# B08 z-折り単層膜の巻き付け収納に伴う "しわ"角度の定量的考察

# 田村匠(東京工業大学),古谷寛(東京工業大学)

# Sho Tamura (Tokyo Institute of Technology), Hiroshi Furuya (Tokyo Institute of Technology)

# 1 序論

現在,3U CubeSat "OrigamiSat-1" はミッションの1つとして軌道上における高機能膜構造物の展開及 び,その展開挙動・展開形状の計測を計画しており[1],EMを用いた収納性・展開特性に関する地上試 験が行われている。その中で膜収納後,Fig.1に示すように薄膜太陽電池ダミーとして膜面に貼付した カプトン板に"しわ"の残留が確認された。膜収納前には確認されていないため、収納過程により膜に" しわ"が発生したと考えられる。残留した"しわ"により展開後の平面度低下やデバイスの変形などの恐 れが考えられ、また収納時に"しわ"が存在することにより収納効率の低下にも繋がる。このため、収納 過程により膜に生じる"しわ"低減が重要となる。

膜に生じる"しわ"に関する研究は Wagner による張力場理論として知られる"しわ"を含む薄板モデル の解析 [2] に始まり, Wong らにより展開された正方形膜の4角に張力をかけた時に生じる"しわ"の分 布・形状・数が明らかになっている [3]. 収納過程により膜に生じる"しわ"低減に関しては, Guest らに より折り目形状を折れ線にすることで幾何学的に"しわ"を生じさせることなく厚みを持つ膜を多角形ハ ブに巻き付けが可能であることが示された [4]. Natori らは折り目形状を曲線にする手法を提案した [5]. Lee らは曲線の折り目形状を用いた円筒ハブへの巻き付け方法を提案した [6]. Arya らはすべり変形が 可能な折り目を提案し, それを用いることで直線的な折り目形状かつ幾何学的に"しわ"なく厚みを持つ 膜を巻き付けることが可能な収納方法を提案した [7]. 以上のように収納過程により膜に生じる"しわ" 低減の様々な手法が提案されているものの, いずれも幾何学的な"しわ"の回避に留まり, 力学的な"し わ"低減の検討はなされていない.

そこで本研究では、力学的な"しわ"低減を実現するため、まず膜の巻き付け収納時における力学状態 及び、"しわ"発生機構を明らかにすることを目的とする。巻き付け実験を通して膜に残留する"しわ"の 方向について位置・巻き付け張力の影響を確認する。続いて"しわ"の方向と応力との関係を仮定し、実 験で確認した"しわ"の方向から膜に生じた応力を実験的に推定する。さらに巻き付け過程の力学モデル を考慮することで膜に生じる応力を理論的に推定する。

なお研究対象とする巻き付け収納方法は、"OrigamiSat-1"で使用される Rotationally Skew folding 及び、 "IKAROS"で使用された Circumferential folding がいずれも局所的に z-fold 要素の巻き付けを含むことか ら, z-fold 膜一周期分の円筒ハブへの巻き付けとする. 膜は一様・等方性・線形弾性であり、平面応力 状態を仮定する.

# 2 巻き付け過程により膜に生じる応力特性の実験的推定

本節ではまず,巻き付け実験を通して"しわ"の発生する位置と方向を明らかにする.さらに"しわ" の方向と応力との関係を仮定することで,実験で明らかになった"しわ"の方向を用いて巻き付け過程に より膜に生じる応力特性を推定する.



Fig. 1: Deployed membrane condition of OrigamiSat-1 (veiwing 1/4 area of membrane)

# 2.1 z-fold 膜巻き付け実験により膜に残留する"しわ"

ここでは巻き付け実験を通して"しわ"の位置と方向を明らかにする。巻き付けパラメータとしては、 巻き付け張力・膜厚・円筒ハブ半径・折り目間隔などが挙げられる。本研究では巻き付け過程における 応力への影響が大きいと予想される巻き付け張力に注目し実験を行う。

# 2.1.1 z-fold 膜巻き付け実験方法

Fig. 2 は使用する z-fold 膜である. Fig. 2 の膜の上端 25 %を山折り,下端 25 %を谷折りする. 残る中 央 50 %の領域が計測領域であり, "しわ"発生を確認する. 膜の諸元を Table 1 に示す.

Fig. 3 は z-fold 膜巻き付け実験初期状態である.Fig. 3 右図の正面図に示すように,膜の上端はカプト ンテープによって円筒ハブに取り付けられる.膜に巻き付け張力を付加するため,膜の下端は2枚アル ミブロックにより挟み錘を取り付ける.巻き付け時に円筒ハブの回転軸を水平に保つため,円筒ハブは 2本の水平なフレームの上に置く.円筒ハブの直径は13[mm] 一定であり,Table 2 に示すように,錘の 質量を変えて実験を行った.



Fig. 2: Configuration of membrane



Fig. 3: Configuration of winding apparatus

# Table 1: Specifications of membrane

1		
Length, $\alpha$	mm	700
Width, b	mm	60
Thickness, t	mm	0.03
Folded Width, h	mm	30
Material		Paper

## Table 2: Winding conditions

Exp no.	Weight [kg]	
1	1.29	
2	0.837	
3	0.456	
4	0.263	

## 2.1.2 z-fold 膜巻き付け実験結果

Fig. 4 は Exp no.1 実験後展開した膜の計測領域に残留した"しわ"を示している. 画像上で視認できる ように"しわ"はペンでなぞられている.

"しわ"の特性を確認するため, Fig. 4 に示すように座標系を設定する. しわ位置 x を巻き始めから"しわ"の線と上側の折り目の線との交点までの距離とする. しわ角度 α を折り目に垂直な線から反時計回りを正とする"しわ"の線までの角度とする. なお, "しわ"の線が途中で大きく曲がる場合は, より上側の折り目に近い部分を用いるものとする.



Fig. 4: Wrinkle pattern in mesurement area of membrane (Exp no.1)

まず同一実験内における"しわ"の特性を確認するため、同一実験において発生した"しわ"の位置と 方向を比較する.

Fig. 5 は, Exp no. 1 におけるしわ位置 x としわ角度  $\alpha$  の関係を示し,実線はしわ角度  $\alpha$  の平均値である. Fig. 5 に示すように,しわ角度  $\alpha$  はしわ位置 x に関わらずほぼ一定であることが認められる. Exp no. 2 - 4 についても同様に,しわ角度  $\alpha$  がしわ位置 x に関わらずほぼ一定である結果が得られた.

続いて各実験におけるしわ角度 α の平均値を比較し、巻き付け張力の影響を検討する.

Fig. 6 は、各実験におけるしわ角度  $\alpha$  の平均値とその実験で使用した錘によって生じる巻き付け張力 F の関係を示している。巻き付け張力 F はおもりの質量に重力加速度 9.8[m/s] を乗じた値を使用した. Fig. 6 に示すように、しわ角度  $\alpha$  は巻き付け張力が小さい場合は 45 度に近く、巻き付け張力 F の増加 に従って増加する傾向が認められた.

# 2.2 残留した"しわ"の方向を用いた応力特性の推定

Fig. 6 に示すように, z-fold 膜巻き付け実験から残留した"しわ"の方向と巻き付け張力との関係が明らかになった.ここでは,"しわ"の方向と応力との関係を仮定することで,実験で得られた"しわ"の方



average line (Exp no.1)

向と巻き付け張力の関係から、巻き付け過程により膜に生じる応力特性を推定する.

# 2.2.1 "しわ"の方向と応力との関係の仮定

膜は一様・等方性・線形弾性であり、平面応力状態を仮定する、さらに"しわ"は最小主応力に直交す る方向に生じると仮定する.平面応力状態であるため,Fig.7に示すように折り目と平行な方向の長さ 方向垂直応力  $\sigma_r$ , それに垂直な方向の幅方向垂直応力  $\sigma_r$ , 及び剪断応力  $\tau$ を考える.

長さ方向垂直応力  $\sigma_x$  は巻き付け張力 F による項  $\sigma_F$  と, 膜の曲げ変形による項  $\sigma_M$  との和とする.

$$\sigma_x = \sigma_F + \sigma_M \tag{1}$$

幅方向垂直応力 σ<sub>s</sub>は,膜の幅方向に拘束及び外力がないことから0とする.(以降,長さ方向垂直応力  $\sigma_x$ を単に垂直応力と称する.)

$$\sigma_s = 0 \tag{2}$$

この時,最小主応力方向の,折り目に垂直な線から反時計回りを正とする角度 $\theta_{cr}$ はEq. (1) - (2)より Eq. (3) と表される.

$$\theta_{cr} = \frac{1}{2} \operatorname{atan2}\left(\frac{\sigma_x}{2}, \tau\right) = \frac{1}{2} \operatorname{atan2}\left(\frac{\sigma_F + \sigma_M}{2}, \tau\right)$$
(3)

"しわ"は最小主応力と直交することから, Eq. (3)よりしわ角度αは Eq. (4)と求まる.

$$\alpha = \theta_{cr} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\operatorname{atan2}\left(\frac{\sigma_F + \sigma_M}{2}, \tau\right) \tag{4}$$

Fig. 8 - Fig. 9 はしわ角度  $\alpha$  の定性的な傾向を示している. Fig. 8 に示すように  $\sigma_F + \sigma_M$  が増加すると しわ角度 α は 90[deg] に近づき, Fig. 9 に示すように τ が負に大きくなるとしわ角度 α は 45[deg] に近 づく.

2.2.2 残留した"しわ"と巻き付け張力の関係から推定される応力特性

Eq. (4) を用いて、しわ角度 α から膜面に生じる応力を推定する.

ここで Eq. (5) に示すような仮定をする. Fig. 6 のしわ角度 α と巻き付け張力 F との関係の実験結果 が、Fig. 8 の剪断応力  $\tau$  を一定としたときのしわ角度  $\alpha$  と垂直応力  $\sigma_x$  との定性的な関係と類似している ように見えるため, 剪断応力τは巻き付け張力Fに関して一定であると仮定する. 膜断面形状は一定で あると考え、曲げ変形による垂直応力  $\sigma_M$  は巻き付け張力 F に関して一定であると仮定する。巻き付け



Fig. 7: Stress on cross-section of z-fold membrane



張力 F は膜断面が均等に負担すると考え、巻き付け張力による垂直応力  $\sigma_F$  は位置によらず一様で巻き 付け張力 F に比例すると仮定する.

$$\frac{\partial \tau}{\partial F} = 0, \qquad \frac{\partial \sigma_M}{\partial F} = 0, \qquad \sigma_F = \frac{F}{A} \qquad (A : \Bar{km} \Bar{a} \Bar{km} \Bar{a} \Bar{km} \Bar{a} \Bar{km} \Bar{a} \Ba$$

この時, Eq. (4) を式変形すると, Eq. (6) が得られる.

$$\frac{1}{\tan 2\alpha} = \frac{1}{2\tau} \left( \sigma_F + \sigma_M \right) \tag{6}$$

Eq. (6) は  $\frac{1}{\tan 2\alpha}$  と  $\sigma_F$  が線形関係であることを示すため、横軸に  $\sigma_F$ 、縦軸に  $\frac{1}{\tan 2\alpha}$  をとってプロットした実験値の一次近似式 Eq. (7) と Eq. (6) を係数比較することにより、 Eq. (8) に示すように  $\tau$  及び  $\sigma_M$  を実験的に推定することができる.

$$\frac{1}{\tan 2\alpha} = a\sigma_F + b \tag{7}$$

$$\tau = \frac{1}{2a}, \qquad \sigma_M = -\frac{b}{a} \tag{8}$$

Fig. 10 は, Fig. 6 の z-fold 膜巻き付け実験で得られたしわ角度  $\alpha$  と巻き付け張力 F の関係を  $\frac{1}{\tan 2\alpha}$  と  $\sigma_F$  の関係に直したグラフである. Fig. 10 に示すようにプロットはおよそ線形となった. Eq. (9) に Fig.

10の一次近似式を示す.

$$\frac{1}{\tan 2\alpha} = -0.105\sigma_F + 0.132$$
(9)

Eq. (8) - (9) より推定された, 膜に生じた剪断応力  $\tau$  及び曲げ変形による垂直応力  $\sigma_M$  の大きさを Eq. (10) - (11) に示す.

$$\tau = -4.75[\text{MPa}] \tag{10}$$

$$\sigma_M = -1.25[\text{MPa}] \tag{11}$$

以上のように、z-fold 膜巻き付け実験から巻き付け過程により膜に生じる応力特性を推定した.



Normal Stress by Winding Tension,  $\sigma_F$  [MPa] Fig. 10:  $\frac{1}{\tan^2 \alpha}$  vs  $\sigma_F$  with approximation straight line

#### 3 巻き付け過程の力学モデルを考慮した応力特性の理論解析

前項までは巻き付け過程により膜に生じる応力特性を,z-fold 膜巻き付け実験の結果を用いて推定した.ここでは,巻き付け過程の力学モデルを考慮することで,実験結果を用いず応力特性を理論的に求める.

巻き付け過程はまだ巻き付けられていない膜が巻き付け張力により変形した状態で円筒ハブから垂れ 下がるモデルを用いる.さらに膜は一様・等方性・線形弾性であり,平面応力状態を仮定し,"しわ"は まだ巻き付いていない膜が円筒ハブと初めて接する時に生じると仮定する.

理論解析は次の手順で行う.まず,円筒ハブにまだ巻き付いていない膜の垂れ下がり形状を求め,膜 が円筒ハブと接する位置での膜断面に生じる力を求める.そして,膜断面に生じる力及び仮定した膜断 面形状から膜断面に生じる応力を求める.

## 3.1 巻き付け過程における膜の垂れ下がり形状と膜断面に生じる力

腹断面に生じる力を求めるためにまず,まだ巻き付いていない膜が円筒ハブから垂れ下がる形状を求める.

Fig. 11 は, 膜が円筒ハブから垂れ下がるモデルである.巻き付け張力 F が作用する膜の下端を原点とし,鉛直上向きに x 軸,水平かつ円筒ハブから離れる方向に y 軸をとる.膜の下端を A 点,膜が円筒ハブと接する点を B 点とし,円筒ハブの半径を R,垂れ下がる膜の長さを L とする.膜の y 方向変位は L に対して十分小さいものとする.また,Fig. 12 は Fig. 11 の膜の微小要素である.Fig. 12 に示すように,膜断面に生じる張力を T,剪断力を Q,曲げモーメントを M とする.

A点において巻き付け張力 F のみが作用し, B点において膜の曲率が円筒ハブと等しくなるよう変形





Fig. 12: Infinitesimalsection model of z-fold membrane hanging on cylinder

Fig. 13: Cross-section model of z-fold membrane at point B

Fig. 11: Analytical model of z-fold membrane hanging on cylinder

することから,境界条件は Eq. (12) - (13) となる.

$$y|_{x=0} = 0, \qquad M|_{x=0} = 0$$
 (12)

$$M|_{x=L} = M_B = -\frac{EI_z}{R} \tag{13}$$

ここで, E はヤング率,  $I_z$  はz 軸周りの断面二次モーメントである.

力のつり合い式・モーメントのつり合い式・たわみ曲線の微分方程式を立てると,それぞれ Eq. (14) - (16) となる.

$$T = F \cos \frac{dy}{dx}, \qquad Q = -F \sin \frac{dy}{dx}$$
 (14)

$$F\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x} \tag{15}$$

$$M = E I_z \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} \tag{16}$$

Eq. (15) - (16) より yの x に関する微分方程式 Eq. (17) が得られる.

$$\frac{\mathrm{d}^3 y}{\mathrm{d}x^3} - \frac{F}{EI_z}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 0 \tag{17}$$

Eq. (17) は境界条件 Eq. (12) - (13) から,解が Eq. (18) となり,膜の垂れ下がり形状が求まる.

$$y = -\frac{EI_z}{RF} \frac{\sinh\left(\sqrt{\frac{F}{EI_z}}x\right)}{\sinh\left(\sqrt{\frac{F}{EI_z}}L\right)}$$
(18)

B点において膜断面に生じる張力 T<sub>B</sub>及び,剪断力 Q<sub>B</sub>は, Eq. (14), (18)より,それぞれ Eq. (19) - (20)

7

と求まる.

$$T_B \approx F$$
 (19)

$$Q_B \approx -F \left. \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} \right|_{x=L} = \frac{\sqrt{FEI_z}}{R} \operatorname{coth}\left(\sqrt{\frac{F}{EI_z}L}\right) \approx \frac{\sqrt{FEI_z}}{R}$$
 (20)

#### 3.2 巻き付け過程において膜断面に生じる応力

前項において,巻き付け過程により膜断面に生じる張力 *T*<sub>B</sub>・剪断力 *Q*<sub>B</sub>・曲げモーメント *M*<sub>B</sub> が求められた.巻き付け過程により膜に生じる応力を,前項で求めた力が膜断面に負荷された場合に生じる応力として求める.

Fig. 13 は B 点における膜断面形状である.Fig. 13 に示すように, 膜断面の重心を原点とし, Fig. 11 の座標系と同様に円筒ハブ半径方向外向きに y 軸, 円筒ハブ周方向かつ巻き始めに向かう方向に x 軸, 右 手系になるように z 軸をとる.さらに膜断面の円筒ハブに接する端点を始点とする膜断面の中心線に沿 うような座標 s をとる.折幅 h に対して膜厚 t が十分小さいため折り目部の長さは無視できるとする.

巻き付け張力により生じる垂直応力  $\sigma_F$  及び,曲げ変形により生じる垂直応力  $\sigma_M$  は Eq. (13), (19) より,それぞれ Eq. (21) - (22) と求められる.

$$\sigma_F = \frac{T_B}{A} \approx \frac{F}{2th} \tag{21}$$

$$\sigma_M = -\frac{M_B}{I_z} y = \frac{E}{R} y \tag{22}$$

剪断応力τは、膜を一様断面の張殻構造・円筒ハブ側の端面固定と見なし、薄肉構造の剪断曲げ理論 [8]を適用することで導く. 薄肉構造の剪断曲げ理論より、座標sにおける剪断応力τにその位置の膜厚 tを乗じたものである剪断流 q は Eq. (23) - (24) となる.

$$q = \tau t = \frac{\bar{Q}_y}{I_z} \int_0^s y t ds + \frac{\bar{Q}_z}{I_y} \int_0^s z t ds$$
<sup>(23)</sup>

$$\bar{Q}_{y} = \frac{Q_{B}}{1 - \frac{l_{yz}^{2}}{l_{y}I_{z}}}, \qquad \bar{Q}_{z} = \frac{\frac{l_{yz}}{l_{z}}Q_{B}}{1 - \frac{l_{yz}^{2}}{l_{y}I_{z}}}$$
(24)

膜厚 t が一定なので, Eq. (20), (23), (24) より, 剪断応力 t は Eq. (25) となる.

$$\tau = \frac{I_y \int_0^s y ds - I_{yz} \int_0^s z ds}{I_y I_z - I_{yz}^2} Q_B \approx \frac{I_y \int_0^s y ds - I_{yz} \int_0^s z ds}{I_y I_z - I_{yz}^2} \frac{\sqrt{FEI_z}}{R}$$
(25)

ここで Fig. 13 に示すように, 膜断面形状は完全に折られ, 膜と膜の間に隙間がない形状と仮定すると, Eq. (21), (22), (25) より, C 点において垂直応力  $\sigma_x$  が最小で剪断応力の絶対値  $|\tau|$  が最大となるので, C 点から "しわ" が発生すると考えられる.またこの時, Eq. (25) 内の断面二次モーメント及び積分計算 は Eq. (26) - (27) であるため, 曲げ変形による垂直応力  $\sigma_M$  及び剪断応力  $\tau$  の値はそれぞれ Eq. (28) - (29) と求められる.

$$I_y = \int_s z^2 t ds = \frac{h^3 t}{6}, \qquad I_{yz} = \int_s yzt ds = 0, \qquad I_z = \int_s y^2 t ds = \frac{t^3 h}{2}$$
 (26)

$$\int_0^{s_c} y ds = -\frac{th}{4}, \qquad \int_0^{s_c} z ds = -\frac{h^2}{8}$$
(27)

$$\sigma_M|_{s=s_c} = -\frac{Et}{2R} \tag{28}$$

$$\tau|_{s=s_c} = \frac{\int_0^s y \mathrm{d}s}{\sqrt{I_z}} \frac{\sqrt{FE}}{R} = -\frac{\sqrt{2}}{4} \sqrt{\frac{FEh}{R^2 t}}$$
(29)

以上のように,巻き付け過程の力学モデルを考慮することで,巻き付き過程により膜に生じる応力特 性を理論的に求めた.

## 4 実験的推定結果と理論解析結果の比較検証

曲げ変形による垂直応力  $\sigma_M$  及び剪断応力  $\tau$ の大きさを 2 節では Eq. (10) - (11) と実験的に求め, 3 節 では Eq. (28) - (29) と理論的に求めた.両者の結果を比較することで理論解析の妥当性を検証する.

理論値の計算には実験相当のパラメータとして Eq. (30) を用いる. しかしヤング率 *E* が不明であるため,曲げ変形による垂直応力  $\sigma_M$ の理論式 Eq. (28) に  $\sigma_M$ の実験値 Eq. (11) を代入することでヤング率 *E* を求めて使用する.計算の結果ヤング率 *E* は Eq. (31) となった.

$$t = 0.03$$
[mm],  $h = 30$ [mm],  $R = 6.5$ [mm] (30)

$$E = -\frac{2R\sigma_M}{t} = 543[\text{MPa}] \tag{31}$$

#### 4.1 剪断応力

ヤング率 E の推定のため曲げ変形による垂直応力  $\sigma_M$  を用いたため、剪断応力  $\tau$  の値について実験と 理論とを比較する.実験値推定の時に巻き付け張力をほぼ一定と仮定して求めたため、理論値に代入す る巻き付け張力 F の値は実験を行った F の平均値 7[N] を用いる.

実験値はEq. (10)より

$$\tau_{exp} = -4.75 [\text{MPa}] \tag{32}$$

に対して,理論値はEq. (29)にEq. (30) - (31)を代入より

$$\tau_{theory} = -106[\text{MPa}] \tag{33}$$

となり,理論値のほうが20倍以上大きくなった.

## 4.2 しわ角度

続いて,巻き付け張力 F としわ角度  $\alpha$  の関係についても実験値と理論値を比較する.しわ角度の理論 値  $\alpha_{theory}$  は Eq. (4) に Eq. (21), (28), (29) を代入することで

$$\alpha_{theory} = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{atan2}\left(\frac{F}{4th} - \frac{Et}{4R}, -\frac{\sqrt{2}}{4}\sqrt{\frac{FEh}{R^2t}}\right)$$
(34)

と導かれる.

Fig. 14 はしわ角度  $\alpha$  と巻き付け張力 F との関係の実験値と理論値の比較である.理論値には Eq. (30) - (31) の値を代入した. プロットが実験値で,実線が理論値である.Fig. 14 に示すように,しわ角度  $\alpha$  の理論値と実験値は,巻き付け張力 F がおよそ 4[N] 以下の部分では定量的に一致し,巻き付け張力 F が大きくなるほど乖離していくことがわかる.

# 4.3 考察

Eq. (32) - (33) に示すように, 剪断応力値の理論値が実験値に比べ 20 倍以上大きい結果となった. この 主要因を膜の断面形状を不変としたために, 円筒ハブから垂れ下がる状態における膜の曲げ剛性 *EI*<sub>z</sub> が大 きく見積もられていたことではないかと推測する. そこで円筒ハブから垂れ下がる状態における曲げ剛性



Fig. 14: Comparison of theoritical angle of wrinkle with experiment

を *EI*<sup>†</sup> として, Eq. (35) に示すように断面形状を不変とした場合の曲げ剛性 *EI*<sub>z</sub> に修正係数 k (0 < k < 1) を乗じた値とする.

$$EI_z^{\dagger} = kEI_z \qquad (0 < k < 1) \tag{35}$$

この時, 膜に生じる剪断応力 τ<sup>†</sup> は Eq. (25) に Eq. (35) を代入することで Eq. (36) となり,

$$\tau^{\dagger} = \frac{I_y \int_0^s y ds - I_{yz} \int_0^s z ds}{I_y I_z - I_{yz}^2} \frac{\sqrt{FEI_z^{\dagger}}}{R} = \frac{I_y \int_0^s y ds - I_{yz} \int_0^s z ds}{I_y I_z - I_{yz}^2} \frac{\sqrt{FkEI_z}}{R}$$
(36)

Eq. (26) - (27)を代入することで Fig. 13のC点における剪断応力は Eq. (37)となる.

$$\tau^{\dagger}|_{s=s_c} = -\frac{\sqrt{2}}{4}\sqrt{\frac{FkEh}{R^2t}}$$
(37)

よってこの時のしわ角度  $\alpha^{\dagger}_{theory}$ は Eq. (4) に Eq. (21), (28), (37) を代入することで Eq. (38) となる.

$$\alpha_{theory}^{\dagger} = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{atan2}\left(\frac{F}{4th} - \frac{Et}{4R}, -\frac{\sqrt{2}}{4}\sqrt{\frac{FkEh}{R^2t}}\right)$$
(38)

修正係数を与えた場合の剪断応力の理論値を Eq. (39) に、しわ角度と巻き付け張力の関係を Fig. 15 に 示す. 実線が修正係数 k = 0.002 の場合の理論値で、点線が断面形状を不変とした理論の場合 (k = 1)の 理論値で、プロットが実験値である.

修正係数を与えることで剪断応力・しわ角度の理論値は実験値に対して定性的・定量的に近くなるこ とが認められる.

$$\tau_{theory}^{\dagger} = -4.74 [\text{MPa}] \tag{39}$$

# 5 結論

膜の巻き付け収納時における力学状態及び,"しわ"発生機構を明らかにすることを目的として,巻き 付け過程により膜に生じる応力特性を,z-fold 膜巻き付け実験による解析と巻き付け過程の力学モデル を考慮に入れた理論解析の両面から推定した.z-fold 膜巻き付け実験から膜に残留する"しわ"の方向は



Fig. 15: Comparison of theoritical angle of wrinkle with experiment assuming bending stiffness reduction

膜の長さ方向位置によらずほぼ一定であり,巻き付け張力の増加に伴い折り目平行方向に近づくことが 分かった.さらに"しわ"の方向と応力の関係を仮定することで,巻き付け過程により膜に生じた長さ方 向の垂直応力及び剪断応力の大きさを実験的に推定した.また巻き付け過程の力学モデルを考慮した理 論解析により,円筒ハブから垂れ下がる状態の膜の,円筒ハブと接する付け根位置における傾きにより, 膜に剪断応力が生じることが示された.しかし,剪断応力の理論値が実験値に対して極めて大きい値を 示した.円筒ハブから垂れ下がる状態の膜の曲げ剛性に修正係数を導入することで剪断応力・"しわ"の 方向が定性的・定量的に近くなることを確認した.今後,修正係数の物理的な意味づけ,妥当性の確認 が必要である.

#### 参考文献

- Nakanishi, H., et al., "Development of Nano-Satelite OrigamiSat-1 with Highly Functional Deployable Membrane," *Proc. the Fourth International Symposium on Solar Sailing 2017*, Kyoto, Japan, 17-20 January 2017, pp. 1-4.
- [2] Wagner, H., "Flat Sheet Metal Girders with Very Thin Metal Web", Zeitschrift fur Flugtechnik und Motorlüftschiffahrt, vol. 20, (Edited by Oldenbourg, M.R.), 1929, pp. 200-207; 227-231; 281-284; 306-314
- [3] Wong, Y.W. and Pellegrino, S., "Prediction of Wrinkle Amplitudes in Square Solar Sails", Proc. 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Norfolk, VA, 7-10 April 2003, AIAA-2003-1982, pp. 1-10.
- [4] Guest, S.D. and Pellegrino, S., "Inextensional Wrapping of Flat Membranes", *Structural Morphology* / *Morphologie Structurale, Proceedings of the First International Seminar on Structural Morphology*, (Edited by R. Motro and T. Wester), Montepellier, 7-11 September 1992, pp. 203-215.
- [5] Natori, M.C., Watanabe, H., Kishimoto, N. and Higuchi, K., "Folding patterns of deployable membrane space structures considering their thickness effects", *18th Int'l. Conf. Adaptive Structures and Technologies*, Ottawa, Ontario, Canada, 3-5 October 2007, pp. 1-9.
- [6] Lee, N. and Close, S., "Curved pleat folding for smooth wrapping", *Proceedings of the Royal Society A*, vol. 469, Royal Society, 2013, pp. 1-10.
- [7] Arya, M., Lee, N. and Pellegrino, S., "Creese-Free Biaxial Packaging of Thick Membranes with Slipping Folds", *International Journal of Solids and Structures*, Elsevier Ltd., 2016, pp. 24-39.

[8] Hayashi, T., "軽構造の理論とその応用. 上", 日本科学技術連盟, 1966, pp. 80-88.