

宇宙機熱モデルにおけるパラメータ推定への 粒子フィルターの適用

高木 亮治*、秋田剛†、嶋英志†

Application of a Particle Filter to Parameter Estimation of Spacecraft Thermal Model

by

Ryoji Takaki* , Takeshi Akita† and Eiji Shima†

Abstract

A thermal mathematical model plays an important role in operations on orbit as well as spacecraft thermal designs. The thermal mathematical model has some uncertain thermal characteristic parameters, such as thermal contact resistances between components, effective emittances of multilayer insulation (MLI) blankets, discouraging make up efficiency and accuracy of the model. This paper presents a new parameter estimation method for spacecraft thermal mathematical models in order to streamline model creation and to realize high accurate models, by using a particle filter which is one of successive data assimilation methods, which can create a fusion of numerical simulation and observation data.

1. はじめに

衛星開発および運用においては、適切な熱設計を行うことが重要であり、そのためには精度の高い熱数学モデルを構築する必要がある。熱数学モデルの構築においては熱真空試験結果と熱数学モデルのコリレーションにより求められる。つまり熱数学モデルに使われる物理的なパラメータを熱試験結果を用いて推定することを行うが、このパラメータ推定には不確実性が強く、経験者による試行錯誤が必要となる。これらの試行錯誤には多大な労力と時間が必要であり、衛星開発期間の短縮やコスト削減が求められるなか、より効率的で精度の高い推定方法が望まれている。

近年、物理現象に対して数学モデル（とその数値シミュレーション）および観測データを統合的に融合する手法としてデータ同化¹⁾と呼ばれる手法が提案されている。データ同化を適用することで熱真空試験結果と熱数学モデルのコリレーションを高効率かつ高精度で行うことが可能と考えられる。そのため衛星熱設計へのデータ同化手法の適用を試みる。ここでは逐次データ同化手法の一つである Particle Filter(粒子フィルター)²⁾を用いた熱数学モデルのパラメータ推定を試みたのでその結果について報告する。

2. 衛星の熱数学モデル

衛星の熱数学モデルは、衛星を構成部品である、構体パネルや搭載機器などをいくつかの要素に分割し、各要素単位に熱特性（温度、比熱、熱伝導係数、輻射特性など）を代表する節点を設けることで構築される。太陽輻射、アルベド、地球赤外放射などの外部からの熱入力源や搭載機器からの発熱などによる内部熱入力もそれぞれ節点として考えることができ、これら節点間の熱交換を記述することで支配方程式が求められる。

$$C_i \frac{dT_i}{dt} = Q_i - \sum_{j=1}^{N_n} C_{ij} (T_i - T_j)$$

$$- \sum_{j=1}^{N_n} \sigma R_{ij} (T_i^4 - T_j^4) \quad (1)$$

ここで、 C_i, T_i, Q_i は節点 i の熱容量 [J/K]、温度 [K]、内外の熱入力 [W] である。 C_{ij} は節点 i, j 間の熱コンダクタンス [W/K]、 R_{ij} は輻射係数 [m^2]、 σ は Stefan-Boltzmann 係数 ($5.669 \times 10^{-8} [W/m^2/K^4]$) である。 N_n は総節点数であり、 N_n 個の支配方程式を連立させて解くことで各節点での温度を求めることができる。熱コンダクタンスは節点 i, j が同一物体内の場合は物体の熱伝導率で表される。一方、節点 i, j が異種物体である場合は、接触熱伝達率で表される。一般に接触熱伝達率は接触圧力など衛星組み立て、運用時の様々な外的要因によって大きく変化する可能性があり、一般には実機を用いた熱真空試験データを使って値を推定する必要がある。

3. データ同化

データ同化 (data assimilation)¹⁾ は 1990 年代中頃から気象学や海洋学の分野で発達した手法であり、物理シミュレーションモデルと実際の観測を統合する手法である。物理シミュレーションモデルには、モデルの不完全性や初期条件、境界条件が正確にわからないなどの不確かさが存在するため、物理シミュレーションのみでは適切に物理現象を再現できない場合がある。一方観測データは物理的、社会的制約のために得られる情報が十分でないことが多い。データ同化では物理シミュレーションモデルに実際の観測データの情報を組み込むことで、実際の現象をより良く再現する信頼性の高い物理モデルを構築することを目的とする。データ同化は、既に気象予報の精度向上などの目的で応用されているほか、更に様々な分野での応用が検討されている。

一般にデータ同化には逐次型のものとは非逐次型のものがある。逐次型のデータ同化は観測データが得られる度にシステムの状態を修正し適切なものに収束させていくものであり、オンライン処理に該当する。ここでは逐次型のデータ同化手法を利用する。

*宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究所/情報・計算工学センター

†宇宙航空研究開発機構 情報・計算工学センター

3.1 状態空間モデル

状態変数ベクトル x_t とすると、 x_t を用いてシステムモデル (一般に物理現象を表現するモデル) と観測モデル (観測される情報を表現するモデル) は以下の様に記述され、これらを状態空間モデルと呼ぶ。

$$x_t = f(x_{t-1}) + v_t \quad (2)$$

$$y_t = h(x_t) + w_t \quad (3)$$

ここで v_t はシステムノイズと呼ばれ、システムモデルの不確かさを表現する変数である。また w_t は観測ノイズと呼ばれる。実際の観測では、現象の一部が観測され、しかも観測時に非線形変換を受ける場合もある。逐次データ同化では観測値 y_t を取得する度に x_t の条件付確率分布または値の推定を行う。条件付確率分布では以下の3種類 (式 (4): 予測分布、式 (5): フィルター分布、式 (6): 平滑化分布) が重要な役割を果たし、逐次型データ同化ではこれらを求める事になる。

$$p(x_t|y_{1:t-1}) = p(x_t|y_1, y_2, \dots, y_{t-1}) \quad (4)$$

$$p(x_t|y_{1:t}) = p(x_t|y_1, y_2, \dots, y_t) \quad (5)$$

$$p(x_t|y_{1:T}) = p(x_t|y_1, y_2, \dots, y_T) \quad (T > t) \quad (6)$$

ちなみに、予測分布は $t-1$ までのデータに基づく t の状態 (昨日までのデータに基づく今日の状態) の分布、フィルター分布は t までのデータに基づく t の状態 (今日までのデータに基づく今日の状態) の分布、平滑化分布は T までのデータ用いた t の状態 (数年後、データを全て取得したもとで振り返った今日の状態) の分布である。

3.2 粒子フィルター

逐次型のデータ同化では様々な手法があり、状況に応じて使い分ける必要がある。システムが線形の方程式で記述され、かつシステムの状態の確率分布が Gauss 分布で記述できる場合は Kalman Filter (KF) を用いてデータ同化を行うことができる。非線形システムにおいては、確率分布を多数の実現値 (アンサンブル) で近似する Ensemble Kalman Filter (EnKF) が用いられる。EnKF では、システムは非線形を許容するが、システムの状態と観測との間には線形の関係が成り立つことが要求される。一般にシステムの状態変数と観測との間の関係が非線形の場合は Particle Filter (PF: 粒子フィルター) が利用される。PF は確率分布のアンサンブル近似に基づく手法の一つであるが、システム自体やシステムの状態と観測との関係に対する線形性および Gauss 分布の仮定を必要としないため、適用範囲が非常に広い。PF では状態の確率密度分布を多数のアンサンブル (粒子) で近似する。例えば予測分布 $p(x_t|x_{t-1})$ は N 個の粒子 $\{x_{t|t-1}^{(k)}\}_{k=1}^N$ を用いて以下の様に近似される。

$$p(x_t|y_{1:t-1}) \sim \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \delta(x_t - x_{t|t-1}^{(k)}) \quad (7)$$

ここで $\delta(\cdot)$ は δ 関数、 k は k 番目の実現値 (粒子)、 N は粒子数を示す。フィルタ分布も同様に近似される。

$$p(x_t|y_{1:t}) \sim \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \delta(x_t - x_{t|t}^{(k)}) \quad (8)$$

PF では確率分布を近似する粒子がどれだけ観測データに適合しているかを尤度を用いて評価し、その尤度に応じて粒子のサンプリングを行うことでフィルタ分布を近似するアンサンブルを得る。

4. 熱数学モデルのパラメータ推定手法

PF を用いて衛星熱数学モデルのパラメータ、ここでは接触熱伝達率 (接触熱伝導係数: D_{ij}) の推定を行う。 D_{ij} は節点 i, j の接触面積を A とすると

$$D_{ij} = \frac{C_{ij}}{A} \quad (9)$$

となる。データ同化における状態変数 x_t は全ての節点の温度およびパラメータ推定を行う接触熱伝達係数 (D_{ij}) を要素とするベクトルと定義する。また、システムモデルは熱の支配方程式 (1) を離散化したもの

$$\begin{aligned} T_i(t+1) = & T_i(t) + \frac{dt}{C_i} [Q_i(t+1) \\ & - \sum_{j=1}^N C_{ij} (T_i(t+1) - T_j(t+1)) \\ & - \sum_{j=1}^N \sigma R_{ij} (T_i^A(t+1) - T_j^A(t+1))] \end{aligned} \quad (10)$$

およびパラメータ推定を行う接触熱伝達係数に関する自明な式にシステムノイズを加えたもの

$$D_{ij}(t+1) = D_{ij}(t) + v_{ij}(t) \quad (11)$$

で定義される。観測モデルは観測される節点に関して

$$T_i(t+1) = T_i(t+1) + w_i(t) \quad (12)$$

と定義される。

式 (10) の右辺は陰的に評価しているため、内部反復法の一つである BiCGSTab 法を用いて時間発展を解いた。

フィルター分布を求めるリサンプリングの際に尤度を求める必要があるが、ここでは観測ノイズとして平均0、共分散行列が $\text{diag}(\sigma_{ih}^2, \sigma_{ih}^2, \dots)$ となる Gauss 分布に従うものとして、各粒子 k の尤度を

$$\begin{aligned} p(y_t|x_{t|t-1}^{(k)}) = & \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_{uh})^{N_o}} \\ & \times \exp\left[-\frac{\sum_{i=1}^{N_o} |T_i - T_i^{obs}|^2}{2\sigma_{uh}^2}\right] \end{aligned} \quad (13)$$

のように計算する。ここで、 N_o は観測点の個数、 T_i^{obs} は観測点 i での観測温度である。

粒子フィルターを適用する場合、多数の粒子に関して熱解析を実施することになる。そのため、熱解析の部分に関しては粒子数分の並列数が得られるため、MPI および OpenMP を用いたハイブリッド並列を行った。なお、粒子フィルターのアルゴリズムのうち、フィルター分布を取得するためのリサンプリングにおいて MPI 通信が発生し、この部分が並列化の主なオーバーヘッドとなる。

5. 数値実験による検証

ここでは文献³⁾ で用いられている小型衛星モデルを対象として粒子フィルターを用いた接触熱伝導率推定法の有効性を検証する。図1に対象とした小型衛星モデルの構成図を示す。衛星は立方体で内部に機器搭載用の三枚のデッキを有している。熱数学モデルとして、各パネル、デッキおよび多層断熱ブランケット (MLI) に対して節点を設定する。節点は宇宙空間も含めて全部で16点とする。

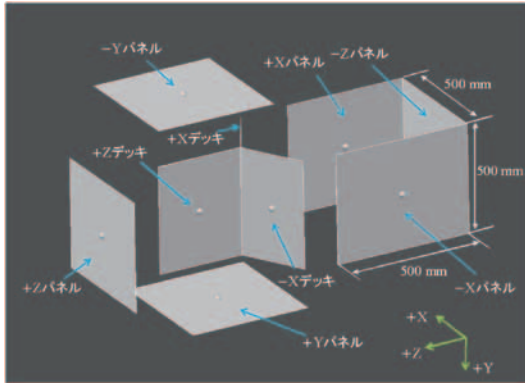


図 1: 小型衛星モデルの構体

図 2 に各節点とその繋がりである接触熱伝導経路を示す。衛星外面節点、衛星内面節点はパネル上に配置された節点、内部節点はデッキ上に配置された節点である。他節点との接触熱伝導経路を持たない節点は宇宙空間（節点 1）および、MLI 上に配置された節点で、基本的に輻射によって他節点と熱交換を行う。ここでは、パネルとデッキの接合部である接触熱伝導経路 edge2,9,21,24 の接触熱伝導係数の推定を行う。また、観測点としては接触熱伝導係数を推定するこれらの経路で繋がっている節点 2,5,10,14,15 を設定し、これらの節点での温度データが 60 秒間隔で計測できるとした。

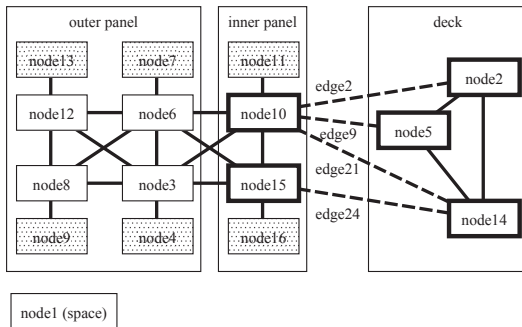


図 2: 小型衛星モデルの節点および接触熱伝導経路 (edge2,9,21,24)

5.1 計算条件

数値実験は双子実験と呼ばれる手法で行う。双子実験では、まず接触熱伝達係数の真の値を用いて衛星熱解析を数値計算で行う。そこで得られた温度データに対して、適当な観測誤差を加えて観測データとする。次に推定すべき接触熱伝達係数に適当な初期値を設定し、観測データを用いて粒子フィルターによる接触熱伝達係数の推定を行った。接触熱伝達係数の推定値と真値との差を求めて、パラメータ推定としての有効性を検証した。また粒子フィルター内の種々のパラメータについて感度解析を実施し、パラメータの与える影響を調べた。

小型衛星の軌道は軌道周期 6052.4 秒の太陽同期軌道とし、約 8 周期分の 50,000 秒の計算を行った。熱解析およびデータ同化を行う際の時間積分の時間刻みは 1 秒とした。推定する接触熱伝達係数の初期値は真値の値の半分の値とした。システムノイズ、観測誤差、尤度で利用する観測ノイズなどは分布が平均 0 のガウス分布となる乱数を用いた。ここで乱数の発生手法とし

て Mersenne Twister⁴⁾ を用いた。

各双子実験を行った各ケースのパラメータ一覧を表 1 に示す。'nominal' を基準として、各種ガウス分布の分散 (システムノイズ: σ_{sys} 、観測誤差: σ_{obs} 、尤度: σ_{llh})、粒子数を変化させて推定状況の比較を行った。

表 1: 計算条件

ケース名	分散			N
	σ_{sys}	σ_{obs}	σ_{llh}	
Nom	0.05	0.1	0.5	10^5
Obs	0.05	0.01,0.2	0.5	10^5
Llh	0.05	0.1	0.1,1.0	10^5
Sys	0.01,0.1	0.1	0.5	10^5
NoP	0.05	0.1	0.5	$10^4, 10^6$

5.2 計算結果

図 3 に全ての観測点 (node2,5,10,14,15) における温度履歴を初期状態から 3 周期分を示す。外部からの周期的な熱流束の影響により節点での温度は周期的な変動を示している。図 4 に観測点 (node2) における温度の真値 (true) と真値に観測誤差を加えた観測値 (observed) の時間履歴を例を示す。双子実験では、正しいパラメータ (ここでは正しい接触熱伝達係数) の値を用いて数値解析を行った結果を真値とし、その値に平均 0、分散 σ_{obs} のガウス分布から得られる観測誤差を加えたものを観測データとしてデータ同化を行った。

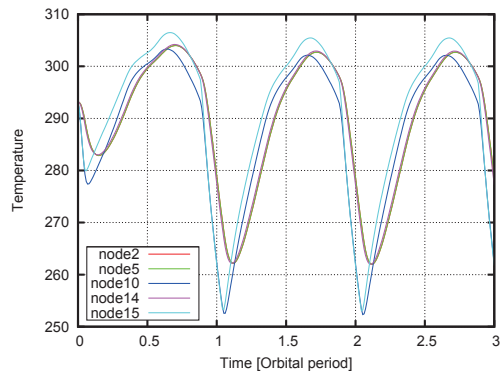


図 3: 全ての観測点における温度履歴 (初期状態から 3 周期分)

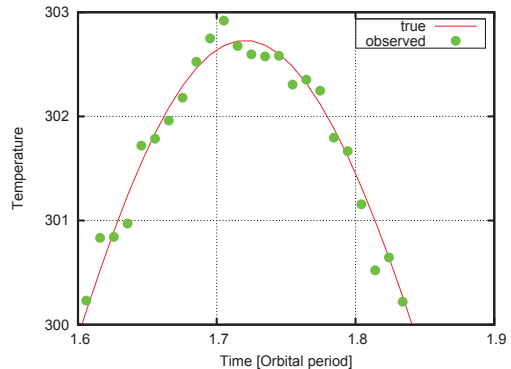


図 4: 観測点 (node2) における温度履歴の一部 (真値と観測値)

図5に基本となる条件（表1で”Nom”で表されるケース）での接触熱伝導係数の予測状況を示す。図の横軸は時間を示すが、小型衛星の軌道周期で無次元化している。また図中で”True”は真の値を示す。全てのedgeで1周期後には十分な精度で真の値に収束している事がわかる。

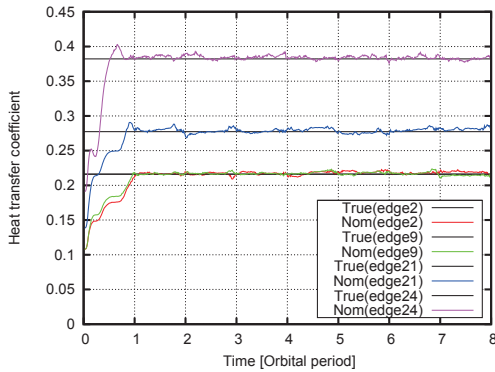


図5: 接触熱伝導係数の推定状況

次にそれぞれのパラメータ（システムノイズの分散 σ_{sys} 、観測誤差の分散 σ_{obs} 、尤度の分散 σ_{lh} 、粒子数 N ）による推定状況の差異について述べる。本数値実験では4カ所の接触熱伝導係数の推定を行っているが、推定状況としてはほぼ同じ傾向を示したので、ここでは edge2 の結果について示す。

5.2.1 システムノイズの分散

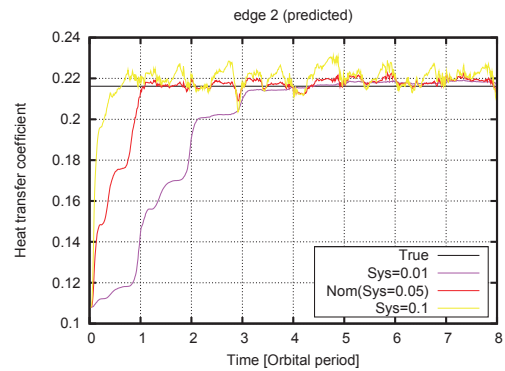
図6にシステムノイズの分散を変化させた場合の edge2 の接触熱伝導係数の推定状況および推定誤差の時間履歴を示す。図よりシステムノイズの分散を小さくすると真値への収束が遅くなることがわかる。またシステムノイズが大きいと全体的に推定誤差が大きくなる傾向が見られる。システムノイズは真値に近づくための駆動力となるため、この分散が大きくなればより速く真値に近づくことができると考えられる。しかしながら、自明ではあるがこの値が大きくなると、系が不安定になり予測値が振動することもわかる。この様にシステムノイズに関してはパラメータ推定の収束性と安定性（非振動性）がトレードオフの関係になることがわかる。そのため、実問題に適用する場合は、これらのトレードオフを勘案して値を決定することが必要となる。もしくは定数パラメータの推定などでは、最初は比較的大きな値で収束性を高め、ある程度収束した後は値を小さくし、予測値の安定性（非振動性）を高めるなど、動的に変化させることも有効と考えられる。

5.2.2 観測誤差の分散

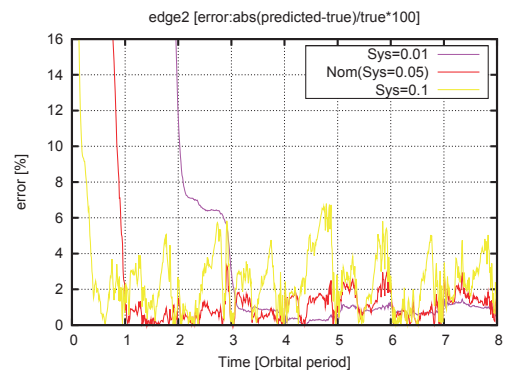
図7に観測誤差の分散を変化させた場合の edge2 の接触熱伝導係数の推定状況および推定誤差の時間履歴を示す。ここで言う観測誤差とは双子実験で使用する真値の付加するノイズのことである。図より、観測誤差を小さくすると、予測値の安定性および予測誤差は小さくなる。一方、収束性に関してはほとんど影響を受けないこともわかる。

5.2.3 尤度の分散

図8に尤度の分散を変化させた場合の edge2 の接触熱伝導係数の推定状況および推定誤差の時間履歴を示す。



(a) 接触熱伝導係数の推移



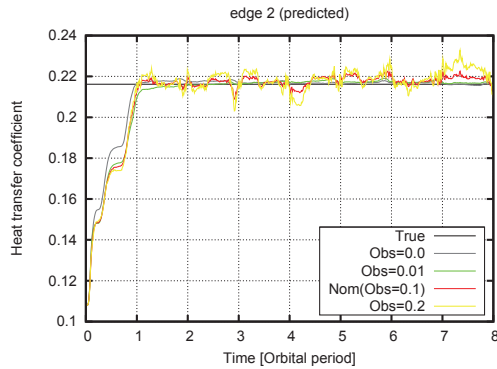
(b) 推定誤差

図6: システムノイズの分散 σ_{sys} の違いによる接触熱伝導係数 (edge2) の推定状況の差

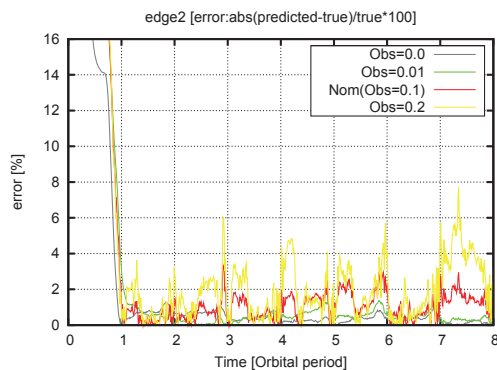
す。図より、尤度の分散を小さくすると、より速く真値に収束しているが、予測値の安定性が悪くなっていることがわかる。尤度は各粒子から得られる観測点での値が実際の観測値と比較してどれだけ尤もらしいかを示す指標であり、この値が大きければ、より観測値に近い値となる。フィルター分布を求める際にはこの尤度を重みとしてリサンプリングを実施するため、尤度の分散はリサンプリングを制御するパラメータとなる。図9は時刻 $T = 48000$ 秒での接触熱伝導係数の予測分布を示す。この図で示されるように尤度の分散を小さくすると、より厳しく観測値への近さを評価することになり、結果として予測値の分布はよりシャープになり、そのためにより多くの粒子をリサンプリングすることになる。図10に粒子のリサンプリング数の時間履歴を示すが、この図からも尤度の分散を小さくすることで、より多くの粒子がリサンプリングされていることがわかる。尤度の分散に関しても、収束性と安定性がトレードオフの関係にあり、実問題に適用する場合は、これらのトレードオフを勘案して値を決定することが必要となるし、システムノイズと同様に時間方向に動的に変化させることが有効と考えられる。

5.2.4 粒子数の影響

図11に粒子数を変化させた場合の edge2 の接触熱伝導係数の推定状況および推定誤差の時間履歴を示す。図より、粒子数が増えるに従って推定の安定性および推定精度が向上していることがわかる。粒子数が少ない方が若干収束性が良い結果となっているが、他パラメータ程の違いは見られない。図12に時刻 $T = 48000$ 秒での接触熱伝導係数の予測分布を示す。この図で示されるように粒子数を増やしていくと予測分布の形状

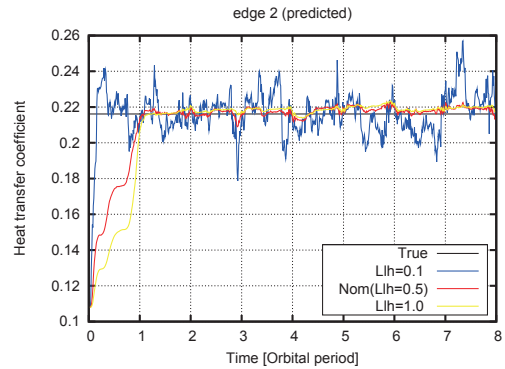


(a) 接触熱伝導係数の推移

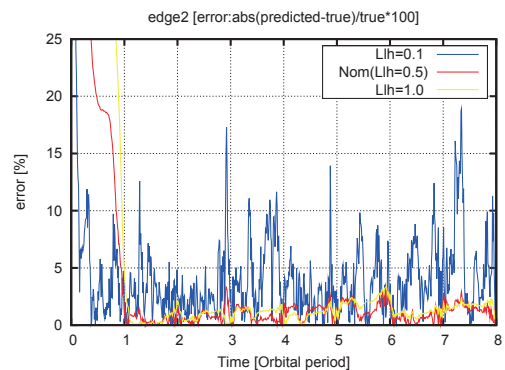


(b) 推定誤差

図 7: 観測誤差の分散 σ_{obs} の違いによる edge2 の推定状況の差



(a) 接触熱伝導係数の推移



(b) 推定誤差

図 8: 尤度の分散 σ_{llh} の違いによる接触熱伝導係数 (edge2) の推定状況の差

が滑らかになることがわかる。

図 13 に粒子数を変化させた場合の推定精度の差を示す。ここで推定精度は計算の終盤で推定状況が落ち着いた $T = 37020$ 秒から $T = 49980$ 秒の間 (7~8 周期目) における全 edge の誤差の RMS を取ったものである。この図からも粒子数が増えるに従って推定精度が向上していることがわかる。

5.3 乱数の系列による影響

システムノイズ、観測誤差、観測ノイズなどで用いる乱数は Mersenne Twister^{4, 5, 6)} を利用しているが、乱数の発生の際にシードを変更することで乱数の系列を変更できる。ここでは異なる乱数系列を用いた場合の推定状況について調べた。図 14 に edge2 の推定状況について示す。乱数系列が異なることで推定状況が大きく異なっていることがわかる。同時に、粒子数が少ないとその影響は大きい、粒子数が増えると影響が小さくなっていることがわかる。統計的な取扱いも考えると粒子数は多くする事が必要であることがわかった。

6. おわりに

衛星熱設計における熱数学モデルの効率化、高精度化を目的として逐次データ同化手法の一つである、粒子フィルターを用いた熱数学モデルのパラメータ推定を試みた。双子実験による接触熱伝達係数の推定結果により、本手法の有効性が確認できた。また、粒子フィルターを用いる際の各種パラメータ (システムノイズ、粒子数、尤度の計算の仕方) の特徴が判明した。今後は熱真空試験データなど実際の観測データを用いたパ

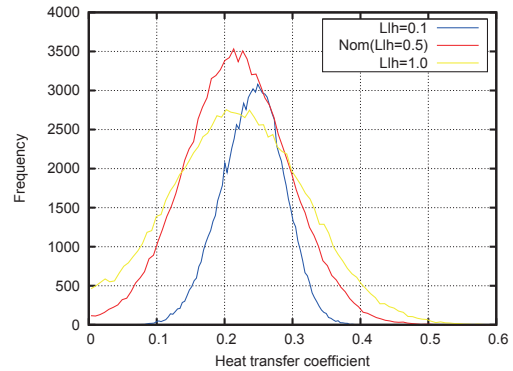


図 9: 尤度の分散 σ_{llh} の違いによる接触熱伝導係数 (edge2) の予測分布の差 (T=48000 秒)

ラメータ推定を行い、本手法の有効性を確認する予定である。

参考文献

- 1) 中村和幸, 上野玄太, 樋口知之. データ同化: その概念と計算アルゴリズム. 統計数理, Vol. 53, No. 2, pp. 211-229, 2005.
- 2) 樋口知之. 粒子フィルタ. 電子情報通信学会誌, Vol. 88, No. 12, pp. 989-994, 2005.
- 3) 秋田剛, 高木亮治, 嶋英志. アンサンブルカルマンフィルタを用いた衛星熱数学モデルの接触熱伝導率推定法. 宇宙技術, Vol. 9, pp. 1-8, 2010.

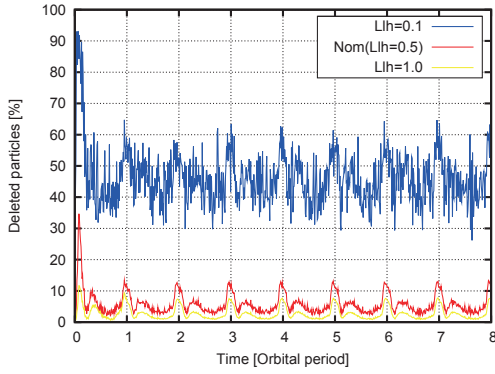


図 10: 尤度の分散 σ_{lih} の違いによる粒子のリサンプリング状況の差

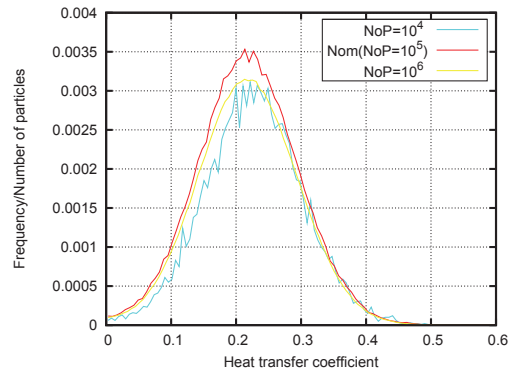
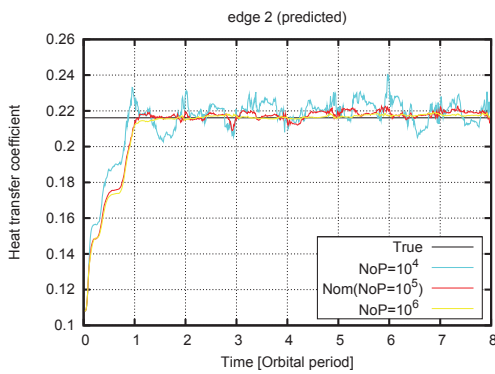
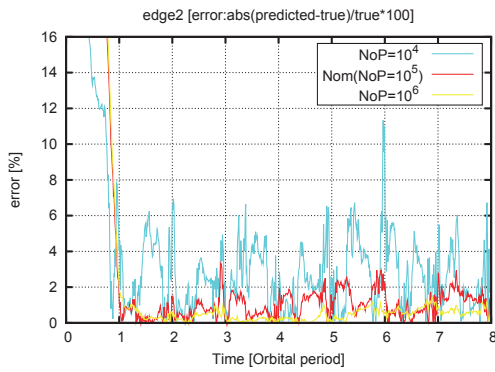


図 12: 粒子数 N の違いによる接触熱伝達係数 (edge2) の予測分布の差 (T=48000 秒)



(a) 接触熱伝導係数の推移



(b) 推定誤差

図 11: 粒子数 N の違いによる接触熱伝達係数 (edge2) の推定状況の差

4) Makoto Matsumoto and Takuji Nishimura. Mersenne twister: a 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator. *ACM Trans. Model. Comput. Simul.*, Vol. 8, No. 1, pp. 3–30, 1998.

5) Mersenne Twister Home Page. <http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/m-mat/MT/mt.html>.

6) Mersenne Twister in FORTRAN. <http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/m-mat/MT/VERSIONS/FORTRAN/mtfort90.f>.

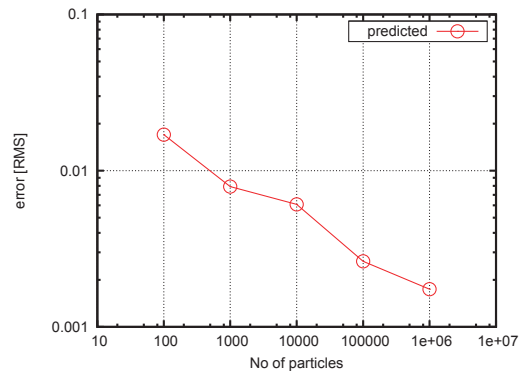
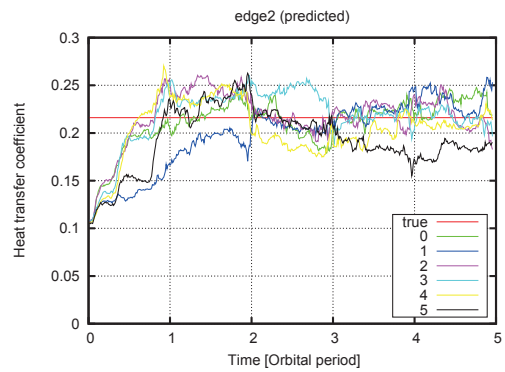
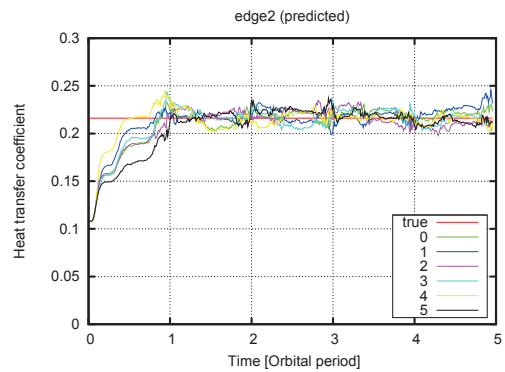


図 13: 粒子数 N の違いによる推定誤差の違い



(a) $N = 10^2$



(b) $N = 10^4$

図 14: 乱数系列の違いによる接触熱伝達係数 (edge2) の推定状況の差