

# 極超音速ソニックブームの圧力波形輸送に関する研究

深川寛也 (東大院), 上野篤史 (東大新領域)  
綿貫忠晴 (東大工学系), 今村宰 (東大工学系), 鈴木宏二郎 (東大新領域)

## Study on Sonic-Boom Propagation of Hypersonic Vehicle

by

Tomoya Fukagawa, Atsushi Ueno  
Tadaharu Watanuki, Osamu Imamura, Kojiro Suzuki

### Abstract

Inviscid numerical analysis using the Space-Marching Method was conducted to simulate the sonic-boom propagation, emitted from an axisymmetric palaboric object at Mach 2 and 5. A near-field waveform at four times the body length from the body axis ( $h/l=4$ ) was calculated using Time-Marching Method. Using Space-Marching Method, the near-field waveform was extrapolated to the mid-field ( $h/l=8\sim 30$ ). Comparison with the results obtained from using only time-marching method shows that the present Space-Marching Method is an accurate, high resolving and time-efficient method for predicting sonic-boom propagation. Comparison with the linear supersonic theory clarifies that the sonic-boom prediction by the linear theory becomes inconsistent with numerical results in hypersonic flows. Near-field pressure distributions of an axisymmetric palaboric object at Mach 7 were obtained from the hypersonic wind tunnel experiments, and compared with the numerical results.

### 1 はじめに

近年宇宙航空研究開発機構 (JAXA) の長期計画の中に極超音速輸送機 (HST: Hyper Sonic Transport) の開発が盛り込まれ、日本における HST の開発気運が高まっている。次世代超音速・極超音速開発のための課題として挙げられるのは、技術の完成、市場の成立、環境適合性の確保である。特に、環境保全の課題には、(1) エンジンの騒音をもたらす空港騒音問題、(2) 超音速飛行時に生じる衝撃波が地上で引き起こすソニックブームの問題、(3) エンジン排気中の窒素酸化物 ( $\text{NO}_x$ ) によるオゾン層破壊の問題の三項目が挙げられる [1]。この中でもソニックブームの問題が特に SST、HST 開発の実現を難しくしており、超音速飛行特有の問題であるソニックブームはその他の環境適合性の問題とともに早急に解決されなければならないというのが世界の共通認識である。

ソニックブームに関する研究は長年にわたって超音速領域では数多く為されており、超音速線形理論を基にしたソニックブーム強度解析手法が数多く開発されている。その一方で、極超音速機に目を向けると、ソニックブーム強度の評価方法についての議論は多くなされていない。本研究では、超音速線形理論から導かれるソニックブーム強度の簡易推算法である Whitham の修正線形

理論による解析と数値解析を行い、超音速領域 (Mach 2) と極超音速領域 (Mach 5) における軸対称物体の近傍場でのソニックブーム強度を比較し、Whitham の修正線形理論が極超音速領域においても妥当であるか確かめた。また、数値計算法の一つである空間進行法 [2][3] を用いることで極超音速領域において圧力波形を遠方場に正確に輸送することが可能であるか時間進行法の解と比較することで確かめた。さらに、空間進行法の初期解として使うことを想定し、極超音速風洞実験から物体近傍場での圧力波形の取得を試みた。

### 2 極超音速域への超音速線形理論推算法適用の限界

超音速域においてソニックブーム強度評価方法の議論の出発点となるのが超音速線形理論に基づく Whitham の修正線形理論である。この理論が極超音速域にも適用できるか調べるために、Whitham の理論から解析的に圧力上昇値が求められる軸対称放物面体についての数値計算を行い結果を比較した。

#### 2.1 Whitham の修正線形理論

Whitham の修正線形理論は、ソニックブーム強度を見積もるための簡易推算法である。Whitham の理論で

は、超音速流中の微小変動理論より流れ場の線形解を求め、その解より軸上の各場所でのマッハ角を決定する。マッハ線は大気温度差で局所音速が変化し非線形効果によりその伝播経路が変形する。線形理論から求められたマッハ線と実際の厳密なマッハ線は物体軸から  $h$  離れた点で等しい値をとると仮定している。厳密な二本のマッハ線が交差した場合はそのマッハ線の二等分線を衝撃波として扱う。回転体から発せられるマッハ線群はやがて物体の先端と後端に二つの衝撃波を生じる。Whitham の理論よると遠方場におけるソニックブーム強度は次のように表される。

$$\frac{\Delta p}{p_{\text{ref}}} = \frac{2^{\frac{1}{4}} \gamma (M_{\infty}^2 - 1)^{\frac{1}{8}}}{(\gamma + 1)^{\frac{1}{2}}} h^{-\frac{3}{4}} \left[ \int_0^{\eta_0} F(\eta) d\eta \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$\Delta p$ : 圧力変化  $p_{\text{ref}}$ : 一様流静圧  $\gamma$ : 比熱比  
 $M_{\infty}$ : マッハ数  $h$ : 機軸からの距離  
 $\eta_0$ :  $F(\eta) = 0$  の根でこの積分の最大値を与える値

被積分関数  $F$  は、 $F$  関数と呼ばれ、細い回転体から遠く離れたところでその回転体が生じるわき出しと影響の分布を表す関数である。物体軸方向断面積分布  $S(x)$  を用いて次のように表される。

$$F(\eta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\eta} \frac{S''(x)}{\sqrt{\eta - x}} dx \quad (2)$$

本研究では、式 (1) を用いて軸対称放物面体の近傍場におけるソニックブーム強度を  $h/l$  をパラメータに取り見積もる。ここで、 $h/l$  は機軸からの距離  $h$  を機体長  $l$  で無次元した値である。以後ソニックブーム強度の評価は  $\Delta p/p_{\text{ref}}$  として行う。

## 2.2 数値解析結果と Whitham の理論との比較考察

前述の Whitham の修正線形理論から解析的に求められる回転放物面体の圧力上昇値と比較するために数値的に流体解析を行った。本研究で用いた数値解析手法を表 1 に示し、また図 1 に二次元軸対称放物面体周りの流れ場の数値解析に用いる計算格子を示す。計算格子は、軸対称物体の軸方向に  $\xi$  をとり、物理空間で物体軸からの垂直方向は  $h/l = 16$  まで計算領域をとる。計算領域は 3 つの領域で構成されている。物体表面・対称表面を含む格子からなる領域、衝撃波角に沿って  $h/l = 16$  まで伸びる四辺形の領域、そして前二者を滑らかに接続する領域である。本計算は軸対称物体周りの流れ場を解くので、 $\xi = 1$  は対称面となっており、物体表面以外の点での境界条件はすべて対称条件としている。

図 2, 3 は各マッハ数における Whitham の修正線形理論と数値解析 (時間発展法) から求められた圧力上昇値  $\Delta p/p_{\text{ref}}$  と  $h/l$  の両対数をとった値を表しており、

表 1: 計算条件

支配方程式	2D axisymmetric
対流項	Yee Symmetric TVD [4]
時間積分	2 step Runge Kutta
主流マッハ数	2, 5
格子点	421x801

この一次関数の傾きが圧力上昇値を Whitham の理論で計算する際の  $h/l$  のべきに相当する。Whitham の修正線形理論の式 (1),(2) から放物面体の圧力上昇値を計算すると、ソニックブーム強度は  $h/l$  の-0.75 乗で表される。そのため図 2 にあるように、Whitham の修正線形理論ではそのグラフの傾きが-0.75 に一致する。一方で数値解析から得られる傾きは-0.73 となり、修正線形理論の-0.75 に近い値となった。マッハ数 5 において数値解析結果のグラフの傾きは-1.04 となることから、高いマッハ数領域において、圧力上昇値と物体軸からの距離の関係における減衰傾向は、超音速線形理論から導かれる修正線形理論よりも大きいことが分かった。よって極超音速領域では、圧力上昇値を推算するのに線形を仮定した Whitham の理論式を用いるのは妥当ではないという文献 [5] と一致する結果が得られた。

## 3 空間進行法による圧力波形輸送

高いマッハ数 (Mach 5) では、超音速線形理論から導かれる Whitham の式から解析的にソニックブーム強度を計算するのは適していないため、極超音速領域でソニックブーム強度を評価する際には非線形性を考慮した数値解析法に頼らざるをえない。しかし、時間発展的に全波形輸送領域の数値解析を行うのは、計算コストの面でも望ましくない。そこで本研究では、定常超音速流計算を時間発展法に比べて短時間で計算することができる空間進行法を用いる。2 次元軸対称物体の空間進行法 [6][7] を用いた差分式は、

$$\hat{E}_{i+1,j} = \hat{E}_{i,j} - \frac{\Delta \xi}{\Delta \eta} (\hat{F}_{i,j+\frac{1}{2}} - \hat{F}_{i,j-\frac{1}{2}}) - \Delta \xi \hat{H} \quad (3)$$

であり、 $\hat{E}$ ,  $\hat{F}$  と  $\hat{H}$  は一般座標系の流速ベクトルと軸対称項である。

### 3.1 空間進行法と時間発展法の比較検証

マッハ数 2 の流れに置かれた回転放物面体が生じる圧力波形を  $h/l = 8$  まで二通りの数値解析方法で輸送し比較を行う。一つは、時間発展法で全圧力波形輸送領域の数値解析を行う方法である。時間発展法による CFD の結果は前節の計算で得ており  $h/l = 8$  における圧力波形は図 4 で示される。もう一つの方法は、物体

近傍場を時間発展法で数値解析を行い、得られた流れ場の物理量を入力値として空間進行法で遠方まで波形を輸送する方法である。この計算領域の拡張方法の模式図を図 5 に示す。空間進行法を用いる手法では、時間発展法で得られた  $h/l = 4$  近辺 (空間進行法の初期入力波形を与える境界線が物体軸に対して傾いているため) での圧力波形を入力波形として、空間進行法のプログラムの初期条件に設定し計算した。 $h/l = 8$  での圧力波形は図 6 のようになった。これらの結果から、 $h/l = 8$  におけるピーク圧力上昇値を比較すると 0.025 と 0.027 で空間進行法を用いる方が圧力の減衰が小さく収まる。減衰が抑えられた理由としては、空間進行法で流速ベクトルの差分を計算する際に 3 次精度 MUSCL 法を用いたこと、また計算格子が衝撃波と直交しており、格子による衝撃波の解像度が高いことが考えられる。また、一ケースを計算する場合の時間コストはものの数秒であり、効率的な計算が可能である。以上のことから近傍場波形を遠方場に輸送する手段として、空間進行法の有効性が確認された。

### 3.2 極超音速領域での圧力波形輸送計算結果

空間進行法により波形の輸送を行った。計算から得られた最大圧力上昇値を  $h/l$  に対してプロットした図が図 7 である。圧力上昇値に対する  $h/l$  のべきを計算すると -0.97 となり近傍場波形の数値解析 (時間発展法) 結果である -1.04 に近い値が得られた。このことから極超音速領域では、 $h/l = 30$  の遠方場まで高い圧力減衰が保たれることが確認された。

## 4 極超音速風洞実験での近傍場波形取得

物体近傍場の圧力波形は、時間発展法や空間進行法を用いる数値解析からだけでなく風洞実験からも初期の圧力波形データを取得するため、柏の極超音速高エンタルピー風洞 [9] を利用して実験を行った。

### 4.1 実験方法

実験の対象となる模型は、全長 25mm、最大直径は 7mm の回転放物面体である。揚力によるソニックブームの影響を無視し、物体体積による圧力変化だけを考慮するため模型を気流に対して水平に支持した。模型は直径 6mm の模型支持棒の先端に取り付け、風洞測定室の中心から 100mm の前方で固定した。圧力波形の取得は、静圧孔の開いた圧力測定プローブを物体軸方向に水平に移動させることで行った。圧力測定プローブはプローブ支持台に取り付けられており、プローブ支持台はトラバーサーに固定した。マッハ 7 では衝撃波角が小さくな

ることが予想され、測定室の大きさとの兼ね合いから、圧力測定プローブは風洞模型直下  $h/l = 1$  の位置を移動させた。模型および風洞実験測定機器の模式図を図 8 に示す。また本研究の実験の条件を表 2 に、実験開始前と終了時のシュリーレン写真を図 9,10 示す。

表 2: 実験条件

マッハ数	7
$P_0$	950kPa
$T_0$	650 ~ 700K
通風時間	60sec
模型	風洞測定室内固定

### 4.2 実験結果

実験での圧力変化が 10[Pa] のオーダーと小さいため、圧力測定には相対圧センサーを用いた。風洞模型周りの圧力分布は、相対圧センサーを用いて以下の二通りの方法で得られた。一つ目の方法は、風洞模型が気流中に設置されている場合の圧力測定プローブの静圧孔で測定されるプローブ圧  $P_{prb}$  と測定室内に位置し気流の外に設けられた静圧孔で測定されたポート圧力  $P_{prt}$  の差圧の空間分布を測定し、次に風洞模型が気流中ではない場合の同じ差圧を測定し、その二つの差圧の差を取ることで、二つの実験で測定した背圧の効果を相殺しプローブが静圧孔で測定する絶対圧を得るという方法である。二つ目の方法は、プローブ圧  $P_{prb}$  と測定室内の圧力  $P_{prt}$  の差圧に  $P_{prt}$  の絶対圧を二つの値を足し合わせることで、プローブ圧  $P_{prb}$  の絶対圧を算出する方法である。図 12 は、本研究の実験で得られた圧力波形と模型先端からの距離を模型長で無次元化距離の関係を示した図である。図中の実験 1・2 はそれぞれ、前述した二つの異なる圧力測定方法を用いて得た圧力波形である。比較のために数値計算 (時間発展法) から得られた波形も表している。この数値計算では、二次元軸対称 NS 方程式を支配方程式として風洞模型周りに格子 (図 11) を作成して流体解析を行った。計算条件を表 3 に示す。模型実験で測定された無次元圧力上昇値  $\Delta p/p_{ref}$  は 0.3 で数値計算結果より約 50% 大きい値が得られた。また衝撃波の最大圧力上昇値の位置は実験から取得した波形の方が  $x/l=0.5$  だけ前方に現れた。誤差の原因は、数値計算では圧力測定プローブが流れに及ぼす影響を考慮していないためと考えられる。そこで、新たな数値解析を二つ行った。一つは、圧力測定プローブのみを解析対象として格子を作成し、3 次元 NS 方程式を支配方程式として流体解析を行い、静圧孔位置での圧力と主流静圧を比較した (表 4)。プローブ周りの計算格子と圧力分布を図 13 に示す。この計算結果から、主流静圧  $P_{ref}$  が 219.3[Pa] に対して静圧孔位

置での圧力  $P_{prb}$  が 227.4[Pa] となり、静圧孔位置での圧力はプローブ先端から生じる衝撃波の影響は大きく受けず、圧力は主流静圧に対して 8[Pa] 程度しか高くないことがわかった。また風洞模型と圧力測定プローブの二物体が流れ場に置かれた場合を二次元 Euler 方程式を支配方程式として流体解析を行った(表5)。計算格子と圧力分布の図 14 に示す。風洞模型の先端から生じる衝撃波が圧力測定プローブに反射しており、反射した点の背後で強い圧力上昇が現れた。より実験に近い状況を模擬するために、今後重合格子を用いた三次元計算を行うつもりである。

表 3: 計算条件

支配方程式	2D axisymmetric NS Eq.
対流項	Yee Symmetric TVD
時間積分	2 step Runge-Kutta
主流マッハ数	7
格子点	101 x 75

表 4: 計算条件

支配方程式	3D NS Eq.
対流項	Yee Symmetric TVD
時間積分	Implicit MFGS [8]
主流マッハ数	7
格子点	101 x 51 x 51

表 5: 計算条件

支配方程式	2D axisymmetric Euler Eq.
対流項	Yee Symmetric TVD
時間積分	2 step Runge-Kutta
主流マッハ数	7
格子点	371 x 71

現段階では実験値と数値解析の結果に誤差が見られるものの、空間進行法で極超音速飛行体のソニックブームを計算する際の初期データとして、時間進行法による機体近傍流れの解のみならず、極超音速風洞実験の計測結果も利用可能となるものと期待される。

## 5 まとめ

軸対称方物面体の近傍場 ( $h/l = 2 \sim 8$ ) における圧力上昇値を Whitham の修正線形理論と数値計算(時間発展法)を用いて比較した。その結果、Whitham の修正線形理論の与える圧力上昇値は、超音速領域(Mach2)の数値計算結果とよく傾向が一致するが、極超音速域(Mach 5)では Whitham の修正値は、正しい減衰傾向を示さな

かった。よって超音速線形理論を基に導かれた Whitham の修正線形理論は、高マッハ数では適用できない可能性があることがわかった。

そこで、高いマッハ数領域において非粘性の影響を考慮したソニックブーム強度の解析的な評価を正確に行うために、数値計算法の一つである空間進行法を用いて、圧力波形輸送計算を行った。機体近傍場での数値計算(時間発展法)から得られた圧力分布を入力波形として、物体から  $h/l = 2 \sim 30$  での圧力上昇値の評価を行った。その結果、時間発展法より正確かつ計算時間も短く圧力波形を輸送することができた。近傍場における圧力波形は、時間進行法による数値解析だけでなく極超音速風洞実験からも得ることが可能であった。

## 参考文献

- [1] 久保田弘敏, '超音速機飛行時の環境課題に関する研究', 平成9年度研究費成果報告書, 1997年3月
- [2] 藤井孝蔵, '流体力学の数値計算法', 東京大学出版会
- [3] Kandil, O.A., Yang, Z., Bobbit, P.J., "Prediction of Sonic Boom Signature Using Euler-Full Potential CFD with Grid Adaptation and Shock Fitting," AIAA 2992-2542, 2002"
- [4] Yee, H., Warming, R., "Implicit Total Variation Diminishing(TVD) Schemes for Steady-State Calculations," Journal of Computational Physics 57, 327-360, 1985.
- [5] Darden, C.M., "Limitations of Linear Theory for Sonic Boom Calculations," Journal of Aircraft, Vol. 30, No.3, May-June 1993, pp.309-214
- [6] Korte, J.J., "An Explicit Upwind Algorithm for Solving the Parabolized Navier-Stokes Equations," NASA TP-3050, 1991
- [7] Tanhill, J.C., Anderson, D.A., Pletcher, R.H., "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer," McGraw-Hill, 1984
- [8] Yoon, S., Jameson, A., "An LU-SSSOR Scheme for the Euler and Navier-Stokes Equations," AIAA Paper 87-0600, 1987
- [9] 今村宰, 綿貫忠晴, 鈴木宏二郎, 柏風洞 WG, '東京大学柏キャンパス極超音速風洞の気流特性について', 第39回流体力学講演会/ANSS2007, JAXA-SP-07-016, pp.50-55, 2008

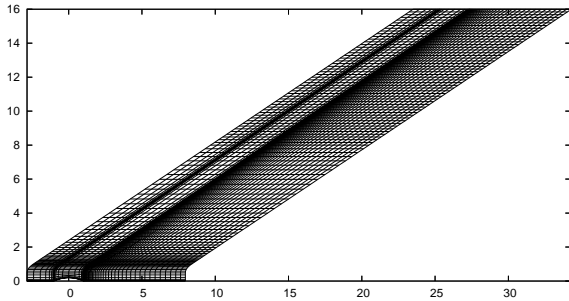


図 1: 計算格子

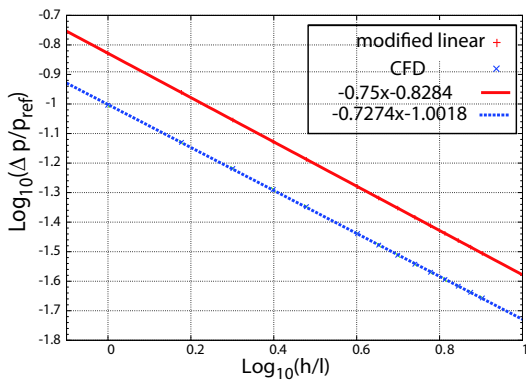


図 2: 圧力上昇値 Mach2  $h/l = 1 \sim 8$

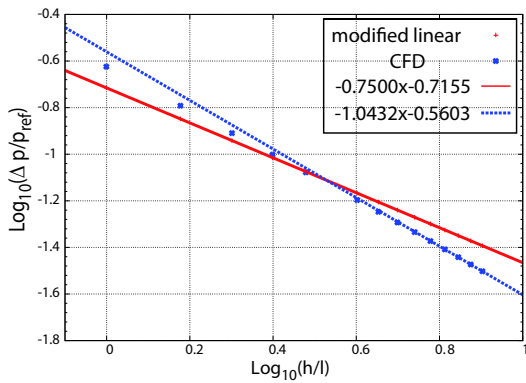


図 3: 圧力上昇値 Mach5  $h/l = 1 \sim 8$

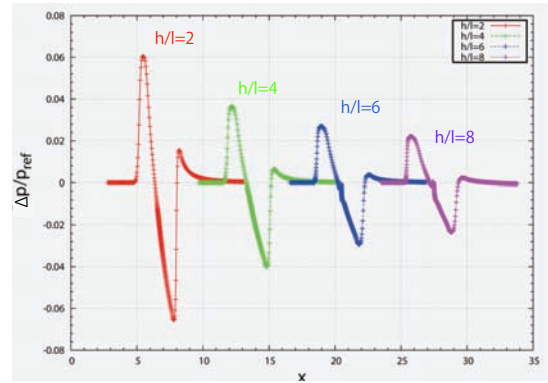


図 4: 時間発展法による圧力波形 (Mach 2)

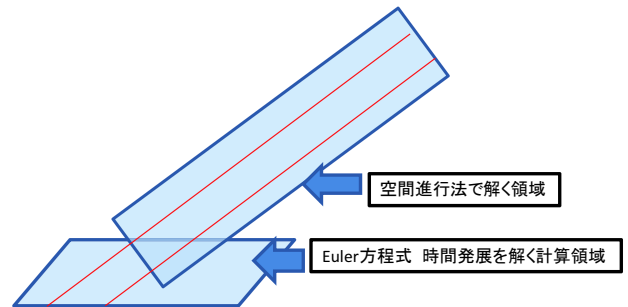


図 5: 計算領域拡張方法模式図

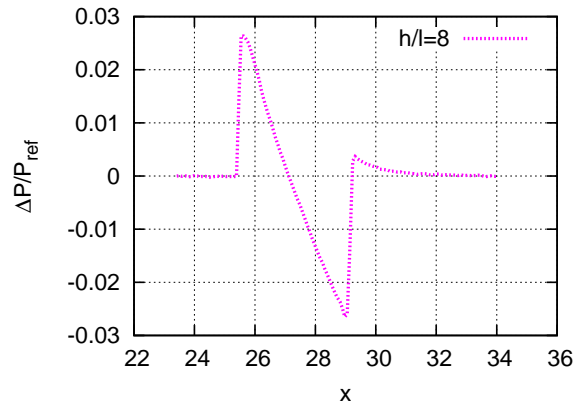


図 6: 空間進行法による圧力波形 (Mach 2)

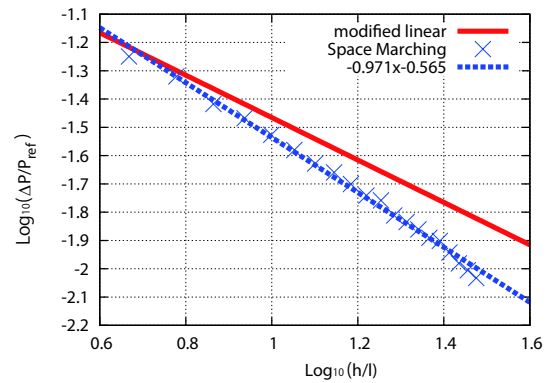


図 7: 圧力上昇値 Mach5  $h/l = 5 \sim 30$

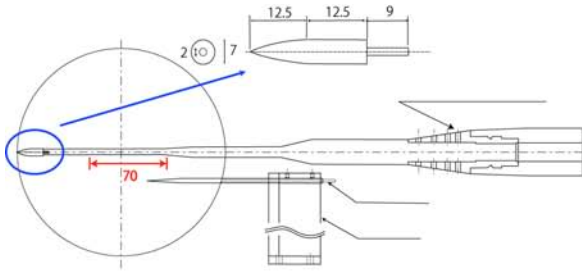


図 8: 測定室内の模型および計測機器

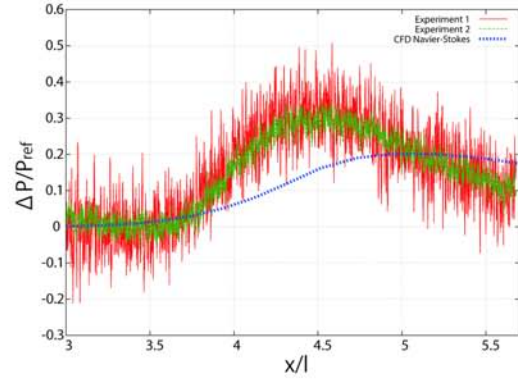


図 12: 風洞実験と CFD の無次元圧力上昇値比較

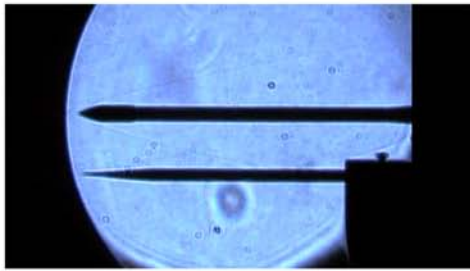


図 9: シュリーレン写真 (実験開始時)

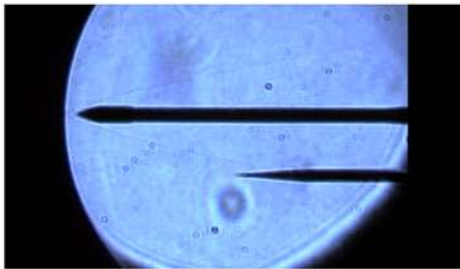


図 10: シュリーレン写真 (実験終了時)

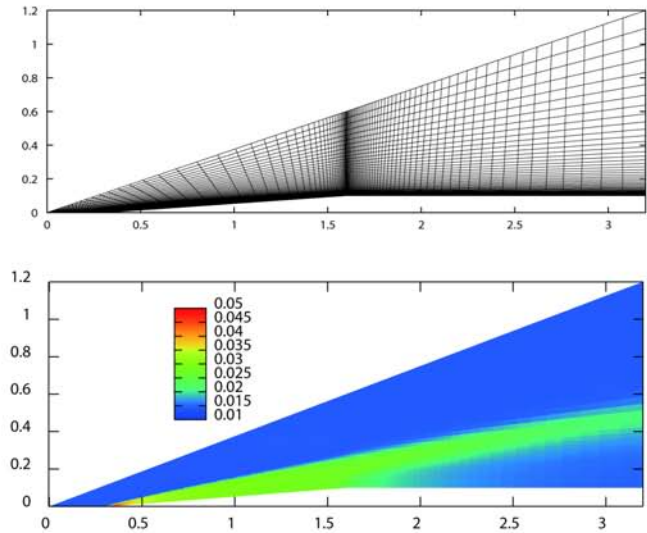


図 13: 圧力測定プローブ周りの計算格子・圧力分布

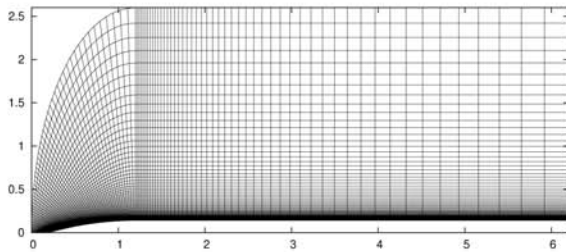


図 11: 風洞模型周りの計算格子

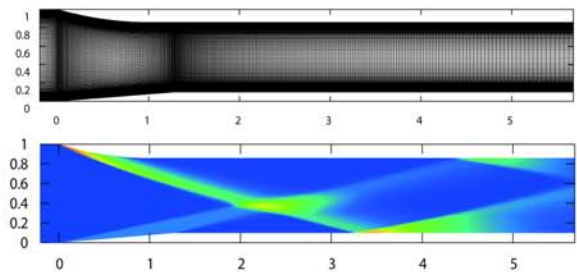


図 14: 風洞模型・圧力測定プローブ周りの計算格子・圧力分布