

両極性電場を伴う電離衝撃波の数値解析

錦野 友太(東大・院), 藤田 和央 (宇宙航空研究開発機構)

Computational Analysis of Ionized Shock Wave with Ambipolar Electric Field

Yuta Nishikino¹⁾ and Kazuhisa Fujita²⁾

¹⁾Department of Advanced Energy, Graduate School of Frontier Sciences, The University of Tokyo, Tokyo, Japan

²⁾Chief Researcher, Aerospace Research and Development Directorate, Japan Aerospace Exploration Agency, Chofu, Tokyo, Japan

When designing a capsule which reenters Earth's atmosphere, it is very important to assess the shock wave occurring in front of the reentry capsule. In order to assess the shock wave, a shock tube is used. The electromagnetic effect may occur in the shock tube, and its effect has never been clearly clarified. There are two factors to arise the electromagnetic effect. One is the conducting current which is occurred by diffusing ion and electron. And the other is the time variable ambipolar electric field with propagating shock wave. In this study, the effect of ambipolar electric field is focused on, and in order to clarify the effect of electromagnetic effect, three-dimensional shock tube problem was calculated by using Magneto Hydro Dynamic (MHD) equation taken into account an effect of current from the time variable ambipolar electric field. As a result of this study, ambipolar electric field makes a self-induced magnetic field in the shock tube. But, this is too small to make an effect of electromagnetic effect to the flow field by Lorentz force. Therefore, result of MHD calculation is not different from result of non-MHD calculation, and there is no effect of electromagnetic effect by ambipolar electric field.

Key Words: MHD, Ionization, Ambipolar-Electric field, Ionized Shock Wave, Shock-Tube Experiment

Nomenclature

\vec{B}	: Magnetic field vector, T
D_s	: Diffusion coefficient, m ² /sec
$d\vec{s}$: Area of cell interface, m ²
\vec{E}	: Electric field vector, V/m ²
\vec{J}	: Current density vector, A/m ²
k_b	: Boltzmann constant, J/K
M_s	: Molar weight, kg/mol
n	: Number density of plasma, 1/m ³
P	: Pressure, Pa
q	: Quantum of electricity, C
\vec{r}_n	: perpendicular vector on the wall
T	: Temperature, K
\vec{U}	: Velocity vector, m/sec
ρ	: Density, kg/m ³
μ_0	: Permeability of vacuum, N/A ²
μ_m	: Mobility, m ² /(V·sec)
ϵ_0	: Permittivity of vacuum, N/V ²
$\bar{\sigma}$: Collision cross section, m ²
σ	: Conductivity, (Ω·m) ⁻¹
\bar{v}	: Maxwell-Boltzmann distribution
ν_s	: Collision frequency, 1/sec

Subscripts

a	: Ambipolar electric field
in	: Value in the tube
t	: Tangential component at cell interface
$wall$: Value on the wall

x, y, z : Three dimensional axis

1. はじめに

地球大気へ再突入する物体の飛行速度はおよそ秒速 12 km/sec に達し、物体前方には強い衝撃波が形成される。衝撃波背後の気体は熱化学的に非平衡となり、解離や電離などの化学反応が生じる。その電離反応により電子やイオンが生じ、衝撃波背後の気体はプラズマと呼ばれる電磁流体へと変化する。再突入体前方に形成される衝撃波背後の気体は空力加熱により卓越した高温状態となる。それらの流れ場を理解する為に用いられるのが Fig.1. に示すような衝撃波管と呼ばれる実験装置である。これは、地上において再突入時に物体前方へ形成される衝撃波を模擬する為の装置の 1 つで、これと分光器などを併用することにより衝撃波背後の流れ場や輻射加熱率などの測定を行うことを目的とした装置である。しかし、衝撃波管により模擬された衝撃波は実際の再突入体前方に形成される衝撃波の環境とは伝導体である管壁に囲まれている点において大きくことになっており (Fig.2.), 伝導性を持つプラズマとの相互作用が生じていることが懸念されている。

本研究の目的は、伝導体に囲まれた電磁流体としての特性を持つ電離衝撃波がどの程度電磁流体効果により影響を受けるのかを明らかにすることである。本研究は 3 段階に分かれており、第 1 段階で両極性電場による影響の調査を行い、第 2 段階において伝導電流による影響についての調査を行い、そして、第 3 段階において実際に実験を用いることにより計算の検証を行う。本論文はま

ず第1段階である両極性電場による影響の調査について報告する。本研究では、まず両極性電場による影響を検証する為の3次元化学非平衡電磁流体解析コードを開発し、非電磁流体衝撃波と比較することにより両極性電場による電磁流体効果を検証した。

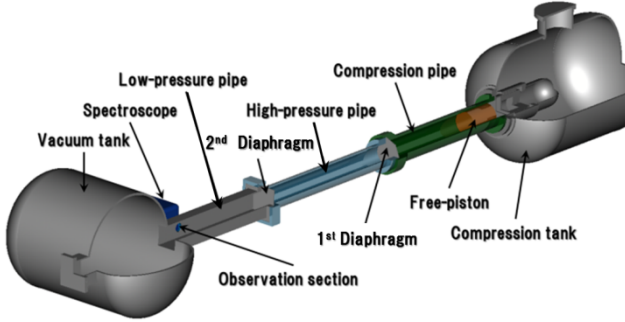


Fig. 1. The structure of the shock tube.

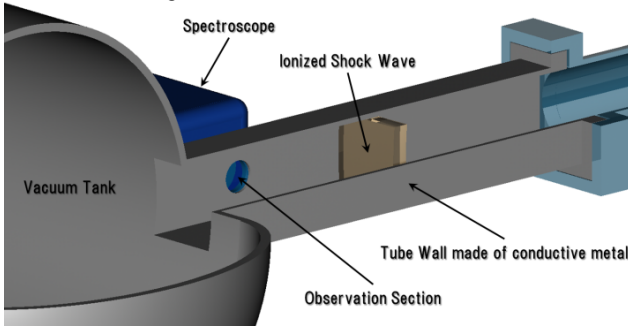


Fig. 2. Image of ionized shock wave and conductive wall.

2. 支配方程式

2.1. 保存式

本研究では、両極性電場に焦点を置いており、かつ電磁場の効果を含む方程式系を用いる必要があった為、電磁ナビエ・ストークス方程式を使用した。また、両極性電場による自己誘起磁場を評価する為に、式(1)に示すように磁束保存式の右辺にある変位電流項を残した。

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{\nabla} \times (\vec{U} \times \vec{B}) = -(\vec{\nabla} \cdot \vec{B})\vec{U} + \frac{\vec{\nabla}^2 \vec{B}}{\mu_0 \sigma} + \frac{\varepsilon_0}{\sigma} \left(\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (1)$$

圧力 p はドルトンの分圧定理により求め、せん断応力 τ はニュートン・ストークスの定理より算出した。

2.2. 磁気保存式

一般的に、単一磁荷は存在しない為、磁場は式(2)を満たす。これは、磁力線が途中で途切れないことを表している。

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

しかし、磁場が式(2)を満たすことが保証されているのは1次元的な現象に限られており、2次元や3次元などの多次元空間においてはもはや磁場が式(2)を満たすことは保証されない。その為、式(3)のように書き換えることにより多次元における磁場の連続性を保証する。

$$\sum_{faces} \vec{B}_n \cdot d\vec{s} = 0 \quad (3)$$

2.3. 両極性電場

本研究では、熱拡散を考慮にいておらず、したがって、両極性拡散はすでに生じているものという仮定の下、両極性電場を式(4)に示すように直接プラズマ密度などから与えた。

$$\vec{E}_a = \frac{D_i - D_e}{\mu_{mi} + \mu_{me}} \frac{\nabla n}{n} \quad (4)$$

ここで、拡散係数や移動度は以下のように表わされる。

$$D_s = \frac{k_b T}{M_s v_s} \quad (5)$$

$$\mu_{ms} = \frac{|q|}{M_s v_s} \quad (6)$$

$$v_s = n \bar{\sigma} \bar{v} \quad (7)$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_b T}{\pi m}} \quad (8)$$

両極性電場やその他の定数についての詳細は Ref.⁵⁾を参照されたい。

2.4. 化学反応

電磁流体现象を観察する為に、用いる気体種は解離反応が無く電離反応のみがあり理想気体として扱える単原子分子が適当であると考え、試験気体にはアルゴンを、また衝撃波速度を大きくする為に駆動気体は原子量の小さいヘリウムを使用し、化学反応モデルはアルゴンの一価電離のみを考慮に入れた。前進反応式はアレニウス方程式を用いており、平衡定数は Park の曲線近似により NASA の CEA コードから求めた。詳細については Ref.⁶⁾を参照されたい。

3. 数値計算法

数値流束の評価法としては電磁ナビエ・ストークス方程式に対して容易に適用でき、電磁場を精度良く評価できる M-AUSMPW+を用い、空間精度は流束制限関数に minmod limiter を使用した2次精度の MUSCL 内挿を用いた。時間精度については2段階ルンゲ・クッタにより2次精度で計算を行った。^{7),8)}

4. 計算条件

4.1. 仮定

計算を単純化する為に、以下に示すような仮定を置いた。

- i. イオンスリップやホール効果は無視。
- ii. 管壁の厚さは無限に薄く、管壁に垂直な電流成分、及び磁場成分は0。
- iii. 管壁は完全導体壁。
- iv. プラズマは管壁において直ちに再結合し、管壁上に電荷密度の集中はない。
- v. 本計算では極超音速のアルゴン流体を考えている為、衝撃波背後の電離度は高く、したがって電気伝導度も大きいことから衝撃波に影響を与えると考えられる衝撃波近傍の磁場はプラズマに凍結されると考えられることから磁気拡散項を無視。
- vi. プラズマは熱平衡。

4.2. 初期条件

本計算で用いた初期条件を以下へ示す。添え字の L, R はそれぞれ隔膜の左側と右側を表している。

$$\begin{aligned} [T, p]_L &= [2.0 \times 10^4 \sim 5.0 \times 10^4 \text{ K}, 1.0 \times 10^6 \text{ Pa}] \\ [T, p]_R &= [3.0 \times 10^2 \text{ K}, 1.0 \times 10^2 \text{ Pa}] \end{aligned} \quad (9)$$

初期速度、及び初期磁束密度は全計算領域において 0 とした。また各化学種の初期質量分率を以下へ示す。

$$\begin{aligned} [Ar, Ar^+, He, e^-] &= [0.0, 0.0, 100.0, 0.0] \% \\ [Ar, Ar^+, He, e^-] &= [100.0, 0.0, 0.0, 0.0] \% \end{aligned} \quad (10)$$

本計算で用いた計算格子を Fig.3.へ示す。管長は x 軸方向に沿う方向であり長さは 150mm とした。管径は y, z 軸方向に沿う方向であり幅と高さはそれぞれ等しく 70mm とした。この計算格子は Fig.1.へ示した衝撃波管の低压管における第 2 隔膜部付近を模擬しており、管の規格は JAXA 三鷹分室にある 2 段式高速衝撃波管の低压管と同様である。Figure.3.へ示した(1)～(4)の 4 点において電磁流体とした計算結果と非電磁流体とした計算結果の圧力と温度を比較した。本計算で用いた物理モデルでは簡単の為、電子やイオンの粒子運動を考慮に入れておらず、よって壁面における境界層やシースの影響を考慮していないことに加え、巨視的な電磁場の構造が流れ場に影響を与えると考えられることから、壁面付近における格子解像度は必要最低限で良いと考えた。格子収束性は 3.5mm と 0.1mm で物理量に違いが見られないことから管径方向に対しては 20 点に取り y, z 軸方向格子間隔を 3.5mm とし、流れ方向 (x 軸方向) に対しては衝撃波面を解像する必要がある為、1000 点に取り x 軸方向格子間隔を 0.15mm とした。またこの時、30mm の位置に隔膜を設置した。

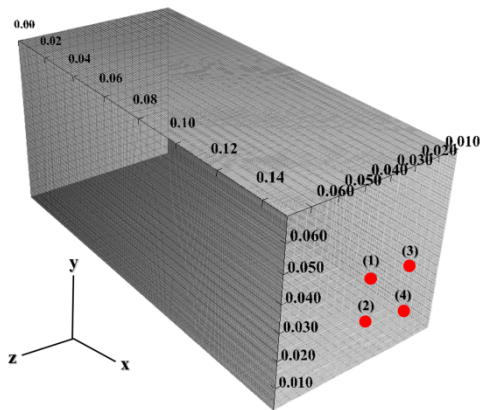


Fig. 3. The calculation grid used in this calculation. Number of stencils are $1000 \times 20 \times 20$ and size of this tube is $150 \times 70 \times 70$ mm. The position of setting diaphragm is 30 mm.

4.3. 境界条件

本計算では、電磁流体を取り扱っている為、境界条件は流体に関する物理量についてのものと電磁場に関する物理量についてのものをそれぞれ考慮する必要がある。以下へそれらを示す¹⁾。

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}_{wall} = 0 \left[\frac{m}{\text{sec}} \right], \quad T_{wall} = 300 [K], \quad \left(\frac{\partial p}{\partial \vec{r}_n} \right)_{wall} = 0 \quad (11)$$

電磁場についての境界条件はストークスの定理を適用したファラデーの法則とアンペール・マクスウェルの法則から以下のように導かれる¹⁾。

$$\vec{E}_{t,wall} = \vec{E}_{t,in} = 0 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_{n,wall} &= \vec{E}_{n,in} \\ \vec{B}_{t,wall} &= \vec{B}_{t,in} \\ \vec{B}_{n,wall} &= \vec{B}_{n,in} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

電流についての境界条件はアンペール・マクスウェルの法則から以下のように導かれる¹⁾。

$$\begin{aligned} \vec{J}_{t,wall} &= \frac{\vec{\nabla} \times \vec{B}_{t,wall}}{\mu_0} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_{t,wall}}{\partial t} \\ \vec{J}_{n,wall} &= \vec{J}_{n,in} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

5. 計算結果

5.1. 検証計算

本計算コードの妥当性を評価する為に、まず検証計算を行った。検証をするにあたり、電磁場と衝撃波の相互作用が強く現れ、かつ電磁流体特有の波を観測することのできる Ryu and Jones' MHD shock tube problem を比較対象とした。以下へ検証計算の初期条件を示す。また、この計算では方程式に無次元化を施している為、各物理量に単位は無く無次元量となっている。

$$\begin{aligned} [\rho, u, v, w, B_y, B_z, p]_L &= [1.08, 1.2, 0.01, 0.5, 3.6/\sqrt{4\pi}, 2/\sqrt{4\pi}, 0.95] \\ [\rho, u, v, w, B_y, B_z, p]_R &= [1, 0, 0, 0, 4/\sqrt{4\pi}, 2/\sqrt{4\pi}, 1] \\ \text{with } B_x &= 2/\sqrt{4\pi}, \gamma = 5/3 \end{aligned} \quad (15)$$

計算結果を Fig.4-7. へ示す。Figure.4-7. はそれぞれ密度、圧力、管軸方向速度、及び管径方向速度を示している。また、比較対象とした Ryu and Jones' MHD shock tube problem の計算結果を黒の実線で、本計算コードでの計算結果を赤のシンボルで、それぞれの初期条件を青の実線で示しており、各計算結果は時間 $t=0.2/\sqrt{2}$ におけるものである。プロットの各波面は左から高速衝撃波、電磁流体不連続面、低速磁気音波、接触不連続面、低速磁気音波、電磁流体不連続面、そして高速衝撃波という構造となっており、低速磁気音波などの電磁流体特有の波動現象は電磁流体が印加磁場中を運動することにより流体に対してローレンツ力が作用し、流体が圧縮を受けることで形成される。各計算結果において電磁流体不連続面で本計算コードによる計算結果には若干のオーバーシュートやアンダーシュートが見られるがこれは本計算コードが高次精度の内挿を施している為であると考えられる。しかし、本計算コードによる計算結果と比較対象とした Ryu and Jones' MHD shock tube problem の結果は非

常に良い一致を見せており、十分電磁流体の特性を捕らえることが出来ていると言える。

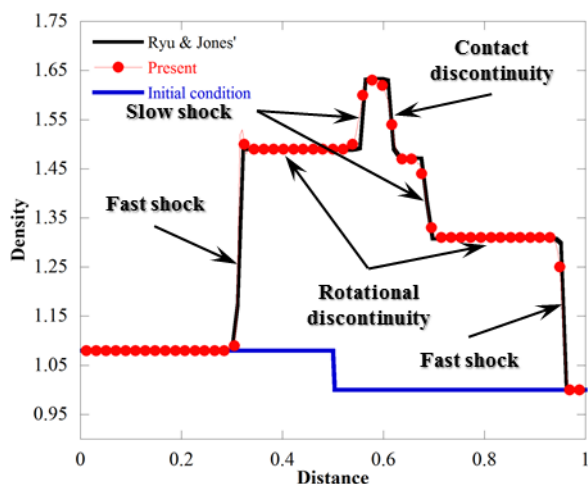


Fig. 4. Result of density plot.

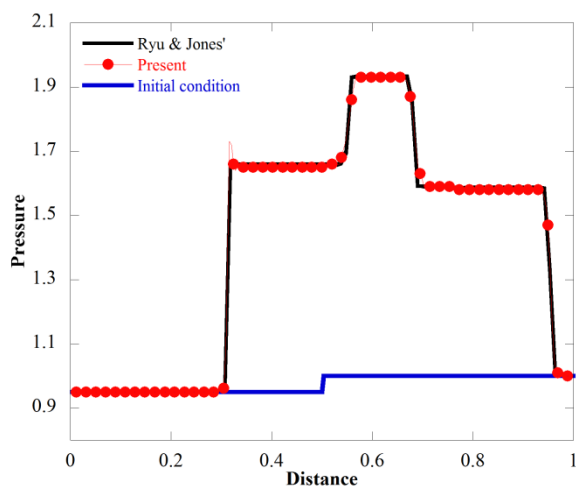


Fig. 5. Result of pressure plot.

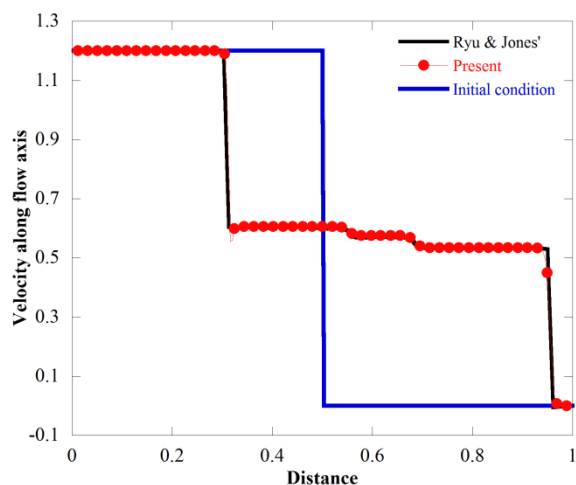


Fig. 6. Result of velocity along flow direction plot.

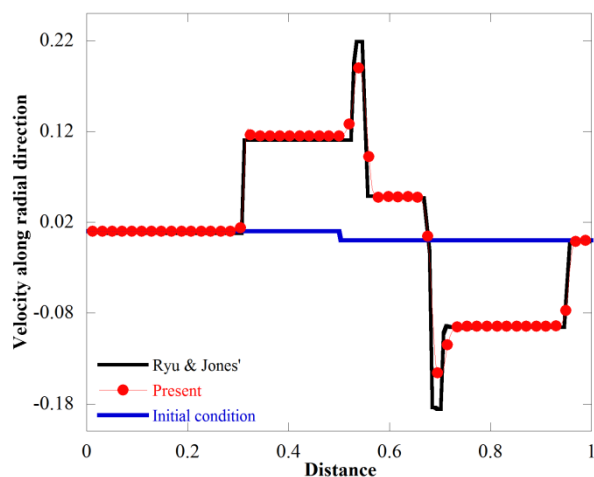


Fig. 7. Result of velocity along radial direction plot.

5.2. 本計算

電磁流体による計算結果と非電磁流体による計算結果の違いを観察する為に、Fig.3.に示した4点(管径中心, $y = 21 \text{ mm}$, $z = 35 \text{ mm}$, $y = 35 \text{ mm}$, $z = 21 \text{ mm}$, $y = 21 \text{ mm}$, $z = 21 \text{ mm}$)において圧力と温度を比較した。また、高圧側の初期温度をパラメトリックに 20000 K から 50000 K まで変化させ、計算結果を比較した。Figure.8-11. には高圧側初期温度を 27000 K とした $y = 21 \text{ mm}$, $z = 21 \text{ mm}$ の点における波膜から $13 \text{ } \mu\text{sec}$ での計算結果を示している。破膜から $13 \text{ } \mu\text{sec}$ で衝撃波は 0.13 m まで伝播しており、膨張波は 0.0 m から 0.06 m に渡って進展していることが分かる。この時、衝撃波は左から右へ伝播し、膨張波は破膜位置から両側へ広がるように伝播している。衝撃波面では気体が圧縮されることにより、温度が急激に上昇している様子が分かる。衝撃波背後におけるフラットな温度分布は、その領域において電離反応と再結合反応が平衡状態になっていることを示しており、この領域が衝撃層に相当すると考えられる。衝撃波面、及び衝撃層において電磁流体による計算結果と非電磁流体による計算結果との間には圧力、及び温度について大きな差異は見られない。管径方向において電磁流体効果の影響を観察する為に、Fig.10-11.へ x - y 平面と x - z 平面についての圧力コンターと温度コンターを示す。これらの図より管径方向についても各物理量に大きな乱れや電磁流体効果による影響は見られない。Figure.12-15. へはそれぞれ各初期温度に対する、自己誘起磁場と電気伝導度の関係、誘導電流と電気伝導度の関係、主流速度で規格化した管径方向速度と電気伝導度の関係、及び衝撃波伝播速度と電離度の関係を示す。Figure.12. からも分かるようにローレンツ力の原因となる自己誘起磁場は 10^{-11} T のオーダーと非常に小さく、電気伝導度の増加に伴い線形的に減少している。また、それに伴い誘導電流も減少している様子が分かり、その大きさも 10^{-2} A/m^2 と小さい。この自己誘起磁場が管径方向の流速に寄与する割合は Fig.14.からも分かるように最大でも主流速度のおよそ 0.002% 程度しか無いことが分かる。Figure.16-17. へそれぞれ自己誘起磁場の磁力線とそれによる誘導電流の流線を示す。衝撃波面において両極性拡散による電荷分離が顕著に現れ、両極性電場は衝撃波伝播方向 (x 軸の正方向) に形成される為、電場の時間変動により生じる変位電流は衝撃波伝播方向へと流れる。これにより、衝撃波伝播方向に対して右回りに

トロイダルな自己誘起磁場が生じているのが分かる。この自己誘起磁場はその周りに Fig.17.のようなポロイダルな誘導電流を生じさせることが分かる。これらの電磁場が生じる領域と電離衝撃層の領域との関係を各初期温度ごとに Fig.18(a)-(f). へ示す。高圧側の初期温度が高温になれば衝撃波伝播速度も増加する為、同一時刻における計算結果でも衝撃波位置は異なっている。また、衝撃波伝播速度の増加に伴い、電離衝撃層の厚さも増加している、この電離衝撃層の厚さの増加は電気伝導領域の拡大を意味しており、したがって電磁場の発生領域も拡大している様子が分かる。

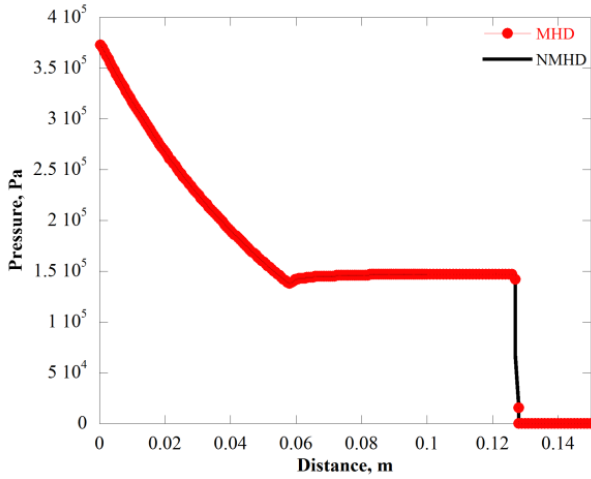


Fig. 8. 1D result of pressure at $y = 21$ mm and $z = 21$ mm.

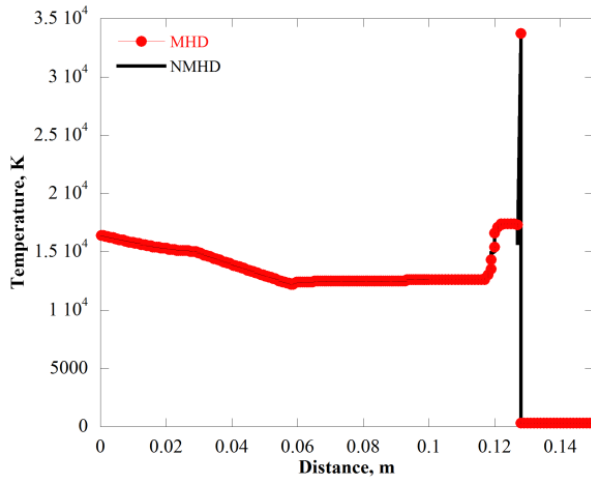


Fig. 9. 1D result of temperature at $y = 21$ mm and $z = 21$ mm.

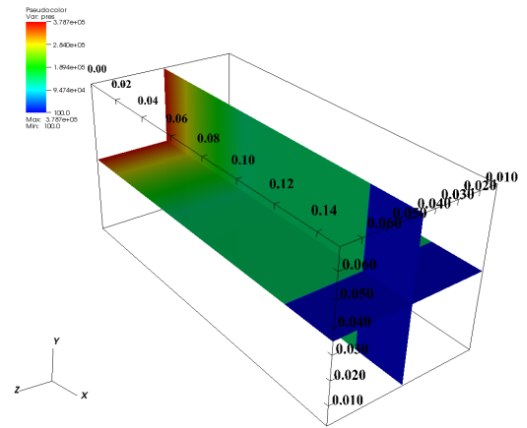


Fig. 10. 2D contour of pressure. Contour planes are x-y plane and x-z plane.

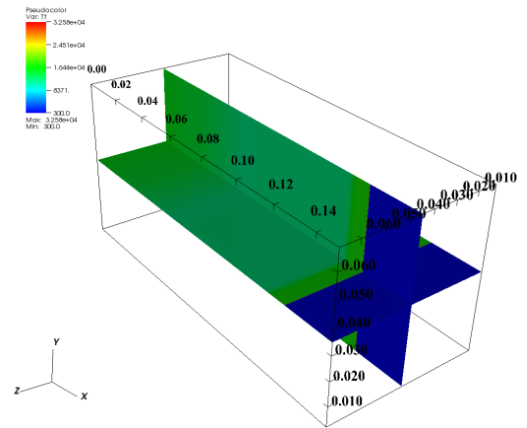


Fig. 11. 2D contour of temperature. Contour planes are x-y plane and x-z plane.

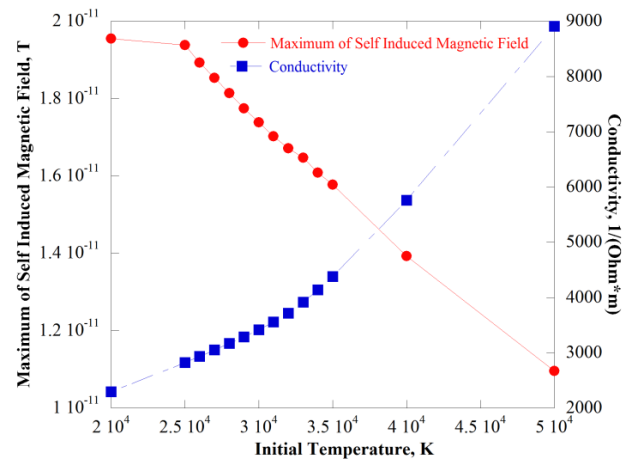


Fig. 12. Interaction between the maximum self-induced magnetic field and conductivity.

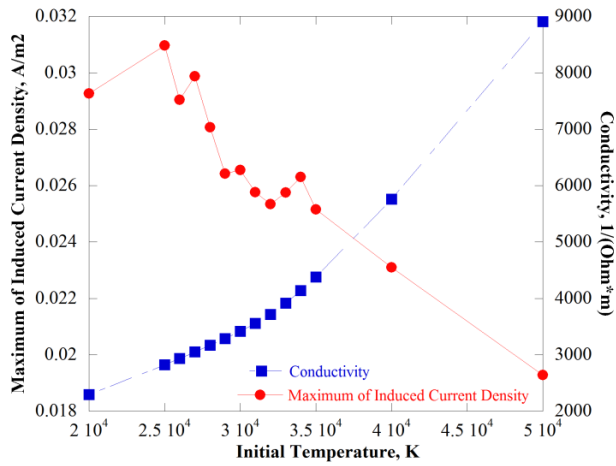


Fig. 13. Interaction between the maximum current density and conductivity.

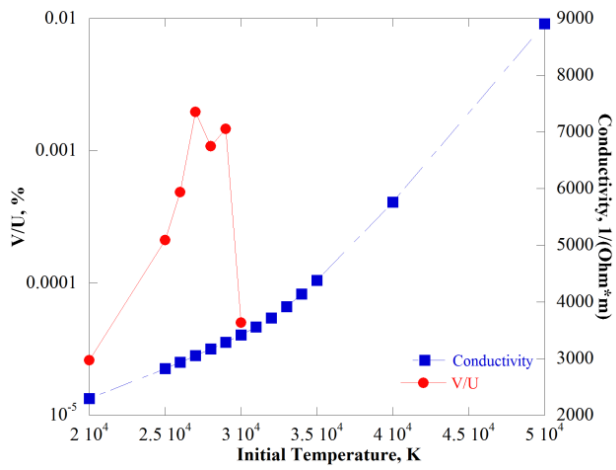


Fig. 14. Interaction between nondimensionalized velocity along radial direction and plasma conductivity.

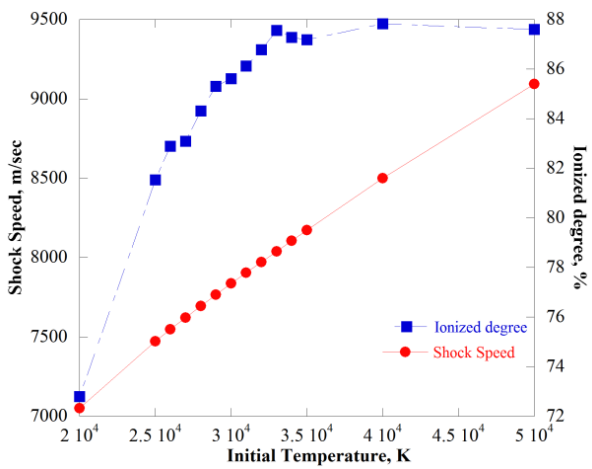


Fig. 15. Interaction between shock speed and ionized degree.

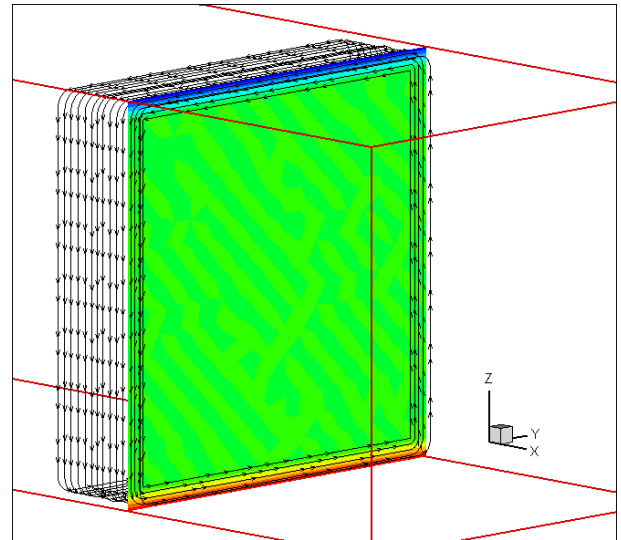


Fig. 16. The stream line of magnetic field.

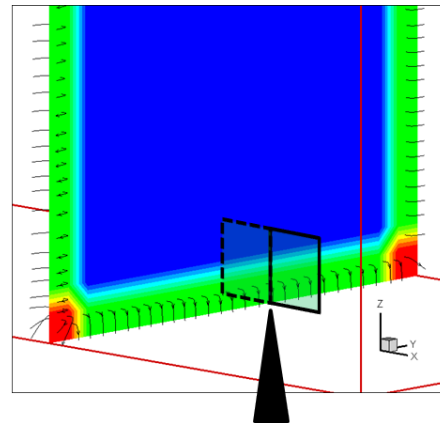


Fig. 17. The stream line of current density.

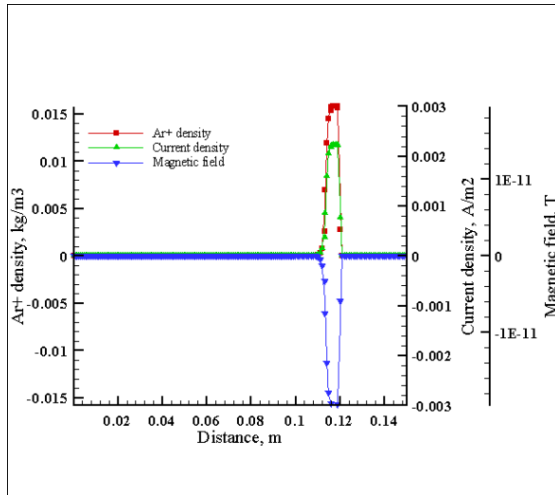


Fig. 18-(a).One dimensional plot of Ar+ density, current density, and magnetic fieldwhen the initial temperature is 20000 K.

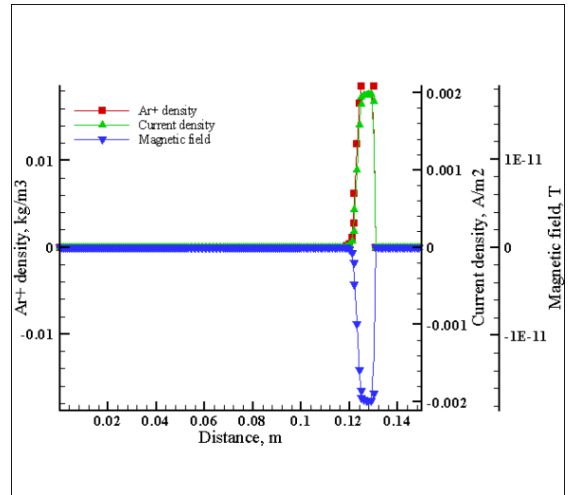


Fig. 18-(d).Onedimensional plot of Ar+ density, current density, and magnetic fieldwhen the initial temperature is 30000 K.

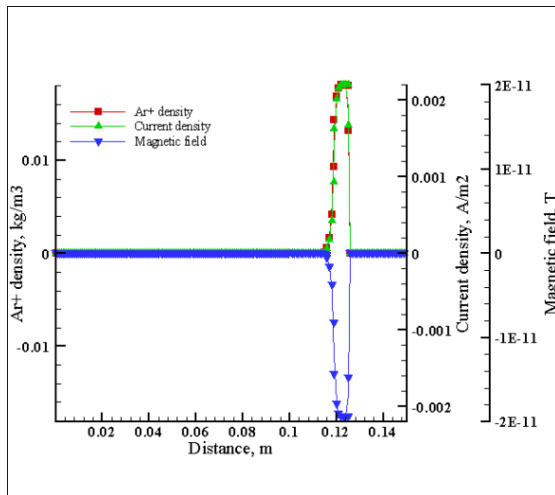


Fig. 18-(b).One dimensional plot of Ar+ density, current density, and magnetic fieldwhen the initial temperature is 25000 K.

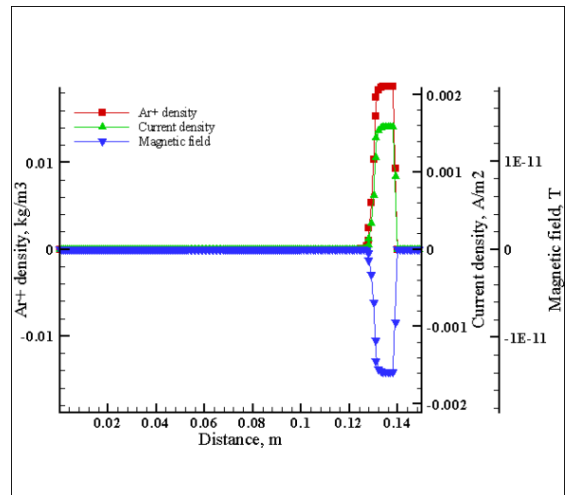


Fig. 18-(e).One dimensional plot of Ar+ density, current density, and magnetic fieldwhen the initial temperature is 40000 K..

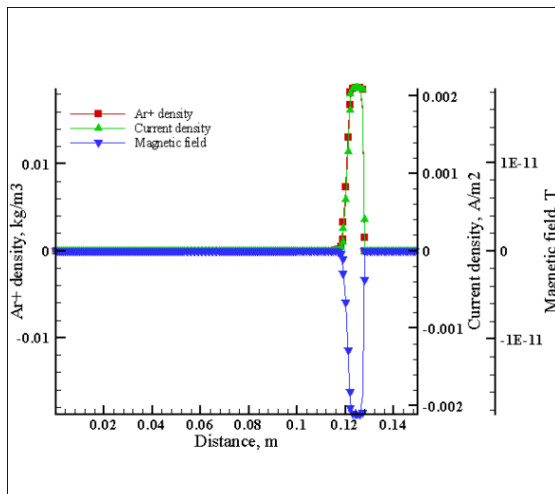


Fig. 18-(c).One dimensional plot of Ar+ density, current density, and magnetic fieldwhen the initial temperature is 27000 K.

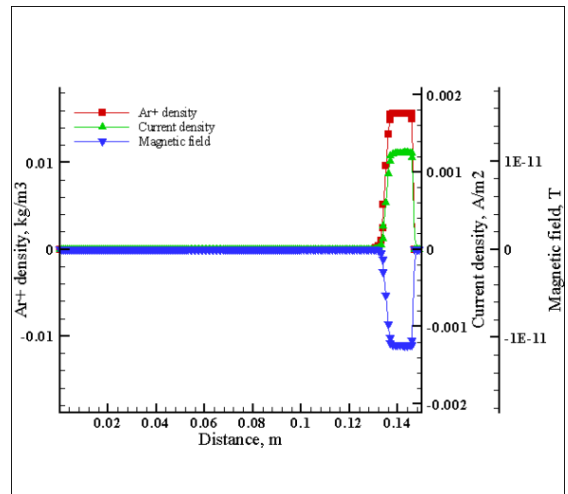


Fig. 18-(f).One dimensional plot of Ar+ density, current density, and magnetic fieldwhen the initial temperature is 50000 K..

6. 考察

Figure.8-11. へ示すように圧力、及び温度に対して両極性電場が与える電磁流体効果の影響は主流方向、管径方向、共に見られなかった。これは、Fig.12-15.からも分かるように両極性電場による変位電流が形成する自己誘起磁場のオーダーが 10^{-11} T と非常に小さく、それによって生じるローレンツ力が誘起する管径方向速度が主流速度に対して最大でもおよそ 0.002 %程度しかないことが原因であると考えられる。このことから、両極性電場による変位電流が形成する自己誘起磁場からの影響は電離衝撃波に対して大きく寄与しないことが分かった。これは、本研究の第 2 段階における伝導電流による電磁流体効果の調査において両極性電場による変位電流を考慮する必要は無いということを示している。しかしながら、伝導電流による電磁流体効果の調査においては熱拡散を考慮に入れる必要があり、衝撃波面で生じる両極性電場が作る電位ポテンシャルが衝撃波前方へ拡散する電子の運動を変化させることが予想される為、伝導電流による電磁流体効果では両極性電場の影響が無視できない可能性があると考えられる。また、同様に熱拡散を考慮に入れるにあたり、壁面でのシーブも考慮に入れる必要がある為、電流モデルを修正する必要があると考えられる。Figure.16-18. へ示すように両極性電場による変位電流が形成する自己誘起磁場とそれに伴い生じる誘導電流の構造が明らかとなった。両極性電場の電気力線方向や衝撃波の伝播方向などから巨視的に見た時、自己誘起磁場や誘導電流の構造に矛盾点は無く、妥当であると考えられるが伝導電流による電磁流体効果では衝撃波前方、及び後方にも電子の拡散による伝導電流が生じると考えられる為、プラズマ端における電気伝導度の変化による磁気拡散を今後、考慮に入れていく必要があると考えられる。

7. 結論

本論文では、両極性電場による変位電流が電離衝撃波に与える電磁流体効果の影響を検証する為、3次元化学非平衡電磁流体解析コードを開発し、それを用いて電磁流体による計算結果と非電磁流体による計算結果を比較した。この調査により得られた知見を以下へまとめる。

1. 両極性電場による変位電流が電離衝撃波に与える電磁流体効果の影響を検証する為の解析コードを開発した。
2. 両極性電場による変位電流が電離衝撃波に及ぼす電磁流体効果の影響は極めて小さい為、変位電流による自己誘起磁場は無視できる。

参考文献

- 1) Sutton, G. W. and A. Sherman.: Engineering Magnetohydrodynamics, Dover Publications, Inc., 2006.
- 2) Tahir, G.: Computation of Hypersonic Low Density Flows with Thermochemical Nonequilibrium, Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University, June, 1989.
- 3) Kenneth, G. Powell, et al.: A Solution-Adaptive Upwind Scheme for Ideal Magnetohydrodynamics, Journal of Computational Physics, **154**(1999), pp.284-309.
- 4) Kenneth, G. Powell.: ICASE, An Approximate Riemann Solver for Magnetohydrodynamics, NASA Contractor Report, **194902**(1994), Ad- A280296.
- 5) Francis, F. Chen, Uchida, D.: Introduction to Plasma Physics,.
- 6) Chul, P., Hyo, K. A.: Stagnation-Point Heat Transfer Rates for

Pioneer-Venus Probes, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol.13, **1**(1999).

- 7) Sang, H. H., et al.: High-order computations of MHD applications using 5th order MLP with AUSMPW+, ALAA Sciences Meeting, Florida, 1009.
- 8) Sang, H. H., et al.: Accurate and Robust Pressure Weight Advection Upstream Splitting Method for Magnetohydrodynamics Equations, ALAA Journal, **47**(2009), No.4, pp.970-981.
- 9) Kyu, H. K., et al.: Methods for the Accurate Computations of Hypersonic Flows, Journal of Computational Physics, **174**(2001), pp.38-80.
- 10) Kyu, H. K., Chongam, K.: Accurate, efficient and monotonic numerical methods for multi-dimensional compressible flows Part I: Spatial discretization, Journal of Computational Physics, **208**(2005), pp.527-569.
- 11) Reiji, T.: Three Dimensional Computation of Thermochemical Nonequilibrium Flow over Reentry Vehicle, Tohoku University.
- 12) Dongsu, R., et al.: Numerical Magnetohydrodynamics in Astrophysics: Algorithm and Tests for Multidimensional Flow, The Astrophysical Journal, **452**(1995), pp.785-796.