

非構造格子を用いた2次元フラッタ解析

○ 塚田 はるみ (横浜国大大学院), 宮路 幸二 (横浜国大)

Two-dimensional Flutter Analysis Using Unstructured Grids

Harumi TSUKADA (Grad. School of Yokohama National Univ.), Koji MIYAJI (Yokohama National Univ.)

ABSTRACT

Two-dimensional aeroelastic problems at supersonic/transonic speeds are numerically simulated. Simplified structural computations are coupled with CFD code using unstructured grids with moving boundary. In panel flutter analyses, elastic deformations are treated as a one-dimensional beam problem and the equation is solved by the finite difference method. In wing flutter analyses, a well-known bending-torsion model with two degrees of freedom is used. Both simulation results well predict flutter boundaries, namely, critical dynamic pressure or flow speeds across which flutter occurs and the accuracy of the developed method has been proved.

1. はじめに

航空機の形状は一般に薄く、細長い空力弾性問題の重要性は古くから認められ、多くの研究が行われてきた。特に遷音速域では流体方程式の線形化による近似解法を用いることができないため、実験、及び数値的な手法が主流となるが、近年の数値解法の発達も遷音速域の空力弾性解析すら可能に近づいている。航空機の空力弾性問題において安全性の面から特に重要なのはフラッタ解析である。本研究ではパネルフラッタと二次元翼の曲げ・ねじりフラッタの2種類の問題を扱う。空力弾性の数値解析は従来、流体計算に構造格子を用いたものが多く、それによりフラッタ速度、あるいはフラッタ動圧が予測可能であると報告されている。本研究では流体計算に非構造格子を用い、構造解析には単純化モデルを用いる。非構造格子では対象とする形状の違いによるコード変更がほとんど必要ないため、高周波で強い流れの非定常性を伴うフラッタ問題に対する信頼性が確認されれば、実機体に近いより複雑な形状に対しても非常に有用な解析手法となり得る。

2. 数値計算法

流体解析は移動境界を伴う積分形2次元圧縮性 Euler 方程式を非構造有限体積法で解く。対流項の離散化には Roe の FDS を用い、線形分布再構築により空間2次精度化する。時間積分には Matrix-Free Gauss Seidel と Newton 反復を組み合わせた次式の2次精度陰解法を用いた。

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{3}{2\Delta t} V_i^{n+1} + 0.5 \sum_j \sigma(Q_i^m, n_{ij}^{n+1/2}, s_{ij}^{n+1/2}) S_{ij}^{n+1/2} \Delta Q_i^m \\ & = R^* - 0.5 \sum_j \left\{ F(Q_j^m + \Delta Q_j^m, n_{ij}^{n+1/2}, s_{ij}^{n+1/2}) \right. \\ & \quad \left. - F(Q_j^m, n_{ij}^{n+1/2}, s_{ij}^{n+1/2}) - \sigma(Q_j^m, n_{ij}^{n+1/2}, s_{ij}^{n+1/2}) \Delta Q_j^m \right\} S_{ij}^{n+1/2} \end{aligned} \right\} \Delta Q_i^m \quad (1)$$

$$R^* = - \sum_j \tilde{F}_{i,j}(Q_i^m, Q_j^m, n_{ij}^{n+1/2}, s_{ij}^{n+1/2}) S_{ij}^{n+1/2} - \frac{3}{2\Delta t} V_i^{n+1} Q_i^m + \left(\frac{2}{\Delta t} V_i^n Q_i^n - \frac{1}{2\Delta t} V_i^{n-1} Q_i^{n-1} \right)$$

$$\sigma(Q_i^m, n_{ij}^{n+1/2}, s_{ij}^{n+1/2}) = \left| (v_i^m - s_{ij}^{n+1/2}) \cdot n_{ij}^{n+1/2} \right| + c_i^m$$

Q_i^m は $n+1$ ステップの保存変数 Q^{n+1} の近似値、 m は内部

(Newton)反復の回数、 F は物理流束、 \tilde{F} は数値流束である。また、 $V_i, S_{ij}, n_{ij}, s_{ij}$ はそれぞれ、検査体積、検査体積境界面積、その単位法線ベクトル、及び、境界面移動速度である。

パネルフラッタ解析はパネルをはりて表した次式を有限差分近似し、たわみ w を求める。

$$\text{Panel flutter : } m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = -(P_+ - P_-) \quad (2)$$

ここで、 m は単位長さあたりのはりの質量、 EI ははりの曲げ剛性、 $P_+ - P_-$ は (はりの上面に作用する圧力) から (はりの下面に作用する圧力) を引いたものである。

求めた翼面のたわみ w に伴い、格子全体を滑らかに hyperbolic tangent 関数で再分布させる (z 方向にのみ) ことによって、変形後の格子に対してパネルにかかる圧力が変化し、非定常現象を捉えることができる。

また、2次元翼フラッタ解析では後退角のついた3次元翼のある断面を模擬した2自由度曲げ・ねじりモデルを用いる。構造の支配方程式は2つのパネにつながれた2次元翼をモデルとして、翼の上下変位 h は下向きを正、弾性軸まわりの回転角 α は頭上げを正として、力のつりあいとモーメントのつりあいから得られる。

$$\text{Airfoil flutter : } \begin{cases} m \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + S_\alpha \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + k_h h = -L \\ S_\alpha \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + I_\alpha \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + k_\alpha \alpha = M \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 m は質量、 I_α は慣性モーメントであり、 S_α は翼弦方向の微小要素 dx の質量を dm とすると、 $S_\alpha = \int x dm$ で定義される static unbalance、 k_h, k_α はそれぞれ、上下変位 h に対するバネ定数および弾性軸まわりの回転角 α に対するバネ定数である。また、 L, M は揚力 (上向き正) およびピッチングモーメント (頭上げ正) である。

パネルフラッタでは連続弾性体方程式を差分近似し、格子は変形を伴うが、2次元翼フラッタは2自由度弾性モデルであるので格子は剛体的に移動するのみといった違いがある。

時間積分にはいずれも Crank-Nicolson 法を用いた。具体的には(3)式の場合、行列表示すると

$$\dot{X}(t) = AX(t) + B(t), \quad X(t) = [h \quad \alpha]^T \quad (4)$$

となるので次式、

$$X^{n+1} = X^n + 0.5\Delta t(\dot{X}^n + \dot{X}^{n+1})$$

に(4)を代入して整理し、以下のように評価する。

$$X^{n+1} = (I - 0.5\Delta t A)^{-1} \{ (I + 0.5\Delta t A) X^n + 0.5\Delta t (B^n + B^{n+1}) \} \quad (5)$$

ここで、 B^{n+1} は未知の空力係数を含むが、 $n, n-1$ ステップの値から外挿する。

3. パネルフラッタ解析

3.1 計算条件

パネルフラッタ解析では計算領域の最下辺にパネルを設置し、パネル上を流れが通過する。パネル上に21点設け、総格子点数2911、総セル数5600とした。格子は構造格子として作成した四角形セルを分割後の三角形の最小内角が大きくなる方の対角線によって分割した非構造格子である。非粘性計算においては、格子に微小変位がないと、圧力分布が変わらないので、Fig.1のような初期たわみを微小に与えた。また、パネルフラッタは航空機のモノコック構造の胴体に起こると考えられ、パネル上面のみが超音速流にさらされることによって起こるフラッタなので、下面の圧力は一様流圧力と同様として一定値で与えている。流体解析の基準量(本研究では、一様流密度 ρ_∞ 、一様流音速 c_∞ 、代表長さ L 、一様流温度 T_∞ としている)を用いて構造解析の諸量 m, EI を無次元化し、連成問題を解く。今後、上付き記号*を有次元量、記号無しを無次元量とし、さらに[1]で用いられている無次元量との対応をとって、表記すると以下ようになる。

$$m = \frac{m^*}{\rho_\infty^* L^*} = \frac{1}{\mu}, \quad EI = \frac{(EI)^*}{\rho_\infty^* c_\infty^{*2} L^{*3}} = \frac{(EI)^* M^2}{2(\rho_\infty^* U_\infty^{*2}/2)L^{*3}} = \frac{M^2}{\lambda}$$

$$\text{ただし、} \lambda = \frac{2q^* L^{*3}}{(EI)^*}, \quad q^* = \frac{1}{2} \rho_\infty^* U_\infty^{*2}$$

計算条件を選ぶためにFig.2[1]を参考にした。これは各一様流マッハ数に対してフラッタのおこる動圧を示しており、縦軸は最大たわみを板厚で無次元化した値となっている。一様流マッハ数が1.2の時に着目すると、無次元動圧 $\lambda=200$ 辺りからパネルフラッタが起こると予想される。そこで今回は、 $M_\infty = 1.2$ と固定し、流体と構造の質量比 $m = 10$ をFig.2と一致させ、無次元動圧 λ を36,200,300,720と変化させることによって、フラッタ限界動圧である200を境にしてフラッタ現象に違いが現れるかを調べた。

3.2 計算結果

Fig.3はパネル上 $x/l=0.6$ での変位の時間履歴を示す。縦軸はたわみをパネル長さで無次元化した値である。Fig.3から無次元動圧 λ の値によって3パターン(減衰振動、リミットサイクル振動、不安定(発散)振動)に分けることができる。 $\lambda=36$ では減衰振動、 $\lambda=200$ ではリミットサイクル振動、 $\lambda=300,720$ では不安定(発散)振動となる。この結果はFig.2の $M_\infty = 1.2$ のフラッタ限界動圧が200辺りであることと一致しており、本手法の有効性を示している。

Fig.4~Fig.7にある無次元時間における圧力等高線と変位と圧力のプロットを示す。ここで示す圧力分布のグラフはすべて上面と下面の圧力差 $p = p_+ - p_-$ を一様流圧力 p_∞ で無次元化したものを縦軸にとり、横軸に x 座標を示したものである。パネルは $x=0\sim 1$ にある。Fig.4,5は $\lambda=200$ を、Fig.6,7はそれぞれ $\lambda=36,720$ を示す。まず、無次元動圧 $\lambda=200$ の場合を見ると、パネルが下側に変形したときは、Fig.4に示すように、前方で膨張波が、後方で圧縮波が生じるため、圧力は前方で上がり、後方で下がる。また、Fig.5のようにパネルが上側に変形したときには、定性的にFig.4と逆になる。この圧力分布に従ってFig.5ではパネル前方は下側へ変形しようとし、後方はさらに上側に変形しようとする。パネルの中央はどちら側にもひっぱられるため、もっとも変位の大きい位置がパネルの中央ではなく、 $x=0.6$ あたりにずれていると考えられる。また、もっとも大きな空気が働くのはFig.4,5中の破線で示したように $x=0.35, 0.8$ 付近である。

次に減衰振動、発散振動について見る。Fig.6のように無次元動圧 $\lambda=36$ のとき、計算を開始してから無次元時間=6ですでに大きな変位、はっきりとした圧力分布がみられない。この原因として、変位と圧力分布に位相差がみられないことがあげられる。下側に変位しているところに上向きの力がかかり、上側に変位しているところに下向きの力がかかるため、変位が元の位置に戻ろうとする。その直後の変位と圧力分布の関係を見ると、再び位相差は現れるが、弾性力が大きいためたわみがそれほど大きくなり、結果として空気力も大きくなりなないので発散振動にはならない。変位はやがて0になる。Fig.7の無次元動圧 $\lambda=720$ では、圧力分布が他のケースと違い、不規則な様子を示している。さらに、圧力が正の値をとる領域と負の値をとる領域が等しくなく、ほとんど上から力がかかっている状態となっている。はりの弾性力が空気に比べて小さすぎることで、非粘性計算であるために弾性力で回復できないほどのたわみが生じてしまい、これらに慣性力を含めた3つの力がうまくバランスしていない状態であることがわかる。また、用いた構造の支配方程式はたわみが微小であるという仮定のもとに成り立つ式であった。 $\lambda=200$ では規則的な振動を捉えることができたが、 $\lambda=300,720$ は不規則な振動になった違いは微小たわみの仮定を満たすか否かによって生まれているとも考えられる。

4. 2次元翼フラッタ解析

4.1 計算条件

曲げねじりフラッタでは、過去に多くの計算例のあるNACA64A010翼型のまわりにFig.8のような総格子点数8604、総セル数16800の非構造格子を作成した。これは、Fig.9のようにスパン方向の一断面を模擬している。翼上面には141点配置してある。遷音速流を扱う際には翼弦長に対して外部領域を十分広く取る必要があり、本研究では[4]を参考にして翼弦長の20倍の広さの外部領域をとった。パネルフラッタ解析でも行ったように構造方程式(3)中の諸量を流体解析の基準量で無次元化し、さらに、[2]で用いられている無次元量

$$\mu = \frac{m^*}{\pi \rho b^2}, \quad \frac{\omega_h^*}{\omega_a^*}, \quad V = \frac{U_\infty^*}{\omega_a^* b^* \sqrt{\mu}}, \quad x_a = \frac{S_a^*}{m^* b^*}, \quad r_a^2 = \frac{I_a^*}{m^* b^{*2}}$$

(ただし b^* は半翼弦長、 ω_h^*, ω_a^* は上下動および回転の非連成固

有振動数)を用いて表すと、

$$m = \frac{1}{4}\pi\mu, \quad S_a = \frac{1}{8}x_a\pi\mu, \quad I_a = \frac{1}{16}r_a^2\pi\mu$$

$$k_h = \frac{\pi M_\infty^2}{V^2} \left(\frac{\omega_h^*}{\omega_a^*} \right)^2, \quad k_a = \frac{r_a^2 \pi M_\infty^2}{4V^2}$$

となる。そこで[2]と同様に、

$\mu = 60, x_a = 1.8, r_a^2 = 3.48, \omega_h^* / \omega_a^* = 1.0$ とし、弾性軸の位置も同様にして前縁から半翼弦長前方にあるとした。Fig.10はこの翼型に対する過去の計算例として、Bohbotらの非粘性計算結果を示す。縦軸は無次元速度、横軸にマッハ数をとったこの図において、ラインよりも左上がフラッタ発生領域であり、遷音速域の一部はS字型のフラッタ境界を持つ。 $M_\infty = 0.875$ に固定し、無次元速度 V を0.45,0.5,0.55,0.7,1.0,1.2,1.7,1.8,1.9,2.0,2.2,2.4,2.5,2.6,2.7と細かく変化させることにより、構造格子を用いたBohbotらの計算と同様の3つのフラッタ境界を捉えることを目標に計算を行い、非構造格子の空力弾性問題に対する精度を確認する。初期条件は[3]と同様にし、

$$h = 0.0$$

$$\alpha = \frac{\pi}{180} \sin \omega_\alpha t \quad \left(0 < t < \frac{2\pi}{\omega_\alpha} \right)$$

とした。

4. 2 計算結果

Fig.11とFig.12は安定・不安定の境界付近の計算結果の例である。縦軸は迎角、横軸は連成振動の周期を非連成ねじりバネの振動周期で無次元化した値を無次元時間としてとっている。Fig.12を見ると、無次元速度が異なっても、最終的に振幅は等しいという結果、および無次元速度が大きいほど、リミットサイクル振動になるまでに要する時間が短くなるという結果が見られ、Bohbotらの報告と一致している。本研究の結果をBohbotらのプロット上に一緒に載せたものがFig.13である。本解析で安定と判定した結果を○で、不安定となった結果を×で示している。Vが0.05の微小な差により、減衰振動・リミットサイクル振動に分かれ、フラッタ境界を精度良く捉えることができたと言える。

また、Bohbotらの報告や過去の報告には2次元翼フラッタに2つの振動モードがあることが記されている[3][5]。Fig.14とFig.19の変位の時間履歴をみるとあきらかなように、無次元速度1.2では低周波な振動、2.6では高周波な振動となっている。これらの間では、無次元周期が約4倍異なり、無次元速度1.2では上下動と迎角の振動は同位相であるが、2.6では位相が π だけずれている。無次元速度1.2では翼は上下動および翼前方を中心とした回転運動を行う。これに対して2.6では、上下動はあまり見られず、翼前縁のあたりを中心とした回転が目立つ。時間履歴にもあるように、無次元速度2.6では、振幅の増加が短時間のうちに起こっている。これらの差が生じる理由をFig.15~18、Fig.20~23により考察する。すべての図はリミットサイクル振動中、弾性軸まわりの回転角が負の最大値をとる時のものとして統一している。Fig.15、16は無次元速度1.2の圧力等高線と表面圧力係数分布を示している。衝撃波が翼後縁よりも少し中央側に移動して、そのために上面の圧力が急激に増加しているのがわかる。Fig.20、21は無次元速度2.6の圧力等高線と表面圧力係数分布を示している。この場合、衝撃波は翼上面にはなく、負の迎角が大きく、かなり大きな負の揚力が発生し

ていることがわかる。Fig.17と22は上下変位と3力のつりあいの様子を、Fig.18と23は迎角と3モーメントのつりあいの様子を示している。Fig.17、18、22、23を比較すると、唯一Fig.22において慣性力、弾性力、空気力の3力(3モーメント)のうち空気力が最も大きくなっていて、これに慣性力と弾性力の和がつりあうことになる。以上より、低周波の振動を起こす時は衝撃波の移動に伴う振動で、高周波の振動を起こす時は大きな揚力発生により翼が壊れることなく構造上許される最大変位(上下動および回転角)に至るまでが短時間のうちに起こることによる振動となっていると考えられる。

5. まとめ

流体解析に非構造格子を用いた二次元フラッタ問題の数値解法を開発した。パネルフラッタ解析において、無次元動圧の値に応じて、減衰振動、リミットサイクル振動、不安定振動(発散振動)の3パターンの現象を捉えた。また翼の曲げ・ねじりフラッタ解析において、フラッタ発生無次元速度を精度良く予測することができた。以上より本計算手法の有効性を確認し、今後更に複雑な空力弾性問題への適用が可能であることが示された。

参考文献

- [1] E. H. Dowell : Nonlinear Oscillations of a Fluttering Plate, AIAA Journal, 4, 1966, pp. 1267-1275
- [2] Koji Isogai : Numerical Study of Transonic Flutter of a Two-Dimensional Airfoil, NAL TR-617T, 1980
- [3] J.Bohbot, J.Garnier, S.Toumit, and D.Darracq : Computation of the Flutter Boundary of an Airfoil with a Parallel Navier-Stokes Solver, AIAA 2001-0572
- [4] 寺島 洋史、藤井 孝蔵 : フラッターシミュレーションに向けた振動翼周りの流れの信頼性評価, NAL SP-53 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2001 論文集, pp.285-290
- [5] J.J.Alonso and A.Jameson : Fully-Implicit Time-Marching Aeroelastic Solutions, AIAA 94-0056

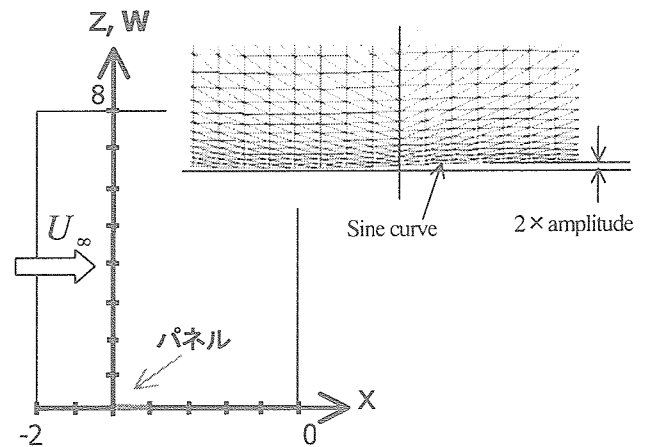


Fig.1 パネルフラッタ解析計算領域及び計算格子

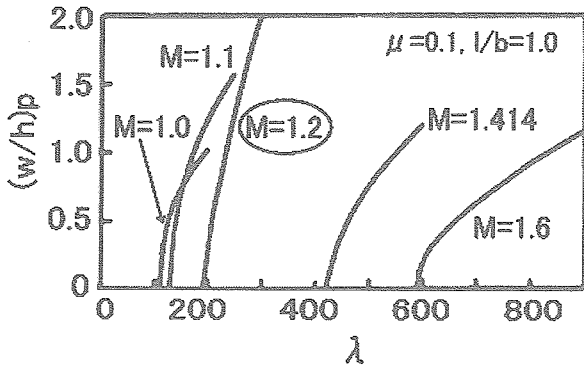


Fig.2 Limit cycle amplitude vs dynamic pressure [1]

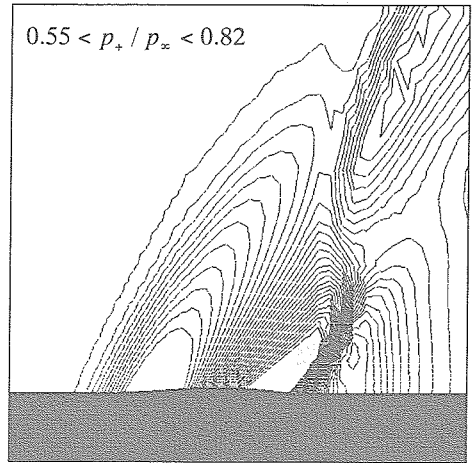


Fig.5 Maximum deformation on the upside ($\lambda=200$)

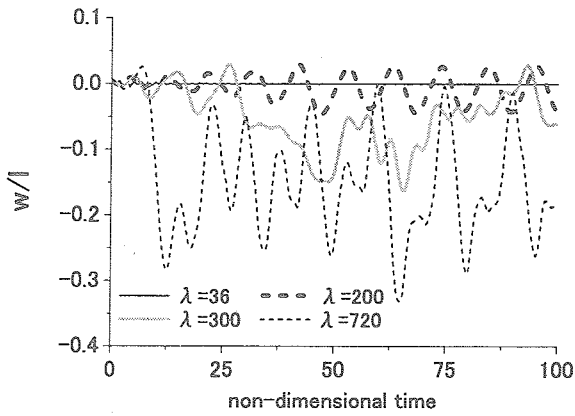


Fig.3 Time history of the deformation ($x/l=0.6$) for various λ

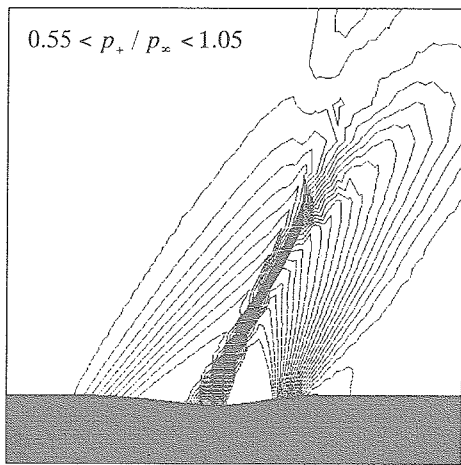
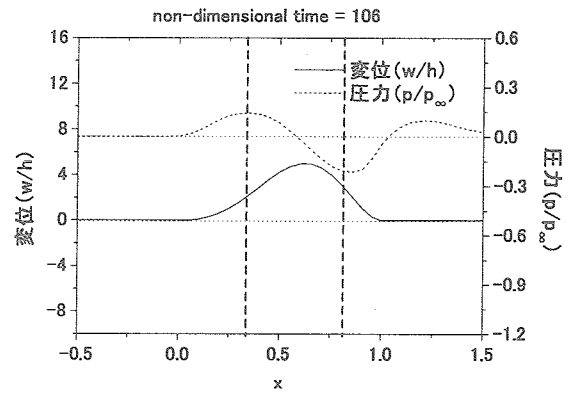


Fig.4 Maximum deformation on the downside ($\lambda=200$)

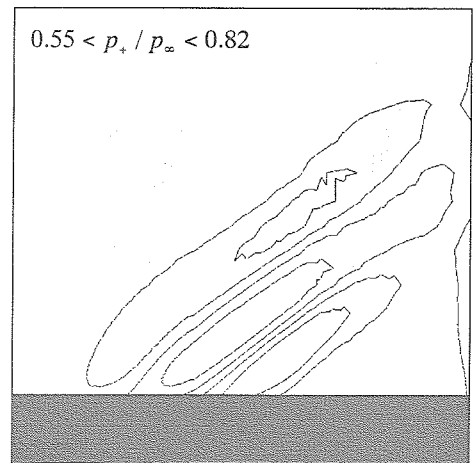
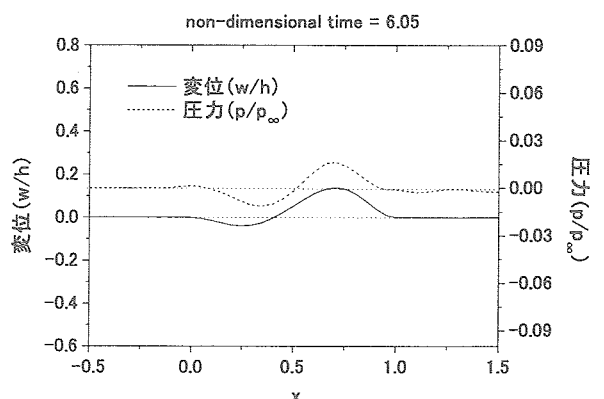
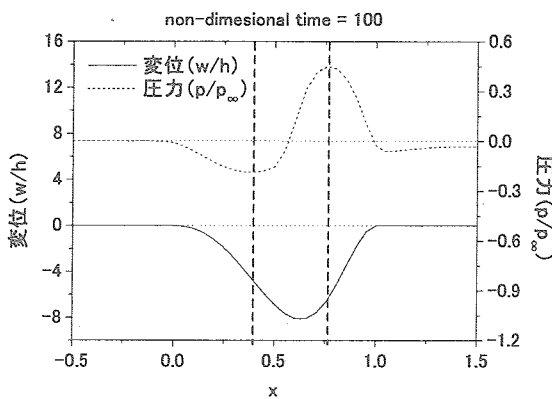


Fig.6 Relation between deformation and pressure ($\lambda=36$)



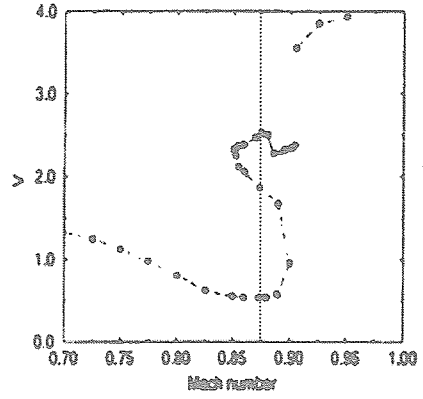
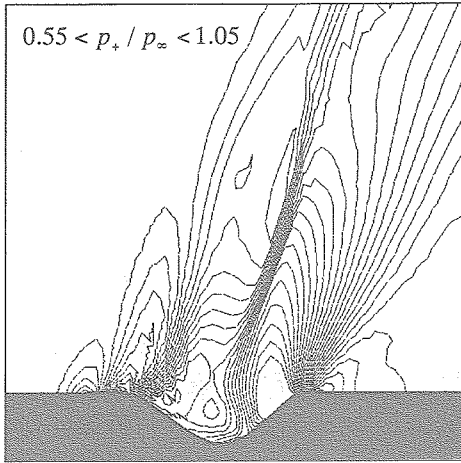


Fig.10 Inviscid flutter boundary [3]

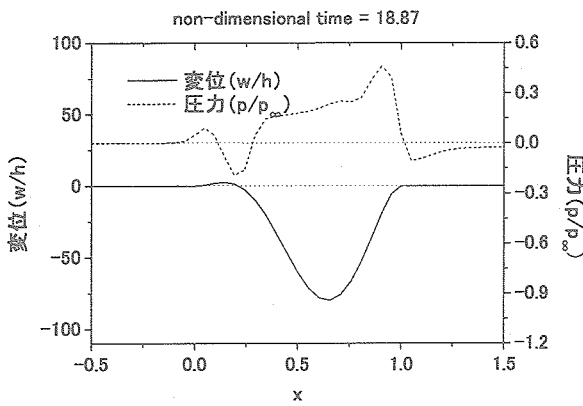


Fig.7 Relation between deformation and pressure ($\lambda=720$)

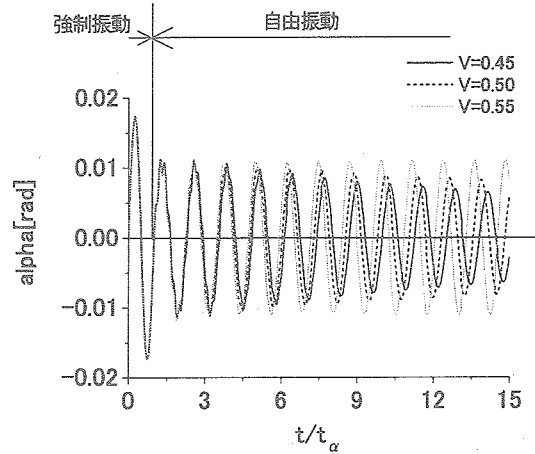


Fig.11 V=0.50 近傍のピッチング応答 (低周波振動モード)

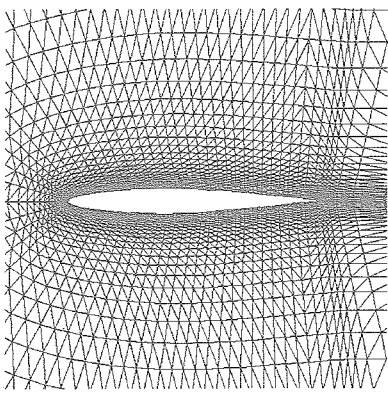


Fig.8 NACA64A010 翼型と格子の様子

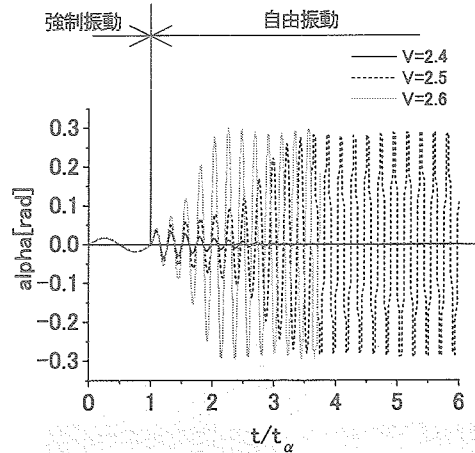


Fig.12 V=2.5 近傍のピッチング応答 (高周波振動モード)

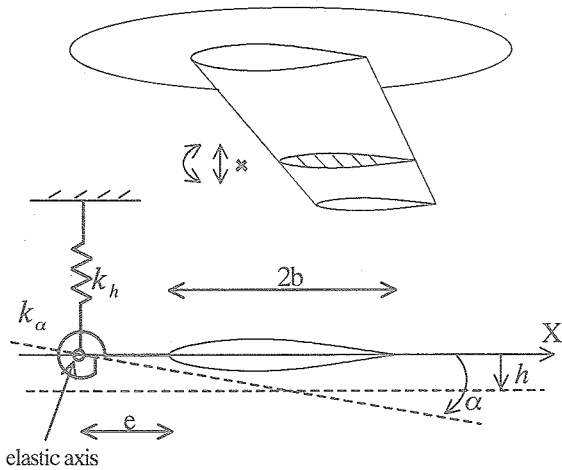


Fig.9 2自由度曲げ・ねじりモデル

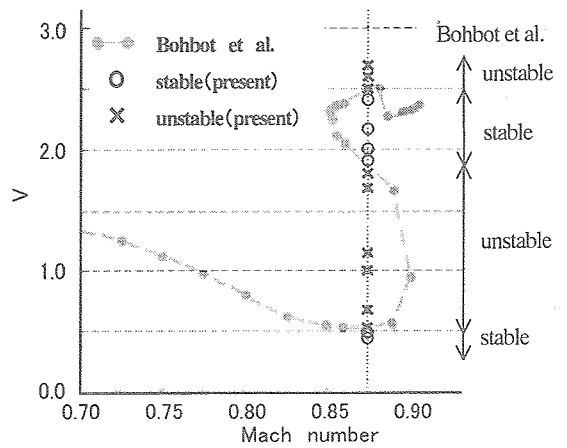


Fig.13 計算結果の比較

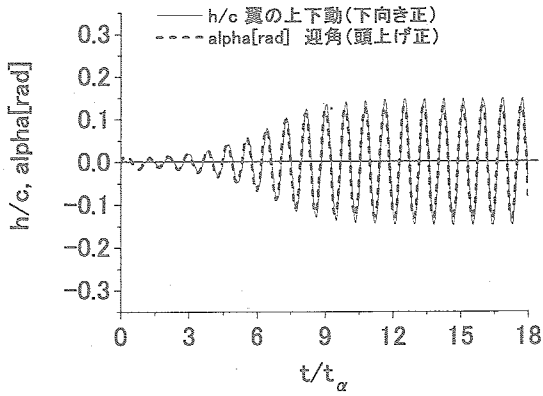


Fig.14 変位の時間履歴 (V=1.2)

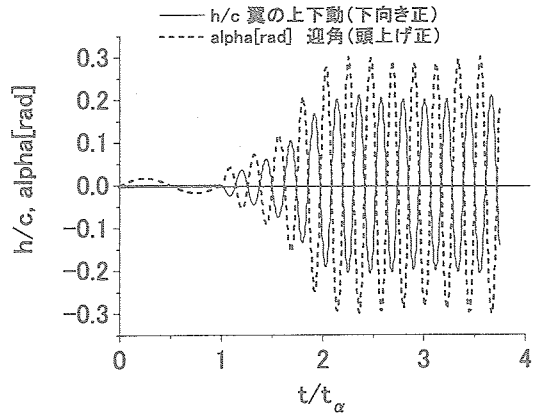


Fig.19 変位の時間履歴 (V=2.6)

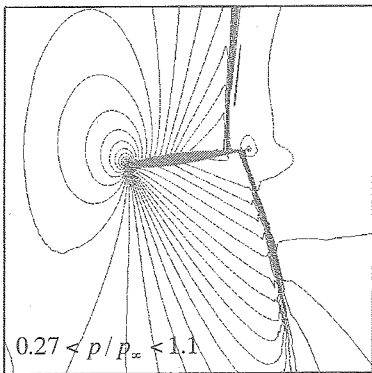


Fig.15 圧力等高線 (V=1.2)

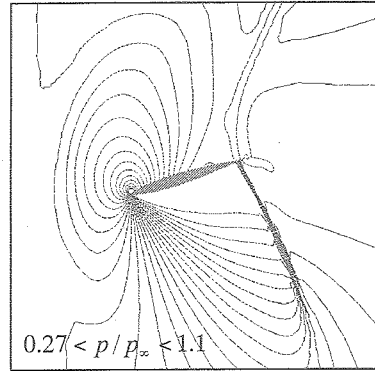


Fig.20 圧力等高線 (V=2.6)

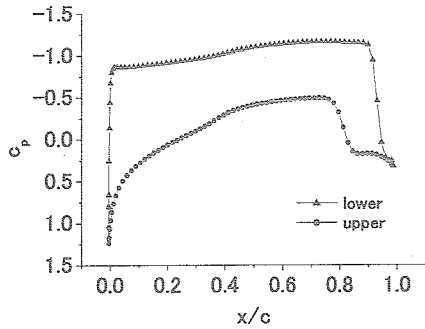


Fig.16 表面圧力係数分布 (V=1.2)

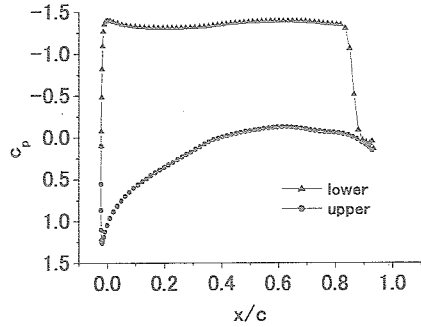


Fig.21 表面圧力係数分布 (V=2.6)

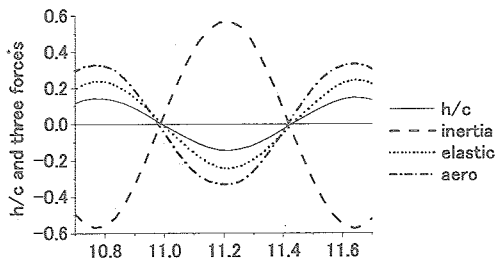


Fig.17 上下変位と3力 (V=1.2)

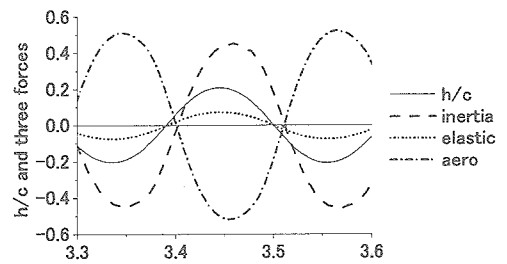


Fig.22 上下変位と3力 (V=2.6)

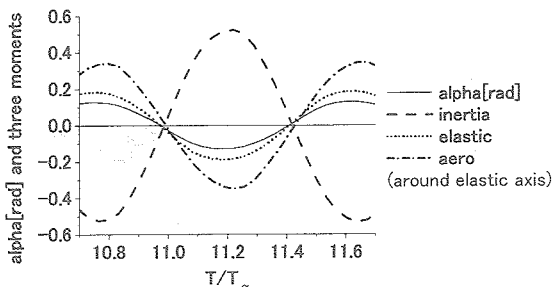


Fig.18 迎角と3モーメント (V=1.2)

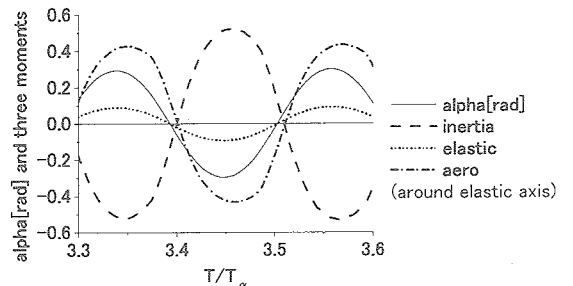


Fig.23 迎角と3モーメント (V=2.6)