

渦対と渦輪，エオルス音の音源モデル

西岡通男，坂上昇史（阪府大）

Vortex Pair and Vortex Ring as Flow Models for Aeolian Tones

Michio Nishioka and Shoji Sakaue

Dept. of Aerospace Eng., Osaka Prefecture University

ABSTRACT

To obtain a better understanding of the vortex sound the present study considers the sound generation by oscillating vortex pair and vortex ring. The vortex pair is such that the two vortex filaments maintain their constant distance, with their mutually sign-different circulations of the same intensity varying in time periodically. For the case of oscillating vortex ring the same time-varying vortex filament maintains a rectangle shape with a constant enclosing area. We have analyzed the far-field sound generated by the present 2D and 3D oscillating vortex systems in the otherwise calm space and obtained closed form expressions for the sound pressure. The present flow models are applied to the Kármán vortex street of a circular cylinder, in particular, to the vortex formation region immediately behind the cylinder in order to obtain the far-field sound. With all those results we have discussed the flow mechanism of vortex pair and vortex ring working as the dipole sound source generating the Aeolian tones.

Key Words: Aerodynamic sound, Vortex sound, Aeolian tones, Kármán vortex street, Vortex pair, Vortex ring

1. まえがき

打楽器やスピーカーの音は，振動する板や膜に接した空気が運動し，圧力変動が生まれ，それが疎密波として伝播することによる．この種の圧力変動は一定の条件を満たす空気の流れがつくるものであり，固体の振動がなくても音は出る．風が強いときに電線がヒューヒュー鳴るように聞こえるのは，電線の背後で周期的に渦が生まれ，カルマン渦列ができる現象が原因であり，電線が振動せず静止状態にあっても音は出る．流れがこのように放射する音を空気力学的な音，空力音 (aerodynamic sound) という．

Lighthill¹⁾の導出した非同次の波動方程式が示すように，流体の非定常運動はレイノルズ応力 ($\rho u_i u_j$: ρ は流体密度を，そして u_i, u_j は速度ベクトル u の i, j 成分を表す) の生成を通して4重極音源 (quadrupole source) として音波を放射する．流れの中に存在する物体の影響は，Curle²⁾がLighthill理論を拡張して示したように，物体面上に分布する2重極音源 (dipole source) で表される．その2重極音源の強さは各点の変動圧力の強さに等しく，放射音波の音圧はそれゆえ物体に作用する流体力の時間微分に比例する．Powell³⁾, Howe⁴⁾が示したようにこれらの4重極音源・2重極音源を支配するのは渦度場であり，レイノルズ応力の音源項も渦度 ω を用いて $\rho \operatorname{div}(\omega \times u)$ と書くことが

できる⁴⁾．それゆえ，エントロピー変動を伴わない亜音速流の空力音は渦の非定常運動 (渦度の生成，渦の形成，変形，加速度運動，相互干渉などの現象) に起因すると考えられていて，渦運動に由来する音は渦音 (vortex sound) と称されている．

渦の非定常運動が音波を発生させることは，Kambe and Minota⁵⁾が渦輪の衝突音について理論・実験両面から検証しているように，疑問を挟む余地はない．しかし，渦音発生の機構について平易な説明を行うことは易しいことではない．筆者らは単純でイメージが容易な物理的モデルを得たくて，模索した．その結果，カルマン渦列を念頭に二つ流れのモデルを考えた．その一つは，循環の値が $\Gamma \exp(-i\omega t)$, $-\Gamma \exp(-i\omega t)$ の形で周期的時間変化をする2本の渦糸が一定距離 l を保って渦対を構成し，しかも空間に固定されているという2次元の渦対モデルである．ここで，角周波数 $\omega = 2\pi f$, f は周波数， t は時間を表す．本論文では，まず，この振動渦対が放射する音波を扱っている．

カルマン渦列による渦音はエオルス音 (Aeolian tones) とよばれているが，これは Strouhal が実験の論文を出版した1878年から今日に至るまで研究が絶えることなく続いている課題である．なお，エオルス (Aeolus) とはラテン語でギリシャ神話の風神を意味する．Strouhalの実験はワイヤのエオルス音の周波数に関する観測であるが，その周波数

データを Rayleigh⁶⁾ は Strouhal's law として紹介し、そして、ストローハル数 $S_t = fD/U$ (D は円柱やワイヤの直径を、 U は主流速度を表す) を定義し、それがレイノルズ数 $Re = UD/\nu$ (ν は動粘性係数を表す) の関数になること (すなわち、 a, b を定数とし、 $S_t = a + b/Re$) や彼の観測範囲では S_t はほぼ一定で $S_t = 0.185$ となることなどを示している。一方、ごく最近では Inoue and Hatakeyama⁷⁾ が 2 次元円柱について数値シミュレーションを行い、 $Re = 150$ 、主流マッハ数 $M = 0.1 \sim 0.3$ におけるカルマン渦列と音場を調べ、Curle 理論²⁾ の妥当性を検証している。彼等の論文にはエオルス音に関するこれまでの研究の紹介・解説があり、参考になる。

本論文では、渦対モデルの放射音とともに、もう一つのモデルすなわち、渦輪モデルでスパン長が有限の円柱のエオルス音を解析し、渦音を発生する流れの機構について考察している。

なお、本論文は日本流体力学会誌「ながれ」24 巻第 1 号 (平成 17 年 2 月発行) に原著論文として出版され、学会ホームページに全文が掲載されている。本稿では解析のポイントと結論を記載するだけにとどめる。

2. 解析のポイント

本論文では、カルマン渦列の渦が形成されるときに音波が出る機構を理解するために、周期的な時間変化をする循環 $\Gamma \exp(-i\omega t)$ の 2 本の渦糸が距離 l を保ってつくる振動渦対 (2 次元) を円柱背後の渦形成流れのモデルとして考えた。この振動渦対の遠方場が湧き出し対のそれと等価になることや第 1 種第ゼロ次のハンケル関数を用いてその流れを表現できることを示し、さらに振動渦対の運動量変化率と円柱の振動揚力の間になり立つ関係式を導き、エオルス音の表現式を得た。3 次元円柱 (長さ b が有限) 背後の渦形成流れについては、循環 $\Gamma \exp(-i\omega t)$ の渦糸が面積 $A = lb$ の長方形を保ってつくる振動渦輪モデルを考えて、このモデルに基づく解析を行った。

なお、ポテンシャル流の理論では円柱表面での境界条件を満足させるために流れ場にある渦の鏡像を円柱内に置くが、この現実の渦と鏡像渦が渦対を構成すると考えることができる。円柱 ($Re = 250$) のカルマン渦列を可視化した写真 (Prandtl and Tietjens⁸⁾) を見ると、円柱直後の流れは本論文の振動渦対流れと同質であることが良くわかる。周期的な渦形成に伴って向きが変わる上下方向 (後流を横切る方向) の流れが 2 重極音源として機能すると判断される。

3. 結論

- (1) 音波発生の原因は、渦対の運動量 (渦糸の単位長さあたり) が $\rho_0 l \Gamma \exp(-i\omega t)$ と、また渦輪の

運動量が $\rho_0 A \Gamma \exp(-i\omega t)$ と時間変化することである。いずれも 2 重極音源として機能する。

- (2) 振動渦対・渦輪がつくる遠方音場 (距離 r) の音圧はそれぞれ $\rho_0 l \Gamma \omega^{3/2} / (c_0 r)^{1/2}$ 、 $\rho_0 A \Gamma \omega^2 / (c_0 r)$ に比例する。
- (3) 渦対・渦輪の運動量に大きく寄与するのは渦対、渦輪の間を通り抜ける流れである。
- (4) 渦対・渦輪の流れを用いて円柱カルマン渦列の渦形成をモデル化し、エオルス音に対する閉じた表式を得た。2 次元円柱に対する表式は Inoue and Hatakeyama⁷⁾ の数値シミュレーション結果 (遠方音場) を (ドップラー効果を除き) よく記述する。また、渦形成がスパン方向に一様でなく、セル単位で生じる場合⁹⁾ には、渦輪の解析結果がそのセルごとに適用できると考えられる。
- (5) 円柱背後には上記(3)で指摘した流れが周期的にできるが、この流れがエオルス音の原因と言える。本論文で扱った渦対・渦輪はこの流れを表現する最も単純な音源渦のモデルと言える。

筆者らの空力音の研究に協力された平井 誠氏、久米 司氏、永野誠一郎氏に対しここに感謝の意を表します。本研究は部分的に文部科学省科学研究費補助金 (No. 12125203, No. 14750722) の援助を受けた。

参考文献

- 1) M. J. Lighthill: On sound generated by aerodynamically, I General theory, Proc. Roy. Soc., A 211, (1952) 564-587.
- 2) N. Curle: The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound, Proc. Roy. Soc., A 231, (1955) 505-514
- 3) A. Powell: Theory of vortex sound, J. Acoustic. Soc. Am., 36, (1964) 177-195.
- 4) M. S. Howe: Contributions to the theory of aerodynamic sound, with application to excess jet noise and the theory of flute, J. Fluid Mech., 71, (1975) 625-763.
- 5) T. Kambe and T. Minota: Acoustic wave radiated by head-on collision of two vortex rings, Proc. Roy. Soc., A 386, (1983) 277-308.
- 6) Lord Rayleigh: The Theory of Sound, II, (Dover edition, 1945) 412-414.
- 7) O. Inoue and N. Hatakeyama: Sound generation by a two-dimensional cylinder in a uniform flow, J. Fluid Mech., 471, (2002) 285-314.
- 8) L. Prandtl and O. G. Tietjens: Applied Hydro- and Aeromechanics (Dover edition, 1957)
- 9) O. M. Phillips: The intensity of Aeolian tones, J. Fluid Mech., 1, (1956) 607-624.