

プラズマホールにおける Force Balance

—流れのメカニズムと粘性—

吉村 信次^{*1} 山口 博史^{*2} 富田 晃弘^{*2}
三宅 文彦^{*2} 河野 光雄^{*3} 田中 雅慶^{*4}

Force Balance in Plasma Hole: Mechanism of Ion Flow and Role of Viscosity

by

Shinji Yoshimura^{*1}, Hiroshi Yamaguchi^{*2}, Akihiro Tomida^{*2},
Fumihiko Miyake^{*2}, Mitsuo Kono^{*3}, and Masayoshi Tanaka^{*4}

Abstract: Spontaneous formation of a stationary vortex structure with density hole around the central axis, *plasma hole*, has been observed in a cylindrical ECR plasma. The driving mechanism of characteristic ion flow in plasma hole is examined from the viewpoint of force balance in the fluid equation. On the one hand, the balance between electric force and Lorentz force determines the flow velocity field in peripheral region, which gives rise to $E \times B$ rotation of the peripheral plasma. On the other hand, it is revealed that the balance between centrifugal force and Lorentz force governs the flow velocity field in central region, i.e., anomalous $E \times B$ solution is realized in central region. A remarkable similarity between the flow field of typhoon and the plasma hole is pointed out. The effective viscosity of the plasma hole is evaluated by its vorticity distribution. It is revealed that the plasma hole exhibits anomalous viscosity, the value of which is three orders of magnitude higher than the classical one. The characteristic radial flow observed in the plasma hole is attributable to its anomalous viscosity.

Key words: plasma hole, vortex, ion flow, $E \times B$ drift, directional Langmuir probe, force balance, centrifugal force, anomalous viscosity

概 要

プラズマホールと呼ばれる密度ホールを伴った渦構造の自発的形が ECR プラズマ中で観測されている。プラズマホールにおける流速場の形成メカニズムについて、force balance の観点から考察を行った。プラズマホールの流速場は、中心部では遠心力とローレンツ力が、周辺部では電場とローレンツ力が釣り合うことによって形成されている。別の言い方をすれば、中心部では遠心力が優勢な $E \times B$ ドリフト異常解が、周辺部では電場が本質的な役割を担う $E \times B$ ドリフト解が実現されている。渦構造の成り立ちという意味では、プラズマホールは台風と類似の構造であり、回転流体が示す普遍的な特徴を有している。また、渦度分布からプラ

* 1 NIFS
* 2 Nagoya University
* 3 Chuo University
* 4 Kyushu University

ズマホールの粘性を評価した。プラズマホールは古典的な粘性係数より3桁大きな異常粘性を示し、その異常粘性によって特徴的な径方向流れが駆動されていることが明らかになった。

1. はじめに

様々な流体において“渦”は定常で安定な構造として観測される。例えば、低気圧や台風のような大気の渦は、圧力勾配によって駆動された流れがコリオリ力によって方向を曲げられることで回転運動を形成している。プラズマの場合も電子・イオン・中性粒子からなる多成分の流体と考えることができる。実際、磁化プラズマ中においても様々な渦構造が観測されているが、そこではローレンツ力がコリオリ力と同様の働きをする。ECRプラズマ中で観測される多様な渦の例を図1に示す(左からスパイラル渦 [1], プラズマホール [2-4], 三極渦 [5,6])。渦の流速場は回転流体を記述する運動方程式における force balance によって決定される。つまり、force balance を調べることで渦形成のメカニズムを明らかにすることができる。本研究の目的は ECR プラズマ中で観測される渦構造の一つであるプラズマホールについて、その形成メカニズムを force balance の観点から明らかにすることである。

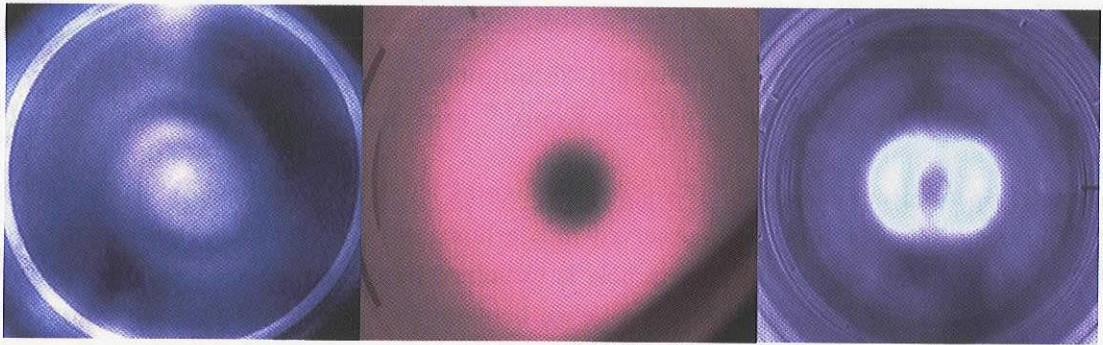


図1 ECRプラズマ中で観測される様々な渦。

2. 実験装置・測定方法

2.1. HYPER-I 装置

実験は核融合科学研究所の高密度プラズマ発生装置 HYPER-I [7] を用いて行った。装置の概略を図2に示す。HYPER-I は直径 30 cm, 長さ 200 cm の直線型装置で、電子サイクロトロン共鳴加熱によってプラズマを生成する。本実験は入射マイクロ波パワー 8.5 kW, ヘリウムガス圧力 5×10^{-4} Torr, 磁場強度 ~ 1 kG の弱発散型磁場配位で行った。典型的なプラズマパラメータは電子温度 10–20 eV, 電子密度 $10^{11} - 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ である。

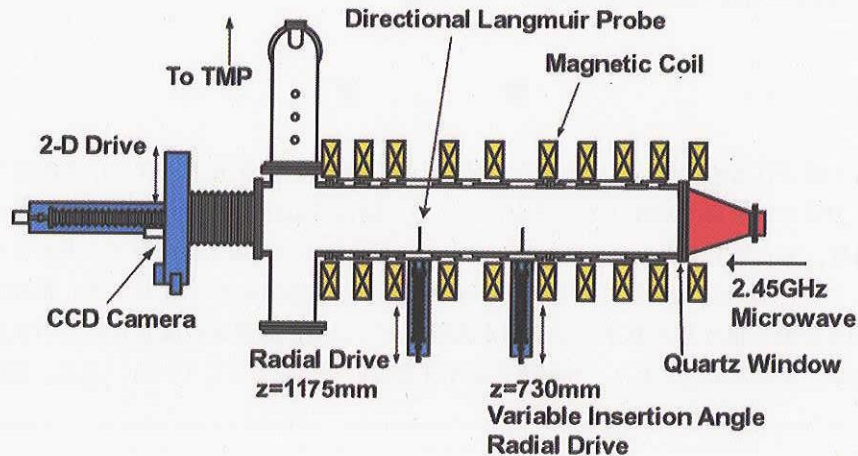


図2 HYPER-I装置。

2. 2. 方向性ラングミュアプローブ

流速の測定には方向性ラングミュアプローブ (DLP) を用いた。DLPは図3に示すように幾何学的に非対称にすることで指向性をもたせたラングミュアプローブである。側面の開口部を通してイオン飽和電流を計測するため、プラズマが巨視的な流れをもつ場合はその角度分布が非等方的になる。角度を π だけ回転させた二方向のイオン飽和電流を計測することで、プラズマ流速を式 (1) によって決定できる [8].

$$\frac{V \cdot n}{C_s} = \frac{1}{\alpha} \frac{I_s(\theta + \pi) - I_s(\theta)}{I_s(\theta + \pi) + I_s(\theta)} \quad (1)$$

ここで、 C_s はイオン音波速度、 $I_s(\theta)$ は θ 方向のイオン飽和電流、 α はDLPの校正係数である。

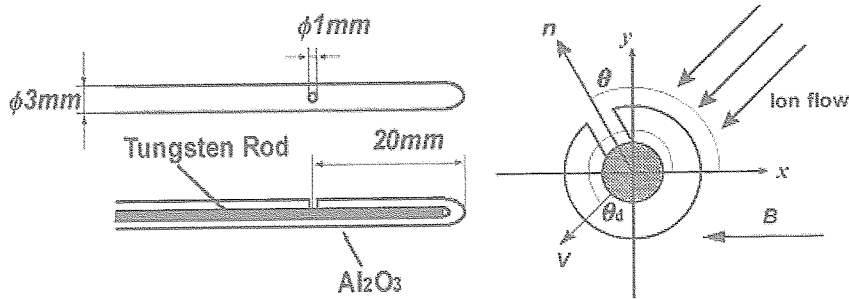


図3 方向性ラングミュアプローブ (DLP).

3. プラズマホール

図1中央の写真には中心部に台風の目を上から眺めたような暗い領域が存在する。直径6cm程度のこの暗い部分は低密度領域に対応しており、明るい部分の1/10程度の密度しかない。低密度のホール領域と周辺領域の間には急峻な密度勾配が存在している。この外観から、我々はこの構造をプラズマホールと名付けた。プラズマホールは動作圧力、磁場強度、マイクロ波パワーのある範囲において自発的に形成され、定常かつ安定に維持される。DLPを用いて測定したプラズマホールの流速分布を図4に示す。

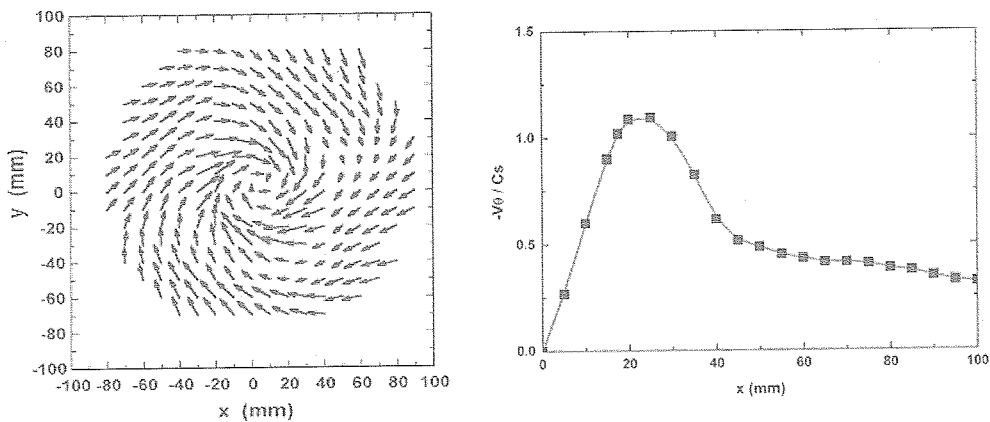


図4 プラズマホールの流速場と周方向流速の径方向分布。

この流速場は単極の吸い込み渦になっており、周方向速度の最大値はイオン音波速度を超えている。また、中心部が剛体的に回転しているのも特徴の一つである。音速を超える周方向流れはプラズマ中に極めて強い電場が存在していることを示唆している。実際、エミッシブプローブを用いてプラズマホールのポテンシャル分布を測定したところ、ポテンシャルは中心部に高いピークをもった釣鐘型の分布をしており、最大40 V/cm程度の極めて強い電場が存在していた [9]。この電場による $E \times B$ ドリフトを計算すると、観測された周方向流速に近い値が得られる。しかしながら、渦を記述するために円柱座標系を用いる場合には遠心力の効果が導入されることに注意する必要がある。遠心力を考慮した場合、周方向速度を与える

方程式は二次式となり、解の実数条件から電場は任意に大きな値を取れなくなる。プラズマホールでは、まさにこの状況が実現されており、中心付近の物理的描像は単純な $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトだけでは説明できない。

4. $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトの異常解

円柱座標系におけるイオンの流体方程式は以下のように書ける。

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v = -\frac{\nabla P_i}{m_i n_i} + \frac{e}{m_i} \left(-\nabla \phi + \frac{1}{c} v \times B \right) + v_{\text{eff}} \nabla^2 v \quad (2)$$

ここで m_i はイオンの質量, $P_i = n_i T_i$ はイオンの圧力, v_{eff} は実効的粘性係数である。速度をイオン音波速度で規格化し、無次元化ポテンシャルを導入する

$$v / C_s \rightarrow v, \quad e\phi / T_e \rightarrow \phi$$

定常状態、温度は空間的に一定として径方向の force balance を考える。

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_r}{2} \right)^2 - \frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{T_i}{T_e} \frac{\partial}{\partial r} \ln n_i - \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\Omega_i}{C_s} v_\theta \quad (3)$$

ここで径方向の粘性力は弱いとして無視した。 Ω_i はイオンサイクロロン周波数である。式 (3) より、径方向の force balance は動圧 (左辺第1項)、遠心力 (左辺第2項)、圧力勾配 (右辺第1項)、電場 (右辺第2項)、ローレンツ力 (右辺第3項) で決定されることがわかる。動圧、ポテンシャル、圧力をまとめて、全ポテンシャル Φ を定義すると周方向速度は次の二次方程式で与えられる。

$$\left(\frac{C_s v_\theta}{\Omega_i r} \right)^2 + \frac{C_s v_\theta}{\Omega_i r} - \frac{C_s^2}{\Omega_i^2} \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0 \quad (4)$$

$$\text{ここで, } \Phi = \phi + \frac{T_i}{T_e} \ln n_i + \frac{v_r^2}{2}.$$

式 (4) は簡単に解くことができ、周方向速度の解として以下の二つのブランチが得られる。

$$\frac{C_s v_\theta}{\Omega_i r} = \frac{1}{2} \left[-1 \pm \sqrt{1 + 4 \frac{C_s^2}{\Omega_i^2} \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r}} \right] \quad (5)$$

通常、規格化された径方向速度は1より小さく、イオン温度は電子温度に比べ十分低いので、全ポテンシャルの主要項は静電ポテンシャルとなる。この解の物理的意味を考えるため、 Φ として静電ポテンシャルのみを考え、電場が弱いとして根号部分を展開する。根号の前の符号が+の解は、

$$v_\theta \approx \frac{C_s}{\Omega_i} \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (6)$$

となり、 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトに一致する。一方、根号の前の符号が-の解は、

$$v_\theta \approx -\frac{\Omega_i}{C_s} r - \frac{C_s}{\Omega_i} \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (7)$$

で与えられる。電場が弱いことを仮定しているので、この解の主要項は第1項となる。この解は電場がゼロの場合でも剛体的に回転することを表わしており、一見物理的な解でないように見える。以下、この解を $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトの異常解と呼ぶことにする。 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフト解は電場とローレンツ力が釣り合っていることを表わしており、異常解は遠心力とローレンツ力が主要項として釣り合っていることを表わしている。従って、解の実現可能性に本質的な差はないと考える。遠心力は結果としてローレンツ力と釣り合っているものであって、はじめから存在しているものではないことに注意する。つまり、電場によるドリフトが大きくなると最後には遠心力の方が勝るようになり、ローレンツ力と釣り合うということである。また、遠心力は半径が大きくなれば効かなくなることから、異常解が全空間を占めることはあり得ない。従って、半径の小さな領域に限って異常解が実現し、遠方で $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトにつながっていくような流れ構造が実現されていても不思議はない。式 (4) の関係と実験値を比較したものを図5に示す。

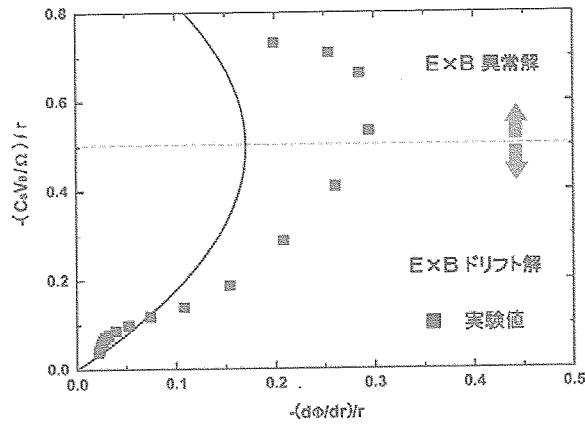


図5 関係式(4)と実験値の存在領域.

測定精度の問題から多少のずれがあるが、実験値は確かに異常解の領域にも存在していることがわかる。式(5)が実数解を与えるための条件として、根号の中が常に正になるように全ポテンシャル Φ の勾配は制限される。実験で観測された静電ポテンシャルだけでは根号の中は負になってしまうため、中心部において全ポテンシャルの勾配を小さくする何らかの効果が必要である。ここでは、圧力勾配と径方向流れによる動圧の項がその役割を果たしている。値そのものは静電ポテンシャルが飛び抜けて大きい、中心付近の全ポテンシャルの勾配はこれら二項が存在するために平坦化されている(図6左)。二つの解が半径のある点で繋ぎ代わり、全体の流速分布を構成する様子を示す(図6右)。

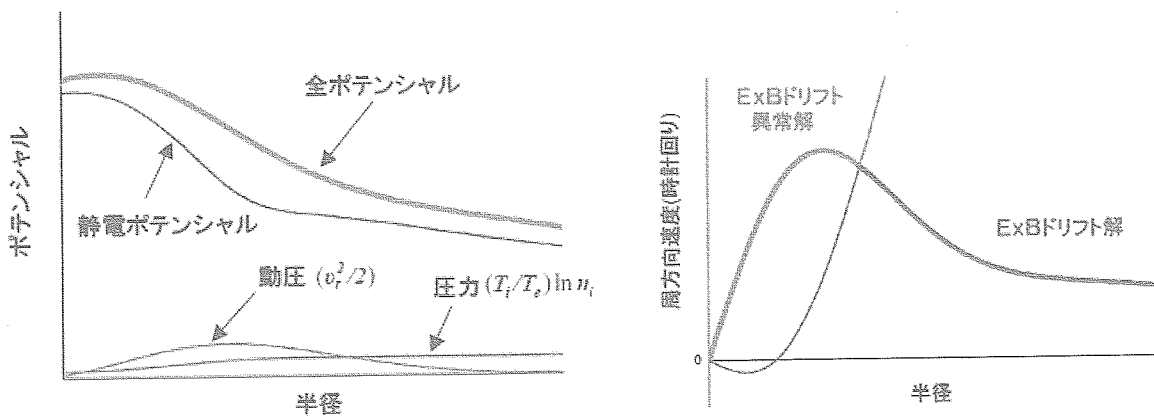


図6 全ポテンシャルと二つの解のつながり方.

中心付近では全ポテンシャルの勾配はほぼ0であり、そこでは遠心力とローレンツ力が釣り合うことになる。周辺部では動圧と圧力の勾配はなくなり、静電ポテンシャルによる $E \times B$ ドリフトが実現される。図6と図4の右図を比較してみると、非常に良い一致が見られる。従って、プラズマホールの流速場は、中心部では遠心力とローレンツ力が、周辺部では電場とローレンツ力が釣り合うことによって形成されているといえる。

5. 台風との類似性

中心部と周辺部で釣り合う力が異なるような流速場は自然界にも存在する。それは台風の流速場である。大気分野では、遠心力、圧力勾配、コリオリ力のバランスで決まる流れを一般に傾度風 (gradient wind) と呼んでいる。その中で特殊なケースとして、遠心力と圧力勾配が釣り合った流れを旋衡風 (cyclotrophic wind)、圧力勾配とコリオリ力が釣り合った流れを地衡風 (geostrophic wind) という。台風の流れは中心部では旋衡風、中心から離れた場所では地衡風になっている。プラズマホールとの対応では、全ポテンシャルの勾配を一般化した圧力勾配と見なすと、旋衡風が $E \times B$ ドリフト異常解に、地衡風が $E \times B$ ドリフトになる。もちろん、詳細に見ていくといくつかの相違がある。台風では遠心力とコリオリ力が同じ向きであるが、プラズマホールでは遠心力とローレンツ力は逆向きである。圧力勾配に相当する電場も外向きである。

台風の場合、コリオリ力は半径が小さなおとこでは効かないので、中心部の力のつり合いでは遠心力と圧力勾配が主要項となる。一方、プラズマホールの場合、外部磁場が強いのでローレンツ力は中心部でも主要項となり得る。細部に相違はあるが、台風もプラズマホールも共通して、中心部は遠心力が優勢な世界であると言える。

6. 渦度の局在構造と粘性

流体方程式 (2) の周方向成分 (定常状態) は、軸対称性がある場合次のように書ける。

$$v_r \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} + \Omega_i \right) = v_{eff} \left(\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} \right) \quad (8)$$

渦度 ω を使って表わすと、以下のような非常に簡単な式

$$v_r (\omega + \Omega) = v_{eff} \frac{\partial \omega}{\partial r} \quad (9)$$

となる。この式は、径方向流れによって集められる渦度の流束が粘性によって拡散していく渦度の流束とつり合うことを示している。径方向流れは軸近傍では半径に比例するとしてよいので $v_r = -\alpha r$ と置くと式 (9) から

$$\omega + \Omega = \Gamma_0 \exp \left[-\frac{r^2}{l^2} \right] \quad (10)$$

$$\text{ここで } l^2 = \frac{2v_{eff}}{\alpha}$$

が得られ、渦度はガウス型の局在構造を取ることがわかる。この渦は発見者 (J.M. Burgers, 1948) にちなんでパーガース渦 [10] と呼ばれている。プラズマホールの渦度分布を図 7 に示す。

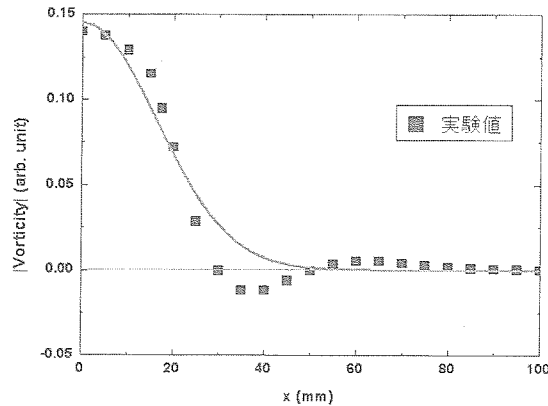


図 7 プラズマホールの渦度分布。

渦度は中心部に局在しており、径方向内向き流れによる渦度の集中と粘性による拡散がつり合った結果であると言える。プラズマホールの渦度分布の広がりから l は測定できる、また v_r を測定すれば軸近傍の傾きから α の値も決定できる。そのようにして決めた α と l から (10) 式を用いて実効的粘性係数を求めてみると $v_{eff} \sim 10^6 \text{ cm}^2/\text{sec}$ という値が得られる。この値は、原子衝突で決まる古典的な粘性係数よりも 3 桁大きく、プラズマホールは異常粘性を示す。

最後に、径方向流れと粘性の関係について考察する。図 4 で示したように、プラズマホールは径方向に流速をもつ。これは異常粘性によって説明できる。渦の中の体積要素における force balance を考える。粘性が無視できない流体において周方向の回転速度にシアアが存在すれば、粘性摩擦によって周方向に力が発生する。この力とつり合う反対向きの力が存在しなければならぬが、径方向の流れが周方向の運動量を要素内に輸送することによって実効的な力となる。即ち、単位時間あたりに流入する正味の周方向運動量はそこに働く周方向の力と等価である。この力が粘性力とつり合うのである。つまり、粘性が有限であれば、周方向の力のつり合いを維持するために径方向流れが必ず存在しなければならない。これまでプラズマでは通常無視されていた粘性が、プラズマホールの流速場形成において重要な役割を果たしている。

参 考 文 献

- [1] M. Kono and M. Y. Tanaka, "Spiral Structures in Magnetized Rotating Plasmas", *Phys. Rev. Lett.* 84, 4369 (2000).
- [2] K. Nagaoka, A. Okamoto, S. Yoshimura, M. Kono and M. Y. Tanaka, "Spontaneous formation of a plasma hole in a rotating magnetized plasma: A giant burgers vortex in a compressible fluid", *Phy. Rev. Lett.* 89, 075001 (2002).
- [3] S. Yoshimura, A. Okamoto, and M. Y. Tanaka, "Observation of Plasma Hole in an ECR Ar Plasma", *J. Plasma Fusion Res. SERIES.* 6, 610 (2004).
- [4] M. Y. Tanaka, K. Nagaoka, A. Okamoto, S. Yoshimura, and M. Kono, "Plasma Hole", *IEEE Trans. Plasma Sci.* 33, 454 (2005).
- [5] J. Vranjes, A. Okamoto, S. Yoshimura, S. Poedts, M. Kono and M. Y. Tanaka, "Analytical Description of a Neutral-Induced Tripole Vortex in a Plasma", *Phys. Rev. Lett.* 89, 265002 (2002).
- [6] A. Okamoto, K. Hara, K. Nagaoka, S. Yoshimura, J. Vranjes, M. Kono and M. Y. Tanaka, "Experimental observation of a tripolar vortex in a plasma", *Phys. Plasmas* 10, 2211 (2003).
- [7] M. Y. Tanaka, M. Bacal, M. Sasao, and T. Kuroda, "High-Density Plasma Production for Neutralizing Negative Ion Beam", *Rev. Sci. Instrum.* 69, 980 (1998).
- [8] K. Nagaoka, A. Okamoto, S. Yoshimura, and M. Y. Tanaka, "Plasma Flow Measurement Using Directional Langmuir Probe under Weakly Ion-Magnetized Conditions", *J. Phys. Soc. Jpn.* 70, 131 (2001).
- [9] S. Yoshimura, A. Okamoto, and M. Y. Tanaka, "Potential structure of a plasma hole in a rotating magnetized plasma", *Proceedings of 12th International Congress on Plasma Physics*, (2004), Nice, France.
- [10] 神部勉, P. G.ドレイジン : 「流体力学安定性と乱流」(東京大学出版会, 1998) 14 章.