

ペットボトルロケットの非定常推力特性に関する研究

板倉嘉哉, 本田祐基 (千葉大学教育学部)

Unsteady Thrust Characteristics of Water Rocket

Yoshiya ITAKURA and Yuki HONDA (Chiba University, Faculty of Education)

Abstract

Unsteady thrust characteristics of water rocket have been investigated experimentally. The results of the observation by a high-speed camera show that the state of the operation fluid flow is classified into three patterns. The time history of the thrust is observed oscillating change, and the frequency characteristics are analyzed by FFT and DWT. However, all the causes of oscillating behavior of the thrust are not elucidated. The transition time from liquid-phase flow to churn flow buried in the oscillating thrust is detected as a discontinuous point in the thrust curve by applying wavelet transform technique.

1. 緒言

千葉大学教育学部機械工学研究室では、小学校や中学校における科学や技術、ものづくりに関する啓蒙教育の試みとして、紙飛行による飛行原理の理解、小型風洞による翼面上の剥離現象の可視化、ペットボトルロケットの推進原理などの教育実践をおこなってきた。飛行の原理を教授するばあい、我々には十分な予備知識があり、教材開発も比較的容易である。しかし、ペットボトルロケットの推力特性に関する情報は非常に少なく、渡辺による推力制御¹⁾や、太田による最適飛行条件²⁾に関するものなど、数編の学術論文しか存在しない。ペットボトルロケットを作用・反作用による推力発生原理の教材として採用するためには、自らの手で力学的特性を十分に把握し、教材研究をおこなう必要がある。また、ペットボトルロケットの推力発生原理は水と空気のみを使用した単純なものではあるが、わずかに1秒以内に速度域は亜音速から遷音速にまで変化し、作動流体も単相流から気液二相流に変化する非定常な混相流であり、流れ場中でのスロッシングや波動現象など、流体力学的な興味の尽きない題材でもある。

本報告では、ペットボトルロケットにおける時間的に変化する流れ場の高速度カメラによる撮影、ボトル内圧力および推力の時間変化を計測し、データの時間・周波数解析をおこなうことにより、その非定常特性を明らかにした。また、ペットボトルロケットが発生する推力の解析モデルを構築し、実験結果と比較することにより、その妥当性を検証した。

2. 実験装置および方法

ペットボトルロケットの推力およびボトル内圧の時間履歴を計測するために、本実験で使用した装置の概要を図1に示す。装置全体は直径48 mmの単管パイプで製作されており、地中500 mmの深さに土台部分を埋設し、水噴射時の衝撃力による振動を極力

抑える構造としたが、ロケット支持装置および力センサーを含めた計測系全体で、数種の固有振動が観測された。その詳細については3章冒頭で述べることにする。

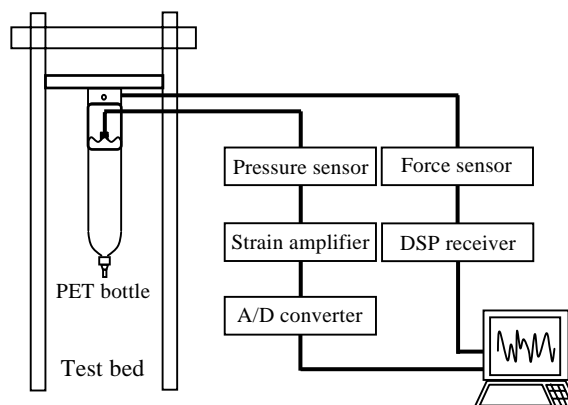


図1 実験装置概要

推力はペットボトルロケット支持部と架台間に設置された6軸力覚センサー（ニッタ株式会社 IFS67M25A25-I40）により検出され、DSPレシーバーボードを介してコンピュータに取り込まれる。なお、本実験で使用した6軸力覚センサーは最大8kHzでの測定が可能であり、時間的に変動する推力を計測するのに十分な性能を有している。ロケット内の圧力はボトル後端から耐圧ホースで圧力センサーに導かれ、動歪増幅器およびA/D変換器を介してパーソナルコンピュータに取り込まれる。噴射時の流れ場は高速度カメラ（カシオ計算機株式会社EX-F1）により記憶され、流れ場の様子や流動形態の切り替わる時刻などが計測される。また、実験では容量1500mlのペットボトルを使用し、表1に示すように、初期ボトル内水量を体積比で0~50%、初期内部圧力を0.1~0.4MPaに実験条件を変化させて推力および内部圧力の計測をおこなった。

表1 実験条件

Experimental conditions	
Bottle volume	1500 ml
Initial pressure	0.1 ~ 0.4 MPa
Initial water ratio	0 ~ 50 vol.%

3. 結果および考察

推力測定試験に先立ち、体積比で0~50%の水を注入したペットボトルを測定装置に取り付け、加振することにより得られた力センサーからの信号を周波数分析した。これは、計測系を含めた測定装置全体の固有振動を同定し、推力測定データから雑音となる振動成分を除去するための予備実験である。その結果、装置全体として、75Hzおよび175Hz近傍の二つの振動モードを有しており、その中心周波数はボトル内圧には依存しないが、初期水量の増加とともに低下することが確認された。水を注入したペットボトルを含む計測装置全体として、一種のばね-質量系を形成していると考えられる。

3. 1 流れ場の時間変化

図2の写真は、初期水量30%および初期内圧0.4 MPaにおける噴射時の様子を、高速度カメラにより撮影した画像である。流れ場は、噴射開始から0.298秒までは水のみ噴射であるが、その後、チャーネル流に移り、0.476秒以降は空気のみ噴射となり、3段階に分かれていることが確認された。特に、チャーネル流遷移への過渡的な状態においては、水自由表面のスロッシングから旋回流となった後、水噴射が終了するよりも前にチャーネル流へと移行しており、非常に複雑な流れ場を形成していることがわかる。

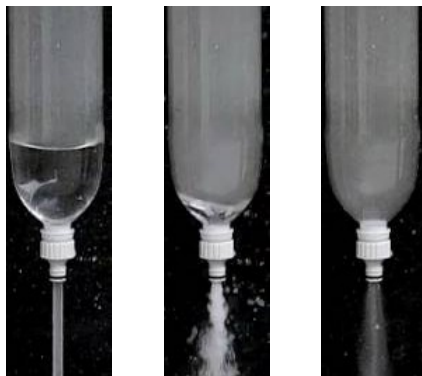


図2 噴射時の高速度撮影画像 (1200fps)

3. 2 ボトル内圧力の時間変化

図3は実験で得られた、初期水量30%、内圧0.4 MPaにおける、ボトル内圧(ゲージ圧)の時間変化であ

る。図中の0.298秒および0.476秒の線は高速度撮影から得られた、流動形態が変化する時刻を示している。チャーネル流へ遷移する0.298秒までは水のみが噴射しており、水の流出によりボトル内部の空気は膨張し、圧力は緩やかに低下していく。しかし、チャーネル流へ遷移後からは、内部空気自体の流出が始まるため、圧力は急激に低下することになる。また、空気噴射のみとなる0.476秒後からは、ボトル内・外の圧力比が低くなっていることもあり、圧力の低下は緩やかになっている。なお、図3からは判別しにくいですが、0.298~0.476秒のチャーネル流噴射時に、微かな圧力変動が確認された。

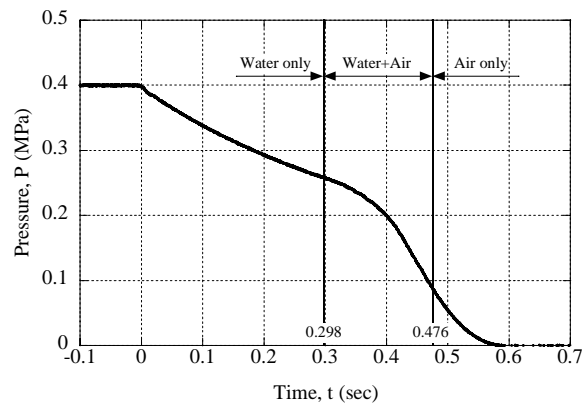


図3 ボトル内圧力の時間変化

3. 3 推力特性

推力の時間変化 初期水量30%、内圧0.4 MPaにおける推力の時間履歴を図4に示す。全噴射時間は0.55秒程度あるが、噴射終了後も推力が零とならないのは、作動流体の重量分が推力として残るためである。正味の推力は各時刻において噴射重量を差し引いたものとなるが、現時点では、その値を正確に見積もることができないので、力センサーで得られた推力をそのまま利用した。作動流体の流出によるボトル内の圧力が低下するとともに、流動形態が水→水+空気→空気と変化するため、推力は時間とともに変化するようになる。また、推力の時間変化において特徴的なのは、噴射直後の約0.1秒間およびチャーネル流噴射開始前後の0.2秒間に振動的推力が観察されることである。噴射直後の変動は、当初、内部空気中の膨張波が関係しているのではと思われたが、後述するように、その変動成分は支持装置全体の固有振動に起因するものであり、流体力学的な現象によるものではないことが判明した。また、高速度撮影結果からは0.298秒で単相流からチャーネル流へと遷移しているが、推力測定の結果からは遷移への前段階でスロッシングから旋回流が発生する0.283秒頃から推力の変動が観測されている。チャーネル流への遷移時刻は、この振動波形に内に埋もれており、図

4 の推力曲線からは特定することは困難である。

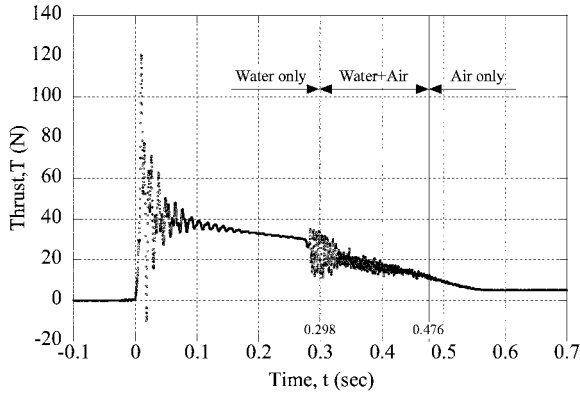


図 4 推力の時間変化

推力の周波数成分 図 4 の推力変化を FFT にかけ、周波数分析をした結果が図 5 である。噴射直後の推力変動は主に 2 つの周波数成分に分離され、その中心周波数はそれぞれ 75.4 Hz および 176 Hz であった。前述の加振実験からは、支持装置全体の固有振動周波数は 60~80 Hz および 150~200 Hz に局在しており、水量に反比例するがボトル内圧には依存しないことが確認されている。非常に強い 75.4 Hz および 176 Hz の振動成分は支持装置全体の振動であり、流体力学的な振動に起因するものではないと考えられる。

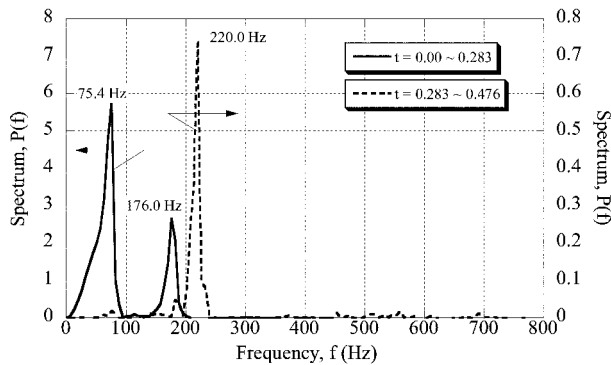


図 5 推力の周波数成分

時刻 0.283 秒からのチャーン流への遷移前後で観察される周波数成分は、220 Hz の大きな山と約 800 Hz まで連続的に分布する非常に振幅の小さな振動とに分離される。支持装置に起因すると考えられる 80 Hz および 180 Hz 近傍の成分もわずかに確認できるが、220 Hz の成分に比較して、その強度は極めて弱い。220 Hz の振動成分は、噴射流体のボイド率が時間的に変動することに起因して流れが間欠的となり、推力が変動するものと考えられる。前述した、チャーン流で観測されたボトル内の微小な圧力変動も、これに関係していると思われる。また、800 Hz まで連続的に観察される微小な振動成分は、チャーン流でのみ観察されており、気泡に起因するものと推察さ

れる。森岡により、混相流中での気泡の自由振動の周波数 f は式(1)で与えられることが導かれている³⁾。ここで、 p : 圧力、 ρ : 密度、 R : 気泡半径である。

$$f_{Bubble} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3p}{\rho R^2}} \quad (1)$$

式(1)に本実験における代表的な値を代入し、その周波数を試算すると約 500 Hz となる。チャーン流中では、大小さまざまな気泡が存在することを考えれば、800 Hz までの連続的な振動成分はチャーン流中での、気泡の自由振動に起因するものとするのが妥当であるが、その検証は今後の課題である。

図 6 はチャーン流噴射時に観察された、主な振動成分の初期水量依存性を示しており、パラメータは初期圧力である。初期水量の変化に対して、550 Hz および 220 Hz 近傍で観察される振動成分の中心周波数はほとんど変化せず、ほぼ一定値となっている。このことは、チャーン流中で形成されている気泡の形状やボイド率変動の周期は、初期水量に依存しないことを示唆している。しかし、700 Hz 近傍で観察される振動成分の中心周波数は、初期水量の増加とともに低下しており、その依存関係が推察される。流れ場の高速度撮影結果からは、チャーン流への遷移時刻は初期水量により変化するが、チャーン流遷移時のボトル内に残存する水量はほぼ一定量であることが確認されており、水量が影響しているとは考えにくい。また、初期水量に対してチャーン流遷移時のボトル内圧は変化するが、パラメータである初期圧力に対する依存性は認められないことから、ボトル内圧の影響とも考えにくい。どのような流体力学的なメカニズムが、700 Hz 近傍の振動成分に影響を与えているかは、更なる研究課題である。

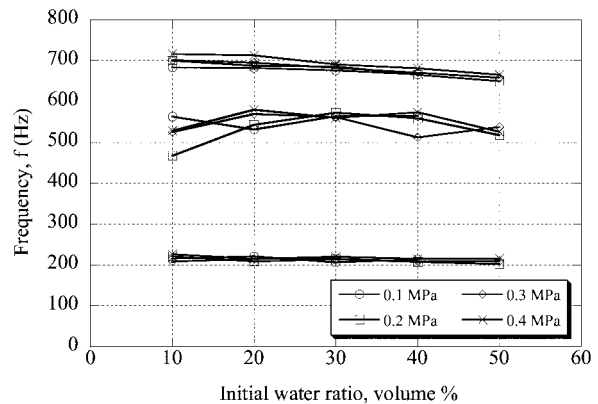


図 6 水 + 空気噴射時に観測された主な周波数成分の初期水量依存性

推力の時間 - 周波数分析 図 7 は、図 3 の推力変化を離散ウェーブレット変換した結果である。ウェーブレット関数には、ドベシ⁴⁾により導かれた離散

数列 (N=8) を使用した。噴射直後に75.4Hzと176Hzの振動ははっきり捉えられており、176Hzの成分はわずかに遅れているが、ほぼ同時期に出現しているのがわかる。一方、220Hzの振動はチャン流への遷移時刻である0.298秒前後から出現しており、チャン流への遷移と密接に関係していることを裏付けている。また、読み取るのは非常に困難ではあるが、250Hz以上の振動成分はチャン流へ遷移後から時間的に遅れて出現しており、220Hz成分の発生源とは異なることを意味している。

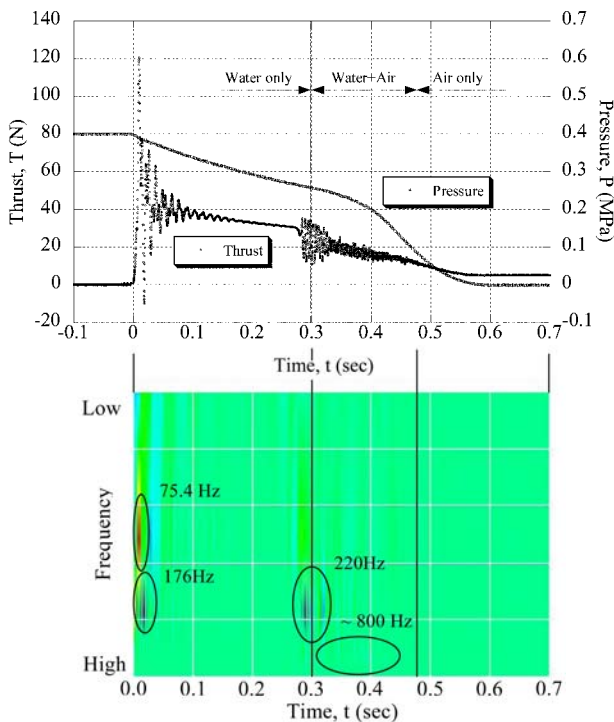


図7 推力の時間 - 周波数分析

ウェーブレット解析によるフィルタリング ウェーブレット解析の信号処理への応用として、ウェーブレット縮退によるフィルタリングが挙げられる。その手法を取り入れ、初期水量30%，初期圧力0.4 Mpaの推力データから、支持装置に起因する75.4Hzのノイズ成分を除去したものが図8である。

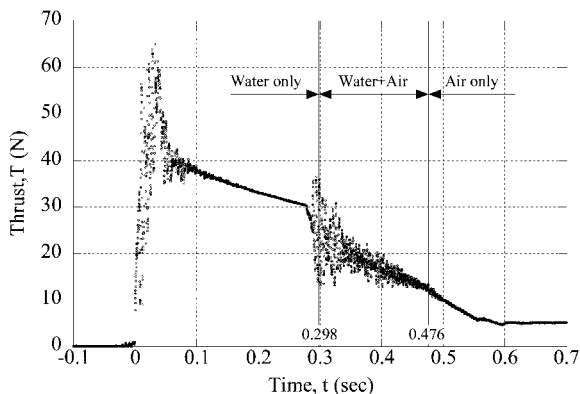


図8 75.4Hz成分除去後の推力変化

使用したウェーブレット関数の周波数分解能により、176Hz近傍の振動成分は除去できず、噴射直後に推力の振動がみられるが、実際の飛行時に発生している推力変化に一番近いものと考えられる。図9は前述の手法により、75.4Hz以上の高周波成分を除去したものである。振動成分に埋もれて判別不能であったチャン流への遷移時刻が、ウェーブレット変換によって推力変化の特徴が抽出され、不連続点として捉えられている。作動流体がチャン流へ遷移するとき、噴射速度は増加するが密度は急激に減少するため、噴射流体の運動量が不連続的に変化し、推力の不連続点として遷移点が検出可能となる。

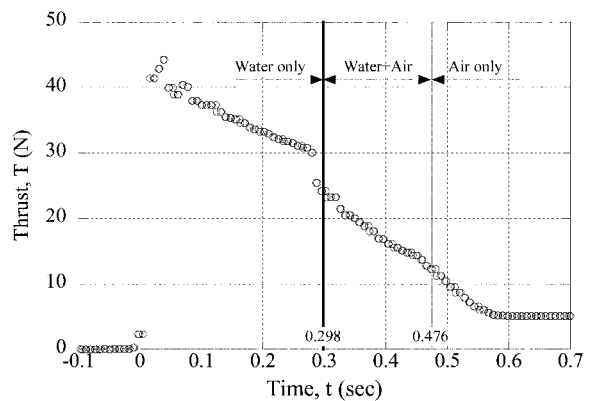


図9 高周波成分除去後の推力変化

3.4 解析モデル

解析モデルの構築 実験結果を理論的に裏付けるために、下記に示す6つの仮定を基に解析モデルを構築し、時間とともに変化するペットボトル内部の圧力および推力を推算した。

- ・ ペットボトルは円筒形状
- ・ 空気は非粘性・理想気体
- ・ 水は非粘性・非圧縮流体
- ・ ボトル内の状態は一樣
- ・ 気体は等エントロピ変化
- ・ 水と空気の噴射を完全分離

まず、水噴射時における計算手順の概略を示す。初期状態を基に、ノズル出口における作動流体の噴射速度 v_e を式(2)で見積もる。ここで、 P : 圧力、 ρ : 密度、 h : 液面高、 S_1 : ボトル断面積、 S_2 : ノズル断面積、 ξ : ノズル流量係数、添え字は a : ボトル内空気値、 w : ボトル内水値、 e : ノズル出口値を示す。

$$v_e = \sqrt{\frac{2(P_a - P_e + \rho_w gh)}{\rho_w \left(1 - \left(\xi \frac{S_2}{S_1}\right)^2\right)}} \quad (2)$$

次に、微小時間を設定し、その間に水噴射によるボトル内水量の変化を見積もり、ボトル内空気の膨張による圧力、密度、温度変化を、断熱膨張の仮定の基に計算し、諸量を更新する。以上の手順を全ての水が噴射されるまで繰り返す。

水噴射終了後は空気噴射に切り替え、等エンタルピ流仮定の基に、ノズル出口での噴射速度を式(3)で見積もることになる。ここで、 M : マッハ数, θ : 温度, γ : 比熱比, R : 気体定数である。

$$v_e = M\sqrt{\gamma R\theta_e} = \sqrt{\frac{2\gamma R\theta_e}{\gamma-1} \left(\left(\frac{P_e}{P_a} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)} \quad (3)$$

式(3)にて空気の噴射速度を求めるときに、若干の注意が必要である。すなわち、ある初期圧力以上では、水噴射後もボトル内圧と外気圧との比が臨界状態以上になる場合が存在し、式(3)をそのまま適用すると噴射速度を過大に見積もってしまう危険がある。ノズル出口部で断面積は一定であり、一種のスロートを形成しているので、臨界圧力比以上ではノズル出口でマッハ数は1になると考えるが妥当である。実際の数値計算においては、繰り返し計算中で圧力比を監視し、臨界圧力比以上では式(3)のマッハ数に制限をかけて計算を実行する必要がある。以後の計算は前述とほぼ同じ手順となり、微小時間内に空気噴射による質量流量を見積もり、ボトル内空気の膨張による圧力、密度、温度変化を、断熱膨張の仮定のもとに計算し、諸量を更新する。以上の手順を圧力比が1になるまで繰り返す。ノズルからの噴射流体の密度および速度が得られれば、運動量理論を適用することにより、静止推力 T を式(4)で推算することが可能となる。ここで、 \dot{m} : 質量流量である。なお、検査面上は大気圧であると仮定している。

$$T = \dot{m}v_e \quad (4)$$

実験との比較 図10は、初期水量30%、初期圧力0.4 Mpa、流量係数1におけるボトル内圧の実験データと解析モデルを比較したものである。水噴射時のモデルによる圧力変化は実測値より低く見積もられており、断熱変化の仮定が必ずしも適切でないことを示唆している。事実、断熱変化を仮定しボトル内の温度を推算すると、氷点以下の温度まで低下することになるが、現実にはそこまでは低下していないことを簡単な予備実験で確認している。水噴射時は、流れ場の変化が緩やかであり、ボトル壁面および水面（こちらが支配的と思われる）を介して熱が流出していることを考えれば、ポリトロープ変化を仮定した方が現実的ではあるが、ポリトロープ指数を理論的に決定することは、現在の情報だけでは困難で

ある。チャーン流へ遷移後、実験での圧力勾配は連続的に急になっていくが、モデルではチャーン流を形成しないと仮定しているため、水から空気噴射への切り替え時に圧力は不連続に変化することになり、現実とは異なる圧力変化を再現することになる。空気噴射時の圧力変化は、時間的なずれはあるもの、その変化は同じ形状の曲線を描いており、平行移動させることにより両者はほぼ完全に一致する。これは、水面からの熱の流出が無くなったことにより、断熱変化に近づいたためと考えられる。最終的な噴射終了時刻は、理論モデルとの間に0.1秒程の差が見られる。理論モデルではチャーン流を形成しないと仮定しており、その結果、噴射終了時刻の見積もりに相違が生じることになる。チャーン流を適切にモデル化し計算に組み込むためには、周波数分析結果などからボイド率などを導き出す方法を確立することが必要となる。

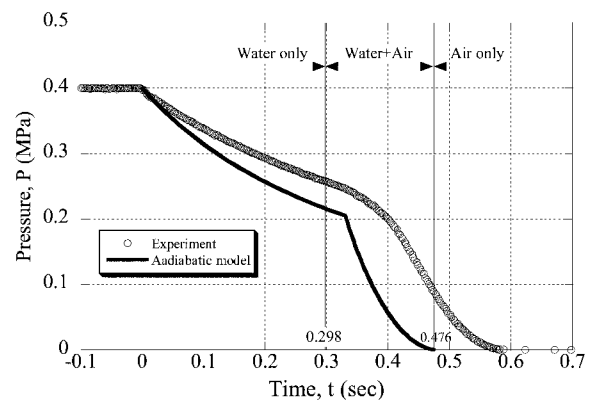


図10 内部圧力の時間変化 (実験・解析モデル)

図11は、ノズル流量係数を0.9、ボトル内空気は等温もしくはポリトロープ変化するとして、内部圧力の変化を試算した結果である。流量係数を0.9とすることで、断熱変化を仮定した圧力曲線は実験値に近づくが、依然として、圧力変化を低く見積もることとなっている。なお、流量係数が1より小さいと、噴射速度は遅くなり、次に述べる運動量理論による推力の推算値は、実験値から大きくずれることになる。一方、等温変化を仮定すると、圧力は実測値よりもいくらか高めとなり、その低下率も緩やかになる。高速度撮影の結果からは、噴射開始直後から、ボトル内で霧の発生が確認されており、急激な温度低下が起こっていることを裏付けている。現実的には等温変化では無いにしろ、等温に近いポリトロープ変化であると思われる。図11中の一点鎖線は、実測値に合わせるべく、ポリトロープ指数を決定したものである。このとき、ポリトロープ指数は1.1なる値となったが、あくまで、実測値に合わせるために導いたものであり、その理論的根拠は乏しい。

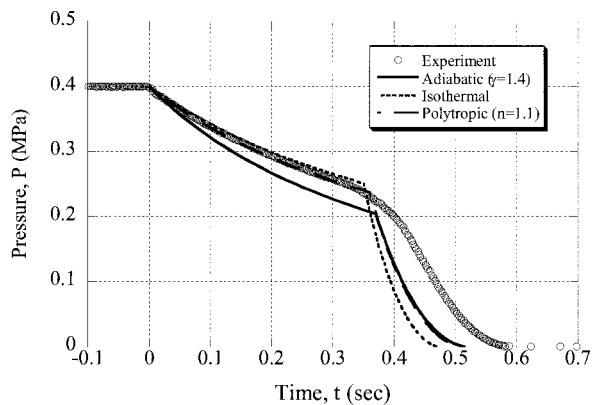


図 1-1 内部圧力の時間変化 (実験・解析モデル)

図 1-2 は、初期水量30%、初期圧力0.4 Mpa、速度係数1における静止推力の実験データと解析モデルを比較したものである。図中の○点は実験で得られた推力をウェーブレット変換により高周波成分を除去したものである。両者の比較では、解析モデルでの水噴射時の推力は時間の経過とともに実験値よりも小さく見積もることになっており、前述した断熱膨張からのずれが、推力変化にも影響を与えている。また、水から空気噴射への切り替わり時に、解析モデルでは急激な推力の低下が観察されるが、これは、作動流体の噴射速度は増加するが、密度は急激に低下(約1/1000)するためである。一方、空気噴射時の推力変化は実験値と同様な変化形状をしており、解析モデルの有効性が確認できる。課題となる、チャーン流の適切なモデル化により、推力の時間変化を単純な運動量理論でも正確に見積もることが可能となる。

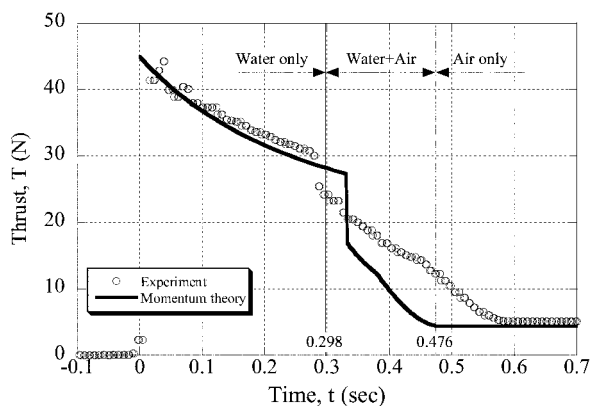


図 1-2 推力の時間変化 (実験・解析モデル)

4. 結言

初期水量および初期圧力を変化させ、ペットボトルロケット噴射時の流れ場の高速度撮影、静止推力およびボトル内圧の時間変化を計測し、その非定常特性を解明した。また、解析モデルを構築し、実験結果と比較することにより、その妥当性を検証する

とともに、モデルの問題点を抽出することができた。以下に、その成果をまとめて記す。

- 1) 流れ場は3段階に分かれており、水噴射→チャーン流噴射→空気噴射へと推移する。
- 2) 水面のスロッシング、旋回流を経て、チャーン流への遷移していくことが確認された。
- 3) FFTおよび離散ウェーブレット解析を適用することにより、静止推力の時間・周波数特性の全貌が解明された。
- 4) チャーン流中で観測される推力変動は、間欠的な流れによるボイド率の不連続変化および気泡の自由振動に起因するものと考えられるが、未解明な部分もあり、その検証は今後の課題である。
- 5) 理論モデルによる内部圧力および静止推力の推算は、定性的には現象を再現できているが、定量的に再現するには、チャーン流を適切にモデル化し取り込むことが必要となる。

今後は、チャーン流噴射時の音響解析などを実施することにより、推力振動のメカニズムを探るとともに、得られた情報からチャーン流モデルの構築を計画している。

将来的には、ペットボトルロケットづくりを単なる工作教育的な題材で終わらせるのではなく、理論と実際を結びつけた技術・科学的な題材として完成させたいと考えている。そして、何気ない身の回りにある遊具などの裏に隠れた、科学や技術に興味・関心を持つ子どもたちが、一人でも多く育ってくれればと願っている。

参考文献

- 1) 渡辺力夫, 富田信之, 竹前俊昭, 水ロケットの推力特性制御の一方法, 日本航空宇宙学会論文集, Vol.51, No.593, pp.314-320, 2003.
- 2) 太田貴之, 梅村章, 水ロケットにおける飛行最適条件の研究, 日本航空宇宙学会論文集, Vol.49, No.574, pp.382-387, 2001.
- 3) 日本流体力学会編集, 流体における波動, 第4章, 朝倉書店, 1995.
- 4) I. ドブシー, ウェーブレット10講, シュプリンガー・ジャパン, 2007.