

液滴による空力騒音低減に関する研究

平石 雅之¹⁾, 蔦原 道久²⁾, 田尻 慎介¹⁾, 村上 桂一³⁾, 青山 剛史³⁾

1) 神戸大学自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

2) 神戸大学工学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

3) 宇宙航空研究開発機構 (〒182-0012 東京都調布市深大寺東町 7-44-1)

Study of noise reduction by water droplets

by

Masayuki Hiraishi, Michihisa Tsutahara, Shinsuke Tajiri, Keiichi Murakami, Takashi Aoyama

ABSTRACT

The acoustic noise generated by the jet of a rocket launching becomes a serious problem for an on-board satellite now. It has been known that we can reduce this noise by spraying water into the jet. But this mechanism is not clarified. In this report, we carry out two-dimensional numerical simulations of interaction between water droplets and acoustic sound by the Finite Difference Lattice Boltzmann method. We also carry out the simulation for solid bodies for comparison. It is shown that some differences appear in the sound pressure fields between the two.

1. 緒言

現在、ロケット打ち上げ時のプルームに起因する轟音がロケット先端のフェアリングを透過し、内部の人工衛星に影響を及ぼすことが懸念されている。この轟音抑制のための試みとして、プルームに水を噴射することで轟音を低減できることが知られており、H-IIA ロケット打ち上げにも適用され一定の効果が確認されている。この現象は、水によるプルームエネルギーの削減及び液滴による音波の吸収・散乱や、液滴の変形などが複雑に絡み合っていると考えられるが、詳細なメカニズムは解明されていない。音波と液滴の相互作用を実験でとらえることは非常に困難であるため、メカニズム解明のためには音波と液滴が互いに及ぼす影響をとらえることのできる計算手法の開発が必要であると考えられる。しかし、従来の Navier-Stokes 方程式系を用いた解法では、これらの複数の現象が複雑に影響し合う流れを定式化し直接計算することは困難である。一方、差分格子ボルツマン法(以下 FDLBM)は過去の研究から混相流への適用が容易である^{[1][2]}ことや、Navier-Stokes 方程式系に比べて低精度のスキームで精度よく音波の計算ができる^[3]といった利点が挙げられている。そこで本研究では FDLBM を用いて 2次元における数値解析を行い、轟音低減に関する基礎的な研究を行った。

2. 差分格子ボルツマン法

差分格子ボルツマン法は、格子ボルツマン法(以下 LBM)に安定な差分スキームを導入し、格子と離散的粒子速度を独立に扱えるようにした手法である。

2.1 基礎方程式

一連の粒子運動は速度 \mathbf{c}_i を持つ粒子数密度を表す分布関数 f_i^k を用いて表される。本研究では、格子 BGK モデルに修正項を付加したモデルを使用し、基礎方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial f_i^k}{\partial t} + \mathbf{c}_i \cdot \nabla f_i^k - \mathbf{a} \mathbf{c}_i \cdot \nabla \frac{f_i^k - f_i^{eqk}}{\phi} = -\frac{1}{\phi} (f_i^k - f_i^{eqk}) \dots \dots \dots (1)$$

ここで i は粒子の方向を表しており、 i について総和を取らないこととし以降も同様である。 ϕ は単一時間緩和係数であり、 f_i^{eq} は平衡分布関数である。式(1)の左辺第 3 項は巨視的な式としての Navier-Stokes 方程式に現れる粘性係数と、

単一時間緩和係数との関係を調整する項であり、この項を加えることにより計算を安定に高速化できる^[4]。右辺は衝突により粒子分布が平衡状態に向かうことを意味する。また、多相流体を模擬するためには式(1)に記した k に対し、全ての相について f_i^k の時間発展を計算する必要がある。本研究では気液二相流についてシミュレーションを行うため、便宜上 $k=G$ を気相流体、 $k=L$ を液相流体として表記する。FDLBM では LBM の定義同様、格子点における流体のマクロ量は、全粒子の分布関数に粒子速度のモーメントをかけて足し合わせたものに等しい。したがって格子点上での流体の密度、運動量、エネルギーは分布関数を用いて次のように定義される。

$$\rho^k = \sum_i f_i^k \dots \dots \dots (2)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_{i,k} f_i^k \mathbf{c}_i \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{1}{2} \rho u^2 + \rho e = \sum_{i,k} \frac{1}{2} f_i^k c_i^2 \dots \dots \dots (4)$$

ここで ρ^k は各相の密度であり、各格子点における密度は $\rho = \rho^G + \rho^L$ である。 \mathbf{u} 及び u は流速ベクトルとその大きさ、 e は内部エネルギーを表す。また $c_i = |\mathbf{c}_i|$ である。

2.2 モデルの詳細

離散化 BGK モデルとして Fig.1 に示すような粒子速度を持つ 2次元熱流体モデル(2D21V モデル)^[5]を採用する。21種類の粒子速度は Table 1 に示すように定義される。式(1)における局所平衡分布関数は、巨視的な流れ場の変数である密度、流速、内部エネルギーにより一意に決まり、式(5)で定義される。

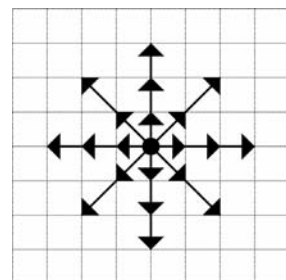


Fig. 1 Distribution of particles in 2D21V model

Table 1 Velocity set in 2D21V model

i	Velocity vector	$ \mathbf{c}_i $
1	(0, 0)	0
2-5	(1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1)	1
6-9	(2, 0), (0, 2), (-2, 0), (0, -2)	2
10-13	(3, 0), (0, 3), (-3, 0), (0, -3)	3
14-17	(1, 1), (-1, 1), (-1, -1), (1, -1)	$\sqrt{2}$
18-21	(2, 2), (-2, 2), (-2, -2), (2, -2)	$2\sqrt{2}$

$$f_i^{eqk} = F_i \rho^k [1 - 2B \mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u} + 2B (\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2 + Bu^2 - \frac{4}{3} B^3 (\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^3 - 2B^2 u^2 \mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}] \quad \dots \dots \dots (5)$$

このとき変数 B 及び F_i は以下の式(6)から式(12)で定義される。なお、本モデルにおける離散的粒子速度の最小速度の大きさは1であるので式(7)から式(12)における c はすべて1とする。

$$B = -\frac{1}{2e} \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$F_i = 1 + \frac{5}{4Bc^2} \left(\frac{17}{96B^2c^4} + \frac{35}{48Bc^2} + \frac{49}{45} \right) \quad (i=1) \quad \dots \dots \dots (7)$$

$$F_i = -\frac{1}{8Bc^2} \left(\frac{13}{16B^2c^4} + \frac{71}{24Bc^2} + 3 \right) \quad (i=2-5) \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$F_i = \frac{1}{16Bc^2} \left(\frac{5}{16B^2c^4} + \frac{25}{24Bc^2} + \frac{3}{5} \right) \quad (i=6-9) \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$F_i = -\frac{1}{24Bc^2} \left(\frac{1}{16B^2c^4} + \frac{1}{8Bc^2} + \frac{1}{15} \right) \quad (i=10-13) \quad \dots \dots \dots (10)$$

$$F_i = \frac{1}{4B^3c^6} \left(\frac{Bc^2}{3} + \frac{1}{8} \right) \quad (i=14-17) \quad \dots \dots \dots (11)$$

$$F_i = -\frac{1}{1536B^3c^6} (2Bc^2 + 3) \quad (i=18-21) \quad \dots \dots \dots (12)$$

以上の定義を用いて支配方程式の Chapman-Enskog 展開を行うことによって、連続の式および Navier-Stokes 方程式を導くことができる。このとき、衝突項に現れる局所平衡分布関数 $f_i^{eq} = f_i^{eq}(\rho^k, \mathbf{u})$ に用いる流れ場の変数を式(13)(14)のように外力 \mathbf{F}^k を付加して定義すると、式(15)のような Navier-Stokes 方程式を導くことができる。

$$\rho^k \rightarrow \rho^k \quad \dots \dots \dots (13)$$

$$\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u} + \phi \mathbf{F}^k \quad \dots \dots \dots (14)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \lambda \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \rho^k \mathbf{F}^k \quad \dots \dots \dots (15)$$

この外力 \mathbf{F}^k として重力や3.1節に述べる表面張力、さらに3.2節に示す非圧縮性および密度比を考慮して導出した外力を与える。

3. 気液二相流モデルの提案

3.1 表面張力および非混和モデル

多相流解析では表面張力を考慮したモデルの提案と同時に数値拡散による相混和を防ぐための多相流非混和モデルの提案もなされている^[6]。本研究ではGunstensenの提案した二粒子モデル^[7]を改善したLatva-Kokkoの拡散スキームモデル^{[8][9]}を修正してFDLBMに取り入れた。以下にその概要を示す。まず、表面張力モデルとしてはLevel-Set法など他の計算手法でも広く用いられているContinuum Surface Force (CSF)^[10]を用いる。この手法では、界面曲率の幾何計算を行うことで表面張力が導出される。幾何計算によって導出される表面張力 \mathbf{F}_s は

$$\mathbf{F}_s = \sigma \kappa \hat{\mathbf{n}} \quad \dots \dots \dots (16)$$

と表される。 σ は表面張力係数、 κ は二相界面の曲率、 $\hat{\mathbf{n}}$ は界面の法線方向単位ベクトルを表し、 $\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{x}) = \mathbf{n}(\mathbf{x}) / |\mathbf{n}(\mathbf{x})|$ である。ここで \mathbf{x} は空間ベクトルである。界面の法線方向ベクトル $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ は拡散界面に連続的に存在する粒子密度を用いて

$$\mathbf{n}(\mathbf{x}) = \nabla (\rho^G(\mathbf{x}) - \rho^L(\mathbf{x})) \quad \dots \dots \dots (17)$$

で導出できる。界面曲率 κ はこの界面法線方向ベクトル $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ を用いて以下のように表される。

$$\kappa = -(\nabla \cdot \hat{\mathbf{n}}) = \frac{1}{|\mathbf{n}|} \left[\left(\frac{\mathbf{n}}{|\mathbf{n}|} \cdot \nabla \right) |\mathbf{n}| - (\nabla \cdot \mathbf{n}) \right] \quad \dots \dots \dots (18)$$

つぎに、非混和モデルとして Latva-Kokko の拡散スキームにより人工的な相分離をおこなう。このスキームは界面に対して速度分布関数を対照的に再分布させるが、ある程度の相混和を許すために計算の安定性がよいと考えられる。Latva-Kokko は LBM において衝突計算の後に速度分布関数の再分布を行う手法を示したが、移流と衝突が同時におこなわれる FDLBM では再分布も移流・衝突と同時ににおこなわれる必要がある。そこで移流と衝突さらに速度分布関数の再分布を同時におこなうために時間発展の支配方程式である式(1)を式(19)の右辺第2項を付加した形に修正する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_i^k}{\partial t} + \mathbf{c}_i \cdot \nabla f_i^k - \mathbf{a} \mathbf{c}_i \cdot \nabla \frac{f_i^k - f_i^{eqk}}{\phi} \\ = -\frac{1}{\phi} (f_i^k - f_i^{eqk}) + (f_i^k - f_i^{*k}) \quad \dots \dots \dots (19) \end{aligned}$$

ここで、右辺第2項は速度分布関数の拡散を抑える項であり、 f_i^{*k} は界面勾配の計算から導出される再分布された速度分布関数である。 f_i^{*k} は下式で表される。

$$\begin{aligned}
 f_i^{*G} &= \frac{\rho^G}{\rho^G + \rho^L} (f_i^G + f_i^L) \\
 &+ \varepsilon \frac{\rho^G \rho^L}{(\rho^G + \rho^L)^2} (f_i^{eqG(0)} + f_i^{eqL(0)}) \cos \varphi|_i \\
 f_i^{*L} &= \frac{\rho^L}{\rho^G + \rho^L} (f_i^G + f_i^L) \\
 &+ \varepsilon \frac{\rho^G \rho^L}{(\rho^G + \rho^L)^2} (f_i^{eqG(0)} + f_i^{eqL(0)}) \cos \varphi|_i \\
 &\dots\dots\dots(20)
 \end{aligned}$$

ε は拡散界面の厚さを制御する界面分離係数, $f_i^{eqk(0)}$ は自然拡散を考慮するための速度 $\mathbf{0}$ の局所平衡分布関数である. 各 i 方向における f_i^G, f_i^L の和は変化しないので, 密度および運動量が保存されることは明白である. また, φ は界面勾配 (式(22)で表される粒子密度の勾配) の方向と粒子速度ベクトル方向のなす角度であり式(21)(22)から導出される.

$$\cos \varphi|_i = \frac{\mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_i}{|\mathbf{G}| \cdot |\mathbf{c}_i|} \dots\dots\dots(21)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \sum_i \mathbf{c}_i [\rho^G(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i) - \rho^L(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i)] \dots\dots\dots(22)$$

3.2 非圧縮性と密度比を考慮したモデル

次に二粒子の密度比に応じた慣性力を考慮するために液相粒子と気相粒子の密度比に応じた力積を求めることにより, 二粒子の加速度を修正するモデルを提案する.

まず, FDLBM を用いて計算を行い, 各粒子の密度, 速度および圧力を求める. それらの値を用いて導出されるべき Navier-Stokes 方程式を離散化して圧力と粘性による外力を計算する. 気相粒子を空気, 液相粒子を水と考えた時, 水は空気に対して密度は約 800 倍, 動粘性は約 1/15 倍である. この場合に作用する圧力項および粘性項で示される外力を式(23)に示す.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_i^L &= -\mathbf{a}^L + \mathbf{a}^{*L} \\
 &= -\left(-\frac{\nabla P}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \right) + \left(-\frac{1}{800} \frac{\nabla P'}{\rho} + \frac{1}{15} \nu \nabla^2 \mathbf{u} \right) \\
 &\dots\dots\dots(23)
 \end{aligned}$$

ここで, P' は実効圧力を表している. また, \mathbf{a}^L は気体に対して密度の違いがない場合に働く加速度, \mathbf{a}^{*L} は密度の違いと粘性比を考慮した加速度を意味する. この外力を与えることによって, 外力を加えられた流体粒子は加速度 \mathbf{a}^{*L} で流動することになる.

液体は圧力の変化に対し密度の変化が小さく, 逆に気体に比べて密度が少し変化すると圧力が大きく変化する. このことを式(24)に示した液体圧力の構成方程式を用いて考慮する. β は圧力変化の大きさを操作するパラメーターであり, 流体の体積弾性係数に相当する. P_0 は静止状態における圧力, ρ_0^L は基準となる液体粒子密度で今回の計算では初期粒子密度を 1 としたので, 基準液体粒子密度 ρ_0^L も 1 とした. この式(24)を用いることで液相においては, ρ^L が 1 を少しでも超えれば, 実効圧力 P' が大きく変化することを意味している.

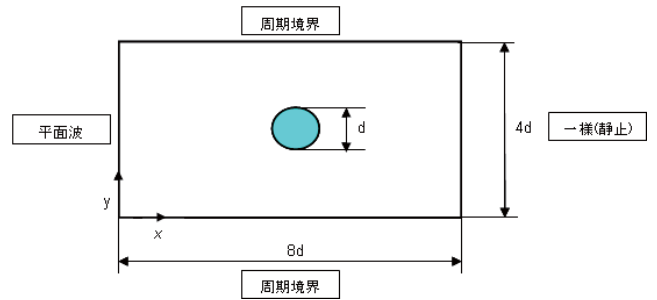


Fig.2 Schematic diagram

$$P' = P_0 + \beta \frac{\rho^L - \rho_0^L}{\rho_0^L} \dots\dots\dots(24)$$

4. 音波と液滴の干渉に関する数値解析

4.1 問題設定

音波と液滴の干渉について考察するための簡単なモデルとして矩形領域中央に液滴を配置し, 左から平面波を入射させる場合について考える (Fig.2). また液滴が縦方向に並んでいることを想定し上下は周期境界条件とする. 音波は計算領域左端から正弦波形で与えるものとし, $P = P_0 [1 + 0.01 \sin(2\pi f t)]$ となるように密度変動として与える. t は時間, f は周波数である. 計算領域は液滴の直径 d に対して $8d \times 4d$ とし, 格子数を 161×81 とした. 但し計算領域の右側に 10 点の減衰領域をもうけた. 時間積分法には 2 次精度の Runge-Kutta 法を用い, 移流項の差分近似は密度の 2 階微分に対してしきい値を設定し, 勾配が大きい場所では 1 次精度風上差分, 小さい場所では 3 次精度風上差分となるように適用した. また動粘性係数を $\nu = 1.0 \times 10^{-5}$, 表面張力係数を $\sigma = 1 \times 10^{-7}$, 界面分離係数を $\kappa = 850$ とした. 計算は液滴の直径 d と音波の波長 λ との比が $d/\lambda = 0.10, 0.25, 0.50, 1.00$ の場合についておこない物体が液体の場合と固体の場合での比較をした.

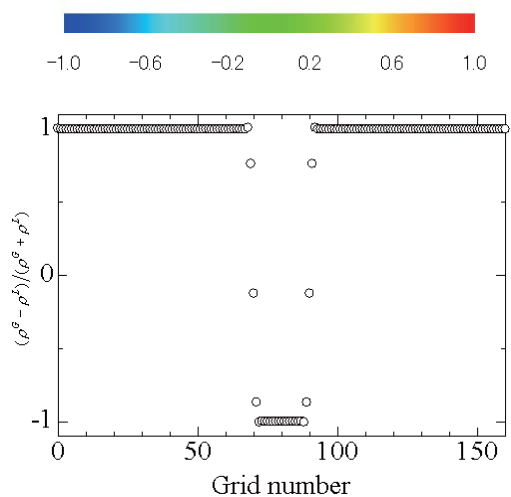
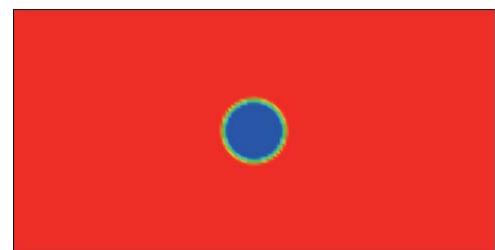


Fig.3 Initial condition

4.2 計算結果

まず Fig.3 に計算初期における気液の密度の割合(ρ^G/ρ^L)/($\rho^G+\rho^L$)を示す. 気液の界面が少ない格子点で表現されていることが確認できる.

Fig.4 および Fig.5 はそれぞれ液滴および固体の物体がある場合の流れ場の圧力分布から時間平均圧力を差し引いたものである. 図より音波の波長が短くなるにつれて物体の影響は大きくなっていることが確認できる. また液滴と固体の物体とでは音場のパターンが異なり、後で見ると液滴の場合にはその前方で固体の場合よりも強い圧力変動が発生している.

次に Fig.6 および Fig.7 に液滴および固体の物体がある場合の音圧レベルを示す. 但し音圧レベルは次式によって定義する.

$$p = \frac{P - \langle P \rangle}{P_0} \times 101.3 \times 10^3 \text{ [Pa]} \dots\dots\dots(25)$$

$$L_p = 20 \log_{10} \frac{\sqrt{\langle p^2 \rangle}}{p_0} \text{ [dB]} \dots\dots\dots(26)$$

ここで $\langle \rangle$ は時間平均を表し, 基準音圧は $p_0=2.0 \times 10^{-5}$ [Pa] である. 液滴と音波が干渉する際には液滴の前方で強い圧力変動が生じ, 音場全体に影響を与えていることが確認できる. 一方, 固体の物体の場合ではそのような圧力変動は生じていない. この原因としては液滴の変形が考えられる. またどの場合においても物体の後方で音波が減衰していることが確認できる.

Fig.8 に $x=8d$ の断面を通過する音響パワーの平均値を示す. 液滴の場合には音響パワーの減衰は, 液滴に対して音波の波長が短いときにより顕著になるのに対して, 固体の物体の場合には音波の波長の変化に対する音響パワーの減衰の仕方は一定ではない. しかし, これは後方の一断面における結果であり, 減衰の傾向を判断するためには今後より大きい計算領域において計算をし, 領域の全方向について考察する必要がある.

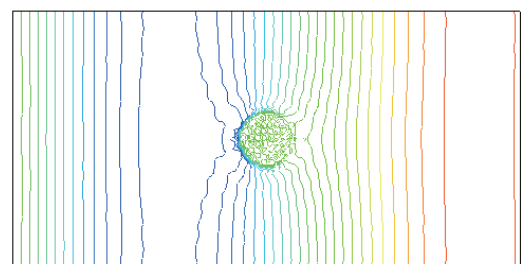
5. 結言

音波と液滴の干渉について考察するために単独の液滴と平面波との干渉の数値解析をおこない, 固体の物体がある場合との比較をおこなった. その結果, どちらの場合においてもその後方で音波が減衰する様子をとらえることができたが, その音圧場のパターンは大きく異なることが確認できた. この原因としては液滴の変形が考えられる. また音波の波長の長さと言響パワーの減衰との関係については今後より大きい計算領域において考察する必要がある.

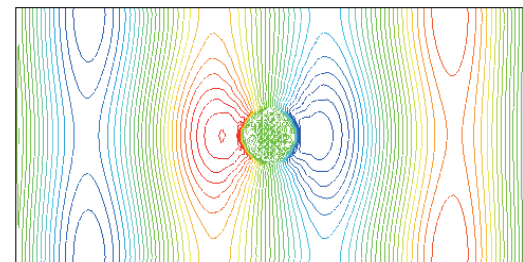
参考文献

[1] Inamuro, T., et al., A lattice Boltzmann method for incompressible two-phase flows with large density differences, J. Computational Physics, 198 (2004) pp. 628-644.
 [2] Takada, N., and Misawa, M., Examination of Phase-Field Model and Lattice-Boltzmann Scheme for Interface-Tracking Simulation of Two-Phase Flow, 18th Symposium of Numerical Fluid Dynamics, D4-2.
 [3] Tsutahara, M., et al., Direct Simulation of Acoustic Waves by the Finite Difference Lattice Boltzmann Method, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B, Vol.69, No.680 (2003), pp.89-95.

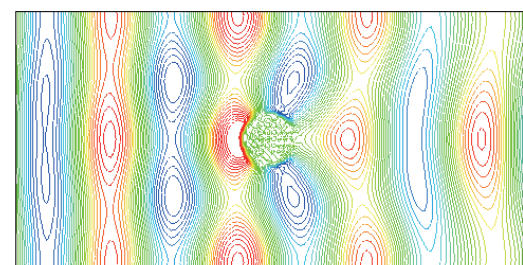
[4] Tsutahara, M., et al., A Study of New Finite Difference Lattice Boltzmann Model, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B, Vol.68, No.665(2002) pp.15-21.
 [5] Tsutahara, M., et al., Lattice Gas and Lattice Boltzmann Methods, (1999), CORONA PUBLISHING Co.Ltd.
 [6] Swift, M.R., et al., Yeomans, Lattice Boltzmann simulations of liquid-gas and binary-fluid systems. Phys. Rev. E, 54 (1996) pp. 5041-5052.
 [7] Gunstensen, A.K., et al., Lattice Boltzmann model of immiscible fluid, Phys. Rev. A, 43 (1991)pp.4320-4327.
 [8] Latva-Kokko, M., and Rothman, D.H., Diffusion properties of gradient-based lattice Boltzmann models of immiscible fluids, Phys. Rev. E, 71 (2005)056702.
 [9] Latva-Kokko, M., and Rothman, D.H., Static contact angle in lattice Boltzmann models of immiscible fluids, Phys. Rev. E, 72 (2005) 046701.
 [10] Brackbill, J.U., et al., A continuum method for modeling surface tension, J. Comput. Phys., 100 (1992) pp.335-354.



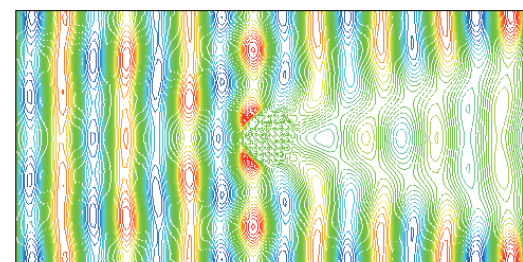
(a) $d/\lambda = 0.10$



(b) $d/\lambda = 0.25$



(c) $d/\lambda = 0.50$



(d) $d/\lambda = 1.0$

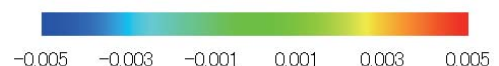
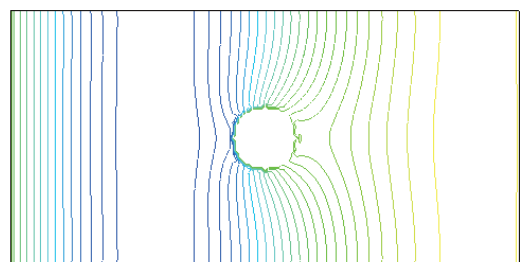
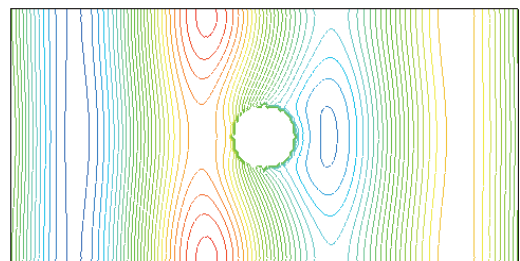


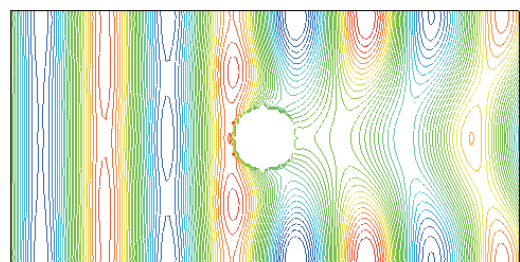
Fig.4 Pressure distribution (Droplet).



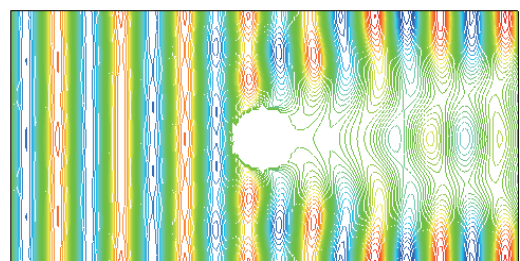
(a) $d/\lambda = 0.10$



(b) $d/\lambda = 0.25$



(c) $d/\lambda = 0.50$



(d) $d/\lambda = 1.00$

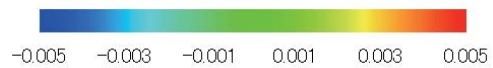
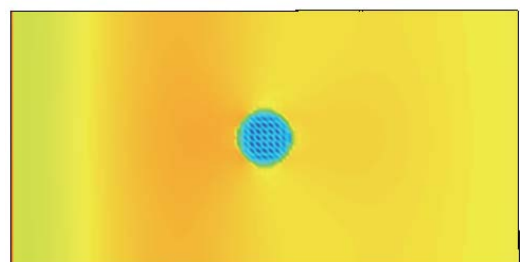
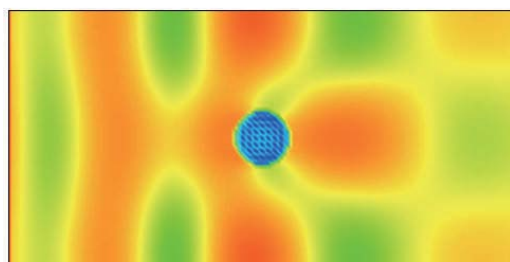


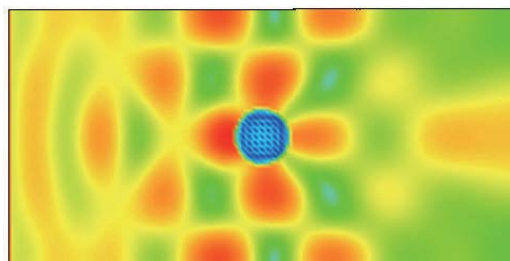
Fig.5 Pressure distribution (Solid).



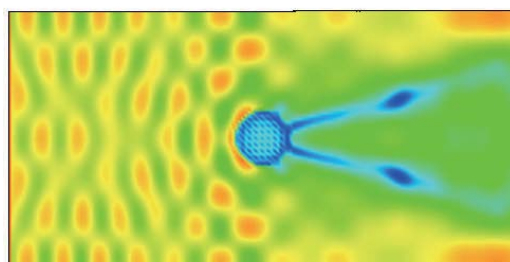
(a) $d/\lambda = 0.10$



(b) $d/\lambda = 0.25$



(c) $d/\lambda = 0.50$



(d) $d/\lambda = 1.00$

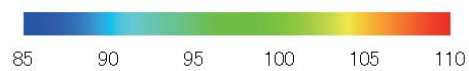
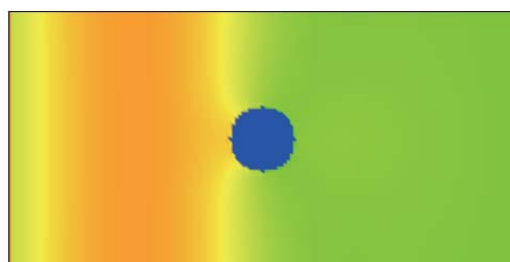
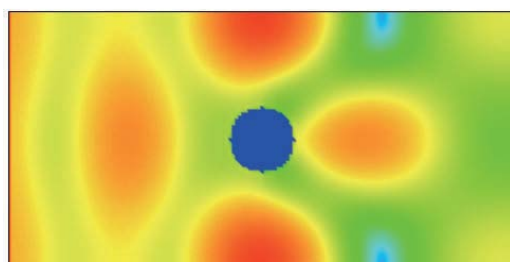


Fig.6 Sound pressure level (Droplet).



(a) $d/\lambda = 0.10$



(b) $d/\lambda = 0.25$

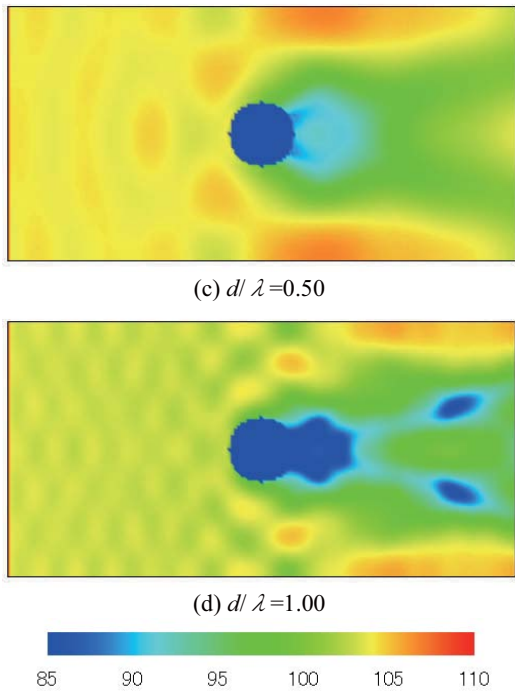


Fig.7 Sound pressure level (Solid).

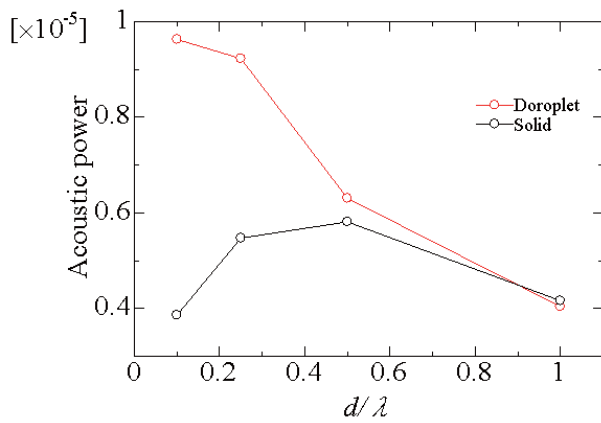


Fig.8 Acoustic power