k-1)\Delta\omega}^{k\Delta\omega} S(\omega) d\omega = S(\omega_k) \Delta\omega \quad (2.1.3)$$

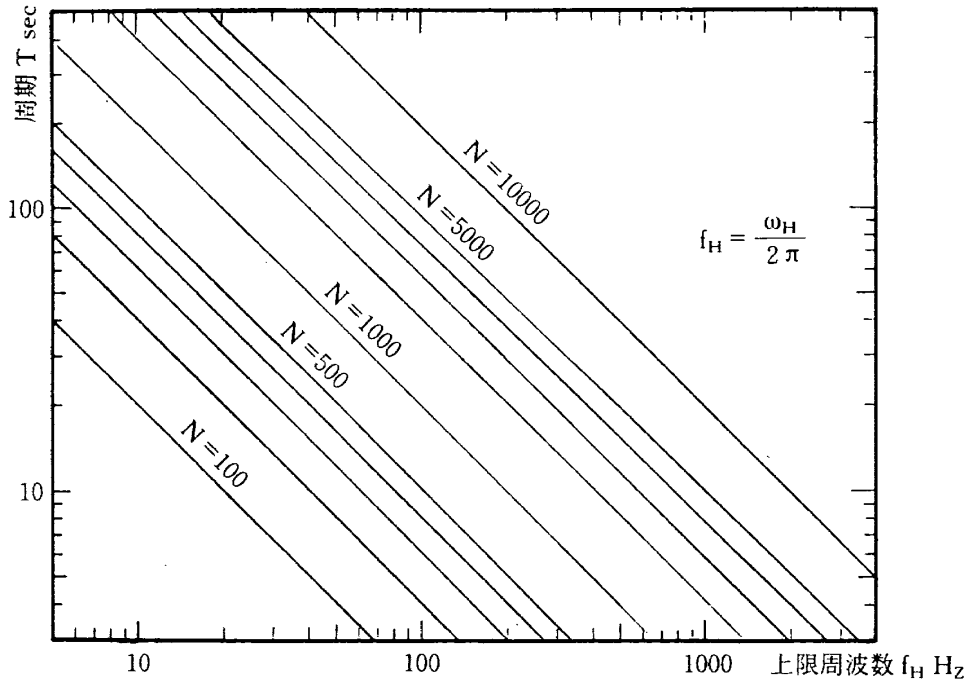


図2 ランダム位相の余弦和を用いたシミュレーションにおける周期  $T$  と上限周波数  $f_H$  の相関 ( $N$  は周波数帯域の分割数)

この値を級数の係数に用いてランダム出力波  $y(t)$  を

$$y(t) = \sum_{k=1}^N A_k \cos(\omega_k \cdot t - \phi_k) \quad (2.1.4)$$

なる級数で表現する方法である。ここに

$$A_k = \sqrt{S(\omega_k) \Delta\omega} \quad (2.1.5)$$

$$\omega_k = \left(k - \frac{1}{2}\right) \Delta\omega \quad (2.1.6)$$

$$\Delta\omega = \frac{\omega_H}{N} \quad (2.1.7)$$

このとき (2.1.4) 式中の位相  $\Phi_k (k=1, 2, \dots, N)$  は  $[0, 2\pi]$  間の一様乱数として与えられる。この方法は汎く用いられている。しかし S.O.Rice のモデルによる厳密解では (2.1.4) 式の  $A_k$  はレーリー分布に、 $\Phi_k$  は一様分布に従う確率変数である事が示されている。このシミュレーションでは本来確率変数であるべき  $A_k$  各項をその平均値を以て固定し、位相のみを確率変数として近似させた方法と云える。この方法は地震応答解析への応用等のように最大加速度の推定等エネルギーレベルを対象とするディジ

タルシミュレーションには支障はないと思われるが、本研究で扱うような複雑な波形計数を含む疲労損傷解析に直接適用する場合には注意する必要がある。例えばこの方法では本来ランダム波には存在しない周期が現れる。その周期を  $T$  とおくと  $T$  は

$$T = \frac{4\pi}{\Delta\omega} \quad (2.1.8)$$

となることが (2.1.4) 式よりわかる。図2に上限周波数  $f_H (= \omega_H / 2\pi)$  と周期  $T$  の関係を示したが、例えば上限周波数を2KHzとすると10秒間のランダム波を発生させるためには  $N=10000$  の項数が必要になる。累積疲労損傷の過程をシミュレートするには、一般に長期間の波が必要で、この方法の適用にも限界がある。

前述の (3) のフーリエ係数の移動平均による方法は最も多く使われている方式で、(1)において各周波数のパワ、すなわちエネルギーレベルだけに注目して、これを忠実に再現する方法と云える。位相情報は欠落するが、複雑な形状のパワスペクトルをも容易に扱える特長がある。(2)と同様に出力波形のエネルギーレベルに関する解析を対象とする場合には問題はないと思われるが、疲労損傷の分析に必

要な情報が完全に再現されているとは限らない点に留意しなければならない。

式 (2.1.1) で用いた系の周波数応答を表す複素関数  $G(j\omega)$  は一般に実関数  $A(\omega)$  と  $\Phi(\omega)$  を用いて一意に

$$G(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{-j\Phi(\omega)} \quad (2.1.9)$$

と表される。系のインパルス応答関数  $h(t)$  は

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.1.10)$$

と書ける。

一般に時間関数  $x(t)$  を伝達関数  $G(s)$  に入力した時の出力  $y(t)$  は

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t-\tau) dt \quad (2.1.11)$$

となる事がわかっている。(2.1.9) 式を (2.1.10) 式に代入すれば

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) e^{j(\omega t - \Phi(\omega))} d\omega \quad (2.1.12)$$

を得る。関数  $A(\omega)$  と  $\Phi(\omega)$  については

$$A(\omega) = A(-\omega) \quad (2.1.13)$$

$$\Phi(\omega) = -\Phi(-\omega) \quad (2.1.14)$$

なる性質があるから、これらの関係を (2.1.12) に代入して整理すると

$$h(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} A(\omega) \cos[\omega t - \Phi(\omega)] d\omega \quad (2.1.15)$$

となる。

シミュレーションの基礎式は(2.1.15)式において

$$\Phi(\omega) = 0 \quad (2.1.16)$$

とにおいて得られる。すなわち

$$h^*(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} A(\omega) \cos \omega t d\omega \quad (2.1.17)$$

従って出力  $y(t)$  は

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h^*(\tau) x(t-\tau) dt \quad (2.1.18)$$

により計算される。これより(2.1.17)式の  $h^*(t)$  を  $A(\omega)$  のフーリエ係数と見なして

$$y_i = \sum_{k=-H}^H a_k x_{i+k} \quad (2.1.19)$$

なる級数で近似して実際の計算が行われる。ここに  $x_i$ ,  $y_i$  は  $i$  番目の入力および出力のサンプリング値であり,  $a_k$  は  $A(\omega)$  のフーリエ係数である。上式を用いて多くのシミュレーションが行われてきた。

Leybolt, Nauman<sup>4)</sup>は対象とする上限周波数を  $f_H$  として, 規準化された  $A(\omega)$  を用いて以下のように  $a_k$  を求めている。すなわち規準化された周波数

$$\frac{f}{f_H} = \frac{h}{H} \quad (h = 0, 1, 2, \dots, H) \quad (2.1.20)$$

に対して  $A(\omega)$  を改めて  $F(f/f_H)$  と表して

$$F\left(\frac{f}{f_H}\right) = F\left(\frac{h}{H}\right) = a_0 + 2 \sum_{k=1}^H a_k \cos \frac{\pi n h}{H} \quad (2.1.21)$$

このフーリエ COS 級数の係数  $a_k$

$$a_k = \frac{1}{H} \int_0^H F\left(\frac{h}{H}\right) \cos \frac{\pi n h}{H} dh \quad (2.1.22)$$

を計算して, (2.1.19)式に代入し, 出力  $y_i$  を求めている。(2.1.22)式の計算にあたって  $F(f/f_H)$  が急激に変化した点の Gibbs 現象を避けるために Lanczos の  $\sigma$ ファクターを考慮する方法も提案されている<sup>5)</sup>。

このシミュレーションでは, (2.1.16)式に示したような仮定に基づいているため, 本来の物理系ではかならず満足されている因果律 (Causality) が無視されている点に注意しなければならない<sup>9)</sup>。

### 2.2 ランダム波発生方法の改良

航空、宇宙で用いられる機器を対象として累積疲労損傷を議論するためには、(1)周期性のない波形を連続して比較的長い時間発生出来る事、(2)複雑なパワースペクトル形状を扱える事、等の条件を満たす必要がある。2.1節で指摘したように従来の手法にはいずれも一長一短があり、またこれらには改良の余地が認められる。本研究では上記の条件を考慮して、基本的に(2.1.18)式に基づいてシミュレーションを行う事とした。従って前項(3)と同様に、位相については(2.1.16)式の仮定を用い、因果律の影響については別に検討することとする。ただし(2.1.19)および(2.1.22)両式のように系のフーリエ係数を直接使う手法は避けて、次項に示すように各項ごとに項別積分された係数を用いた移動平均によりシミュレーションを行う。この点の改良により、必要とされる(1)、(2)の条件を満足すると共に、従来のシミュレーションでは避けられなかった周波数帯域の等分割近似の制限を、一般に各帯域の幅が異なることが許される帯域任意分割型のシミュレーションに改めることが出来た。従ってパワースペクトル密度関数  $S(\omega)$  の形状に即して効率の良い分割が可能になり、計算精度の向上ならびに計算速度の上昇に寄与することが出来た。

### 2.3 改良型ランダムプロセスシミュレーション

2.1節で述べたように任意の波形  $x(t)$  が伝達関数  $G(j\omega)$  に入力された時の出力波形  $y(t)$  は(2.1.11)式で与えられるが、対象とする全周波数帯域内で位相遅れが無いと仮定すると(2.1.18)式で表される。即ち

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h^*(\tau) x(t-\tau) dt \quad (2.3.1)$$

$$h^*(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} A(\omega) \cos \omega t d\omega \quad (2.3.2)$$

入力波形  $x(t)$  を図3に示すように  $\Delta t$  時間毎にステップ状に変化する波と考える。すなわち

$$x(t) = x_n \quad \text{for } t[(n-1)\Delta t, n\Delta t] \quad (2.3.3)$$

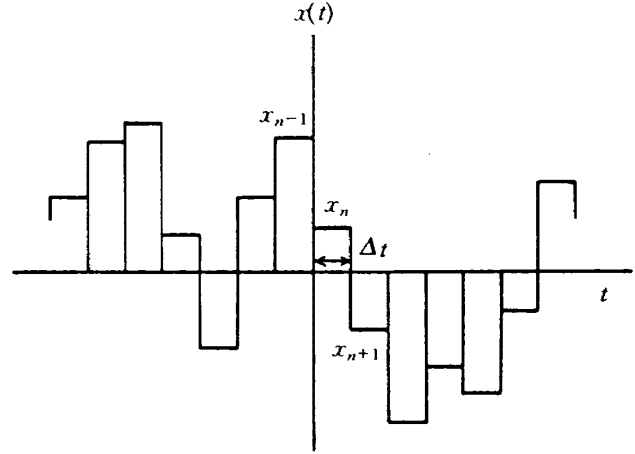


図3 入力波形  $x(t)$

と仮定する。時刻  $t=n\Delta t(n=0,1,2,\dots)$  における出力  $y(n\Delta t)$  は(2.3.1)式より

$$y(n\Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} h^*(\tau) x(n\Delta t - \tau) d\tau \quad (2.3.4)$$

(2.3.3)式を用いて

$$y(n\Delta t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_{n-k} \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} h^*(\tau) d\tau \quad (2.3.5)$$

と表される。従って

$$y(n\Delta t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_{n-k} H_k \quad (2.3.6)$$

ここに  $H_k$  は

$$H_k = \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} h^*(\tau) d\tau \quad (2.3.7)$$

以上より、入力  $x(t)$  に対する  $y(t)$  の  $\Delta t$  毎の出力が  $H_k$  を重み係数とする移動平均で与えられることが導かれた。

次に  $H_k$  を与えられた関数  $A(\omega)$  を用いて表す。ところで  $A(\omega)$  については、図4に示すように、下限角周波数  $\omega_0$ 、上限角周波数  $\omega_M$  の間を任意の角周波数  $\omega_i(i=1,2,\dots,M-1)$  により  $M$  分割して近似する事にする。単位の区間内  $[\omega_i, \omega_{i+1}]$  ( $i=0,1,2,\dots,M-1$ ) では  $A(\omega)$  はそれぞれ一定値  $A_i$  で表されるとする。このとき(2.3.2)は次式のように変形される。

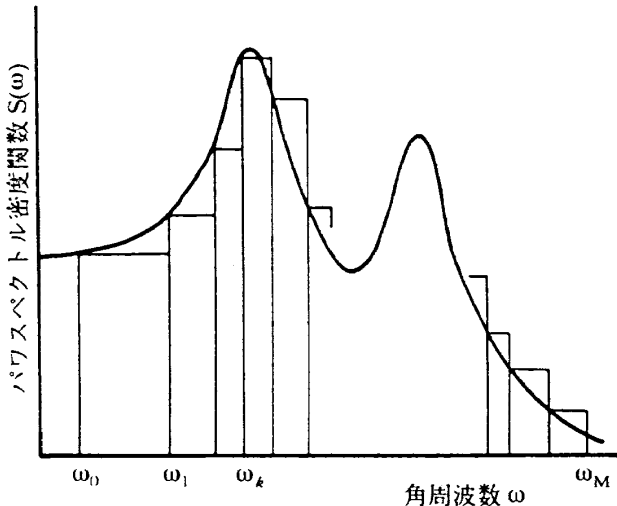


図4 改良型シミュレーションにおける周波数帯域の任意分割

$$\begin{aligned}
 h^*(\tau) &= \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^{M-1} A_i \int_{\omega_i}^{\omega_{i+1}} \cos \omega \tau d\omega \\
 &= \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^{M-1} A_i \left( \frac{\sin \omega_{i+1} \tau}{\tau} - \frac{\sin \omega_i \tau}{\tau} \right) \quad (2.3.8)
 \end{aligned}$$

これを(2.3.7)式に代入して整理する。

$$\begin{aligned}
 H_k &= \sum_{i=0}^{M-1} \frac{A_i}{\pi} [SI(k\omega_{i+1}\Delta t, \omega_{i+1}\Delta t) \\
 &\quad - SI(k\omega_i\Delta t, \omega_i\Delta t)] \quad (2.3.9)
 \end{aligned}$$

となる。ここに  $SI(a, d)$  は

$$SI(a, d) = \int_a^{a+d} \frac{\sin x}{x} dx \quad (2.3.10)$$

である。

重み係数  $H_k$  の数値計算プログラムおよび計算精度の詳細については別に報告するが、各種の誤差を検討した後、(2.3.7)式によってランダムプロセスのシミュレーションを行った。本報ではサンプリング間隔  $\Delta t$  は対象とするパワースペクトル密度関数の上限周波数 ( $f_H$ ) に対して  $\Delta t = 0.2/f_H$  とした。

## 2.4 波形計数

ランダム荷重波形から疲労に關与する如何なる情報を拾い出したらよいか、という、いわゆる波形計数法については従来より多くの提案がなされてきた。

これらの中でレンジ・ペア法<sup>5)</sup>、レンジ・ペア・

ミーン法<sup>5)</sup>、全波法<sup>10)</sup>、レイン・フロー法<sup>11)</sup>等は、各々表現は異なっているが、いずれもランダム波によって材料内に生じるヒステリシス・ループの形成に注目し、これと対応させて波形計数を行う手法である。すなわち、ループを形成する山と谷の値をペアで取り出して、その差(レンジ)と平均値(ミーン)をカウントする計数法である。細かな点でペアの定義が違う、計数アルゴリズムが異なる等の理由で若干計数結果に差が現れる場合もあるが、本報告が対象としているような長時間のランダム波を計数する場合にはこれらの計数結果は事実上同じになる。

ここで用いる HL 法も上記の手法と同様にヒステリシス・ループを形成するペアをカウントする方法である。HL 法の波形計数では「相継ぐ 2 個のレンジ  $r_{ij}$  と  $r_{jk}$  の大きさを比較して、 $r_{ij}$  が  $r_{jk}$  と同じまたは小さい場合に  $r_{ij}$  をカウントする」だけであり、アルゴリズムが非常に単純化されている点に最大の特長がある。ここに  $r_{ij}$  とは  $i$  番目の極値(極大値または極小値)とこれに続く  $j(=i+1)$  番目の極値との差の絶対値を表す。上記の判断基準だけで、ピーク値(極大値および極小値)を次々に読み込みながら閉じた(と想定している)ヒステリシス・ループの計数を行う。図 5 (a) のランダム波を例にとれば、このランダム波のピーク値に順に番号を付けると、この波形ではピーク 3 までは  $r_{ij} \leq r_{jk}$  が満足されず、ピーク 1, 2, 3 はこの順に一時的に記憶される。ところが次のピーク 4 を読み込んだ時  $r_{ij} \leq r_{jk}$  が  $r_{23} < r_{34}$  で満足されるためピーク 2 と 3 は図 5 (b) に示すように閉じたヒステリシス・ループを形成するとみなしこれをカウントの対象とする。と同時にピーク 2, 3 は消去されピーク列は図 6 に示すように 1, 4 と再編成される。図 5 (b) 上では 2, 3 のヒステリシス・ループが取り出され 1 から 4 へ向かう応力-歪の履歴が残される。このようにピークの読み込み、相次ぐレンジの比較、記憶あるいは計数、消去の過程が図 6 に示したように続く。

このようにランダム荷重を分解、取り出した各々の波のレンジと平均荷重(ミーン値)のペアに対して 2 次元の頻度分布を得ることができる。計数結果の頻度分布の例を図 7 に示す。本例ではレンジと

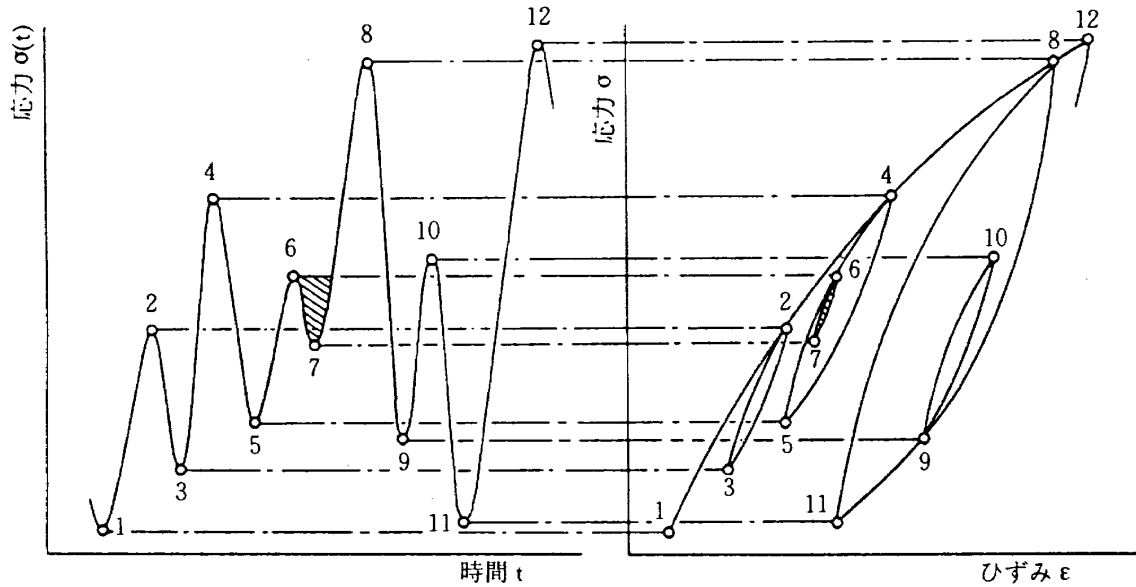


図5(a) ランダム応力波形

図5(b) ヒステリシス・ループの形成

図5 ランダム応力波とそれに対応すると想定されたヒステリシスループ

読み込みピークの番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...
記憶されている以前のピーク値	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
のピーク値	2	2	2	4	4	4	4	4	8	8	8	8	8
...計数されるペア	3	3	3	5	5	5	5	5	9	9	9	11	11
		4		6	6	6	6	8	10	10	10	12	
						7	7				11		
							8						

図6 HL法による波形処理, 計数手法の説明図

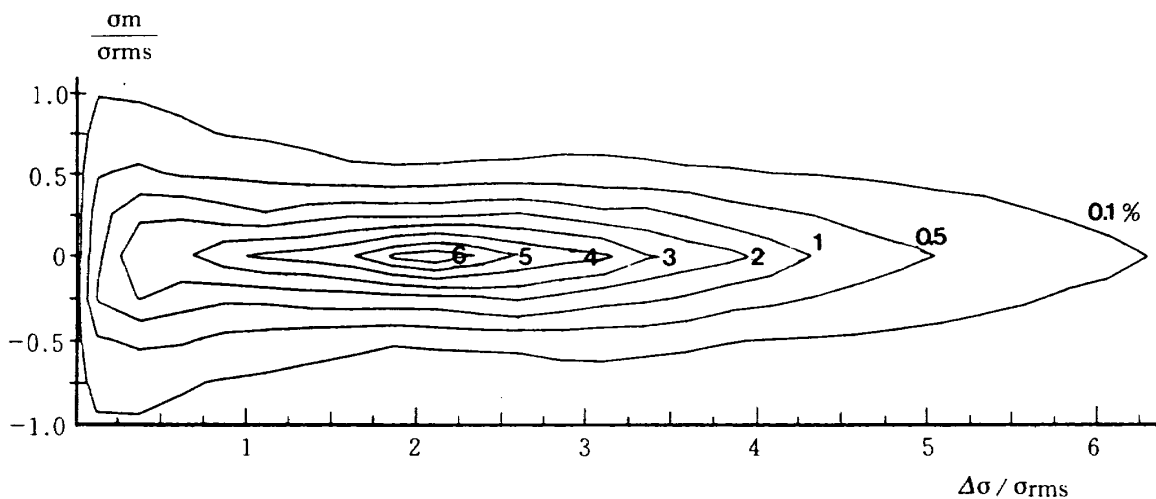


図7 HL法で計数したレンジ  $\Delta\sigma$  とミーン  $\sigma_m$  の2次元頻度分布計数例

(ランダム応力: 白色雑音のバターワース型帯域通過フィルタ出力波形  
 フィルタ特性:  $f_L=30$  Hz,  $f_H=90$  Hz, 両側の減衰特性 $-48$ dB/Oct)

ミーン値についての2次元頻度分布を示したが, 例えば取り出した各々のペアに対して応力比 ( $R$ ) と平均値についての2次元頻度分布として整理しても構わない。

HL法では, ピーク値の列をすべて「有効区間」とみなされる半波に一度分解してから計数する(レインフロー法) 手続きを取る必要がない。また, 計測レンジを設定する(レンジペア法), あるいは最



小レンジを探索（全波法）して、何度もランダム波をスキャンする必要もない。前述のようにピーク列を順に読み込んで一度のスキャンで計数がすべて完了する。レンジペア法や Race-Track 法等で提案されているランダム波の微小振幅除去についても、これを任意のレベルに設定、実行可能である。さらにランダム波のオンライン処理が可能である特長を活用して、ランダム疲労試験において、不必要な微小振幅を除去しつつ有効なレンジについてはその出現順序を変更することなくランダム荷重を負荷することが可能である。

## 2.5 累積損傷算出

一定振幅荷重下の疲労寿命について、 $S$ を応力レンジ、 $N$ を破断繰返し数とするとき、疲労寿命線図、いわゆる  $S-N$  曲線が応力比  $R$  を含んで

$$\frac{1}{N} = \varphi(S, R) \quad (2.5.1)$$

と表されたとする。いまこの材料にランダムな荷重が  $T$  時間負荷された時の累積疲労損傷について考える。

$T$  時間のランダム荷重波の時系列に対して波形計数を行い、図8に示すように応力レンジ  $S$  と応力比  $R$  に対する2次元頻度分布  $n(S, R)$  を得たとする。この間の累積疲労損傷  $D$  は

$$D = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} n(S, R) \cdot \frac{1}{N} ds dR \quad (2.5.2)$$

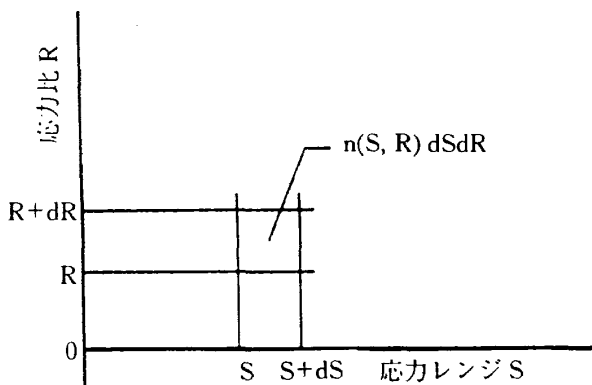


図8 波形計数結果を  $S-R$  2次元頻度分布で整理するための単位要素  
 $S$ : 応力レンジ  $R$ : 応力比

で与えられる。(2.5.2)式に(2.5.1)式を代入することにより、累積損傷度  $D$  は

$$D = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} n(S, R) \varphi(S, R) ds dR \quad (2.5.3)$$

と書ける。本報では図9に示すような疲労寿命モデルにより損傷評価を行った。すなわち  $S-N$  曲線は

$$S = \frac{C}{\alpha(R)} \cdot N^{-\frac{1}{m}} \quad (2.5.4)$$

ここに  $S$  は応力レンジ、 $\alpha(R)$  は応力比  $R$  の補正関数、 $N$  は破断繰返し数、 $C$  および  $m$  は材料定数である。補正関数  $\alpha(R)$  については2.6節に詳しく述べる。

負荷ランダム荷重波形から算出されたランダム応力  $\sigma(t)$  の  $RMS$  値を  $\sigma_{rms}$  として、応力比  $R$  の損傷へ与える影響を補正し、かつ  $\sigma_{rms}$  値で無次元化された応力レンジを  $y$  と書く。すなわち  $y$  は

$$y = \frac{S \cdot \alpha(R)}{\sigma_{rms}} \quad (2.5.5)$$

のように表される。(2.5.5)式を(2.5.4)式に代入し、 $1/N$  について整理すると

$$\frac{1}{N} = \left( \frac{\sigma_{rms}}{C} \right)^m \cdot y^m \quad (2.5.6)$$

となる。図8に示した応力レンジ  $S$  と応力比  $R$  に対する2次元頻度分布  $n(S, R)$  は(2.5.5)式を用いて  $y$  の頻度分布に換算される。いまこの頻度分布を  $n(y)$  と書くと、(2.5.2)式の累積疲労損傷度  $D$  は

$$D = \left( \frac{\sigma_{rms}}{C} \right)^m \cdot D^* \quad (2.5.7)$$

で与えられる。ここに  $D^*$  は

$$D^* = \int_0^{\infty} y^m \cdot n(y) dy \quad (2.5.8)$$

である。

以上をまとめると、一定振幅応力下における疲労寿命曲線が(2.5.4)式で与えられる材料に、 $RMS$

値が  $\sigma_{rms}$  のランダム応力を  $T$  時間負荷した時の累積疲労損傷度は (2.5.7) 式で与えられることがわかる。既に述べたように、本報では種々のパワースペクトル密度関数を有するランダム応力波についてその  $\sigma_{rms}$  値がすべて等しい場合を扱うので、パワースペクトル密度関数  $S(\omega)$  の形状が累積疲労損傷へ及ぼす影響は結局 (2.5.8) 式の  $D^*$  値とスペクトル形状との関係を明らかにすれば良い事になる。

2.6 応力比  $R$  の補正

図9に示したように一般に、疲労寿命は応力比  $R$  の関数と考えられる。すなわち、同じ応力レンジ  $S$  で疲労試験を行っても応力比  $R$  の値によって寿命が異なる。図9において  $R=R_i$  でレンジが  $S_i$  なる条件下での疲労寿命、破断繰返し数は  $N_i$  で与えられている。このとき、同じ破断繰返し数  $N_i$  を与える  $R=0$  の応力レンジは同図より  $S_i^*$  となることが読み取れる。以下では  $S_i$  に対して  $S_i^*$  を応力比の影響を補正したレンジ値と呼ぶことにする。本報告では  $S_i^*$  を用いて疲労損傷の計算を行っている。 $S_i^*$  は (2.5.4) 式の応力比補正関数  $\alpha(R)$  を用いて

$$S_i^* = \frac{\alpha(R)}{\alpha(0)} \cdot S_i \tag{2.6.1}$$

と表される。本研究ではアルミニウム合金を主な対象としているので、従来の実験データ等を参照して<sup>12), 13), 14)</sup> それらのデータを本報告で用いている補正関数  $\alpha(R)$  に整理する事により、図10に示す補正

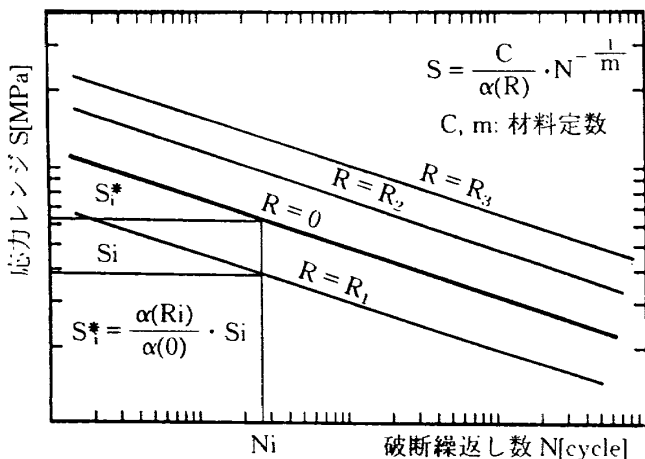


図9 一定振幅繰返し荷重下の疲労寿命モデル

関数を用いることとした。すなわち

$$\alpha(R) = \begin{cases} 0 & (R > 1.0) \\ \frac{1}{1 - \frac{4}{9}R} & (R \leq 1.0) \end{cases} \tag{2.6.2}$$

に従って補正を行った。

3. 累積損傷特性

我が国のN-IIあるいはH-I ロケットでは、リフトオフ後約80秒後に個体補助ロケットが分離され、同280秒後に1段目が切り離される。衛星の種類によって異なるが、約25分後にロケットから衛星が打ち出されるまで、その間の衛星搭載機器の受ける荷重はリフトオフから最初の約60秒間ないし80秒間が最も厳しいことが知られている<sup>15), 16)</sup>。この間の推進系および空気抵抗によりもたらされる振動、音響等により疲労が蓄積されていく。搭載機器は機器単体としてこれらを想定した強度確認試験が行われるが、試験時のスペクトルと実フライトからモニターされたスペクトルが一致することは、普通期待できない。したがって試験時の荷重レベル、スペクトル形状とのちがいが累積損傷に与える影響を定量的かつ系統的に把握することが重要である。

本報ではまづ帯域幅の影響について矩形パワースペクトルを用いてその特性を明らかにした。次いで帯域幅は同じであるが、帯域内に卓越した周波数を有する単峰性パワースペクトルについてその影響を求めた。

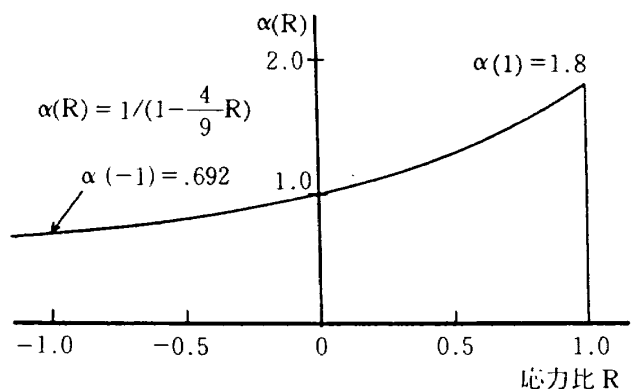


図10 疲労寿命曲線における応力比 (R) の補正関数  $\alpha(R)$

3.1 矩形パワースペクトルにおける累積損傷特性

矩形パワースペクトルについて、その帯域幅の累積疲労損傷におよぼす影響を求めた。図11、図12に用いた矩形パワースペクトルの形状を各々示す。図11のLシリーズと呼ぶ矩形パワースペクトルでは帯域幅が

下限周波数  $f_L$  を一定とする条件で変えられている。すなわち基本スペクトルと呼ぶ最も帯域幅の広いIBスペクトルでは、下限周波数  $f_L=1\text{Hz}$  上限周波数  $f_H=100\text{Hz}$  であるが、例えばI4Lスペクトルでは下限周波数はIBスペクトル同様  $f_L=1\text{Hz}$  であるのに対して上限周波数は  $f_H=25\text{Hz}$  で帯域は基本スペクトルの約25%になっている。また最も帯域幅の狭いI80Lスペクトルでは  $f_H=2\text{Hz}$  である。これに対して図12に示したHシリーズでは逆に上限周波数  $f_H$  を一定に帯域幅を変えている。すなわちIBスペクトルは同じであるが、例えばI4Hスペクトルでは上限周波数はIBスペクトル同様  $f_H=100\text{Hz}$  であるのに対して下限周波数は  $f_L=4\text{Hz}$  である。ここにパワーはすべて等しくなるように密度を設定し

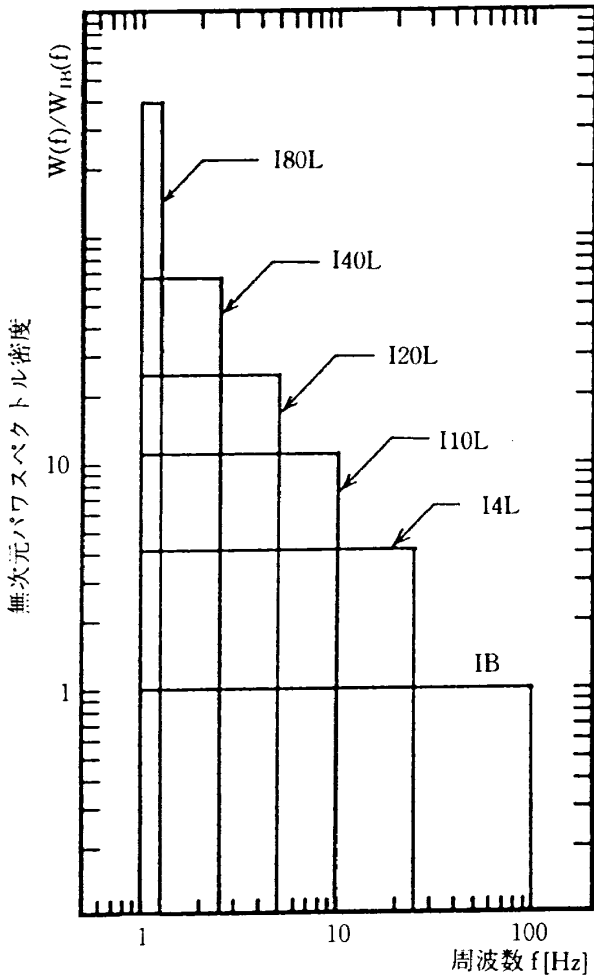


図11 シミュレーションに用いた矩形パワースペクトル形状  
Lシリーズ矩形パワースペクトル形状  
(パワーはすべて等しい)

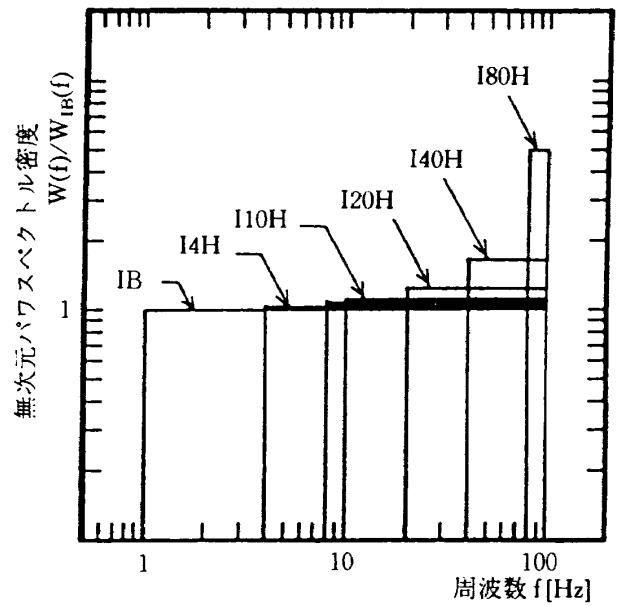


図12 シミュレーションに用いた矩形パワースペクトル形状  
Hシリーズ矩形パワースペクトル形状  
(パワーはすべて等しい)

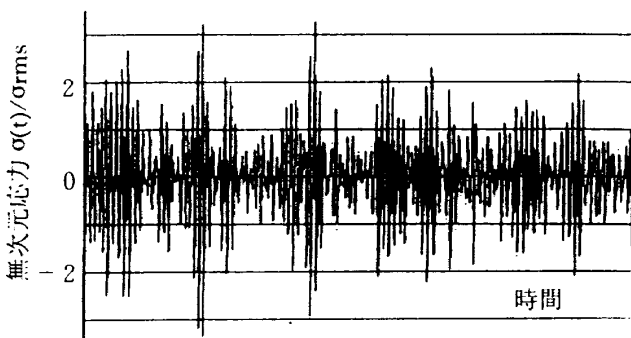


図13 180H スペクトルの時系列データ例

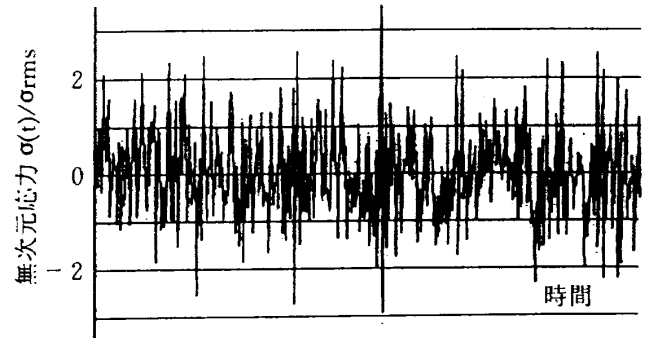


図14 IB スペクトルの時系列データ例

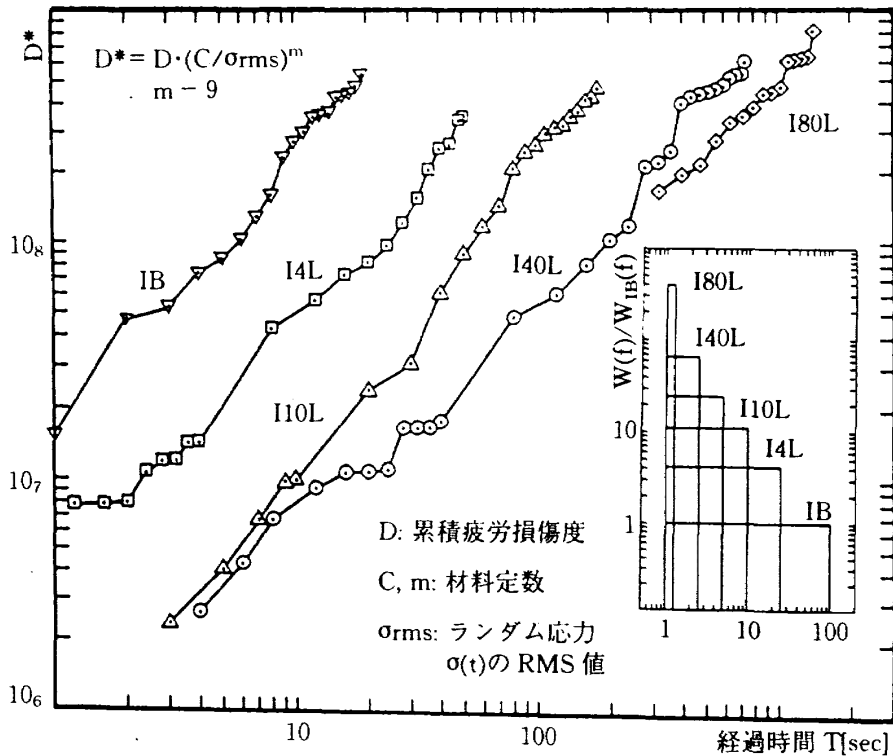


図15 Lシリーズのパワースペクトルにおける累積損傷過程の比較

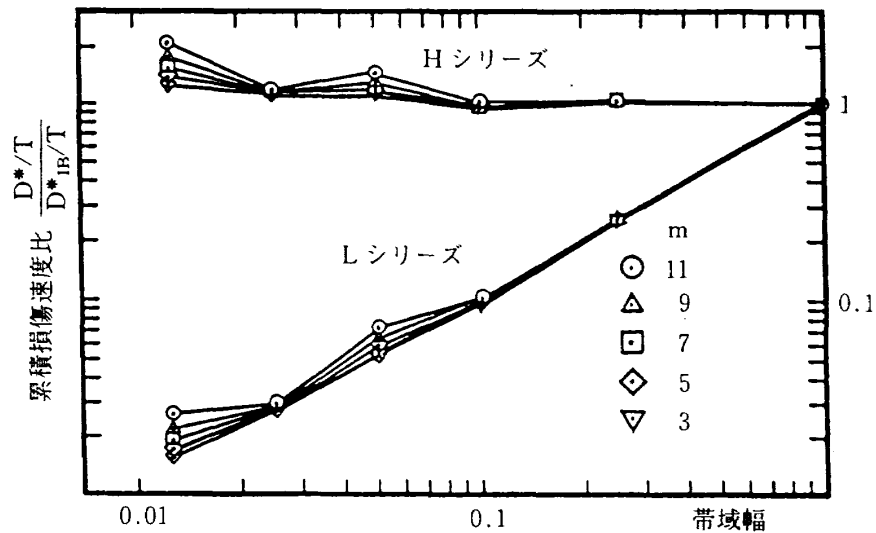


図16 累積損傷速度 ( $=D^*/T$ ) に及ぼす帯域幅, m (材料定数) の影響

ている。図13および図14にはそれぞれ 180H および IB スペクトルにおけるシミュレーション出力波形の例を示す。図13は本シミュレーションのなかで最も狭帯域なランダム波の例で、これに対し図14は最も広帯域なランダム波の時系列の例である。

図15には L シリーズにおける各スペクトルの累積損傷過程を  $D^*$  をもちいて経過時間とともに示したものである。アルミニウム合金の場合は(2.5.4)

式における材料定数  $m$  は大体 7 ~ 11 の範囲である事が知られている。図15では  $m=9$  について求めた結果を示した。これらのシミュレーションにおいては  $\sigma_{rms}$  に比べてランダム波の平均値が十分大きい場合を想定し、すべての無次元化応力レンジ  $y$  について近似的に  $R$  が等しいと仮定した。経過時間に対する累積損傷度は帯域幅の減少と共に加速的に低下していることが認められる。

疲労強度は通常、最終破壊に至る繰返し数で評価されているが、前述のように宇宙空間で使用される構造物や衛星搭載機器に対しては、これらの機器に加わる荷重の特殊性を考慮すると、累積疲労損傷については単位時間当たりの累積疲労損傷度の比較により特性を把握することが重要であると思われる。図16は *L* シリーズおよび *H* シリーズにおける累積疲労損傷速度 (*FDAR*)  $D^*/T$  について、帯域幅および材料定数  $m$  の与える影響を調べた。最も帯域幅の大きい *IB* スペクトルを基準に各パワースペクトル密度関数  $S(\omega)$  を有する荷重の *FDAR* を比較した結果を示したものである。*L* シリーズでは図15から予想されたように両対数軸の上で帯域幅の減少と共にほぼ直線的に低下していることが認められる。これに対し *H* シリーズでは帯域幅の減少に対して累積速度は逆に若干増加する傾向が認められた。また疲労寿命曲線 (*S-N* 曲線) の傾きを表す材料定数  $m$  については  $m=3\sim 11$  の範囲でシミュレーションを行った結果、材料定数  $m$  の値によらずパワースペクトルの帯域幅が同じであればほとんど同じ *FDAR* 値を持つことが明らかになった。多くの構造材料の  $m$  の値が本シミュレーションの範囲内であることより *FDAR* 値によって材料の疲労強度特性に依存せず不規則荷重下の累積疲労損傷を評価す

ることが可能であることが明らかにされた。

### 3.2 単峰形状パワースペクトルにおける累積損傷特性

つぎに図17に示すように、帯域内に卓越した周波数帯を一つだけ有する単峰性パワースペクトルについてその卓越周波数の位置や強さの *FDAR* に及ぼす影響を明らかにした。すなわち  $20\sim 2000\text{ Hz}$  の範囲で平坦なスペクトル密度を有する *A05* スペクトルに対して、*A15* スペクトルは  $200\text{ Hz}$  で、*A25* スペクトルは  $1000\text{ Hz}$  で各々 *A05* スペクトルの50および10倍に相当する鋭いピークを持つスペクトル形状とした。本シミュレーションにおいてはランダム波の平均値を零応力とし、応力比  $R$  の効果は図10に示した(2.6.2)式の  $\alpha(R)$  により算出している。

図18にこれらの累積疲労損傷度を経過時間と共に示す。前項のシミュレーションと同様に  $m=9$  の場合について求めた結果であるが、時間の経過と共にこれらの累積損傷曲線がほぼ同じ直線上に収束していくことがわかる。シミュレーションの初期段階では3者の累積特性に顕著な差が認められるがこれらはパワースペクトル密度関数  $S(\omega)$  の違いによる差ではなく、シミュレーション試行上のバラツキと考えられる。本報告で対象としたパワースペクトルの形状に対しては、およそ2秒以上の時系列、あるいはこれより短時間の場合には多数回の試行による平均化が累積疲労損傷速度 (*FDAR*) 特性の把握に必要であることが認められる。

本シミュレーションでは、サンプリング間隔は2.1節に述べた算出方法によって  $\Delta t=0.0001$  秒とした。従って2秒間のシミュレーションを行うためのサンプル数は2万点を必要とすることになり、累積疲労損傷の特性を精度よく評価するためには周期性のない手法が望ましい事がわかる。図18からわかるように本シミュレーションでは約3.8秒で1回の試行を終了させたが、これらを繰返す、あるいは更に長時間のシミュレーションを行う事も2.3節で提案したシミュレーション手法の改良により容易に行えるようになった。

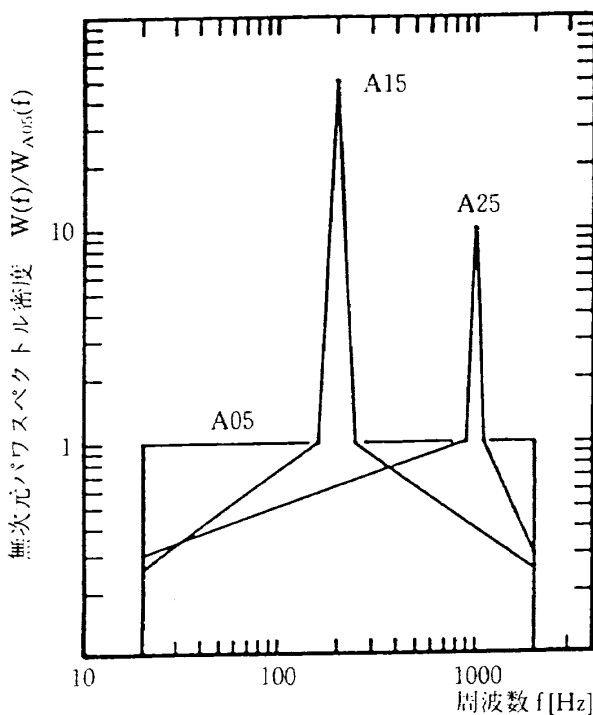


図17 単峰性パワースペクトルモデル

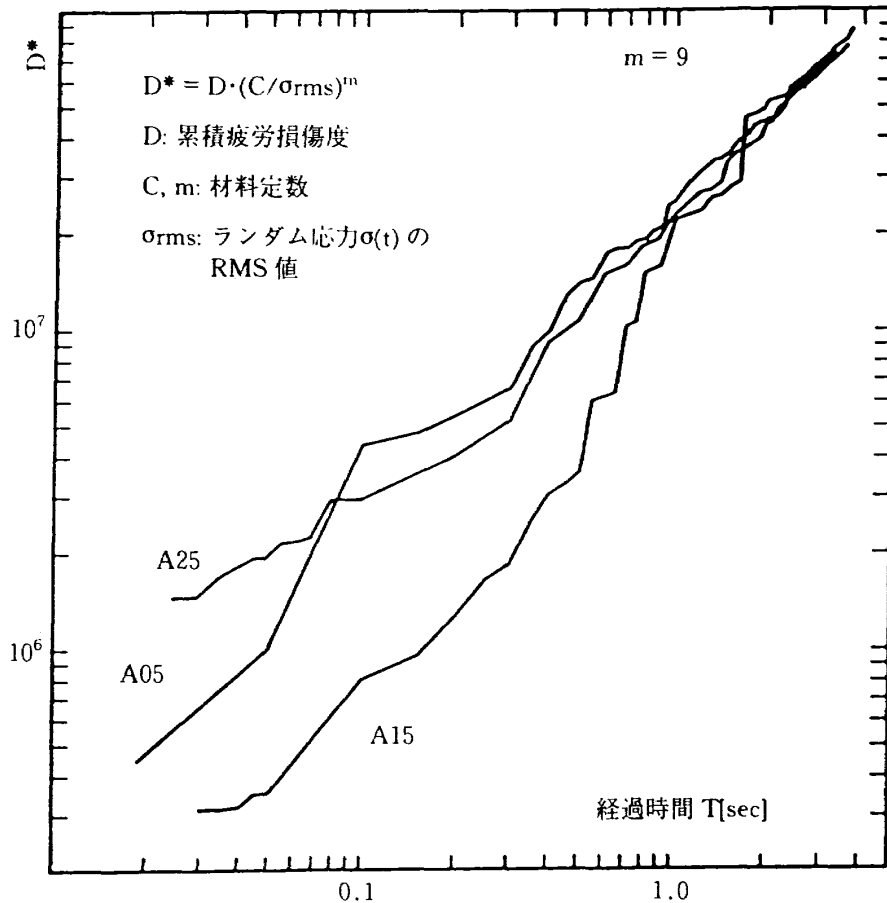


図18 単峰形状の累積疲労損傷に及ぼす影響

4. パワースペクトル形状と不規則度指数  $\beta$

ランダム波の不規則度を表わす指数として「相継ぐ正（あるいは負）方向の平均値交差間に生起する極大値（あるいは極小値）の平均生起回数」なる指数  $\beta$  を用いる時、定常ガウス過程では  $\beta$  は

$$\beta = \frac{\sqrt{I_0 \cdot I_4}}{I_2} \tag{4.1.1}$$

と表される事、また  $\beta$  を用いて極値の確率分布関数も一意に表される事が知られている<sup>(17), (18)</sup>。ここに  $I_n$  はパワースペクトル密度関数  $W(f)$  の  $n$  次モーメントで次式により表される。

$$I_n = \int_0^\infty f^n \cdot W(f) df \tag{4.1.2}$$

図19は本シミュレーションで用いたランダム波の不規則度指数  $\beta$  を各々のパワースペクトルの上限周波数  $f_H$  と下限周波数  $f_L$  との比  $f_H/f_L$  に対して示し

たものである。矩形スペクトルの場合、図中実線で示すように  $f_H/f_L$  の増加と共に  $\beta=1$  から単調に増加していくがその上限は(4.1.1)ならびに(4.1.2)両式より  $\beta=3/\sqrt{5} (=1.342)$  であって、帯域幅のちがいによる  $\beta$  の変動範囲は比較的小さい事がわか

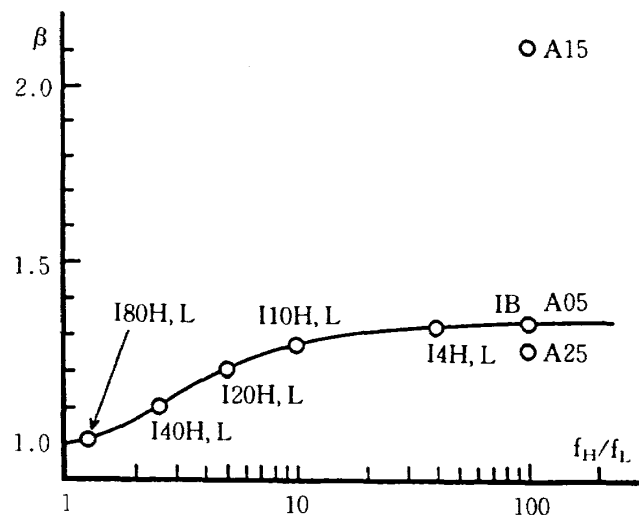


図19 パワースペクトル形状と不規則度指数  $\beta$

った。

これに対し単峰性スペクトルでは、本シミュレーションで用いた例からも、ピークの鋭さ、高さ、周波数帯域等、与えられた条件によって $\beta$ は大きく変化する事が予想される。今後、ランダム荷重下の疲労損傷を扱う上で、単に「広帯域」、「狭帯域」という帯域幅だけの分類では不十分で、極値の分布を決定する不規則度指数 $\beta$ を併せて考慮する必要がある。

## 5. 結 言

本報では航空宇宙分野で用いられる機器の疲労評価に関連して、負荷特性を考慮したデジタルシミュレーションの手法を提案すると共に、パワースペクトル形状が累積疲労損傷におよぼす効果について、矩形スペクトルと単峰スペクトルを用いてその特性を明らかにした。その結果、

- (1) 矩形スペクトルの場合には上限周波数が一定であれば帯域幅によらず損傷速度はほぼおなじになる。
- (2) 本シミュレーションの範囲では(1)の特性は $S-N$ 曲線の傾き $m$ にほとんど影響されない。すなわち多くの金属材料が属すると思われる $m=3\sim 11$ の範囲でシミュレーション結果を整理したところ 累積疲労損傷の速度比はほぼ同じであった。
- (3) 単峰スペクトルについては形状を決めるパラメータの数が多く、今後のデータ蓄積が必要であるが、本シミュレーションではスペクトル形状や不規則度指数 $\beta$ の違いに比べて損傷特性の差は顕著ではなかった。
- (4) 疲労損傷評価のためには十分長い時系列の解析が必要で、たとえば出力点数は最小限2～3万点の連続出力が得られる事が望ましい。

疲労設計にシミュレーションを有効に活かすためには、今後更に手法に改良を加えると共に、系統的な $S-N$ 曲線のデータ取得が必要と思われる。本シミュレーションは市販のパーソナルコンピュータ(NEC9801)上で、BASICのインタプリタ及びコンパイラを用いて行われた。

## 引 用 文 献

- 1) スペースプレーン検討会報告 科学技術庁研究開発局スペースプレーン検討会, 1987.6
- 2) 長友信人:有翼宇宙ロケットの現状と課題, 日本機械学会誌, 88-803, 1985, 1165
- 3) 薄 一平, 岡村弘之:定常ランダム荷重下の疲労き裂進展(第1報, 試験システムおよびS45Cの実験結果), 日本機械学会論文集, 386, 1978, 3332
- 4) Leybold, H. A., Neumann, E. C. "A Study of Fatigue Life Under Random Loading," Proc. ASTM, 63, 1963, 717
- 5) 菊川 真, 城野政弘, 溝口孝遠:ランダム荷重による疲れ寿命へのパワースペクトルの影響について, 日本機械学会誌, 73-621, 1970, 1359
- 6) Shinozuka, M. "Monte Carlo Solution of Structural Dynamics," Computer & Structures, v2, 1972, 855
- 7) Rice, S. O. "Mathematical Analysis of Random Noise," Dover Pbl., Inc., 1954, 133
- 8) 板垣 浩, 小川鉄夫, 入江泰男:K値制御下の疲労亀裂伝播(第2報) —ランダム疲労について—, 日本造船学会論文集, 136, 1974, 389
- 9) A. パポリス:工学のための応用フーリエ積分——超関数論への入門的アプローチ, 大槻喬, 平岡寛二監訳, オーム社, 1975
- 10) 河本 実, 石川 浩, 尾上輝隆:全波法による不規則荷重の計数と疲れ強さ推定のプログラミング法について, 日本機械学会講演論文集, 700-3, 1970, 65
- 11) Endo, T., Kobayashi, K., Mitshunaga, K., Sugimura, M. "Numerical comparison of the cycle count methods for fatigue damage evaluation, and plastic-strain damping energy of metals under random loading," Proc. of 1975 Joint JSME-ASME applied mechanics western conference, 1975, A-17, 73
- 12) 西谷弘信編:総合材料強度学講座6 疲労強度学, 1985, 227

- 13) 薄 一平, 岡村弘之: 定常ランダム荷重下の疲労き裂進展 (第2報, アルミニウム合金 2024-T3 の実験結果およびき裂進展速度推定法の提案) 日本機械学会論文集, 390, 1979, 92
- 14) 日本材料学会編: 金属材料疲労強度データ集, v3, 1982, 124
- 15) NASDA 設計基準試案作成支援 (2/3) 日本宇宙航空工業会, 1986
- 16) 宇宙開発事業団年報, 1984
- 17) 薄 一平: 不規則度指数による疲労損傷評価 (第1報, 狭帯域および広帯域ランダム波の不規則度指数), 航空宇宙技術研究所報告, TR-688, 1981



---

## 航空宇宙技術研究所報告957号

昭和62年12月発行

発行所 航空宇宙技術研究所資料  
東京都調布市深大寺東町7丁目44番地  
電話 武蔵野三鷹 (0422)47-5911(大代表)〒182

印刷所 株式会社 東京プレス  
東京都板橋区桜川 2 - 27 - 12

---

**Printed in Japan**