

乱流渦と乱流場との相互作用について

高橋 直也 (電通大), 高橋 匡康 (JAXA), 宮崎武 (電通大)

Interaction between a columnar vortex and turbulence

N. Takahashi*, T. Takahashi**, and T. Miyazaki*

* Dept. Mechanical Engineering and Intelligent Systems, Univ. Electro-Commun.

** Japan Aerospace Exploration Agency

ABSTRACT

The interaction between a columnar vortex and external turbulence is investigated numerically. As the columnar vortex, the Lamb-Oseen vortex is used. The columnar vortex is immersed in an initially isotropic homogeneous turbulence field, which itself is produced by a direct numerical simulation of decaying turbulence. Statistical quantities, such as two-point-energy-spectra and two-point-ensrophy-spectra, are evaluated and compared with the theoretical predictions from rapid distortion theory (RDT). The axial velocity correlation dominates near the vortex surface, whereas the radial velocity correlation becomes larger where the worms are wrapped. Where the columnar vortex is strong compared with the external turbulence, external velocity disturbances are blocked by the vortex and they cannot penetrate into the vortex core directly, whereas various types of vortex waves are excited.

Keywords: Turbulence, Vortex Breakdown

1 目的

円柱渦と乱流場との相互作用は、工学的や環境問題での流れに頻繁に現れる。これらは円形噴流、平面噴流や混合相などの剪断乱流中に観察される。このような円柱渦と乱流場との相互作用は、流れの3次元化に重要な役割を持つと考えられる。

Miyazaki and Hunt[1] はこのような流れ場について Rapid Distortion Theory(以下 RDT と略)を用いて解析を行なった。彼らは、ソリッドコア (solid core) モデルを用いて円柱渦周りの微細渦構造が統計的に軸対称になること、またその構造の支配的な速度成分は軸対称の鉛直方向成分であることを示した。その論文では二点速度相関 Φ_{ij} を用いて速度場の統計的な性質を解析し、その時間変化が t^2 に比例することを示した。一方で円柱から離れた場所での速度攪乱は軸対称の半径方向成分が支配的に振舞うこと、その相関関数 Φ_{rr} は (円柱表面と同様) t^2 に比例すること示した。非軸対称な渦波の励起について、ホロウコア (hollow core) モデルとランキン渦を用い、非線形効果による軸対称な渦波との共鳴の発生について議論した。

筆者ら [3] はこれまで、Lamb-Oseen 渦と乱流場との相互作用過程について直接数値計算によって再現し、(1) 渦核における渦波の発生と大規模構造の変化、(2) 周辺乱流場の微細渦構造の渦輪状構造の形成、を解析した。

本論文ではこの結果について統計的手法を用いてこ

のような流れ場を詳細に解析する [4]。

2 計算方法

非圧縮ナビエ・ストークス方程式

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

を、直接数値計算を行った。1辺が 4π の立方体について周期的境界条件を仮定することにより、空間の離散化にはスペクトル法を用いた。時間積分は4次の Runge-Kutta-Gill 法を用いた。

初期状態として減衰一様等方性乱流を直接数値計算で作成し、その上に円柱渦を重ね合わせたものを初期条件とした。このときのテイラー長レイノルズ数 R_λ は126であり、またエンストロフィーの可視化によって 'worm' 構造 [2] が観察された。次に円柱渦を周期的境界条件を満たすよう、互いに逆方向に回転になるように配置した (図1)。

円柱渦として、ナビエ・ストークス方程式の安定な厳密解である Lamb-Oseen 渦を用いた;

$$u_r = 0, \quad (3)$$

$$u_\theta = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) \right\}, \quad (4)$$

$$u_z = 0, \quad (5)$$

ここで u_r , u_θ と u_z はそれぞれ半径, 周, 軸方向の速度成分である。また r_0 は円柱渦の '半径' と呼ぶことに

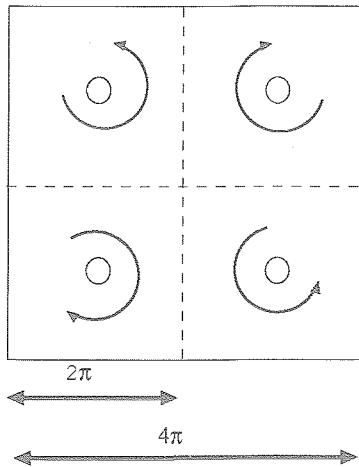


図 1: Arrangement of the columnar vortices in the cubic box with periodic boundary conditions.

し、長さの無次元化に用いた。また円柱渦の表面で流体粒子が一回転する $T = 2\pi r_0 / (\Gamma_0 / 2\pi r_0)$ を時間の無次元化に用いた。任意パラメタである循環 Γ_0 は、背景乱流の渦度の二乗平均の平方根 $\omega_{r.m.s.}$ に比べて十分に大きくとった；

$$\Gamma_0 = 40r_0^2\omega_{r.m.s.}$$

円柱渦のバルクレイノルズ数 Γ_0/ν は約 20,000 となり、この流れ場で支配的に振る舞った。

数値計算結果の検証は次のように 2 通り行ない、図 1 の配置が問題ないことを確認した。

背景乱流がない場合、Lamb-Oseen 渦の速度成分が理論通りの時間変化をすることを確認した。

次に背景乱流を弱め、線形理論の RDT の結果が再現できるか確認した。RDT による解析で、相関関数の漸近的な振舞いは速度の二点相関関数 Φ_{ij}

$$\begin{aligned} & \langle \langle u_i(r_1, \theta_1, z_1, t) u_j(r_2, \theta_2, z_2, t) \rangle \rangle \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk \Phi_{ij}(r_1, r_2, t; k, m) \\ & \quad \times \exp[ik(z_1 - z_2) + im(\theta_1 - \theta_2)], \end{aligned} \quad (6)$$

($\langle \langle \cdot \rangle \rangle$) はアンサンブル平均、 (r_1, θ_1, z_1) 及び (r_2, θ_2, z_2) はサンプルを取る 2 点それぞれの位置を円柱座標系で表したものを、用いて解析 [1] されていることを用いた。軸対称相関 $|\Phi_{zz}|$ 、半径方向の相関 $|\Phi_{rr}|$ についてそれぞれ t^2 であることが知られている。

このような結果を再現するためには、背景乱流の影響を小さくし、線形過程が成り立つような流れ場を作る必要がある。このことから、計算結果の確認のために背景乱流の攪乱振幅を次のように弱めた。

$$\mathbf{u}_{\text{noise}} = A_D \mathbf{u}. \quad (7)$$

ここで A_D は減衰パラメタで、1/100 に設定した。

このような流れ場での相関関数 $|\Phi_{zz}(r, r, t; k_z, m = 0)|$ の $r_0 < r < 2r_0$ での最大値 ($\max |\Phi_{zz}|$)、及びの振舞いは、確かに t^2 に比例していることを確認した。

以上のことから、スペクトル法でも渦の配置を工夫することにより、Lamb-Oseen 渦の時間発展を再現し、また RDT と矛盾のない結果を再現できることが確かめられた。

3 結果

円柱渦の振舞いについて、統計的な性質を述べる (可視化結果は高橋ら [3] を参照)。周方向・軸方向について一様なことから、この 2 方向について平均操作を行った。

秩序渦は z 成分に支配的な渦度を持つので、渦の大規模構造の概形は渦度の z 成分の分布 $\langle \omega_z \rangle(r)$ で捉えられる。図 2(a) にその時間発展を示す。ここで括弧 $\langle \cdot \rangle$ は周方向 (θ) と軸方向 (z) についての平均を表す。比較のため、Lamb-Oseen 渦 (式 (3)–(5)) の $\langle \omega_z \rangle(r)$ の半径方向の分布を図 2(b) に示す。乱流下においても、Lamb-Oseen 渦の $\omega_z(r)$ の分布はガウス型を維持していることがわかる。一方でこの分布の時間についての減少は、Lamb-Oseen 渦の理論値よりも顕著である (特に $t/T < 2.1$ で)。このような傾向は円柱渦内部 ($r/r_0 < 1$) で目立っているが、外部 ($r/r_0 \geq 1$) では目立たない。

渦の動力学 (スケールや非線形相互作用) の解析や RDT との比較を行なうため、計算結果の確認で導入した二点相関 Φ_{ij} (式 (6)) を再び用いた。次のように k_z の和を取って解析したが、これは k_z 依存性が不明確であったためである。

$$|\Phi_{ij}(r, r, t; m)| = \sqrt{\int |\Phi_{ij}(r, r, t; k_z, m)|^2 dk_z}, \quad (8)$$

ここで $|\Phi_{ij}(r, r, t; m)|$ は $\Phi_{ij}(r, r, t; m)$ のノルムである。

図 3a, b は軸対称 ($m = 0$) の軸流成分 (Φ_{zz} , Fig. 3a) と半径方向成分 (Φ_{rr} , Fig. 3b) の相関関数の時間発展である。

図 3a において、軸対称 ($m = 0$) の軸流成分 (Φ_{zz}) には 2 つのピーク、中心付近 ($r/r_0 = 0$) と表面付近 ($r/r_0 \simeq 1.5$)、があることがわかる。中心付近のピークは軸対称な渦波の励起に対応し、表面付近のピークはブロッキング効果 [1] (この効果によって流体粒子が円柱渦内部には入れない効果) の影響を示す。

図 3b において、半径方向成分の速度相関関数の軸対称成分は時間について増加することがわかる (これは軸方向成分の速度相関と同様である)。

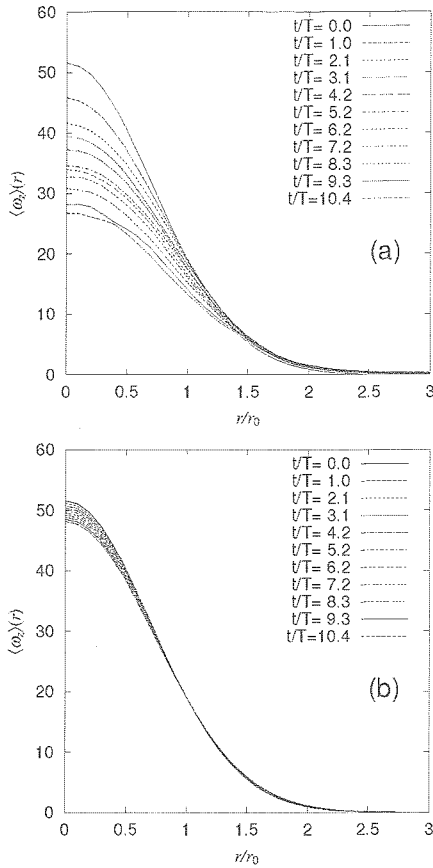


図 2: Time evolution of the radial profile of the axial vorticity: (a) numerical data, (b) the Lamb-Oseen vortex.

この二つを比較すると、速度の軸方向成分が円柱渦の表面付近 ($r/r_0 \approx 2$) で、速度の半径方向成分が円柱渦から遠方 ($r/r_0 \geq 3$) で、それぞれ支配的に振舞っていることがわかった。この原因として、前者はブロッキング効果、後者は円柱渦による微細渦の巻取りの効果、によるものと考えられる。

同様に非軸対称 (屈曲, $m = 1$) 成分について速度の軸方向相関 (Φ_{zz}) と半径方向相関 (Φ_{rr}) の時間発展を解析した (図は省略)。その結果、相関関数 Φ_{rr} の振幅は、 Φ_{zz} に比べておよそ 20 倍大きいことがわかった。また相関関数 Φ_{rr} について、値を持つ (ゼロでない) 領域は円柱渦内部のみであり、時間について振動していた。これは屈曲波の励起を示唆している。

図 4 は、様々な周方向波数 m での相関関数の、 $r \geq r_0$ での最大値の時間変化を調べたものである。軸方向成分の相関関数 $|\Phi_{zz}|$ (図 4 で実線) は、時間について $t^{0.9}$ で成長する。一方、半径方向成分 $|\Phi_{rr}|$ (図 4 で点線) の増加はほとんど見られない。これは円柱渦の表面付近で z 方向の速度攪乱 (ブロッキング効果に対応) が励起されたことを示す。高次の周方向波数 m につい

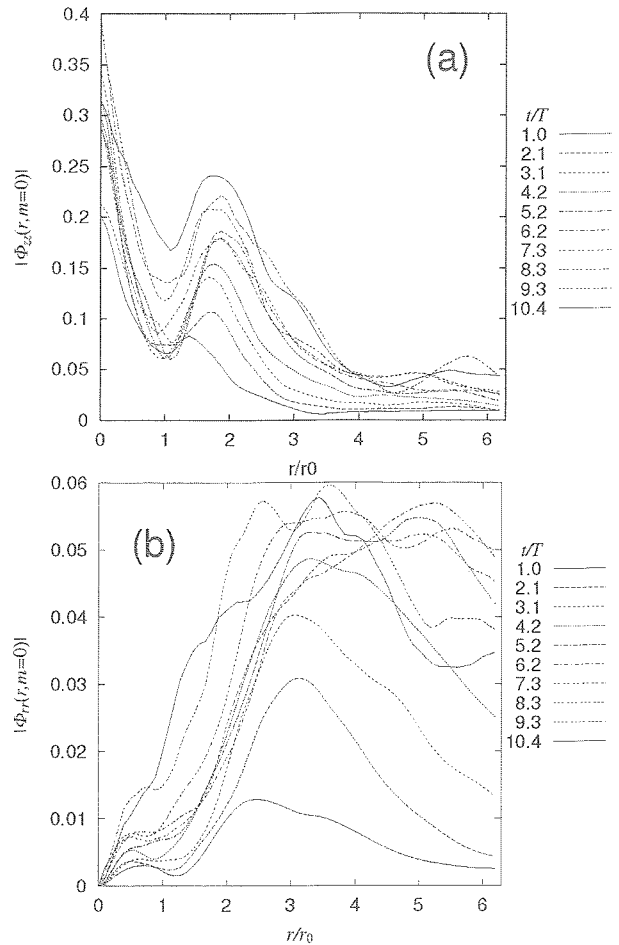


図 3: Evolution of the axisymmetric ($m = 0$) component of the two point energy spectrum tensor summed over k_z , $\Phi_{ij}(r, r, t; m)$: (a) axial component (Φ_{zz}) and (b) radial component (Φ_{rr}).

ても $|\Phi_{ij}|$ は増加する。その振幅は小さく、軸対称成分 ($m = 0$) 及び屈曲成分 ($m = 1$) と比べると無視できるほどであった。

このように、二点相関 $|\Phi_{ij}|$ の時間変化は RDT の結果とは差があった。RDT では $|\Phi_{zz}| \propto t^2$ で成長するが、この数値実験では $|\Phi_{zz}| \propto t^{0.9}$ であった。その原因について、初期攪乱の振幅の大きさに注目した。式 (7) では、 $A_D = 1/100$ とすると RDT を再現できたことを考慮し、減衰パラメタ $A_D = 1/100, 1/10, 1/\sqrt{10}$ と変化させてその時間変化を見た。

渦度の z 成分の分布 $\langle \omega_z \rangle(r)$ について簡単に調べた。 $1/10$ と $1/\sqrt{10}$ の間で分布の時間変化に顕著な違いが現れた。 $A_D = 10^{-1}$ よりも小さな値では、分布は Lamb-Oseen 渦のものと極めてよく一致した。 $A_D \geq 1/\sqrt{10}$ では、数値計算で求めた分布と Lamb-Oseen 渦のものとの差が目立った。その差は A_D の増加につれて大きくなった。このことから、 A_D の大きさは渦波の振幅

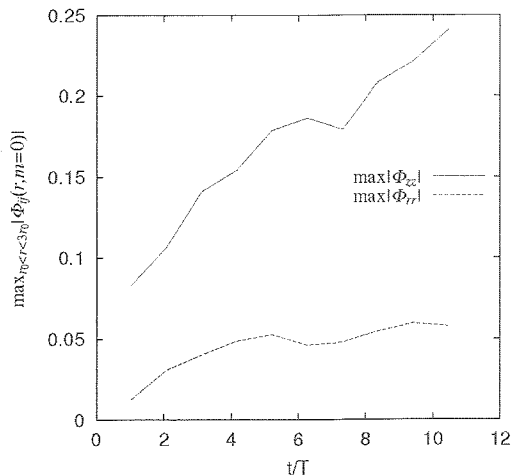


図 4: Peak values at $r_0(t) \leq r \leq 3r_0(t)$ of the axisymmetric axial and radial two points energy spectrum tensor summed over k_z , $|\Phi_{ij}(r, r, t; m)|$, which has peaks at $r \geq r_0(t)$: axial component ($|\Phi_{zz}|$, solid line) and radial component ($|\Phi_{rr}|$, dotted line).

に関係しているものと期待される。

渦波の振幅の大きさと A_D との関係調べるために、(渦波の振幅に対応する) $|\Phi_{rr}(r, r, t; k_z = 0.5, m = 1)|$ の最大値 ($r \leq r_0$ での) の時間変化を調べた。様々な A_D に対する $\max |\Phi_{rr}(r, r, t; k_z = 0.5, m = 1)|$ の時間変化を図 5 に示す。この図において、 $10^{-0.5}$ 以上と $A_D = 10^{-1}$ 以下の時間依存性が明らかに異なることがわかる。このことから、背景乱流場の振幅の大きさが渦波の振幅の有限化に影響を与えていることがわかった。これは円柱渦の崩壊を引き起すものと考えられる。

4 Summary

直接数値計算により、Lamb-Oseen 渦と一様等方性乱流との相互作用について解析した。従来の可視化結果に加え、次のようなことがわかった。

流れ場の性質について、2点エネルギー相関関数 Φ_{ij} を用いて解析を行なった。その振舞いを RDT と比較したところ、RDT で $|\Phi| \propto t^2$ となるものが $\propto t^{0.9}$ や $\propto t^1$ となった。

このような RDT との差について調べるため、背景乱流の振幅に様々な値を与え、その影響を調べた。その結果、十分小さな振幅を持つ乱流場では RDT の結果がよく再現できることがわかった。一方で背景乱流場の攪乱振幅が小さいとは言えない場合、その振舞いは RDT から離れていった。特に渦波への影響は目立ち、その振幅を有限化させていた。この現象は円柱渦の崩壊を促進させてるものと考えられる。

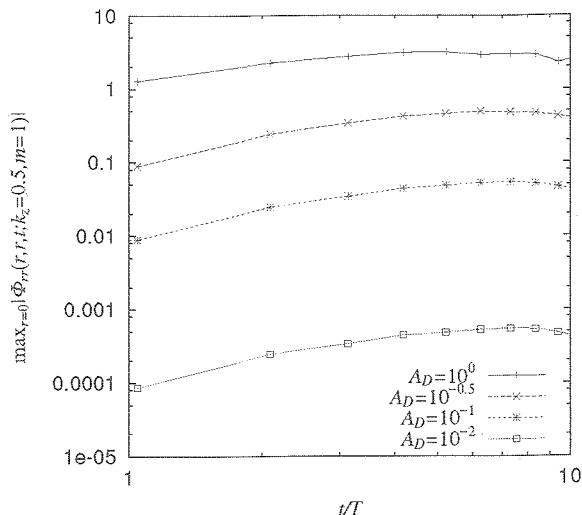


図 5: Time dependence of $\max |\Phi_{rr}(r, r, t; k_z = 0.5, m = 1)|$ at various values of A_D .

参考文献

- [1] T. Miyazaki and J. C. R. Hunt, "Linear and non-linear interactions between a columnar vortex and external turbulence," *J. Fluid Mech.* **402**, 349 (2000).
- [2] I. Hosokawa and K. Yamamoto, "Intermittency of dissipation in directly simulated fully developed turbulence," *Journal of the Physical Society of Japan* **59**, 401 (1990).
- [3] 高橋, 石井, 宮寄, 山本. ながれ マルチメディア, 21(6):497-498, 2002. 秩序渦と乱流場の相互作用について,
- [4] N. Takahashi, H. Ishii and T. Miyazaki, "The Influence of Turbulence on a Columnar Vortex," *Phys. Fluids.* (in print) (2005)