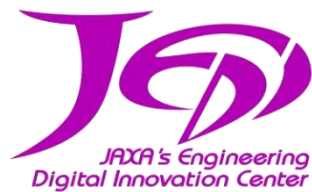
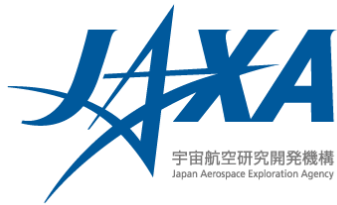
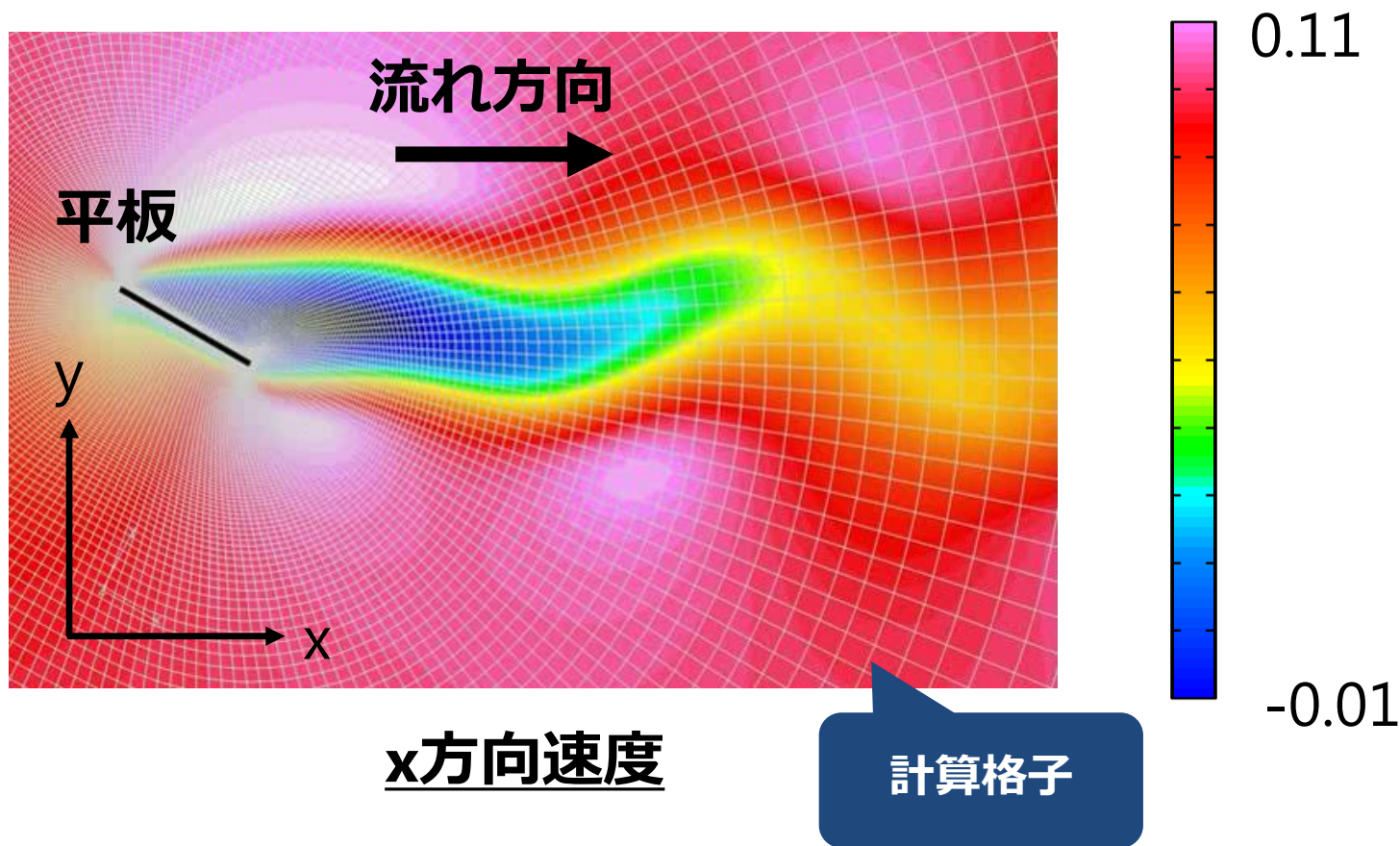


# スパース推定を利用した 時系列データのモード分解

---



○小泉拓, 堤誠司, 芳賀臣紀 (JAXA)



各格子点（観測点）上の物理量の時間変化を追ったもの  
➤ 大規模な多変量の時系列データ

- 大規模な計算格子を用いた非定常計算
  - 空間方向・時間方向ともに高次元

- 高次元のデータからなるべく情報を落とさずに、理解しやすい低次元のデータを抽出する必要

- 流体解析分野で使われている手法
  - 従来から広く使われている手法：  
Proper Orthogonal Decomposition (POD)
  - 比較的最近発達してきた手法：  
Dynamic Mode Decomposition (DMD)

## POD

- 主成分分析と同値
- エネルギーの高いモードを抽出
- 時間の情報を失っている
  - 時系列データを点の集合として処理

## DMD

- Data-Driven なフーリエ変換（ラプラス変換）
- 特定の周波数で振動するモードを抽出
- 時間情報を保持
  - 時系列データの順番を考慮

## Sparsity-Promoting DMD (DMDSP)

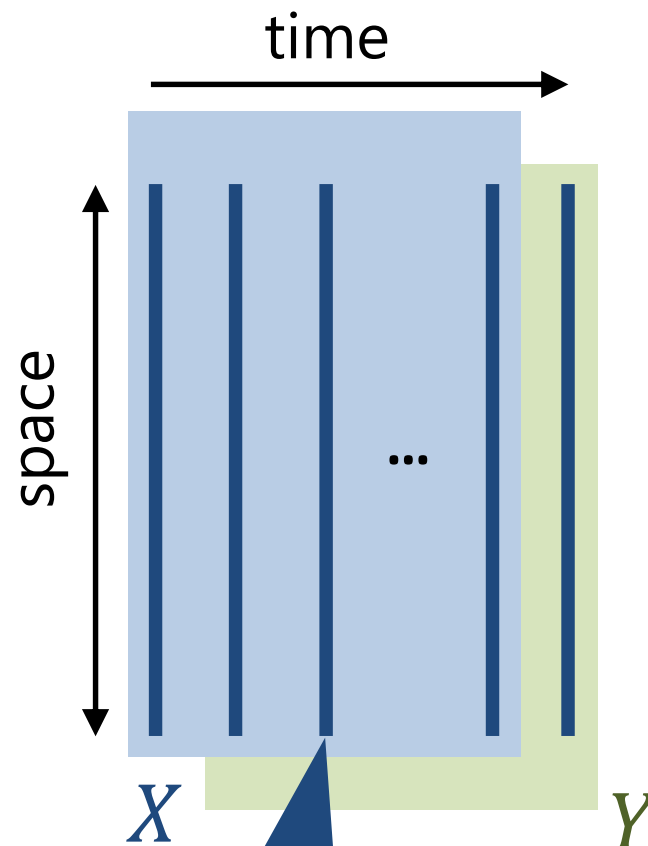
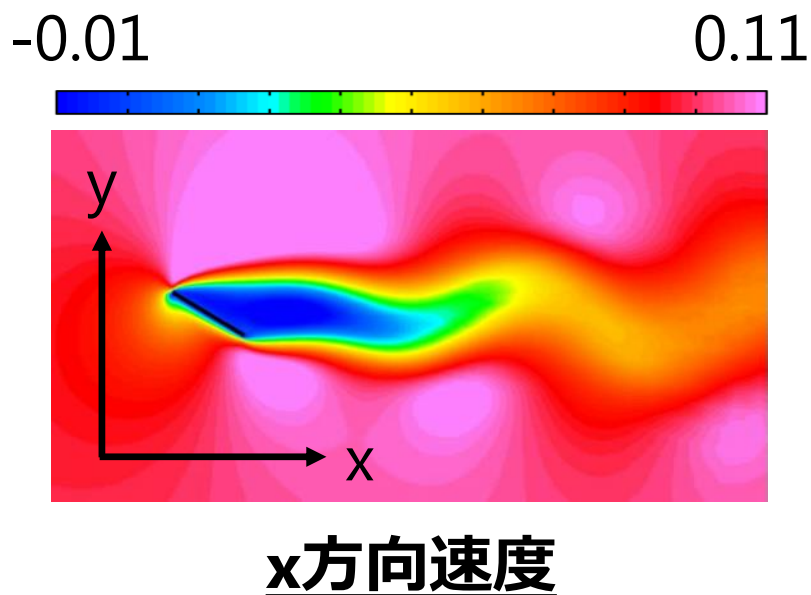
[Jovanovic 2014]

- DMD は POD と異なり、モードに明らかな順番が無い
- DMD モードの選択に**スパース推定**を利用

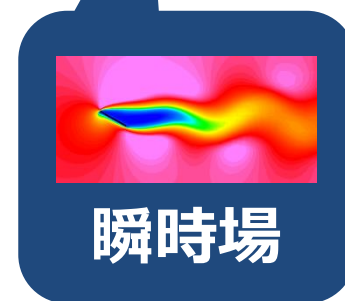
## 目的

- DMDSP によって特徴的なモードが抽出されるか
  - DMD モードを見ることが現象の理解に有効であるか
- 以下の二つの例を用いて検証する
- 平板翼周りの2次元流れ
  - 3次元クラスタ化超音速ジェット

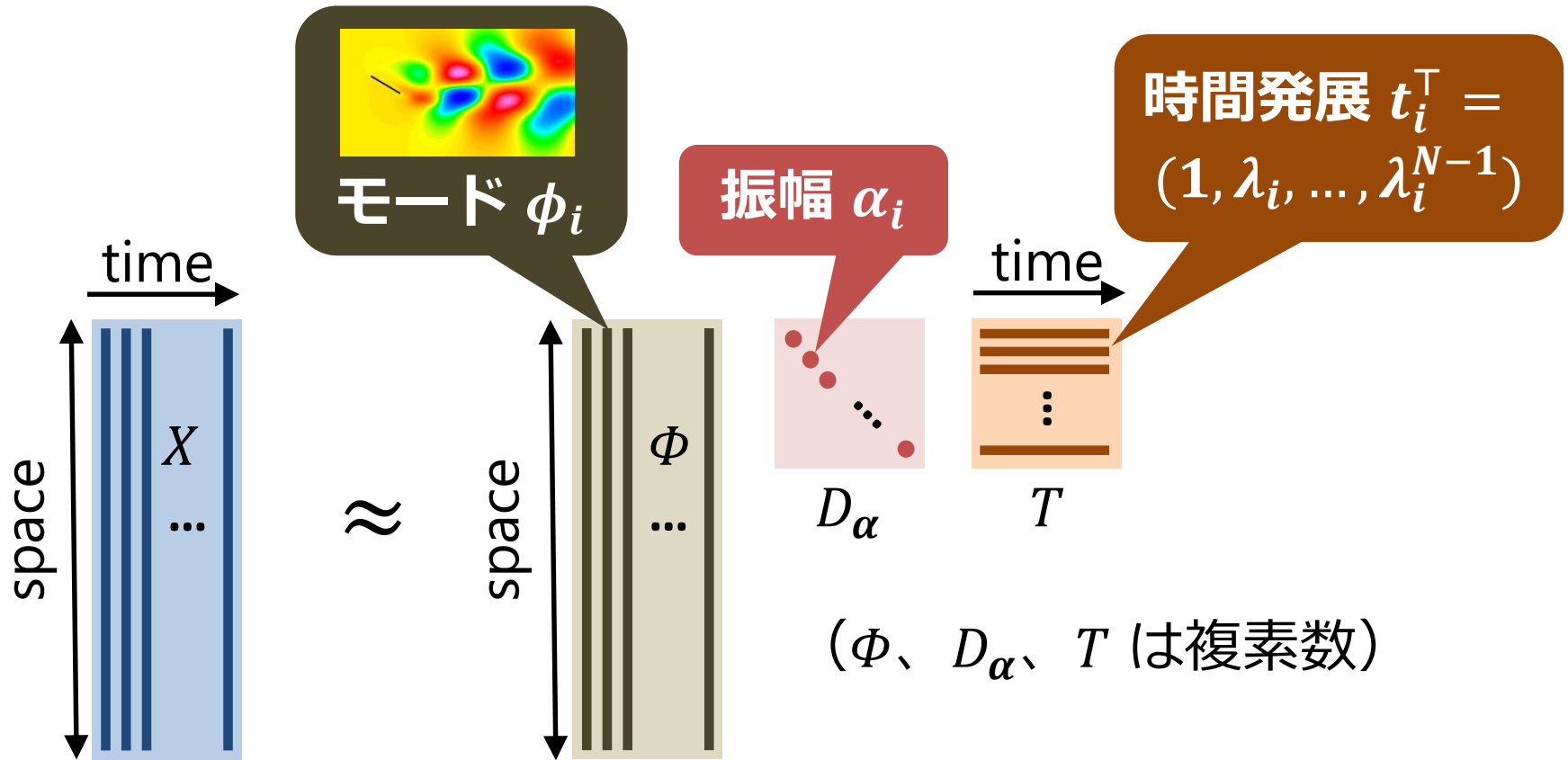
例) 平板翼周りの2次元流れ



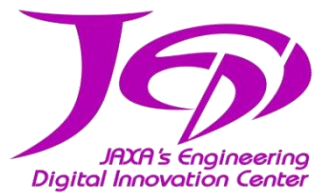
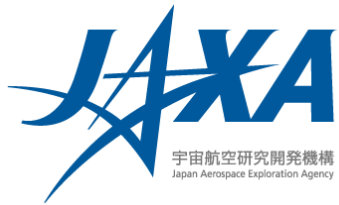
時系列データを行列  $X, Y$  で表現し、  
 $Y \approx AX$  なる  $A$  の固有値分解を  
考えることで時間情報を取り入れる



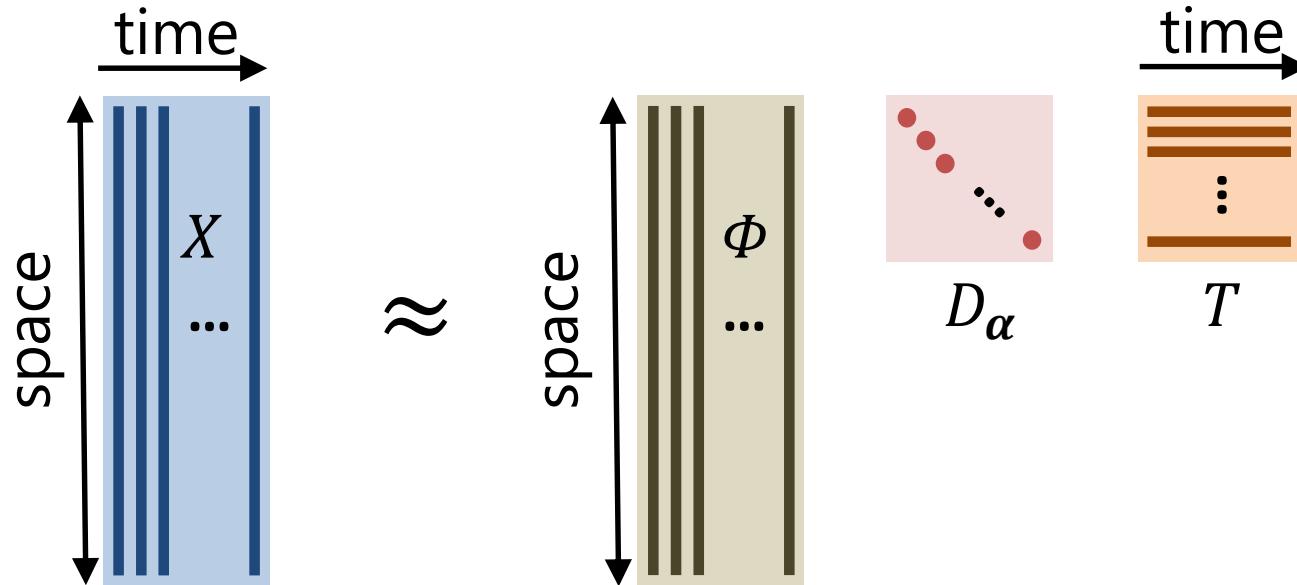
# 時系列データを分解する



$Y \approx AX$  なる  $A$  の固有値： $\lambda_i$ 、固有ベクトル： $\phi_i$  を  
使うと上記のように分解できる







- $D_\alpha$  は「 $\approx$ 」が成り立つように調整
- 最小二乗法で得られた振幅の大きいモードが寄与の大きいモードとは限らない
- 本質的に寄与の大きいモードを見つけるために **スパース推定** を利用 (DMDSP) [Jovanovic 2014]
  - DMDSP = **DMD** + **スパース推定**

前スライドの差  $\|X - \Phi D_\alpha T\|_F$  をなるべく小さくする、  
スパースな推定値  $\alpha$  が欲しい

**LASSO** (Least Absolute Shrinkage and Selection Operator)

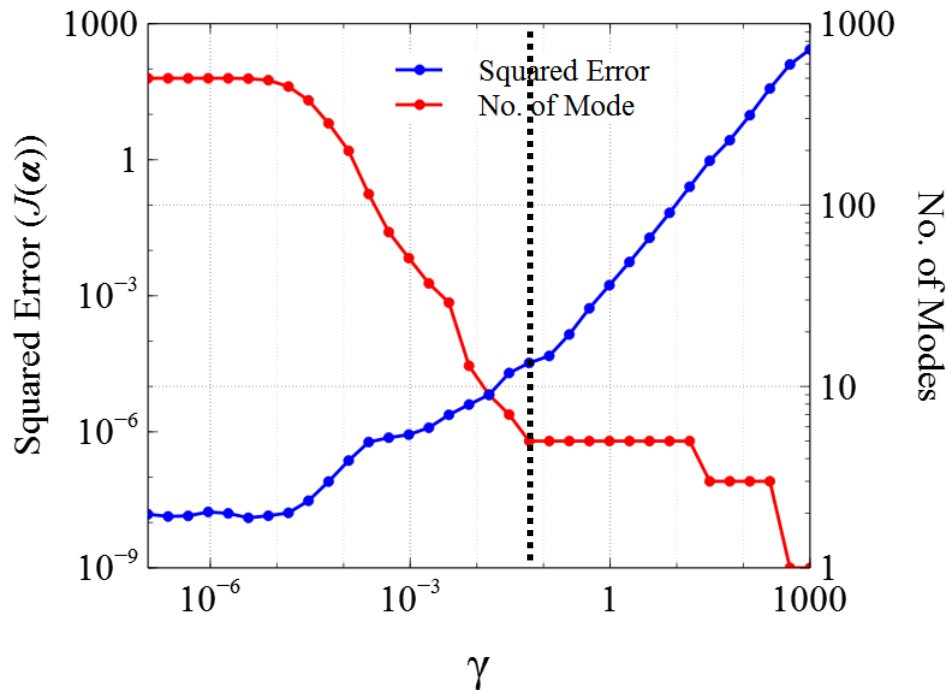
$$\min_{\alpha} (\|X - \Phi D_\alpha T\|_F^2 + \gamma \|\alpha\|_1)$$

各要素の  
二乗和

各要素の  
絶対値の和

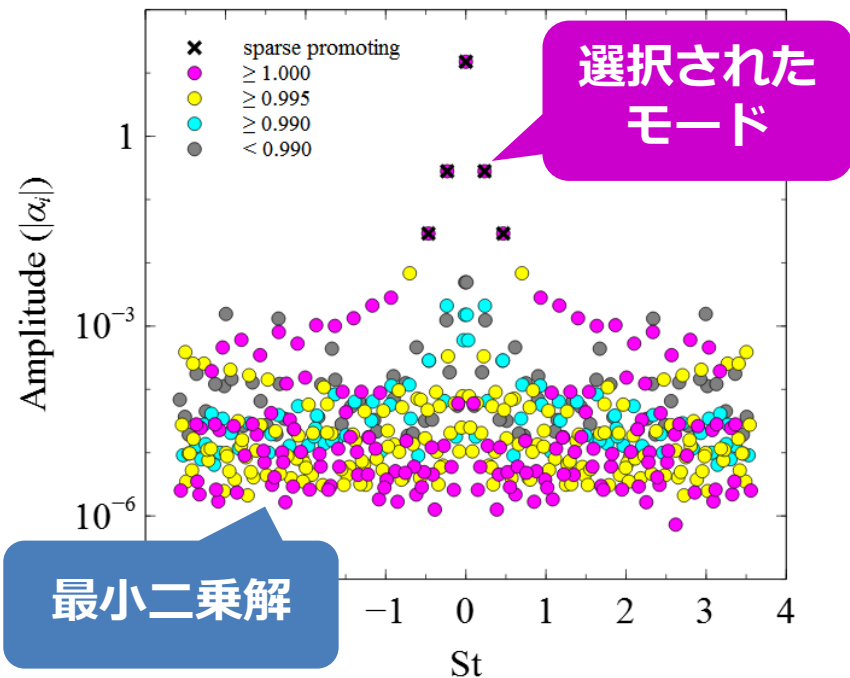
- LASSO の解  $\alpha$  は、スパースになる性質がある
- $\gamma$  に応じて自動で変数を選択
- $\gamma = 0$  だと最小二乗解、 $\gamma \rightarrow \infty$  では  $\alpha = 0$

DMDSP は、 $D_\alpha$  を LASSO によって求める



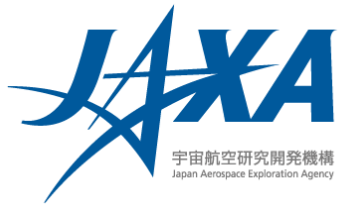
$\gamma$  と誤差/モード数との関係

□ 5モードで誤差が  $10^{-4}$  程度まで落ちている



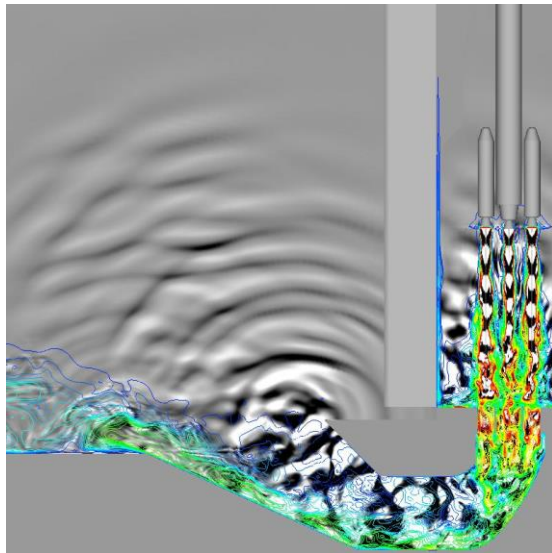
各モードの St 数と振幅の関係

□ 複素共役のモードとペアで選択される  
 ➤ 5モード -> 3モード

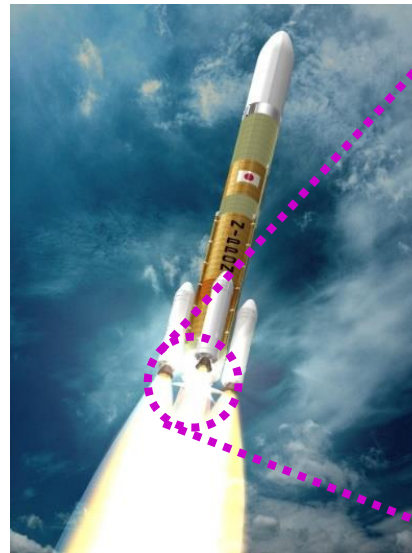


# クラスタ化超音速ジェット

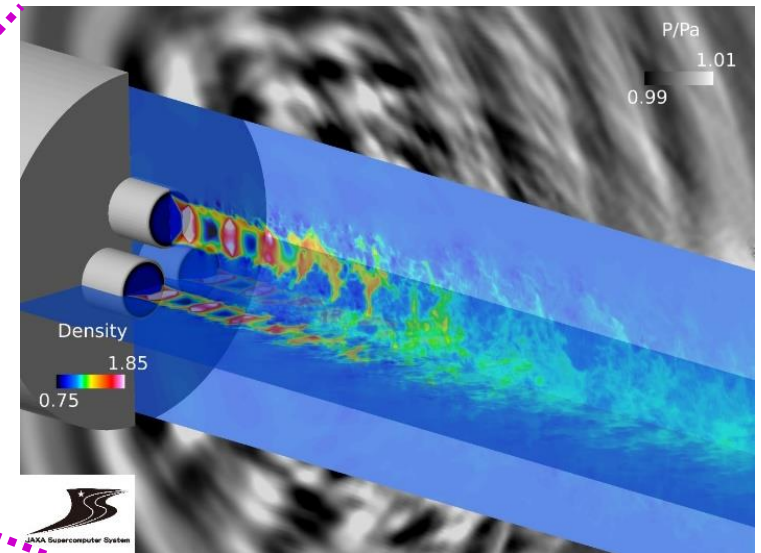
- ロケット打ち上げ時の音響波により内部の人工衛星が加振される恐れがある
  - 音響波の予測・低減が求められている
- 第一段エンジンをクラスタ化する H3 では排気パワー増加による音響振動増加が懸念される



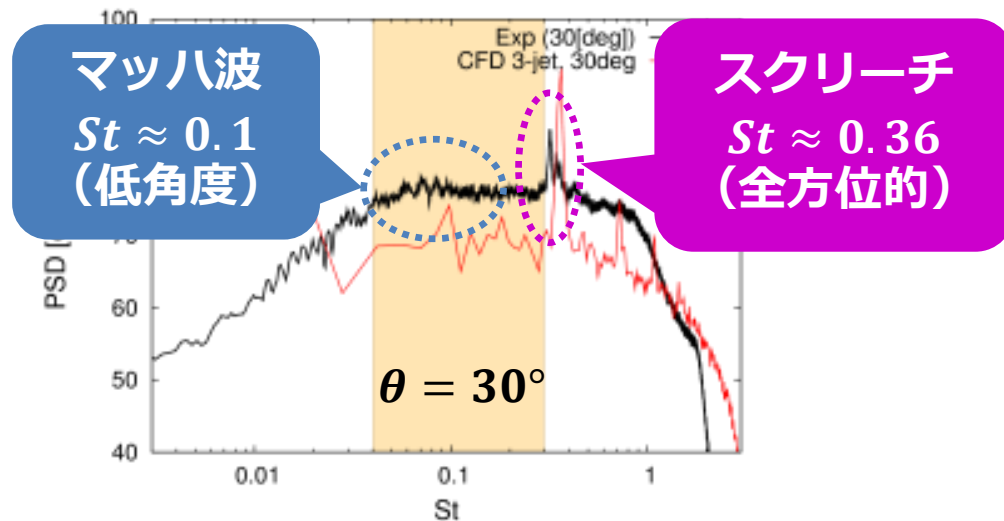
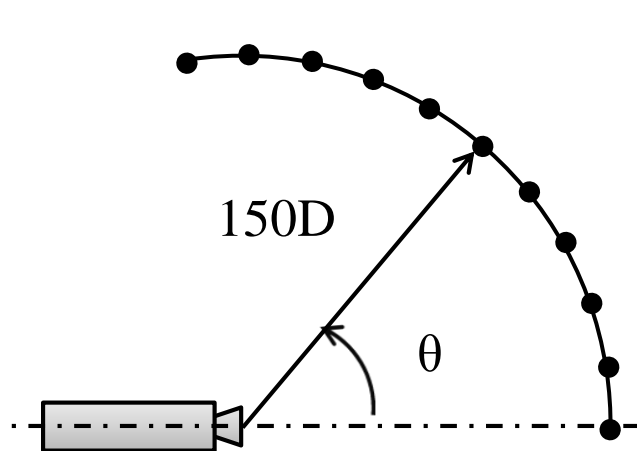
**H2A Lift-off Acoustics**



**H3**



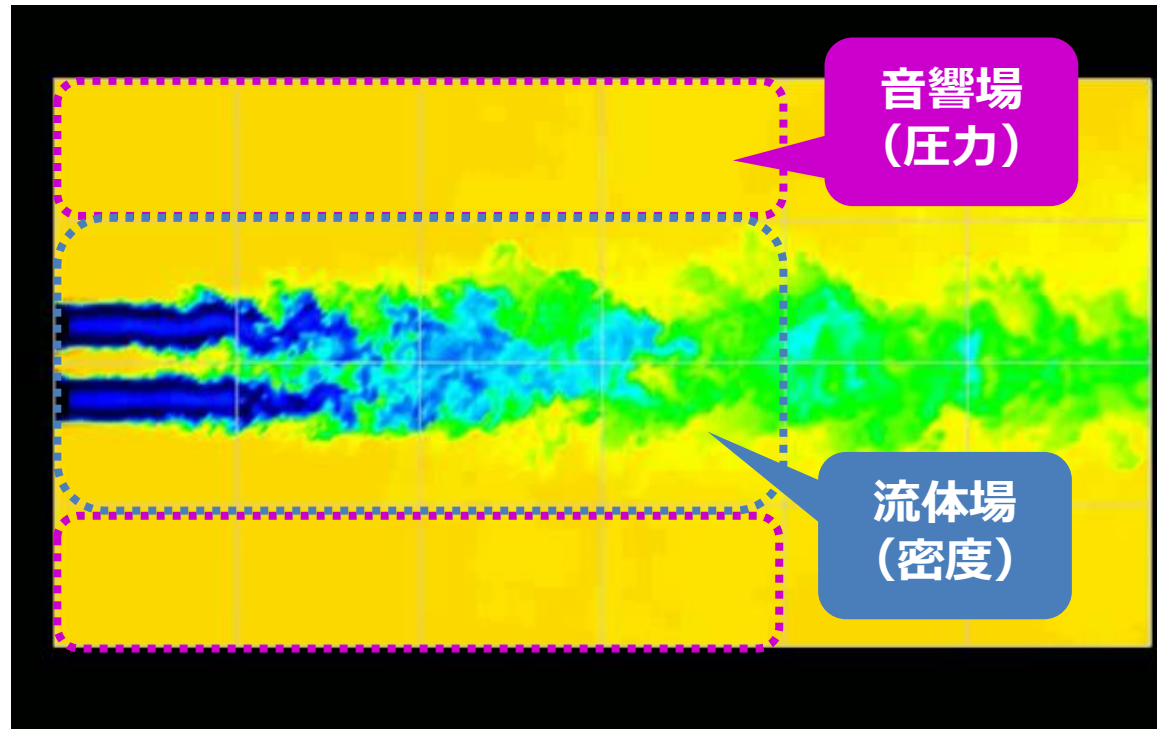
**クラスタジェット瞬時場**  
(中心：密度、外側：圧力)<sup>13</sup>



## 遠方場圧力の PSD

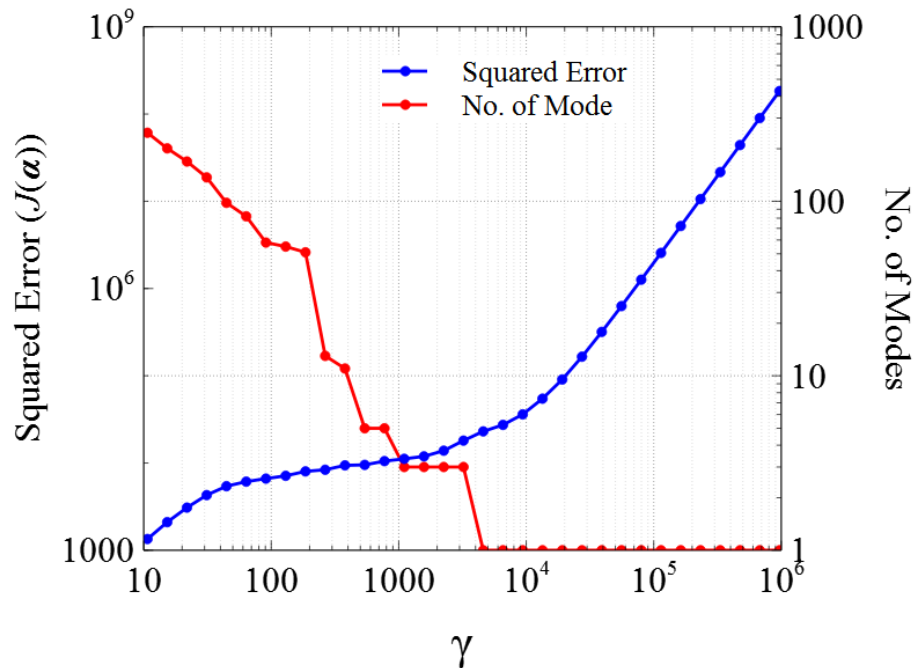
### 目標

マッハ波やスクリーチ等の特徴的な音を抽出し  
その音の発生につながる流体の動きを明らかにする



## エントロピー

- エントロピーの変動をみて、音響場と流体場に分割
- 音響場は圧力、流体場は密度を使用し DMDSP

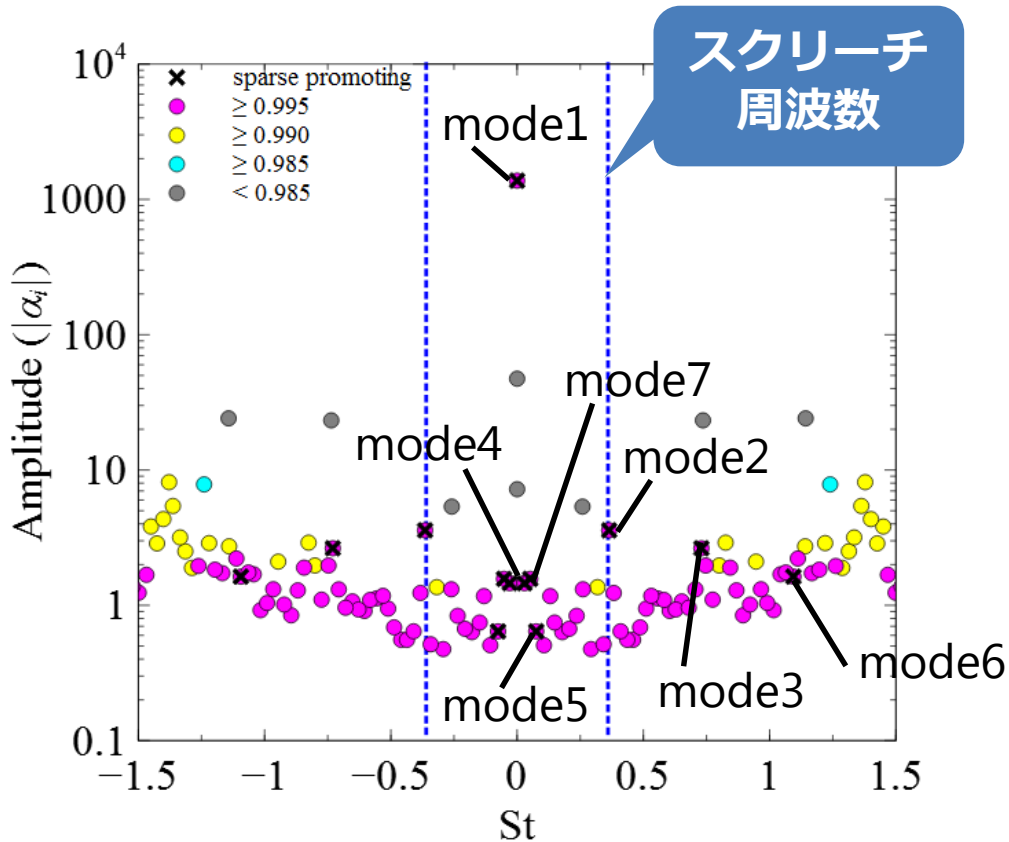


$\gamma$  と誤差/モード数との関係

- 乱流現象はブロードバンドなのでモード数を増やさないと誤差は減らない
- 上位の少数のモードが特徴的な音を捉えられているか確認する



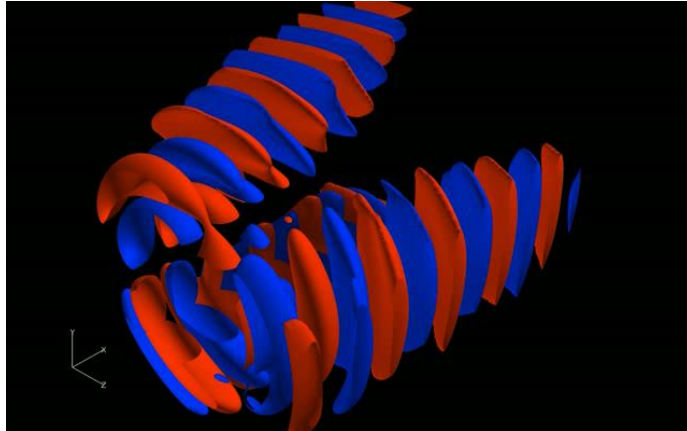
# 音響場でのモード選択結果



mode No.	St
1	0.00
2	0.36
3	0.73
4	0.029
5	0.076
6	1.09
7	0.052

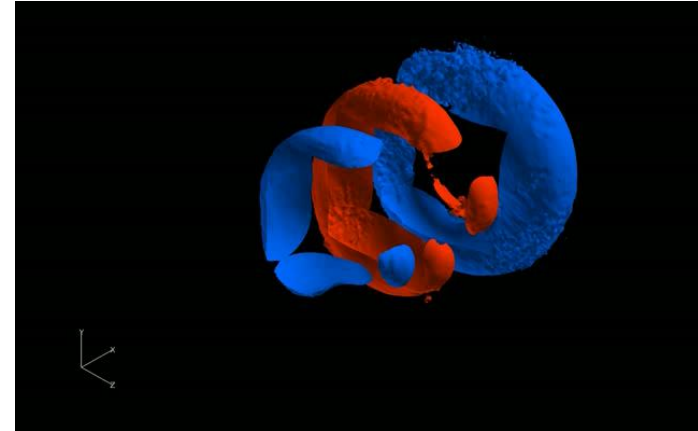
DMDSP により 7 モードが選択されたとき

- モード 1 は平均
- モード 2 はスクリーチ、3, 6 はその高調波
- モード 4, 5, 7 はマッハ波に対応



モード2 (圧力)

- 全方位に向かうスクリーチの特徴を捉えている



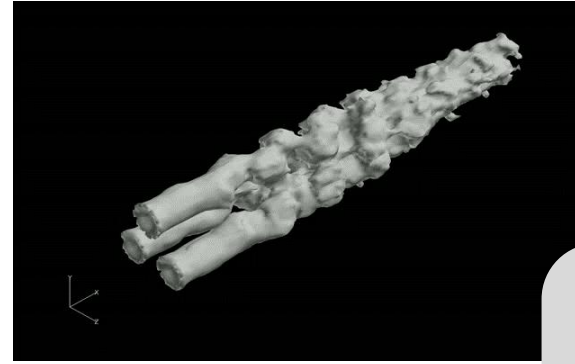
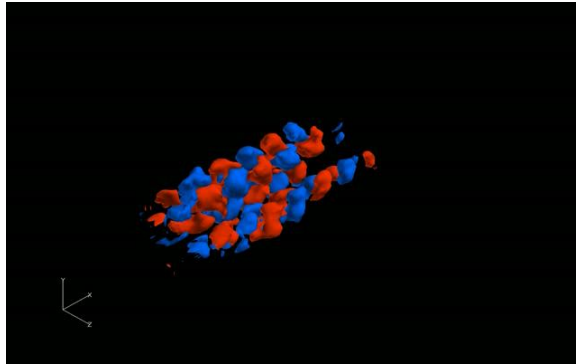
モード5 (圧力)

- ジェット下流に向かうマッハ波の特徴を捉えている

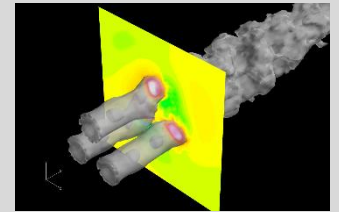
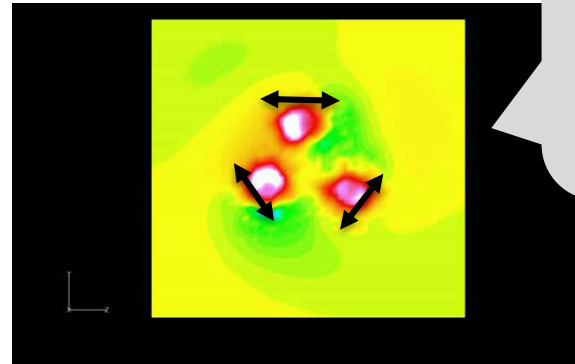
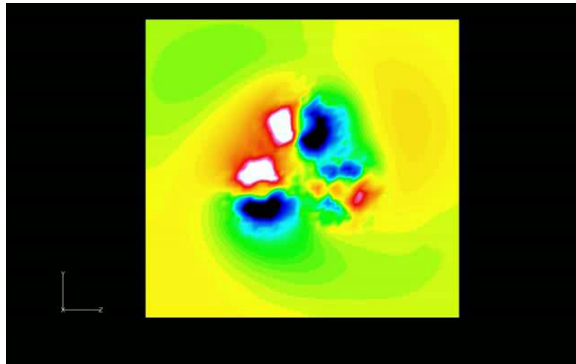
スクリーチやマッハ波といった特徴的な構造を抽出

# 流体場におけるスクリーチの様子

等値面



ジェットに  
垂直な断面



断面の位置

モード2

モード1 + モード2

- 平均流を足し合わせることで、各ジェットがフラッピングしている様子が明らかに
- 少しずつずれて全体としてヘリカルに見えている

- DMDSP によって以下のような特徴的なモードを抽出
  - 平板翼周りの二次元流れ：カルマン渦
  - クラスタジェット：スクリーチ・マッハ波
  
- クラスタジェットのスクリーチに対応する流体の構造は、各々のジェットが別々にフラッピングし、全体としてヘリカルなモードを形成していることが明らかに
  
- 音響場／流体場の特徴が取り出せるようになってきた
  - 今後は主要な音源であるマッハ波の構造を調査する
  - ブロードバンドの場合スパース推定がうまく働くか？

ご清聴ありがとうございました

---

