

No. 1 平行平板間乱流における圧力変動のレイノルズ数依存性 に関する DNS による研究

阿部浩幸, 松尾裕一 (JAXA), 河村洋 (東理大)

A DNS study of Reynolds-number dependence on pressure fluctuations in a turbulent channel flow

H. Abe*, Y. Matsuo*, and H. Kawamura**

* Japan Aerospace Exploration Agency

** Dept. of Mech. Eng., Tokyo University of Science

ABSTRACT

Direct numerical simulation of a turbulent channel flow has been carried out at four Reynolds numbers, 180, 395, 640 and 1020, based on the friction velocity and the channel half width in order to investigate the Reynolds-number dependence on the pressure fluctuations. In the present study, root-mean square values and power spectra of the pressure fluctuations are presented and their Reynolds-number effects are discussed.

Keywords : Direct numerical simulation, pressure fluctuations, large-scale structures

1. はじめに

壁乱流における圧力変動の挙動を把握することは、乱流騒音、振動の予測やより高い精度の乱流モデルの構築に非常に重要である。一方、圧力変動は、速度変動や渦度変動のようではなく、領域全体で値が決定されるグローバルな物理量であることから、その性質を調べることは非常に難しい。そのため、過去何十年にわたり、数多くの実験的・理論的研究が行われてきた（例えば、Willmarth¹⁾; Eckelmann²⁾; Bull³⁾）。

このような状況のもと、近年の数値計算技術、計算機能力の向上とともに、直接数値シミュレーション(Direct Numerical Simulation; DNS)による圧力の3次元的な挙動の解析が可能となった^{4,6)}。例えば、Kim⁴⁾は、壁面摩擦速度 u_τ とチャンネル半幅 δ に基づくレイノルズ数 $Re_\tau = u_\tau \delta / \nu = 180$ のDNSを実行し、平行平板乱流における圧力変動の特徴を調べている。特に、彼は、ポアソン方程式のソース項における線形項、非線形項の挙動を調べるとともに、それぞれの項についてポアソン方程式を計算し、圧力変動を線形項(Rapid項)、非線形項(Slow項)に分離して調べている。その結果、壁面近傍では、Rapid項とSlow項が同程度の寄与をし、それ以外の領域では、Slow項がRapid項よりも大きな寄与をすることを指摘している。Choi & Moin⁵⁾は、 $Re_\tau = 180$ の平行平板間乱流のDNSを実行し、壁面圧力変動の時空間の挙動を、特に、スケーリング則について、既存の実験結果と比較することにより議論している。彼らによれば、壁面圧力変動の周波数スペクトルは、内層の物理量で無次元化した場合は高周波数域がスケーリングされ、外層の物理量で無次

元化した場合は低周波数域がスケーリングされると報告している。Johanssonら⁶⁾は、 $Re_\tau = 180$ の平行平板間乱流のDNSデータベースを用い、壁面近傍の乱流構造の条件付き抽出を行った。彼らは、強い局所的な高圧領域は、せん断層の構造に関係していることを指摘している。しかし、今までの圧力変動のDNSによる解析は $Re_\tau < 400$ で行われており、 $Re_\tau = 180$ のDNSには低レイノルズ数効果が存在するため、このレイノルズ数の範囲でレイノルズ数依存性を検討することは難しい。

そこで、本研究では、Abeら⁷⁾の $Re_\tau = 180 \sim 1020$ の平行平板間乱流のDNSデータベースを用い、圧力変動のRMS値、パワースペクトルに対し、レイノルズ数依存性を検討することを目的とする。

2. 計算手法及び計算パラメータ

流れは十分発達した平行平板間乱流を用い、平均圧力勾配で駆動されるものとした。レイノルズ数は、 $Re_\tau = 180, 395, 640, 1020$ の4種類に設定した。計算領域、所用格子数、空間解像度などのパラメータはAbeら⁷⁾と同様である。なお、計算精度の妥当性や基本的な乱流統計量、乱流構造に対する結果は、Abeら⁷⁻⁹⁾により既に報告している。また、計算手法の詳細はAbeら⁸⁾で既に報告している。

3. 結果及び考察

圧力変動のRMS値 p'_{rms} を壁面せん断応力 τ_w で無次元化し、図1に示す。 p'_{rms}/τ_w は、 y^+ で見ると、レイノルズ数の増加とともにチャンネル全域で値が顕著に増加して

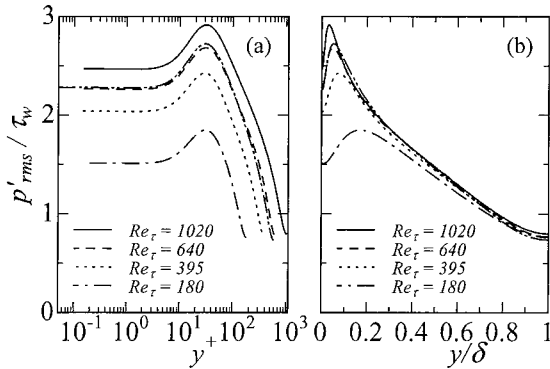


Fig. 1 Root-mean-square values of the pressure fluctuations. ———, Moser et al.¹⁰⁾ at $Re_\tau=590$.

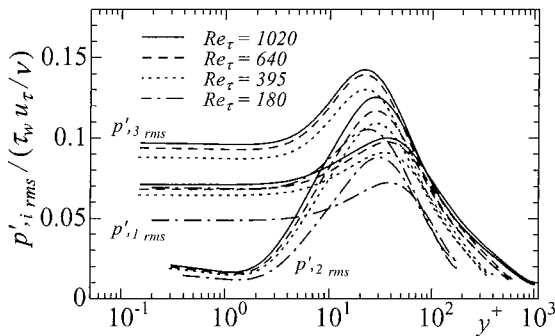


Fig. 2 Root-mean-square values of the pressure derivatives normalized by $\tau_w u_\tau / \nu$.

いる (図1(a)). ここで、ピーク位置は、各レイノルズ数で $y^+ \approx 30$ に現れ、この位置は、ポアソン方程式においてソース項が最大値を示す位置に一致している (Kim⁴⁾). 一方、 p'_{rms}/τ_w は、 y/δ で見ると、今回のレイノルズ数の範囲では、 $y/\delta > 0.2$ でスケージングされる傾向が見受けられた (図1(b)).

圧力変動の1階微分項のRMS値 $p'_{i,rms}$ を $\tau_w u_\tau / \nu$ で無次元化し、図2に示す。 $p'_{i,rms}/(\tau_w u_\tau / \nu)$ は、各レイノルズ数で、 $y^+ < 80$ では非等方的な挙動を、 $y^+ > 80$ では等方的な挙動を示している。レイノルズ数依存性は、 y^+ で見ると、粘性底層、バッファー層で顕著であるが、外層では、 p'_{rms}/τ_w の場合と違い、小さくなる傾向が見受けられる。

図1, 2では、壁面近傍で、圧力変動、一回微分の圧力変動のRMS値が顕著に増加している。ここで、この増加の割合が何らかの関数系で表されるか否かは興味深い。この点を調べるために、圧力変動、一回微分の圧力変動の二乗平均値における壁面漸近値を、横軸にレイノルズ数を取り、図3に示す。図3では、 p'_{rms}^2/τ_w^2 は、 $Re_\tau=1020$ に達しても依然として顕著に増加するのに対し、 $p'_{i,rms}^2/(\tau_w u_\tau / \nu)^2$ は、 $Re_\tau=1020$ に達すると増加の割合が飽和状態になりつつある。ここで、 p'_{rms}^2/τ_w^2 の増加の割合は、

$$p'_{rms}^2/\tau_w^2 = a \log(u_\tau \delta / \nu) + b \quad (a=5.0, b=-9.0) \quad (1)$$

の関数に従っている。この結果は、Bradshaw¹¹⁾, Town-

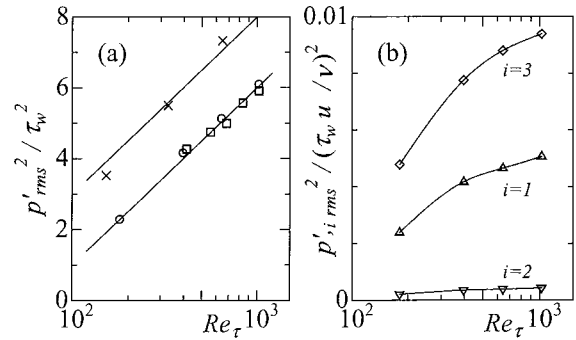


Fig. 3 Near-wall limiting values of p'_{rms}^2/τ_w^2 and $p'_{i,rms}^2/(\tau_w u_\tau / \nu)^2$ as a function of the Reynolds number: (a) p'_{rms}^2/τ_w^2 ; (b) $p'_{i,rms}^2/(\tau_w u_\tau / \nu)^2$. $\circ, \diamond, \triangle, \nabla$, Present; \times , DNS by Spalart¹³⁾; \square , Experiment by Bull & Langeheineken¹⁴⁾.

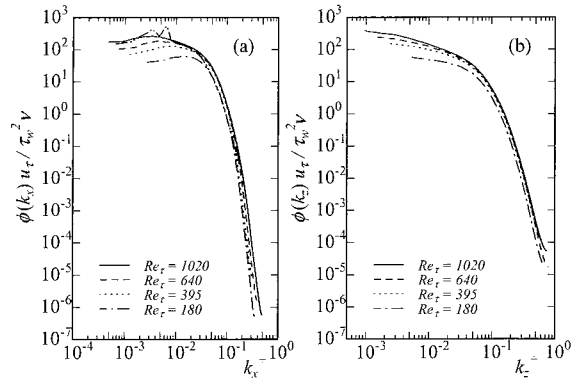


Fig. 4 One-dimensional wavenumber power spectra of the wall pressure fluctuations for $Re_\tau=180, 395, 640$ and 1020 with inner scaling: (a) streamwise; (b) spanwise. ———, Tsuji et al.¹⁵⁾ at $Re_\tau=1092$.

send¹²⁾の解析結果に一致している。また、本計算結果とSpalart¹³⁾の乱流境界層のDNSの結果を比較すると、乱流境界層の圧力変動が平行平板間乱流よりも大きな値を示している。さらに、図3(a)では、興味深いことに、乱流境界層の場合でさえも、切片は違うが傾きは式(1)に従って増加している。一方、本計算結果をBull & Langeheineken¹⁴⁾の円管内乱流の実験の結果と比較すると、両者は非常に良く一致している。この結果は、内部流である平行平板間乱流、円管内乱流は概ね同じ壁面の圧力変動を持つが、外部流である乱流境界層は、外層が内部流とは大きく異なり、粘性領域と非粘性領域がはっきりと現れることから、内部流の圧力変動値よりも大きな値を示すものと考えられる。

圧力変動のパワースペクトルは、次式のように定義される。

$$\int_0^\infty \phi(k_x) dk_x = \int_0^\infty \phi(k_z) dk_z = p_{rms}^2 \quad (2)$$

ここで、 k_x, k_z はそれぞれ流れ方向、スパン方向の波数である。壁面圧力変動のパワースペクトルを、内層のスケージングをし、図4に示す。図4には、Tsujiら¹⁵⁾の

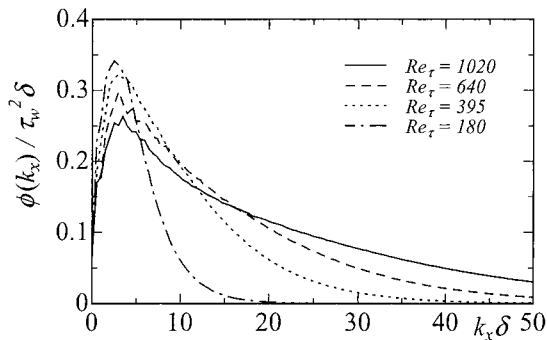


Fig. 5 One-dimensional streamwise wavenumber power spectra of the wall pressure fluctuations for $Re_\tau = 180, 395, 640$ and 1020 normalized by $\tau_w^2 \delta$ at $k_x \delta < 50$.

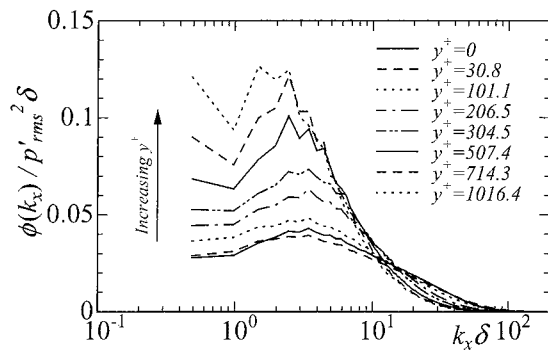


Fig. 6 Streamwise wavenumber power spectra of the pressure fluctuations for $Re_\tau = 1020$ normalized by $p'_{rms} \delta$.

乱流境界層の実験結果を、位相速度を $13u_\tau$ とし、Taylor 仮説を用いてプロットしている。結果として、内層のスケールリングでは、流れ方向、スパン方向のスペクトルにおいて、レイノルズ数が増加するにつれ低波数域のパワーが増加し、それに対し、高波数域のパワーは概ね良くスケールリングされている。このスケールリングの結果は、Choi & Moin⁵⁾, Farabee & Casarella¹⁶⁾の結果に良く一致している。また、 $Re_\tau = 1020$ の結果に対し、Tsuji ら¹⁵⁾の実験結果と比較すると、低波数域では若干差異が生じているが、概ね全波数域でよく一致している。この低波数域の差異は、Tsuji ら¹⁵⁾の周波数スペクトルを波数スペクトルへ変換する際に用いた位相速度が低波数に対しては適していなかったこと、実験におけるバックグラウンドノイズが低周波数域に含まれていたこと、チャンネルと境界層の流れの形態の違いなどが原因と考えられる。また、図4においては、今回のレイノルズ数の範囲では、 k^{-1} の慣性領域は現れていない。それにもかかわらず、図3(a)では、圧力変動の二乗平均値が $\log(Re_\tau)$ の関数に従って増加している。元来、式(1)は、パワースペクトルにおいて、 k^{-1} が存在することを仮定して導出されていることから、図3(a)に見た圧力変動の二乗平均値の増加が式(1)に従う理由は別にあるものと考えられる。

また、図4(a)では、流れ方向のパワースペクトルの低波数域に、ピークが現れている。このピークは、圧力の

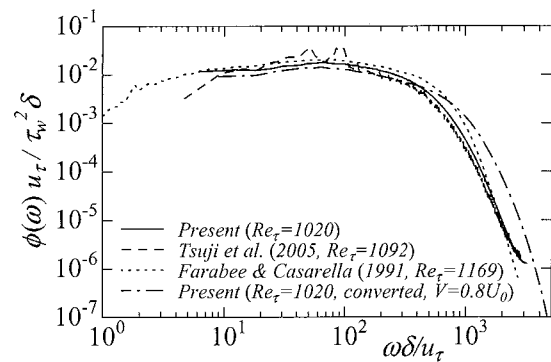


Fig. 7 Frequency spectrum of the wall pressure fluctuations normalized by $u / \tau_w^2 \delta$ at $Re_\tau = 1020$ as compared with the experimental data^{15), 16)}.

グローバルな性質に基づいているものと考えられる。この点を調べるために、図4(a)に示したスペクトルを、 $\tau_w^2 \delta$ で無次元化し、linear スケールで図5に示す。図5には、各レイノルズ数で $k_x \delta = 2.5 \sim 3.4$ に大きなピークが現れている。この波長は、 $1.8 \delta \sim 2.5 \delta$ に相当し、外層の物理量 δ でスケールリングされていることから、ピークの起源は外層にあるものと考えられる。

図5に示したスペクトルのピークの起源を調べるために、 $Re_\tau = 1020$ の各壁からの高さ位置における流れ方向のスペクトルを $p'_{rms} \delta$ で無次元化し、図6に示す。なお、図6に示したスペクトルは、全波数間の値を積分すると1になるように無次元化を施している。図6では、 $y^+ = 30$ の位置のスペクトルと壁面圧力変動のスペクトルが概ね同じ分布を示している。この結果は、Kim⁴⁾, Johansson ら⁶⁾が指摘しているように、壁面圧力変動への主要な寄与はバッファー層からであることを示唆している。一方、壁面から離れるにつれ、高波数域（小さなスケール）の寄与が減少し、低波数域（大きなスケール）の寄与が卓越している。ここで、低波数域を見ると、図4(a)の壁面圧力変動のスペクトルと同様に $k_x \delta = 2.5 \sim 3.4$ の波数域にピークが見受けられ、壁面からチャンネル中央まで常に存在している。この結果は、内層の低波数域におけるスペクトルのピークの起源は、本質的に外層の大規模構造に関係していることを示唆している。

他方、実験においても、壁面圧力変動のスペクトルにおける低波数の挙動が、乱流境界層、円管内乱流などにおいて、周波数スペクトルを計測することにより議論されている。この代表的な研究としては、Farabee & Casarella¹⁶⁾が、乱流境界層において、バックグラウンドノイズが極力入らないよう実験を行い、 $50\omega\delta/u_\tau$ の周波数にスペクトルが最大値を示すことを指摘している。

ここで、本研究（平行平板間乱流）における波数スペクトルの低波数の挙動を、乱流境界層の実験における周波数スペクトルの低周波数の挙動と比較する。まず、図5の波数スペクトルのピーク波数を、Choi & Moin⁵⁾が報告している低波数域の位相速度 $0.8U_0$ (U_0 : チャンネル中心速度)を用いてTaylor 仮説により周波数へ変換すると、約 $37 \sim 63\omega\delta/u_\tau$ となる。このピーク周波数は、Farabee & Casarella¹⁶⁾の乱流境界層の実験のピーク周波数と良く一致している。次に、Taylor 仮説の際に用いた位相速度の

妥当性を調べるために、 $Re_\tau=1020$ において、Choi & Moin⁵⁾の方法を用い実際に周波数スペクトルを求め、同レイノルズ数の波数スペクトルに対し位相速度 $0.8U_0$ を用いて変換した周波数スペクトルと比較をして、図7に示す。図7では、両者のスペクトルは、低周波数域において良く一致している。この結果は、上記のTaylor仮説を用いたピーク周波数の見積りが適切であったことを意味している。さらに、図7では、Tsujiら¹⁵⁾、Farabee & Casarella¹⁶⁾の乱流境界層の実験において本計算結果に比較的近いレイノルズ数の周波数スペクトルを示し比較を行っているが、本計算結果、Tsujiら¹⁵⁾、Farabee & Casarella¹⁶⁾の実験結果は、三者ともに概ね良く一致している。特に、ピーク周波数は、三者ともに非常に良く一致している。従って、これらの結果より、本研究で議論した波数スペクトルの低周波数の挙動は、乱流境界層の実験^{15),16)}における周波数スペクトルの低周波数の挙動と本質的に関係しているものと考えられる。

なお、図7において、外層の流れの性質が異なる内部流の平行平板間乱流(本研究)と外部流の乱流境界層^{15),16)}のスペクトルが、低周波数において、パワーは若干異なるものの、概ね同じ周波数にピーク値をとることは興味深い。この結果は、図6に見たように、低波数の挙動は外層の大規模構造に関連していることから、平行平板間乱流と乱流境界層における外層の圧力変動の大規模構造は、強度は平行平板間乱流と乱流境界層で若干違うものの、平均的な長さスケールは両流れともに概ね同じであることを示唆しているものと考えられる。

4. 結論

平行平板間乱流において、 $Re_\tau=180, 395, 640, 1020$ の4つのレイノルズ数のDNSを実行し、圧力変動のRMS値、パワースペクトルに対し、レイノルズ数依存性を調べ、下記の結論を得た。

1) 圧力変動、1回微分の圧力変動のRMS値のレイノルズ数依存性は壁面近傍で顕著である。特に、壁面近傍における圧力変動のRMS値のレイノルズ数依存性は顕著であり、壁面圧力変動の二乗平均値 $p'_{rms}{}^2/\tau_w^2$ は、今回のレイノルズ数の範囲では、レイノルズ数の増加とともに $\log(Re_\tau)$ に比例して増加した。

2) 壁面圧力変動の流れ方向のスペクトルにおいては、今回のレイノルズ数の範囲では、 $k_x\delta=2.5\sim 3.4$ の波数域

に大きなピークが現れ、また、このピークの起源は、本質的に外層における圧力変動の大規模構造にあることを示した。さらに、この波数スペクトルの低波数の挙動は、乱流境界層の実験における周波数スペクトルの低周波数の挙動と本質的に関係していることを示した。

本研究の計算は、宇宙航空研究開発機構の数値シミュレータⅢを用いて行った。

参考文献

- 1) Willmarth, W. W.: Ann. Rev. Fluid. Mech., **7** (1975), pp. 13-88.
- 2) Eckelmann, H.: In: Near-Wall Turbulence, Kline, S. J. and Afgan, N. H., eds., Hemisphere, New York, (1989), pp. 328-347.
- 3) Bull, M. K.: J. Sound and Vibration, **190** (1996), pp. 299-315.
- 4) Kim, J.: J. Fluid. Mech., **205** (1989), pp. 421-451.
- 5) Choi, H. & Moin, P.: Phys. Fluids, A **2** (1990), pp. 1450-1460.
- 6) Johansson, A. V., Alfredsson, P. H. & Kim, J.: J. Fluid. Mech., **224** (1991), pp. 579-599.
- 7) Abe, H., Kawamura, H. & Matsuo, Y.: Int. J. Heat and Fluid Flow **25** (2004), pp. 404-419.
- 8) Abe, H., Kawamura, H. & Matsuo, Y.: Trans. ASME J. Fluids Eng. **123** (2001), pp. 382-393.
- 9) Abe, H., Kawamura, H. & Choi, H.: Trans. ASME J. Fluids Eng. **126** (2004), pp. 835-843.
- 10) Moser, R. D., Kim, J. & Mansour, N. N.: Phys. Fluids, **11** (1999), pp. 943-945.
- 11) Bradshaw, P.: J. Fluid. Mech., **30** (1967), pp. 241-258.
- 12) Townsend, A. A.: The structure of turbulent shear flows, 2nd edition, Cambridge University Press, (1976).
- 13) Spalart, P. R.: J. Fluid. Mech., **187** (1988), pp. 61-98.
- 14) Bull, M. K. & Langeheineken, Th.: Max Planck Inst. fur Stromungsforschung Mitt., **73**, (1981).
- 15) Tsuji, T., Fransson, J. H. M., Alfredsson, P. H. & Johansson, A. V.: Proc. of the 4th Turbulence and Shear Flow Phenomena, **1** (2005), pp. 27-32.
- 16) Farabee, T. M. & Casarella, M. J.: Phys. Fluids, **A3** (1991), pp. 2410-2420.