

# 宇宙機環境プラズマ解析の高解像度化

○上田裕子 (ISAS/JAXA, JST/CREST), 村中崇信 (JEDI/JAXA), 篠原育 (ISAS/JAXA),  
白井英之 (神戸大)

## An Approach for High-resolution Analysis of Spacecraft-Plasma Interactions

Hiroko O. Ueda (ISAS/JAXA, JST/CREST), Takanobu Muranaka (JEDI/JAXA),  
Iku Shinohara (ISAS/JAXA) and Hideyuki Usui (Kobe Univ.)

### 1. 目的および背景

我々は宇宙機とその周辺プラズマの相互作用に関する高精度解析を目的に、スーパーコンピュータ上で並列化された Full PIC シミュレーション技術を中心とするコードを開発し、極軌道衛星に搭載された電位プローブの動作の再現<sup>1)</sup>や、磁気圏など希薄な背景プラズマに比べて高密度な光電子の影響が支配的な環境における電位計測の解析<sup>2)</sup>などが可能となった。しかしこれまでポアソン方程式の解法の制約から全解析空間に一樣な等幅格子を用いており、またノード並列計算の規模を拡大することも難しかった。したがって、衛星サイズに比べて小さい構造、たとえば細長いブームとその先端に取り付けられたセンサやセイル薄膜の厚さなどの現実的なモデル化には不適であり、また能動的帯電緩和装置やイオンエンジンからのプルームのように背景プラズマに比べて数桁以上の密度比を有する状況を解析することは困難であった。しかし新たな宇宙探査ミッションの検討においてはこのような条件の解析が期待されている。そこで、大規模な計算機資源をより有効に使用しながら高精度な空間解像度での解析を可能にするため、一部の空間に高解像度格子を用いる nested grid に対応したコードへと拡張を行っている。

そのためにはポアソン方程式の解法の変更と、解像度の異なる境界領域における粒子の処理が必要となる。本稿では開発の途中経過として、これまでに実装した Multigrid 法を用いたポアソン方程式ソルバについて、その精度と速度などの検討結果を示す。

### 2. Multigrid法によるポアソン方程式ソルバ

Nested grid では、図2に示すようにたとえば宇宙機構造の詳細なモデル化が必要な部分にだけ細

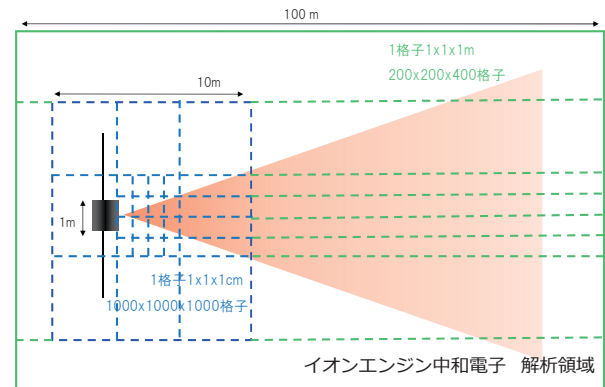


図1. 期待される解析モデルの例。高密度領域は高解像度格子 (青線内)、周辺は粗格子を用い、高密度領域ほど多数の計算機ノードが担当する。

い格子を用い、一方デバイ長が大きい背景プラズマ領域には粗い格子を用いるなどして、計算機資源を有効に利用しながら解析モデルの制約を大きく緩和することができる。従来はポアソン方程式の解法として高速に厳密解が得られるフーリエ変換法を用いており、全空間に一樣な等幅格子が必要であった。新たなポアソン解法は、nested grid に対応できることはもちろん、十分な精度と高速性を有し、さらにスーパーコンピュータを活用するために領域分割並列化が容易であることが要求される。これらを満たす手法として我々は Multigrid 法<sup>3)</sup>を採用することとした。

これは解像度の異なる複数の格子を導入し、各格子上で直接法や反復法により解を計算し、さらにこの手続きを何回か繰り返して最終的に最も細かい格子での解を求める方法である。一般には図3に示すように格子幅は上位のレベルに向かって1/2倍ずつ小さくなる。図4に示すようにまず最も粗い格子上で直接法により厳密解を求めるが、我々はここにフーリエ変換法を用いる。上位レベルの格子上ではそれを補間した値を初期値とし

て反復法により近似解を計算し、また各レベルで残差を求め、最上位の格子の最終的な解に反映させる。すなわち Multigrid 法は、下位の格子から上位の格子に対して適切な初期値を提供することで、少ない反復回数で最終的な解に到達させることができる。反復法としてはアルゴリズムが単純で領域分割並列化に適している Red-black Gauss-Seidel 法を採用した。

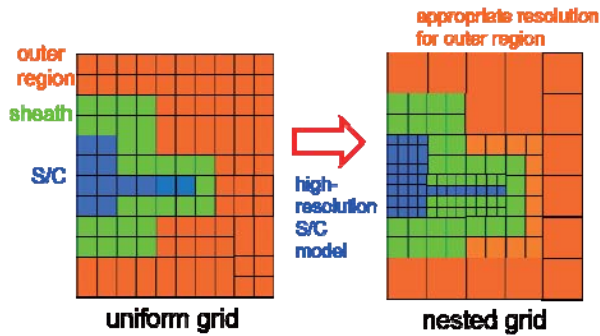


図 2. 等幅格子と多層格子(nested grid)

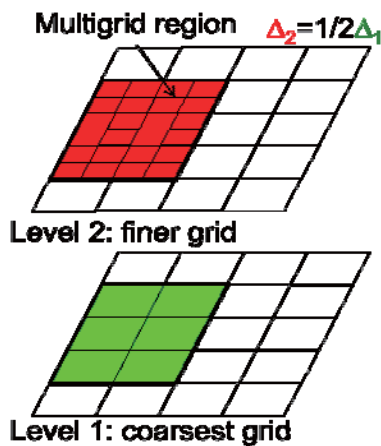


図 3. Multigrid 法における格子レベル

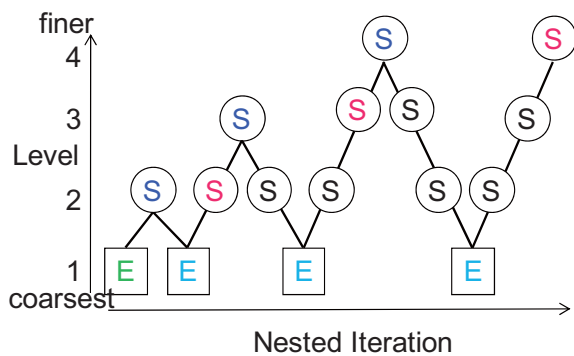


図 4. Multigrid 法の反復シーケンス

### 3. 精度と速度

前節で述べた Multigrid 法によるポアソン解の精度を 2 次元モデルにより確認した。解析空間は図 5 の赤線で示す領域内とし、参考のためまず全領域に対して格子幅 1/64m の等幅格子上でサイン変換による解を求め (SFT)、それに対して図 5 の緑線で示す範囲を Multigrid 領域としレベル 1 の格子幅は 1m、最上位のレベル 7 では 1/64m とする場合 (MG32) と、青線で示す中央の 10m 四方だけを同じ格子幅の Multigrid 領域とする場合 (MG10) を比較した。表 1 に 3 つのケースそれぞれの格子数と格子幅を示す。

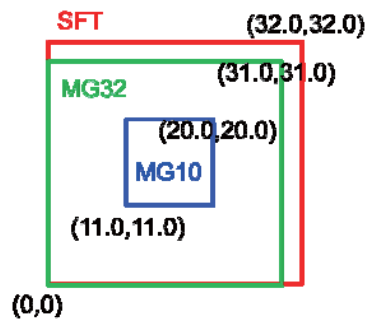


図 5. 計算領域

表 1. 各ケースの格子数(上)と格子幅(下)

	SFT	MG32	MG10
Total	2048x2048 1/64m	33x33 1m	33x33 1m
Multigrid (coarsest)	---	32x32 1m	10x10 1m
Multigrid (finest)	---	1985x1985 1/64m	577x577 1/64m

$$\rho(x, y) = \exp(-(x - 16)^2) \cdot \exp(-(y - 16)^2)$$

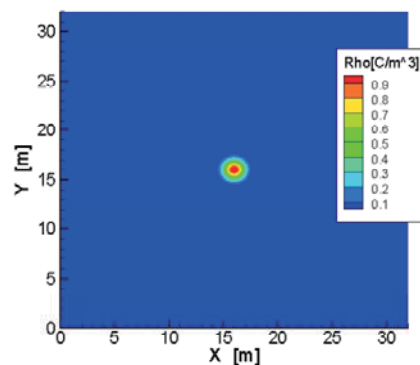
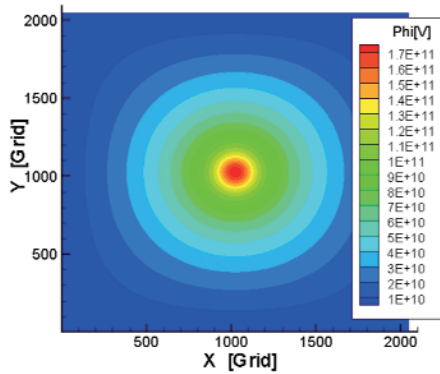
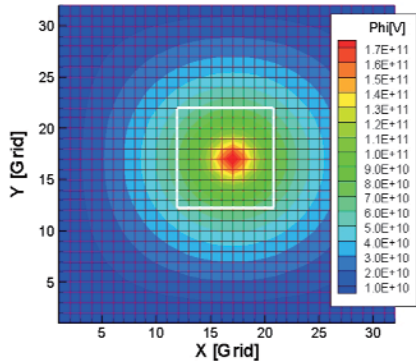


図 6. 電荷密度分布

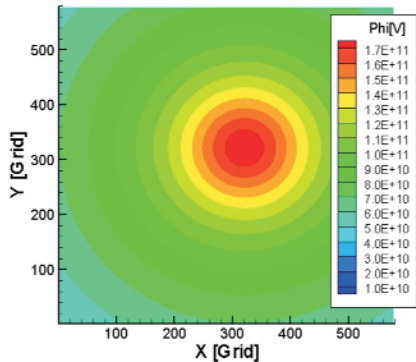
また電荷密度を図6のように設定した。図7(a)はサイン変換により得られた電位分布、図7(b),(c)はそれぞれ全領域の粗格子上的初期電位とMG10の場合の最上位レベルの解である。また図8には3ケースの $y=16.0$ 上の1次元電位分布を示す。図8からわかるようにMultigrid法による解はサイン変換による解と良く一致し、このモデルではMG10の場合はMultigrid領域外との境界における不連続は見られない。



(a) 2048x2048



(b) coarsest: 32x32



(c) finest: 577x577

図6. 電位分布 (a)SFTの解, (b)全領域の粗格子上的初期値, (c)Multigrid領域MG10の解

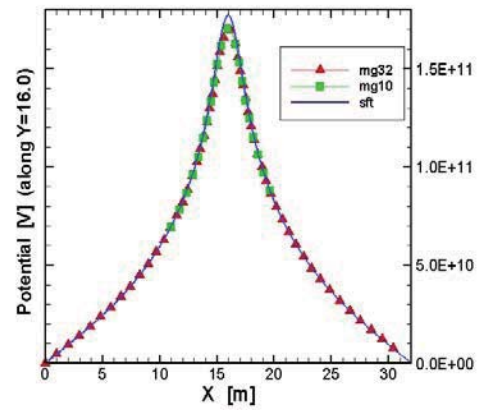
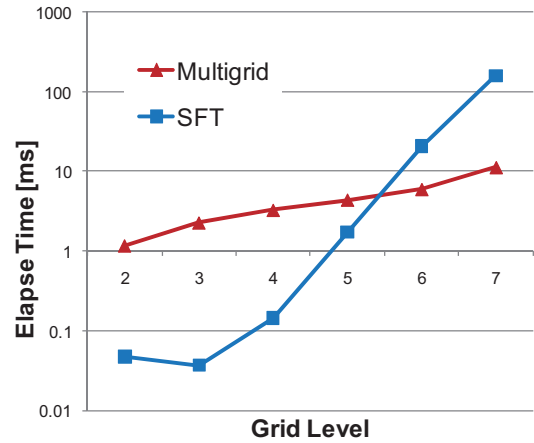


図8. Y=16.0上の電位分布



Grid Level 1: 8x8x8 grid  
Grid Level 7: 512x512x512 grid

図9. 計算時間の比較

一方図9には、3次元の8x8x8粗格子に対して各レベルの解像度の解を得るのに要した計算時間を、サイン変換法で同じ解像度の場合と比較して示す。その結から、レベル5(128x128x128格子)以下はサイン変換法が速いが、それ以上では逆転することがわかる。すなわち高解像度の大規模差分ポアソン解法としては、Multigrid法は勝ることが明らかである。

また既にこの3次元コードの領域分割並列化に着手しているが、並列化によるオーバーヘッドは数%以下、並列化効率も十分に高いというデータが得られている。

従ってPICコードをnested grid化し、その部分的に高解像度の領域を高並列化されたMultigrid法で解くことの有効性は十分に期待できる。

#### 4. まとめと今後の予定

宇宙機環境プラズマ解析の高解像度化および解析領域拡大を同時に満たすために `nested grid` の導入は重要な課題であった。これに対応するポアソン解法として今回検討した `Multigrid` 法は精度、速度共に十分に有効であることが確認された。これまでに本稿で述べた `Multigrid` 法による3次元ポアソン・ソルバを実装し、領域分割並列化の評価を行っている。

一方、PICシミュレーションとしては格子幅が異なる境界を出入りする粒子を監視しその際の粒子の分割や合体といった処理の実装が残されており、境界におけるエネルギーなど物理量の不連続などの問題に注意する必要がある。

完成後には、次世代の惑星間空間航行システムとして検討されているソーラーセイルの帯電解析や、イオンエンジンからのプルームの宇宙機への影響解析などに適用が期待できる。

#### 参考文献

- 1) H. O. Ueda, M. Okada, H. Usui, T. Muranaka, I. Shinohara: Estimation of Auroral Environment by Electrostatic Full-particle Simulations Modeling of REIMEI Satellite Observations, Trans. JSASS Space Tech. Japan, vol.7, no.ists26, pp.Pr\_2\_13-Pr\_2\_18, 2009.
- 2) T. Muranaka, H. O. Ueda, H. Usui and I. Shinohara: Numerical Evaluation of Electric Field Observed in the Magnetospheric Plasma, 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA-2009-0457, 2009.
- 3) W. H. Press and S. A. Teukolsky: Multigrid methods for boundary value problems. 1., *Compt. in Phys.*, vol.5, pp.514-519, 1991.