

# A06 主鏡配置誤差を考慮したスマートリフレクタのアクチュエータ最適配置設計

仲智彦, 小木曾望, 木村公洋(阪府大), 田中宏明(防衛大)

Tomohiko Naka, Nozomu Kogiso, Kimihiro Kimura (Osaka Prefecture University)

Hiroaki Tanaka (National Defense Academy of Japan)

## 1. 結論

近年の電波天文衛星の観測周波数は、ミッションの高度化に伴いますます高まってきている。カセグレンアンテナのような反射鏡を持つアンテナでは、一般に波長の1/10~1/50の鏡面精度が必要とされており、数百GHzを超える周波数の場合には数十~数百 $\mu\text{mRMS}$ 程度である。このように非常に厳しい設計要求であるため、地上で実現する精度だけではなく、軌道上の熱環境によるひずみや、展開時の再現性も考慮しなくてはならない。

そこで共著の一人である田中らは、図1のようなスマートリフレクタを用いた新しいアンテナシステムを提案している<sup>(1)</sup>。このスマートリフレクタは、ピストンアクチュエータによって鏡面形状を制御するもので、図2のようにカセグレンアンテナの副鏡として用いられる。観測したい電波は、主鏡で反射する際、主鏡の形状誤差の影響を受けて電波の波面が乱れてしまう。この乱れを打ち消すように副鏡の形状を制御することによって、アンテナシステムの性能を上げる。また、副鏡は主鏡に対して小さいため、制御に必要なエネルギーやコストを抑えることができる。

図1は変形がわかりやすいようにスリットを入れた直径200mmの副鏡BBMである<sup>(2)</sup>。田中らはこれを用いてアンテナ性能が変化することを確認しているが、要求を満たすような制御ができることは確認されていない。また、スリットを入れるためのコストが大きいため、本研究ではスリットの無いモデルについて考え、さらに後に述べる気球超長基線電波干渉計(気球VLBI)<sup>(3)</sup>に搭載することを考えて直径を300mmとする。

さて、スマートリフレクタに取り付けるアクチュエー

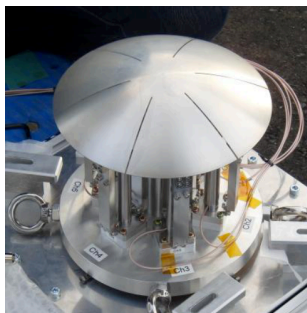


Fig. 1: スマート副鏡BBMモデル<sup>(2)</sup>

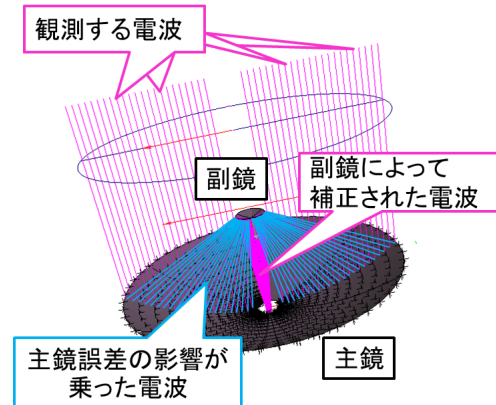


Fig. 2: カセグレンアンテナと電波の行路

タは数が多いほど制御性能が上がる。しかし、そのスペースやコストの制約から、搭載できる数には限りがある。また軌道上で位置を変更することもできない。そこで本研究では、最も効率よく形状を制御できるようなアクチュエータ配置を求めることを目的とし、最適設計問題として定式化を行う。

設計変数はアクチュエータ位置とその出力変位とし、変形形状と目標形状のRMS誤差を最小化する。変形形状は有限要素法を用いて求めるため、アクチュエータを配置できる位置が節点上に限られ、設計変数は離散値をとる。一方で、出力変位の設計変数は連続値となるので混合整数計画問題となる。そのため、最適設計問題はメタヒューリスティクスとして知られるDiscrete Differential Evolution(DDE)<sup>(4,5)</sup>を用いて解く。

副鏡が目標とする形状は、電波に対する主鏡誤差の影響を打ち消すように決められる。本研究では、主鏡誤差の要因としてキネマティックカップリング(以下、KC)と呼ばれる拘束機構<sup>(6,7)</sup>の摂動について考え、数値計算例を通してこのような主鏡誤差に対する最適配置とその制御性能について述べる。

## 2. スマートリフレクタを用いたアンテナのモデル化

本研究では、気球VLBIに搭載する主鏡及び副鏡モデルについて考える。気球VLBIとは、スーパープレッシャー気球と呼ばれる密閉型の気球を用いて、成層圏からサブミリ~テラヘルツ帯での電波観測を行うものである。このモデルは電波天文衛星に搭載されるアン

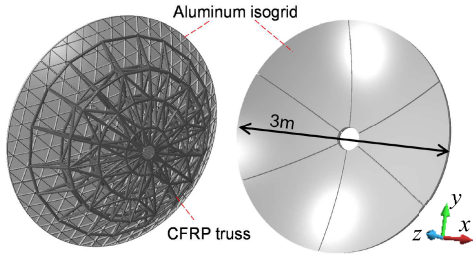


Fig. 3: 主鏡鏡面と背面支持構造<sup>(3)</sup>

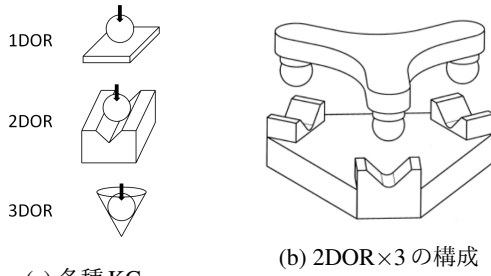


Fig. 4: 主鏡を拘束するKC<sup>(6,7)</sup>

テナと同様に過酷な熱環境を考慮しなければならない。特に、現在検討が進められている気球VLBI2号機に搭載されるモデルについて検討するため、観測周波数は345GHzとする<sup>(3)</sup>。

### 2.1 気球VLBI用アンテナの主鏡

図3に示すように、主鏡はアルミ鏡面とその背面の支持構造からなる。鏡面は直径3m、焦点距離1.2mの放物線形状をしており、扇型になるよう6分割されている。支持構造はCFRPのトラス構造でできており、KCによって主鏡面と結合する。

KCは一般に、図4(a)のように1DOR(Degree Of Restriction)から3DORの拘束点の組み合わせで用いられ、本研究では図4(b)のように鏡面側のボール部と支持構造側のレール部からなる2DORのものを取り付ける。よって支持構造と鏡面の相対位置を決めるためには、図5のように1/6鏡面に対してそれぞれ3つのKCが必要となる。KCは、主鏡の熱変形に対しレール方向への熱変形を許すことで、主鏡誤差を抑えることを目的として用いられている。

### 2.2 キネマティックカップリングの摂動による主鏡配置誤差

背面支持構造は熱膨張率が小さく、比剛性が高いCFRPを用いることを想定しているが、それでも軌道上の環境下ではKCの位置に0.1mm程度の摂動が生じると考えられる。本研究では、簡単のために、1枚の鏡面に対して3点あるKCの内1点に、3点のKCを通る面に垂直に±0.1mmの摂動が生じる場合について考える。

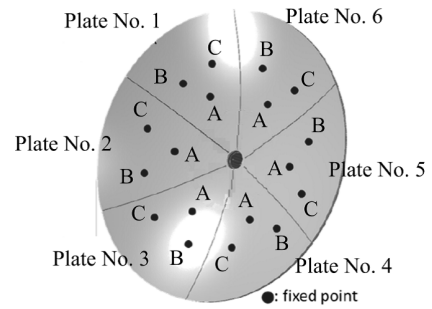


Fig. 5: 主鏡に取り付けられたKCの位置

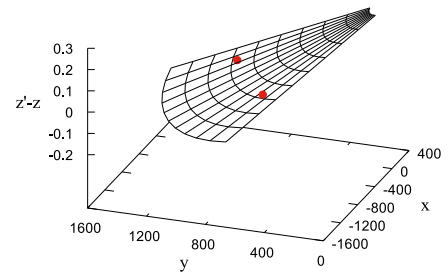


Fig. 6: 点Aがずれた鏡面と元の鏡面の差( $z' - z$ )

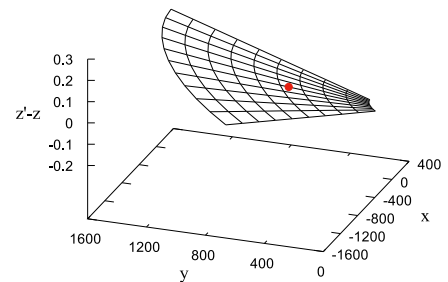


Fig. 7: 点Cがずれた鏡面と元の鏡面の差( $z' - z$ )

Table 1: KC摂動のパターン

plate No.	1	2	3	4	5	6
case1	A+	A+	A+	A+	A+	A+
case2	C+	C+	C+	C+	C+	C+
case3	A+	A-	A+	A-	A+	A-
case4	C+	C-	C+	C-	C+	C-
case5	C+	B+	C+	B+	C+	B+
case6	A+	C-	B-	A+	B+	C+
case7	A+	A-	B+	B-	C+	C-
case8	C-	C+	B-	B+	A+	A-
case9	A+	C+	A-	B-	A+	C-
case10	A-	A+	B+	A-	A+	C+

3点のKCを図5のようにA,B,Cとした時、A,Cそれぞれがずれた際の主鏡変位は図6、7のようになる。6枚の鏡面に対してずれるKCの点の組み合わせとして表1の10パターンを考える。

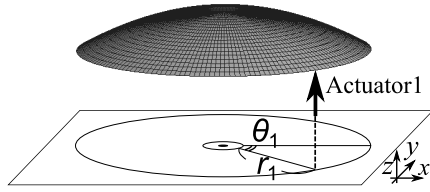


Fig. 8: 鏡面形状とアクチュエータ配置

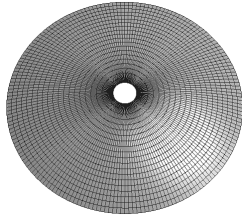


Fig. 9: 有限要素メッシュ

### 2.3 副鏡の数値解析モデル

図8, 9に副鏡の有限要素モデルを示す。直径300mm, 厚さ0.5mm(一定)の双曲面形状をしており, 式(1)で表されるような双曲線を回転させた形状である。

$$z = \sqrt{407563.3 \left( 1 + \frac{r^2}{161706.9} \right)} \quad (1)$$

ここで $r$ は中心からの距離,  $z$ はアンテナ指向軸方向を負とした座標である。線形の矩形シェル要素を用いており, 要素数は3600である。中心から半径15mmの円周で完全固定されており, スリットは入っていない。

アクチュエータ数が6の場合に副鏡形状の制御性能が十分でなく, 周方向に波打つような変形モードが現れてしまうことを先行研究で確認している<sup>(8)</sup>。そこでアクチュエータ数を12として計算を行った。

### 2.4 副鏡の位置調整機構

主鏡と副鏡の位置は, 主鏡の放物面の焦点と, 副鏡の双曲面の焦点が一致するようにとる。よって主鏡が変形した際に移動する主鏡の焦点に対して, 副鏡の焦点を合わせるように副鏡位置を移動する。このような副鏡の剛体移動をベストフィット処理と言う。本研究では指向軸方向の移動のみを考えることとし, 焦点の移動量を知るために, 主鏡の $z$ 方向の移動量 $dz$ 及び焦点距離の変化 $dF$ を変数として式(2)のように主鏡の変形形状 $z_i$ とのRMS誤差を最小化する。

$$\text{minimize: } \sum_{i=1}^{N_n} \alpha_i \left\{ z_i - \left( \frac{x_i^2 + y_i^2}{4(F + dF)} - dz \right) \right\} \quad (2)$$

ここで,  $F$ は変形前の焦点距離,  $x_i, y_i$ は節点 $i$ の座標である。また,  $\alpha_i$ は節点 $i$ の重みであり, 3.2節で詳しく述べる。この最小化には, 逐次二次計画法(SQP法)を用いた<sup>(9)</sup>。

## 3. アクチュエータ最適配置問題の定式化

### 3.1 目標の変形形状

主鏡の $z$ 軸方向はアンテナの指向軸方向を正とするが, 副鏡の変形はその逆向きを正にとる。副鏡の理想的な変形による電波の位相のずれは, 主鏡の変形による電波の位相のずれを打ち消す向きである。簡単のため, 直径3000mmの主鏡に届いた電波は, 直径300mmの副鏡に漏れることなく届くものとし, 主鏡の $(x, y)$ を通る電波は副鏡の $(x/10, y/10)$ で反射するものとする。よって表1の主鏡の誤差パターンに対し, ベストフィット処理をした副鏡の理想形状は図10(a)~(j)のようになる。

この理想形状に副鏡形状を近づけることを目標とし, アンテナ性能の指標としてRMS誤差を評価関数に用いる。なぜなら, アンテナの利得 $G$ とアンテナ鏡面のRMS誤差 $\varepsilon$ の関係として, 式(3)で表されるRuzeの式が知られているからである<sup>(10)</sup>。

$$G = G_0 \exp \left( - \left( \frac{4\pi\varepsilon}{\lambda} \right)^2 \right) \quad (3)$$

ここで $\lambda$ は波長,  $G_0$ は鏡面が完全な場合の利得である。

しかし, Ruze則はランダムな鏡面誤差を前提とするためKCの摂動にも適用できるかを確認する必要がある。そこで, 光学解析ソフトGRASPを用いて確認した<sup>(11)</sup>。図11はGRASPによる結果とRuze則による結果の比較である。RMS誤差が0.03mm以下であれば, 両者の結果がほぼ一致し, その他でもRuze則は常に安全側に見積もられていることがわかる。本研究では波長が0.87mmであるため, その約1/30の0.03mmRMS以下にすればよく, この領域でGRASPとの差も小さい。

### 3.2 最適設計問題の定式化

全ての誤差ケースに対する最適配置を一意に求めたいが, 本研究では初期検討として, それぞれの誤差に対する最適な配置を個別に求める。

設計変数はアクチュエータの位置と出力である。主鏡面が6等分されているため, 12個のアクチュエータも6等分し, 1つの扇状領域に2個のアクチュエータが配置される。図12のように, この2つのアクチュエータの位置変数 $r_j, \theta_j (j = 1, 2)$ と残りの10個のアクチュエータの位置変数を共通とする。なぜなら, アクチュエータは軌道上で移動せず, 1つの誤差ケースに対してその回転対称なケースが存在するためである。一方でアクチュエータ出力は軌道上で制御できるため, 出力変位の変数 $d_j (j = 1, \dots, 12)$ は12個とも独立とする。

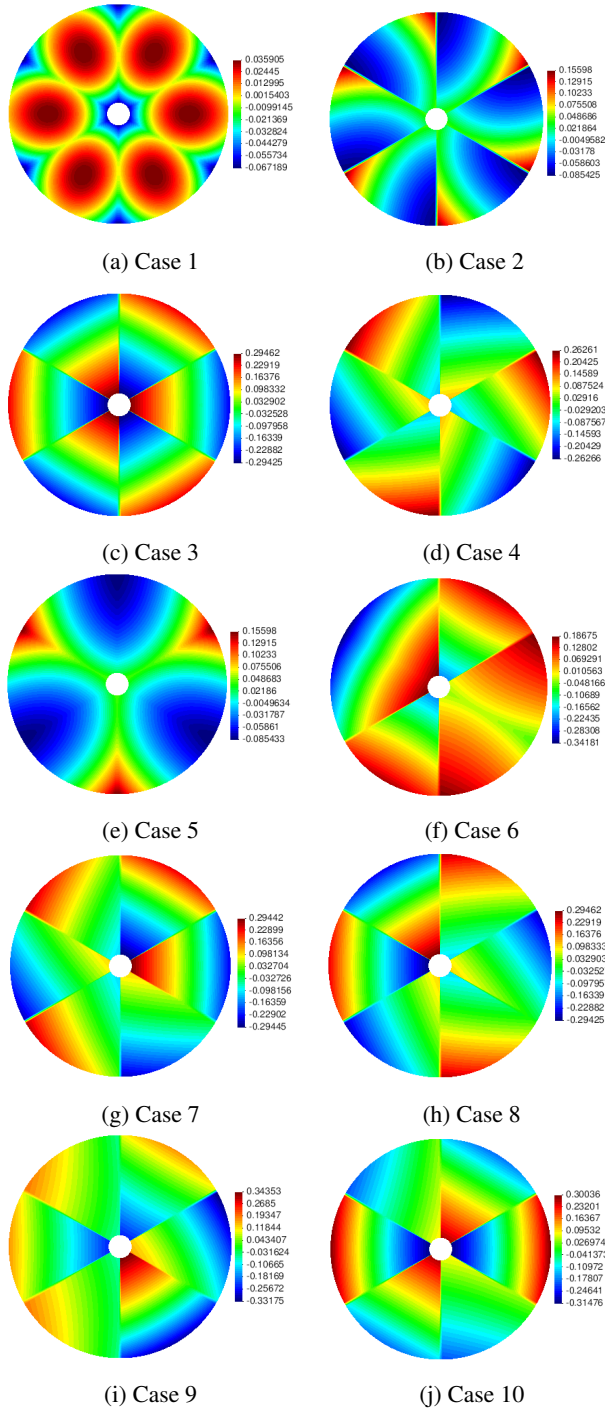


Fig. 10: 鏡面の理想変位

制約条件はアクチュエータが鏡面上に乗るための側面制約と、変位拡大機構によって拡大されたアクチュエータのストロークによる側面制約である。これらを式(4)~(6)に示す。

$$15 \leq r[\text{mm}] \leq 150 \quad (4)$$

$$0 \leq \theta[\text{rad}] \leq \frac{\pi}{6} \quad (5)$$

$$-1.0 \leq d_j[\text{mm}] \leq 1.0 \quad (6)$$

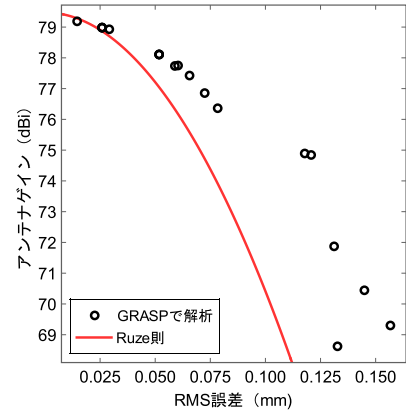


Fig. 11: Ruze 則と GRASP 解析によるゲイン低下率の比較

目的関数は理想形状と変形形状の RMS 誤差であり、式(7)で表される。

$$\text{Minimize : } \left( \sum_{i=1}^{N_n} \alpha_i (z_i(\mathbf{r}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{d}) - z_i^{\text{ideal}})^2 \right)^{1/2} \quad (7)$$

$$\alpha_i = \frac{u_i e_i}{\sum_{j=1}^{N_n} u_j e_j} \quad (8)$$

ここで、 $N_n$  は節点数、 $z_i$  は節点  $i$  の変形変位、 $z_i^{\text{ideal}}$  は節点  $i$  の理想変位である。 $\alpha_i$  は重みを表しており、節点  $i$  周りの面積  $u_i$  と電界強度分布  $e_i$  からなる。 $u_i$  は図 13 で表される領域を表しており、式(9)~(11)で定義される。

$$u_1 = \left( \left( \frac{r_2 + r_1}{2} \right)^2 - r_1^2 \right) \frac{d\theta}{4} \quad (9)$$

$$u_i = \left( \left( \frac{r_{i+1} - r_i}{2} \right)^2 - \left( \frac{r_i + r_{i-1}}{2} \right)^2 \right) \frac{d\theta}{4}$$

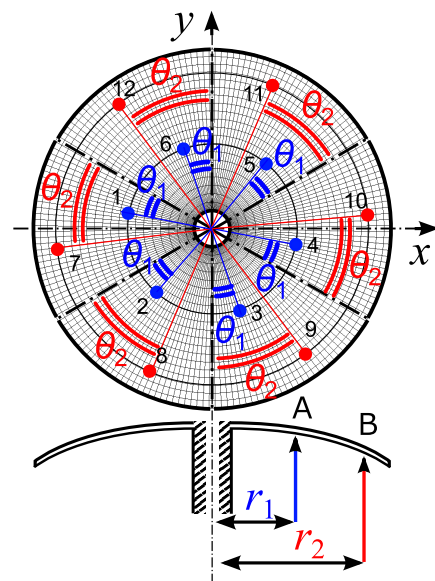


Fig. 12: 副鏡の設計変数の取り方

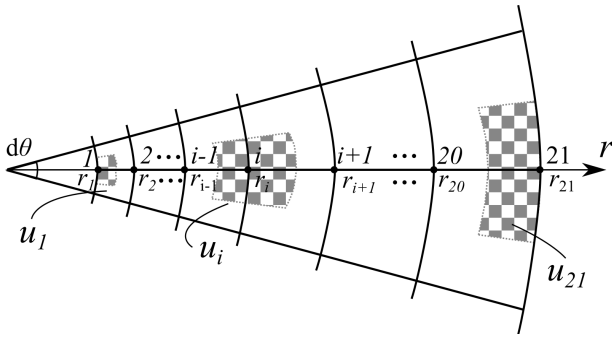


Fig. 13: the area  $u_i$  around the node

$$(i = 2 \dots 20) \quad (10)$$

$$u_{21} = \left( r_{21}^2 - \left( \frac{r_{21} + r_{20}}{2} \right)^2 \right) \frac{d\theta}{4} \quad (11)$$

また、 $e_i$ は節点 $i$ の電界強度分布による重みである。電界強度分布は simple tapered pattern を用いており、式(12)で表される<sup>(12)</sup>。

$$e_i = e_0 \cdot 10^{e_x(\theta_i/\theta_0)^2/20} \quad (12)$$

ここで先行研究より、 $e_0$ は1、 $e_x$ は $-10.7(\text{dB})$ とする。また、 $\theta_0$ は、焦点から給電部の方向と鏡面の外周の方向の間の角度であり、 $\theta_i$ は、焦点から給電部の方向と節点 $i$ の方向の間の角度である。

アクチュエータ位置変数は有限要素モデルの節点上をとるため、離散値となる。一方で出力変位は連続地である。よって、最適設計問題は混合整数計画問題となる。そこで、メタヒューリスティクスである Differential Evolution を応用した Discrete Differential Evolution を適用する<sup>(4,5)</sup>。

## 4. 数値計算結果と考察

### 4.1 中心を完全固定した場合

それぞれの KC 摂動ケースについて、目的関数の履歴を図14, 15に示す。ケース1,5でのみ目標の $0.03\text{mm}$ を満たしており、その他では制御性能が充分でないことが分かる。

このときのアクチュエータ配置と鏡面変位を図16(a)~(j)に示す。いずれの場合も鏡面の外側にアクチュエータが配置されており、アクチュエータ周辺では理想形状に近づいているが、鏡面の中心付近ではほぼ制御されていない。これは、鏡面の境界条件のために当然であり、このような場合に目標を達成しないことが分かる。

### 4.2 中心から半径の1/3を完全固定した場合

次に副鏡の境界条件を見直して中心を自由端とし、中心から半径の1/3の円周を完全固定とする。鏡面内

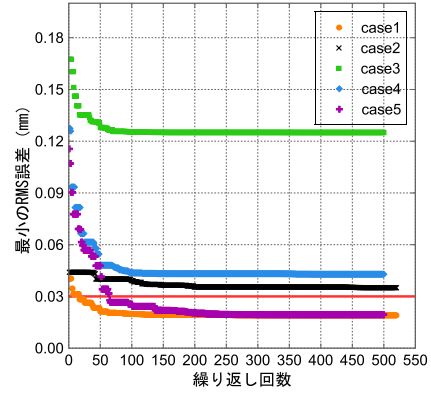


Fig. 14: 目的関数の履歴 (Case1~5)

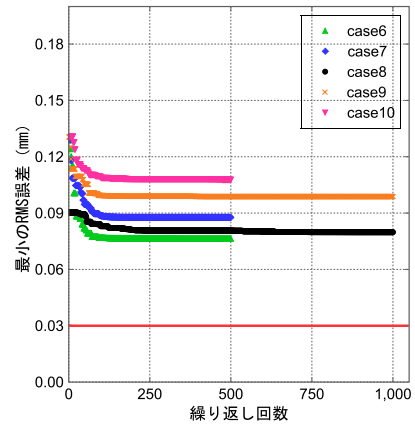


Fig. 15: 目的関数の履歴 (Case6~10)

側の変形を必要とする Case3 について最適配置を求める。このときの目的関数の履歴と固定境界変更前の履歴の比較を図17に示す。目的関数は小さくなったものの、目標を満たしていないことが分かる。

また、アクチュエータ配置と鏡面変位は図18のようになる。アクチュエータが内側に配置されるが、変形量が小さく誤差がほとんど小さくなっていない。

## 5. 結論

本研究では、主鏡の鏡面誤差が電波へ与える影響を補正するためのスマート副鏡について、アクチュエータの最適な配置と出力について考えた。特に KC の摂動による主鏡の誤差を調べ、これに対する理想的な副鏡形状と制御形状との RMS 誤差を最小化した。

数値計算例を通して、いくつかのケースでは十分な制御性能を示したものの、中心完全固定であるために鏡面内側に誤差の多いケースに対しては目標を満足せず、今後は境界条件の変更などを調べる必要があることが分かった。

## 謝辞

本研究の一部は、宇宙航空研究開発機構宇宙科学研究所「戦略的開発研究費」および JSPS 科研費 26249131

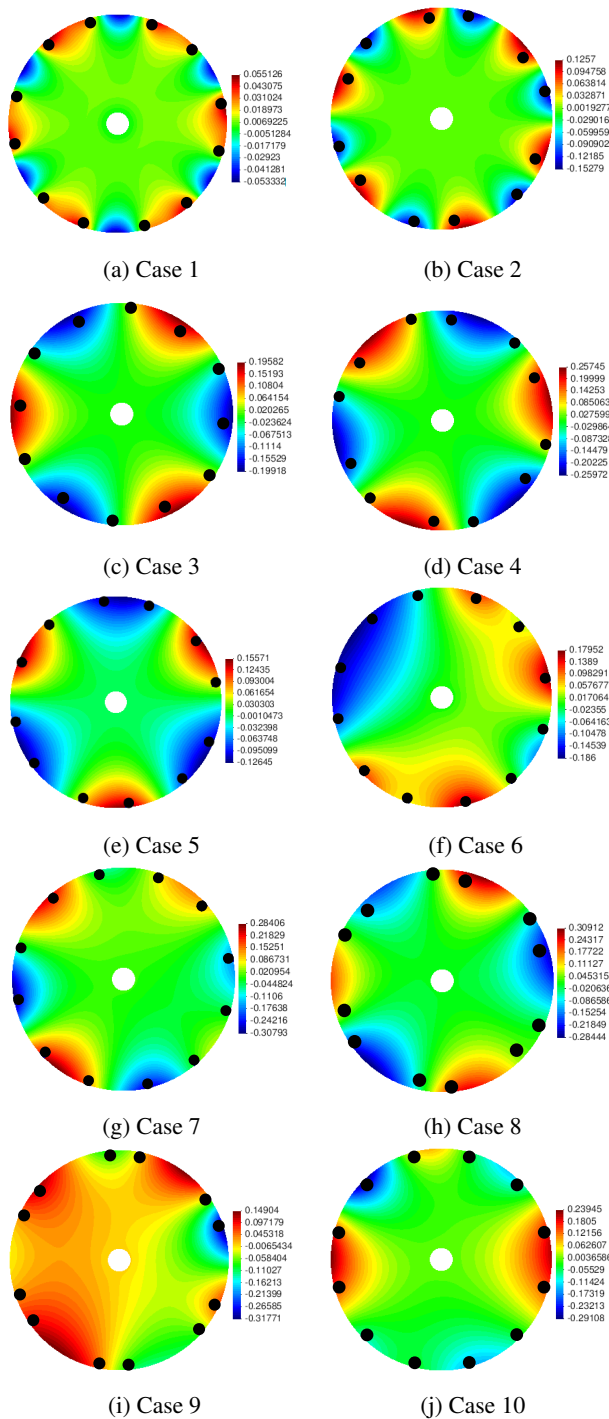


Fig. 16: アクチュエータの最適配置と鏡面の変位

の助成により行われた。ここに謝意を表す。

### 参考文献

- (1) 田中ら, 高精度スマートリフレクタ形状可変鏡試作モデルの開発, 第29回宇宙構造・材料シンポジウム, (2013), A13.
- (2) H. Tanaka, et al., Development of a Smart Reconfigurable Reflector Prototype for an Extremely High-frequency Antenna, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, **27-6**, (2016), pp. 764-773.
- (3) 児玉峻, 気球 VLBI リフレクタにおける主鏡の精度と副鏡調整誤差のトレードオフ分析, 大阪府立大学修士

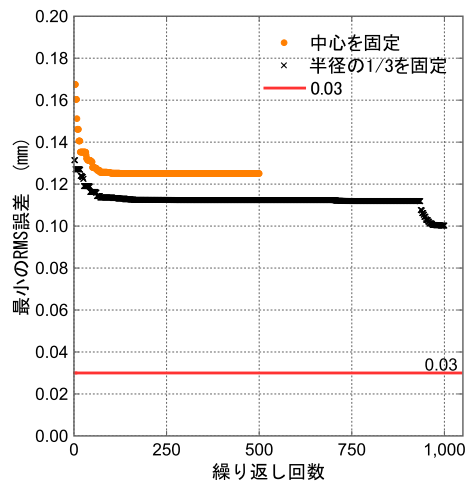


Fig. 17: 固定境界の違う目的関数の履歴の比較

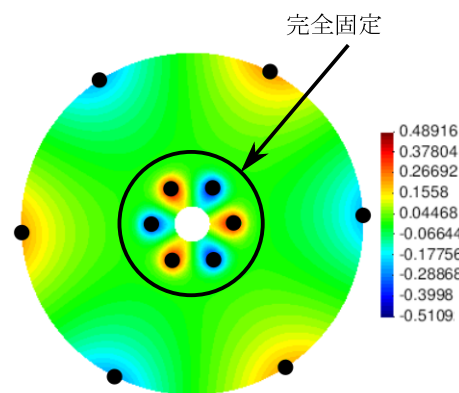


Fig. 18: 固定条件を変更した場合の最適配置

論文, (2015).

- (4) 北山哲士, 酒井忍, 荒川雅生, 山, 光悦, 大域的最適化法としての Differential Evolution と数値計算, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 76, No. 771, (2010), pp. 2819-2828.
- (5) 北山哲士, 荒川雅生, 山崎光悦, Discrete Differential Evolution の提案, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 76, No. 772, (2010), pp. 3828-3836.
- (6) Layton C. Hale, Alexander H. Slocum: Optimal Design Techniques for Kinematic Couplings, Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology, Vol. 25, No. 2, (2001), pp. 114-127
- (7) 田中ら, キネマティックカップリングを用いたアンテナ鏡面の高精度設置と位置姿勢調整, 第31回宇宙構造・材料シンポジウム, (2015), A07
- (8) Tomohiko Naka, Nozomu Kogiso, Tadashige Ikeda, and Hiroaki Tanaka, Optimal actuator layout design on circular plate for high-precision smart space structure, Proceedings of 26th International Conference on Adaptive Structures and Technologies (ICAST2015), (2015), #046, pp. 1-12.
- (9) 茨木俊秀, 福島雅夫, FORTRAN77 最適化プログラミング, 岩波書店, (1991).
- (10) J. Ruze: Antenna Tolerance Theory-A Review, Proceedings of the IEEE, Vol. 54, No. 4, (1966), pp. 633-642
- (11) GRASP User's Manual, Version 10.3, Tica Corp., (2013)
- (12) 田中ら, 衛星搭載用アンテナの鏡面誤差による利得変化に関する研究, 第27回宇宙構造・材料シンポジウム, (2011), B16.