

SSPS用大規模アレーアンテナの電流分布の研究
Study of the current distributions on the large scale array antennas for SSPS

総合技術研究本部 高度ミッション研究センター 瀬在俊浩、久田安正
Advanced Mission Research Center, IAT, Toshihiro Sezai, Yasumasa Hisada

Abstract

The microwave based power transmission system (M-SSPS) is a huge system and its microwave transmitting antenna is also very large. Its aperture size is assumed to 1 to 2 km and the antenna would be composed of array antennas of 1 billion elements. It is almost impossible to analyze such large scale antennas directly at this moment. Therefore, we have started the study of the analysis method and modeling the antenna since Fy 2004 in order to analyze and design the antenna for M-SSPS. This study has been performed in cooperation with Tohoku University.

In Fy 2004 we studied the analysis method and improved the efficiency of the method. In Fy 2005 we continued to study the analysis method and found the way to improve the efficiency much more than that in the previous year. Also, we analyzed the current distributions on the large scale antenna.

1.はじめに

マイクロ波エネルギー伝送システム”M-SSPS”は巨大なシステムである為、マイクロ波伝送用アンテナも大規模で、現在想定されているアンテナの規模は1~2kmである。アンテナはアレーアンテナで構成され、素子数は約10億と見積もられる。このような大規模なアレーアンテナを直接解析することは現時点では不可能である。その為、マイクロ波伝送用アンテナの設計、並びに解析を実施する為には、効率的な解析手法を見い出すこと、並びに補償を前提としたアンテナ設計方法の研究が必要となる。この目的の為に、東北大学の協力を受け、平成16年度より研究を実施している。

平成16年度は効率的な解析手法の研究を実施し、解析の高速化を図った。平成17年度は引き続き効率的な解析手法の研究を実施し、平成16年度以上の高速化と計算メモリの低減を実現する解析手法を見い出した。又、この解析手法を使用し、大規模アレーアンテナ上の電流分布の解析を実施した。

2.研究の概要

平成17年度は、以下の項目を実施した。

(1)モーメント法の高速化・メモリ低減

モーメント法の解法にCG-FMM-FFT法を適用し、高速化とメモリ低減を図った。又、CG-FMM-FFT法の妥当性を確認した。

(2)電流分布の解析

CG-FMM-FFT法を使用し、4万(200×200)素子までのアレーアンテナの電流分布の解析を実施した。その結果、アンテナ端部を除き、電流分布(振幅、位相)は殆ど一様であることが判った。

3.成果の概要

3.1 モーメント法の高速化・メモリ低減

3.1.1 モーメント法の原理

完全導体からの電磁波の散乱や放射を解析する為には、導体表面の面電流を求めることが必要である。面電流を J_s とすると、導体表面での電界の接線成分は0となることより、導体表面では

$$\mathbf{E}_t^{inc}(\mathbf{r}) = j\omega\mu_0 \iint_S \overline{\mathbf{G}}_0[(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}_s(\mathbf{r}')], d\mathbf{r}' \quad (1)$$

で与えられる電界型積分方程式が成立する。ここで、添字 l は導体表面の接線成分、 E^{inc} は既知の入射電界(導体が存在しない時の電界)である。 \mathbf{r} は観測点の位置ベクトル、 \mathbf{r}' は面電流が存在する波源の位置ベクトルである。又、 \overline{G}_0 は自由空間の電界ダイアディックグリーン関数で、

$$\overline{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left(\frac{\nabla \nabla}{k_0^2} + \overline{1} \right) \frac{\exp(-jk_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (2)$$

で与えられる。ここで $\overline{1}$ は単位ダイアド、 k_0 は自由空間の平面波の波数である。(1)式の積分方程式を数値的に解く方法の1つにモーメント法がある。

モーメント法では、未知の面電流密度 \mathbf{J}_s を基底関数(展開関数) $\mathbf{f}_n(\mathbf{r}')$ を用いて

$$\mathbf{J}_s(\mathbf{r}') = \sum_{n=1}^N I_n \mathbf{f}_n(\mathbf{r}') \quad (3)$$

と展開する。ここで、 I_n は未知の電流係数である。次に、(3)式を(1)式に代入し、試行関数(重み関数) $\mathbf{w}_n(\mathbf{r})$ を導入すると、(1)式の積分方程式は

$$\sum_{n=1}^N Z_{mn} I_n = V_n, \quad n=1, 2, 3, \dots, N \quad (4)$$

で与えられる連立一次方程式に変形される。ここで、電圧係数 V_n は入射電界 E^{inc} によって決まる既知の係数であり、

$$V_n = \iint_S \mathbf{w}_n(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^{inc}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (5)$$

である。又、(4)式の Z_{mn} は

$$Z_{mn} = j\omega\mu_0 \iint_S \iint_S \mathbf{w}_m(\mathbf{r}) \cdot \overline{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \quad (6)$$

で、自己(相互)インピーダンスを意味する。(4)式を行列方程式で表すと、

$$[Z][I] = [V] \quad (7)$$

となる。ここで、 $[Z]$ は $N \times N$ のインピーダンス行列、 $[V]$ は既知の N 元電圧係数ベクトル、 $[I]$ は未知の N 元電流係数ベクトルである。(4)式の連立方程式を解く、或いは(7)式の逆行列を求めれば、(1)式の \mathbf{J}_s を求めることが出来、そこから必要な電界を計算することが出来る。

(4)式、或いは(7)式を解く際の計算量、及び使用メモリは、例えば共役勾配(CG: conjugate gradient)法の場合は計算時間とメモリ共に $O(N^2)$ 、又、Gauss-Jordan法の場合は計算時間は $O(N^3)$ 、メモリは $O(N^2)$ である。よって、何れの場合もSSPS用アンテナのようにアレーの素子数が億を超える場合の解析は現実的に不可能である。

3.1.2 高速化・メモリ低減

(a)FMM

(1)式で表現される積分方程式を直接解く方法では、SSPS用アンテナの解析を行うことは出来ない。そこで、計算時間・メモリの低減を図る為に、(2)式に含まれるスカラーグリーン関数に高速多重極子展開法(FMM: fast multipole method)を適用することを考えた。Gegenbauerの加法定理(Fig.1参照)を使用すると、スカラーグリーン関数は球面関数を使って以下のように展開出来る。

$$\frac{\exp(-jk_0 |\mathbf{r} + \mathbf{d}|)}{4\pi |\mathbf{r} + \mathbf{d}|} = -jk_0 \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l (2l+1) j_l(k_0 d) h_l^{(2)}(k_0 r) P_l(\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \quad (8)$$

ここで、 j_l は球ベッセル関数、 $h_l^{(2)}$ は第2種球ハンケル関数、 P_l はルジャンドル多項式である。(8)式中の $j_l(k_0 d) P_l(\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{r}})$ を平面波展開すると、

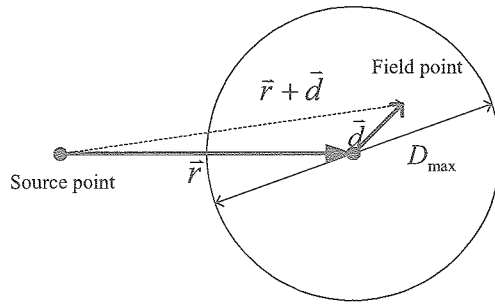


Fig.1 Gegenbauer's additon theorem

$$4\pi(-j)^l j_l(k_0 d) P_l(\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi P_l(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{d}) \sin \theta d\theta d\phi \quad (9)$$

となる為、(8)式は

$$\frac{\exp(-jk_0 |\mathbf{r} + \mathbf{d}|)}{4\pi |\mathbf{r} + \mathbf{d}|} \approx \frac{-jk_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi T_L(k_0 r, \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{d}) \sin \theta d\theta d\phi \quad (10)$$

と変形される。ここで、 $T_L(k_0 r, \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}})$ は

$$T_L(k_0 r, \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) = \sum_{l=0}^L (-j)^l (2l+1) h^{(2)}(k_0 r) P_l(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \quad (11)$$

である。(11)式では実際に計算することを考慮して、級数の上限を有限の値 L で打ち切っている。その為、(10)式はスカラーグリーン関数の近似表現となる。

以上の関係を(2)式に使用すると、

$$\begin{aligned} & \frac{\exp(-jk_0 |\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{n'}|)}{4\pi |\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{n'}|} \\ & \approx \frac{-jk_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \exp(-j\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_{nm}) T_L(k_0 r_{nm}, \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}_{nm}) \exp(j\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_{n'm'}) \sin \theta d\theta d\phi \end{aligned} \quad (12)$$

となる。ここで、 r_m 、 $r_{m'}$ はFig.2に示す様に、それぞれ r_n 、 $r_{n'}$ が属しているグループの中心点である。(12)式は、 r_n から $r_{n'}$ へ伝搬する球面波はグループ中心点間の相互作用とグループ中心点とグループ内の点(セグメント)との相互作用の積で表現出来ることを意味している。これは、(12)式によりセグメント同士の相互作用の計算を大幅に短縮することを示唆している。例えば、セグメント数が20である場合、セグメント間相互作用(自己作用を含む)を従来の方法で計算すると、 $20 \times 20 = 400$ 回の計算が必要である。一方、20セグメントを2つのグループに分け、(12)式の方法を適用すると、各グループ内のセグメントとグループ中心の相互作用の 2×10 回の計算とグループ間の相互作用の1回の計算、即ち21回の計算で済むことになる。

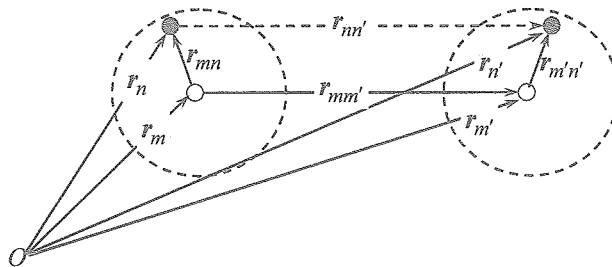


Fig.2 Definition of vectors for multi-pole method

(12)式を使用すると、(6)式のインピーダンスは

$$Z_{mnm'n'} \approx \frac{-jk_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathbf{S}_{mn}(\hat{\mathbf{k}}) \cdot T_L(k_0 r_{mm'}, \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}_{mm'}) \mathbf{S}_{m'n'}^*(\hat{\mathbf{k}}) \sin\theta d\theta d\phi \quad (13)$$

で表される。ここで、 $\mathbf{S}_{mn}(\hat{\mathbf{k}})$ 、 $\mathbf{S}_{m'n'}(\hat{\mathbf{k}})$ は

$$\mathbf{S}_{mn}(\hat{\mathbf{k}}) = \int_{l_{mn}} \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_{mn}) (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{k}}\hat{\mathbf{k}}) \cdot \mathbf{f}_{mn}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (14)$$

$$\mathbf{S}_{m'n'}(\hat{\mathbf{k}}) = \int_{l_{m'n'}} \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_{m'n'}) (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{k}}\hat{\mathbf{k}}) \cdot \mathbf{f}_{m'n'}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (15)$$

である。共役勾配法は連立方程式を逐次的に解く反復法であり、最も計算量が大きいのは、インピーダンス行列と電流ベクトルの積を計算する部分である。この部分に(13)式を使用すると、インピーダンスの計算回数を大きく削減することが出来る為、共役勾配法による連立方程式の解法が大幅に効率化される。

(b)FFT

次に、解析対象が以下の特徴を有する場合を考える。

- ・ 各グループ内のセグメントの配置は同じである
- ・ グループは周期的に配置される

SSPS用大規模アレーアンテナは、このような特徴を有していると考えられる。インピーダンス行列と電流ベクトルの積を求める計算式は(13)式より、

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^K Z_{mnm'n'} I_{m'n'} = \frac{-jk_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathbf{S}_{mn}(\hat{\mathbf{k}}) \cdot \sum_{m'=1}^M \left[T_L(k_0 r_{mm'}, \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}_{mm'}) \sum_{n'=1}^K I_{m'n'} \mathbf{S}_{m'n'}^*(\hat{\mathbf{k}}) \right] \sin\theta d\theta d\phi \quad (16)$$

$$m = 1, 2, \dots, M, \quad n = 1, 2, \dots, K$$

で与えられる。ここで M はグループ内のセルの数、 K はグループの数である。ここに各グループ内のセグメントの配置が同じである条件を使うと、 $\mathbf{S}_{mn}(\hat{\mathbf{k}})$ と $\mathbf{S}_{m'n'}(\hat{\mathbf{k}})$ はグループに依存しない為、(16)式は

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^K Z_{mnm'n'} I_{m'n'} = \frac{-jk_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathbf{S}_n(\hat{\mathbf{k}}) \cdot \sum_{n'=1}^K \left[\mathbf{S}_{n'}^*(\hat{\mathbf{k}}) \sum_{m'=1}^M I_{m'n'} T_L(k_0 r_{mm'}, \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}_{mm'}) \right] \sin\theta d\theta d\phi \quad (17)$$

$$m = 1, 2, \dots, M, \quad n = 1, 2, \dots, K$$

と変形される。ここで、 $\mathbf{S}_n(\hat{\mathbf{k}}) = \mathbf{S}_{mn}(\hat{\mathbf{k}})$ 、 $\mathbf{S}_{n'}^*(\hat{\mathbf{k}}) = \mathbf{S}_{m'n'}^*(\hat{\mathbf{k}})$ である。

次に、グループが周期的に配置される条件を考える。一次元アレーアンテナを例にとり考えると、 $T_L(k_0 r_{mm'}, \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}_{mm'})$ は観測側グループの中心点 m と波源側グループの中心点 m' の距離 $m - m'$ の関数 $f(m - m')$ であることが分かる。 $I_{m'n'}$ は m' の関数 $g(m')$ とみなすことが出来る為、(17)式は

$$\sum_{m'=1}^M T_L(k_0 r_{mm'}, \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}_{mm'}) I_{m'n'} = \sum_{m'=1}^M f(m - m') g(m') \quad (18)$$

と畳み込み積分形式で表現される。二次元アレーアンテナの場合も同様であり、インピーダンス行列と電流ベクトルの積は畳み込み積分形式で表現出来る。よく知られているように、畳み込み積分は直接計算するよりも、フーリエ変換を使用することにより効率よく計算することが可能となる。

(c)計算時間・計算メモリ

上記で説明した高速多重極子展開法と高速フーリエ変換を共役勾配法を使用したモーメント法に適用すると、計算時間は $O(N^2)$ から $O(N \log N)$ へ高速化され、メモリは $O(N^2)$ から $O(N)$ へ低減される。

3.1.3 CG-FMM-FFT法の妥当性

CG-FMM-FFT法の妥当性を確認する為に、小規模なモデルの解析結果を従来の方法と比較した。

使用したモデルはFig.3に示す金属反射板付クロスダイポールアレーアンテナで、素子数は 10×10 、素子間隔は $d_x = d_y = 0.75\lambda$ 、ダイポール素子の長さ $2l = 0.5\lambda$ 、半径はそれぞれ 0.00025λ 、反射板からの高さは $h = 0.25\lambda$ である。ここではダイポールを3セグメントに分割し、クロスダイポール素子とその反射板による鏡像をグループ化した。Fig.4に全ての素子を同位相、同振幅で給電した場合の5列目の素子の入力インピーダンスを示す。これにより、CG-FMM-FFT法の結果は従来の厳密なモーメント法の結果とほぼ一致しており、CG-FMM-FFT法の妥当性が確認された。

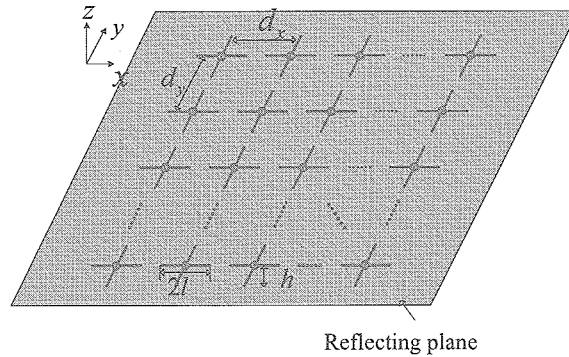


Fig.3 Cross dipole planer array antenna above reflector

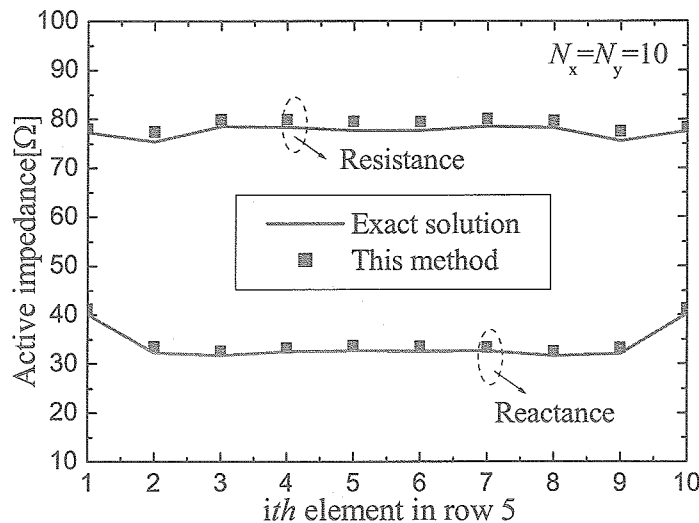


Fig.4 Active impedance as a function of element location

3.2 電流分布の解析

SSPS用大規模アレーアンテナを想定し、Fig.3に示した反射板付クロスダイポールアレーアンテナの電流分布の解析を行った。ここでは、素子への給電振幅は一定、給電位相は x 、 y 方向ダイポールで 90 度異なるようにした。この条件で、 200×200 素子までの解析を行った。一例として 100×100 素子のアレーアンテナの結果を示す。Fig.5、Fig.6はそれぞれ x 方向ダイポールの給電点の電流の振幅と位相である。 y 方向ダイポールの給電点の電流は、 x 方向ダイポールの結果の x 軸と y 軸を入れ替えた特性となる。これらより、アンテナ端部分では電流分布は振動するが、それ以外の部分ではほぼ一様になっていることが判る。尚、 100×100 素子の場合の計算時間は、Pentium-IV 2.6GHz、メモリ 1.5G Byteのパソコンで約4時間であった。平成16年度の段階での高速化では、同様の計算をスーパーコンピュータSX-7を使用しても約55時間掛かっていた為、本手法により如何に高速化、メモリ低減が達成されたかが判る。

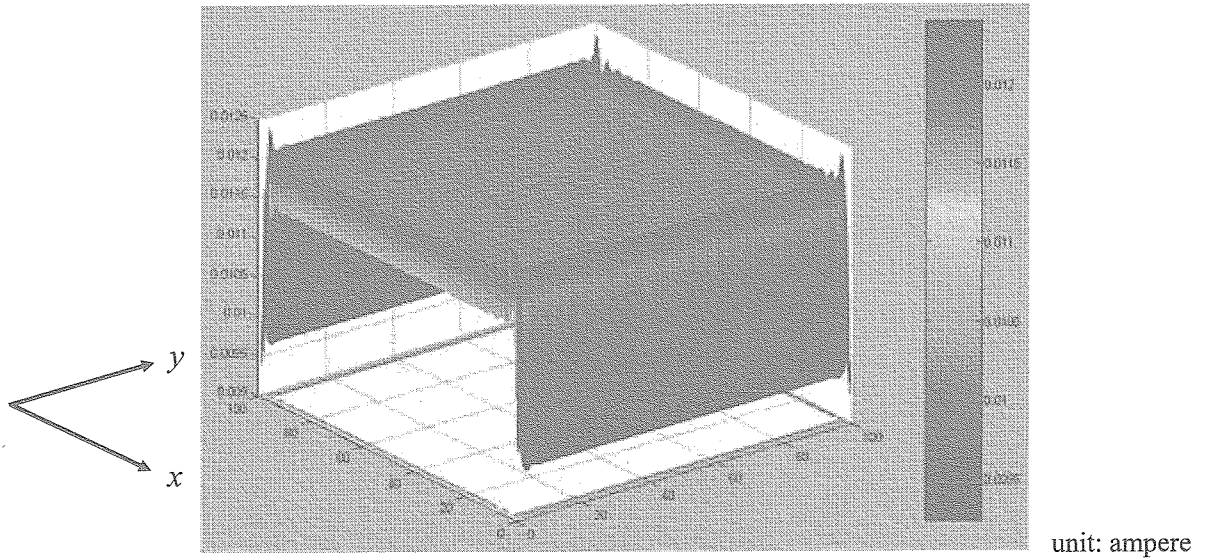


Fig.5 Amplitude of current distribution on x-direction dipole

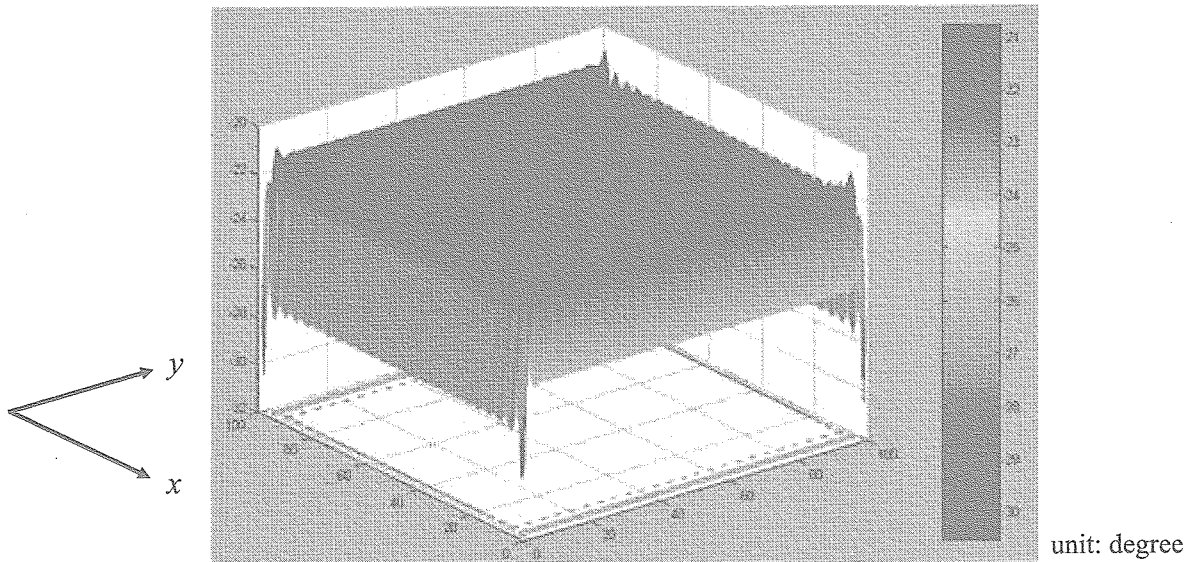


Fig.6 Phase of current distribution on x-direction dipole

4.まとめ

平成17年度の研究の結果、CG-FMM-FFT法によりモーメント法を大幅に効率化(速度、メモリ)させることが出来た。平成16年度にはスーパーコンピュータSX-7で約55時間かかった1万素子のアレーアンテナの解析が、パソコンで約4時間で実施出来るようになった。又、本手法を使用して4万素子までのアレーアンテナ上の電流分布の解析を行った。その結果、アンテナ端部を除き、電流分布(振幅、位相)はほぼ一様であることが判明した。

しかし、CG-FMM-FFT法を使用しても、約10億素子のSSPS用アンテナの解析を行うことは依然として不可能である。今後はCG-FMM-FFT法により、可能な限り大規模なアレーアンテナの電流分布を計算し、その結果よりSSPS用アンテナの特性(パターン)を計算する方法に関する研究を実施する予定である。

本研究を実施するに当たり、多大な協力を頂いた東北大学通信工学科澤谷邦男教授、並びに陳強助教授に深謝致します。