

# B02 CFRP 双安定開断面ロッドの自己伸展力に対する定量的考察

坂本陸 (東大・院), 青木隆平, 横関智弘 (東大),  
渡邊秋人 (サカセ・アドテック株式会社)

Riku Sakamoto, Aoki Takahira, Tomohiro Yokozeki (The Univ. of Tokyo),  
Akihito Watanabe (SAKASE ADTEC. CO., LTD.)

## 1 緒言

双安定構造とは2つの異なる安定形状を持つ構造のことである。部材として用いることで、機構を複雑化させずに軽量かつシンプルな変形構造を実現できると期待されている。中でも炭素繊維強化プラスチック (CFRP) を用いた双安定開断面ロッドは収納形状と伸展形状 (図1)の2つの安定形状を持ち、また自己伸展力を持つため、従来の展開構造物における構造を機械的に固定・伸展させる機構を削減できると期待されている。双安定ロッドの安定形状に関する研究は多くおこなわれ Galletly と Guest は安定形状を求めるために、梁モデル [1]と殻モデル [2]の2つの手法を提案し、さらに Guest と Pellegrino [3]はそれらのモデルを単純化し、ひずみエネルギーの停留点を考えることで安定形状を導出する方法を提示した。また伸展中の挙動について Alex.et.al [4]では材料の粘弾性を考慮し、伸展速度が収納時間によって変化する様子をモデル化した。

CFRP 双安定開断面ロッドを宇宙展開構造物として利用するには長時間の収納や極限温度環境下によって伸展力が低下することを考慮にいれた設計が必要である。また長時間収納されることで伸展力が減少するだけでなく、伸展力が完全に喪失することが知られており、そうした現象を説明できるモデルを構築する必要がある。Alex.et.al [4]では収納時間による伸展力の減少を説明できたものの、伸展力が消滅することを説明できるモデルにはなっていない。そのような伸展可能性の有無について議論するためには、従来一般的であった2つの安定形状のエネルギー差のみで伸展力を議論するのではなく、伸展力を直接的に評価する必要があると考えられる。

そこで本研究では CFRP 双安定開断面ロッドが自己伸展する途中の形状について考察を行い、展開時の自己伸展力発生機構を明らかにすることで、自己伸展力、自己伸展速度を定量化する手法を提案する。2章で2つの安定形状および自己伸展途中の形状をモデル化し、3章で曲率に変化する領域 (曲率遷移部) の形状を評価することで、4章にて自己伸展力、自己伸展速度を導出する。5章で伸展速度について実験値と解析解を比較する。

## 2 安定形状、伸展途中形状のモデル化

**2.1 安定形状のモデル化** CFRP 双安定開断面ロッドは伸展形状と収納形状の2つの安定形状を持つ (図1)。製造方法としては円筒の型にブリブレイグを巻きつけ、オートクレーブ成型することが一般的である。本モデルでは成型後の残留熱ひずみを無視することとし、伸展形状はひずみエネルギーが0の状態であると仮定する。よって、

伸展形状を第1安定形状と定め、一方で収納形状には応力およびひずみエネルギーが存在するため、収納状態を第2安定形状と定める。モデルを単純化するため第2安定形状における自由端の影響、乃ち力学的境界条件は考慮しないとし、第1安定形状および第2安定形状はともに完全な円筒形であると仮定する。第1安定形状の曲率を  $k_0$ 、弧の中心角を  $\gamma$ 、弧の長さを  $l$ 、チューブの長さを  $L_{all}$  とし、第2安定形状における曲率を  $K_0$  とする。

**2.2 伸展途中形状のモデル化** 伸展途中形状を図2のように完全伸展部、曲率遷移部、完全収納部の3つに分割する。各部分における曲率を表1に示した。完全伸展部、完全収納部はそれぞれ第1安定形状、第2安定形状に対応しているため、その2つの部分において自己伸展力は発生しない。よって、曲率遷移部の存在が自己伸展力発生の原因だと考えられ、曲率遷移部の形状を近似的に評価することが必要であると分かる。

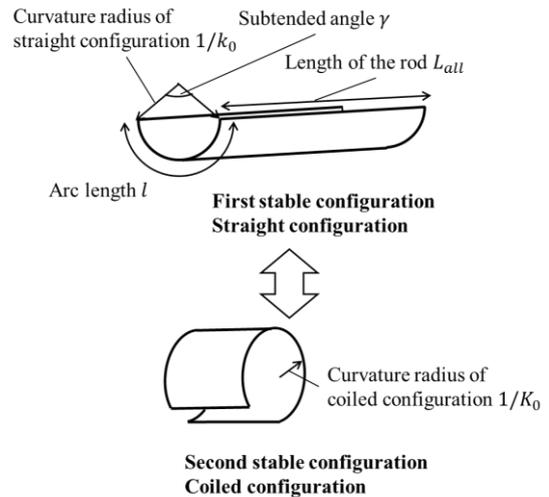


図1 安定形状の定義

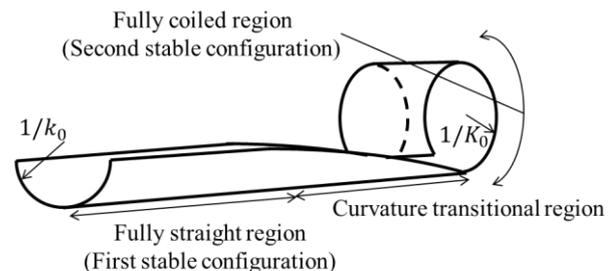


図2 自己伸展途中形状の定義

表 1 自己伸展途中形状における各部分の曲率

	Fully straight region	Curvature transitional region	Fully coiled region
Longitudinal Curvature	0	Non-const.	$K_0(\text{const.})$
Circumferential Curvature	$k_0(\text{const.})$	Non-const.	0
Twist Curvature	0	Non-const.	0

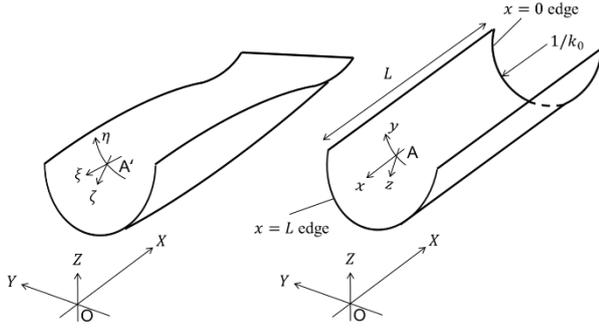


図 3 座標系の定義 (左図: 変形後の双安定ロッド 右図: 変形前の双安定ロッド)

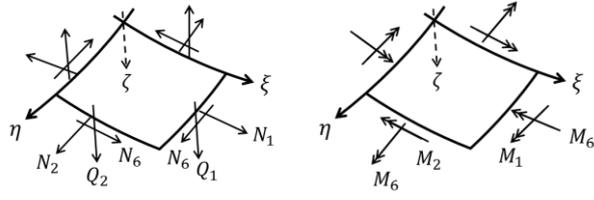


図 4 単位面積における力のつり合い

### 3 曲率遷移部の形状評価

本章では 2.2 節で定義した曲率遷移部の形状を評価することで自己伸展力をロッドの内力から直接的に導出することを目指す。STEM の曲率遷移部について考察した V.K.Jain ら [5] の手法を拡張し、双安定ロッドの曲率遷移部形状を評価する。

**3.1 座標系の定義** 第 1 安定形状から曲率遷移部への変形を考える。ロッドは柔軟な構造物であるため、変形は大変形微小ひずみとして扱う。そこで文献 [6] で提案されている柔軟構造物に関する方程式を利用する。柔軟変形を考えるにあたり、図 3 のように座標系を設定した。XYZ 座標系が全体固定座標系、xyz 座標系が変形前の任意の点 A における物体座標系、 $\xi\eta\zeta$  座標系は点 A の変形後の点 A' における物体座標系を表す。座標系はすべて直交座標系である。また L は曲率遷移部の長さを表す。

**3.1 減衰パラメータの導入** 変形後の座標系において発生する力、モーメントを図 4 に記す。ロッドの厚さは薄いとし平面応力状態とする。図 4 において、 $N_1, N_2$  は  $\xi$  軸方向、 $\eta$  軸方向の単位長さあたりの引張力を表し、 $N_6$  は単位長さあたりの剪断力を表している。また  $M_1, M_2$  は  $\xi$  軸

方向、 $\eta$  軸方向に対する単位長さあたりの曲げモーメント、 $M_6$  は単位長さあたりのねじりモーメントを表している。同様に  $k_1, k_2$  は  $\xi$  軸方向、 $\eta$  軸方向の曲率、 $k_6$  はねじり曲率を表している。よって面内の平衡方程式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_6}{\partial y} - k_1 Q_1 - k_6 Q_2 &= 0 \\ \frac{\partial N_6}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} - k_6 Q_1 - k_2 Q_2 &= 0 \\ \frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{\partial y} + k_1 N_1 + k_6 N_6 + k_2 N_2 &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

面外の平衡方程式は

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{\partial M_1}{\partial x} + \frac{\partial M_6}{\partial y} - M_2 k_4 - M_6 k_5 \\ Q_2 &= \frac{\partial M_2}{\partial y} + \frac{\partial M_6}{\partial x} + M_6 k_4 + M_1 k_5 \end{aligned} \quad (2)$$

$k_4, k_5$  は  $\zeta$  軸周りの曲率を表しており、本モデルでは無視する。ここで曲率の適合条件式は

$$\frac{\partial k_1}{\partial y} = \frac{\partial k_6}{\partial x}, \quad \frac{\partial k_2}{\partial x} = \frac{\partial k_6}{\partial y} \quad (3)$$

ねじり曲率  $k_6$  は  $k_6 = k_61 + k_62$  で表される。双安定ロッドの材用として曲げねじりカップリングのない材料を想定するため、構成方程式は

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12} & D_{22} \\ & & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 - k_0 \\ k_6 \end{bmatrix} \quad (4)$$

ただし、 $D_{ij} (i, j = 1, 2, 6)$  は古典積層理論における曲げ剛性行列である。ここで V.K.Jain ら [5] の手法に習い、以下のような仮定を置く

- A) 面内の応力のうち周方向のひずみ  $e_2$ 、およびせん断ひずみ  $\gamma_6$  は長手方向のひずみ  $e_1$  と比較して非常に小さいと仮定し、 $e_2, \gamma_6$  を無視する。
- B) 中央面の応力は微小であるとし、

$$\frac{\partial Q_1}{\partial x}, \frac{\partial Q_2}{\partial y} \gg k_1 N_1, k_6 N_6, k_2 N_2 \quad (5)$$

が成立するとする。

- C) 長手方向の軸力は 0 とする。

$$\int_{-1/2}^{1/2} N_1 dy = 0 \quad (6)$$

- D) 長手方向の曲率  $k_1$  の  $x$  に対する二階微分、 $y$  に対する二階微分がそれぞれ周方向の曲率  $k_2$  の  $x$  に対する微分、 $y$  に対する微分変分に比例すると仮定し、

$$\frac{\partial^2 k_1}{\partial x^2} = a \frac{\partial^2 k_2}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 k_1}{\partial y^2} = b \frac{\partial^2 k_2}{\partial y^2} \quad (7)$$

が成立するとする。ここで  $a, b$  は実数の定数。

よって式(1.3)および仮定(A)を用いると

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (D_{11} k_1 + (D_{12} + 2D_{66}) k_2) \\ + \frac{\partial^2}{\partial y^2} ((D_{12} + 2D_{66}) k_1 + D_{22} k_2) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

仮定(D)より

$$\frac{\partial^2 k_2}{\partial x^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 k_2}{\partial y^2} = 0 \quad (9)$$

ここで $\beta$ は

$$\beta^2 = \frac{(D_{12} + 2D_{66})b + D_{22}}{aD_{11} + D_{12} + 2D_{66}} \quad (10)$$

を満たすパラメータ。曲率 $k_2$ の減衰を支配するパラメータとなるため、 $\beta$ は減衰パラメータと呼ばれる。

**3.2 境界条件** 曲率遷移部の各端部について曲率の境界条件を設定する。

(i)  $x = 0$ の境界について

曲率遷移部と完全収納部の境界に対応する端部であるため、周方向の曲率は0、長手方向の曲率は $K_0$ となる。

$$k_1 = K_0, k_2 = 0 \quad (11)$$

完全収納部の曲率 $K_0$ は先行研究 [3]の手法より導出した。

$$K_0 = \frac{D_{12}}{D_{11}} k_0 \quad (12)$$

(ii)  $x = L$ の端部について

曲率遷移部と完全伸展部の境界に対応する。そのため、周方向の曲率は $k_0$ 、長手方向の曲率、ねじり曲率は0である。

$$k_1 = 0, k_2 = k_0, k_6 = 0 \quad (13)$$

(iii)  $y = \pm l/2$ の端部について

自由端に対応する端部であるため、

$$k_1 = 0, k_2 = k_0 \quad (14)$$

が成立するとする。

**3.3 曲率の導出** 3.1節、3.2節の方程式から長手方向の曲率 $k_1$ 、周方向の曲率 $k_2$ 、ねじり曲率 $k_6$ を導くことができる。

$$k_1 = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} (C_3 e^{-\beta ax} + C_4 e^{\beta ax}) \cos(\alpha y) \quad (15)$$

$$k_2 = k_0 + \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} (C_1 e^{-\beta ax} + C_2 e^{\beta ax}) \cos(\alpha y) \quad (16)$$

$$k_6 = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \{A_1 (e^{-\beta ax} - e^{-\beta aL}) + A_2 (e^{\beta ax} - e^{\beta aL})\} \sin(\alpha y) \quad (17)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{n\pi}{l} \\ C_1 &= -\frac{4k_0}{n\pi} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}} e^{\beta aL}}{e^{\beta aL} - e^{-\beta aL}} \\ C_2 &= \frac{4k_0}{n\pi} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}} e^{-\beta aL}}{e^{\beta aL} - e^{-\beta aL}} \\ C_3 &= \frac{4K_0}{n\pi} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}} e^{\beta aL}}{e^{\beta aL} - e^{-\beta aL}} \\ C_4 &= -\frac{4K_0}{n\pi} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}} e^{-\beta aL}}{e^{\beta aL} - e^{-\beta aL}} \\ A_1 &= \frac{C_3}{\beta} - \beta C_1 \\ A_2 &= \beta C_2 - \frac{C_4}{\beta} \end{aligned} \quad (18)$$

**3.4 長手方向のひずみ** ガウス曲率と面内のひずみの関係 [7]から

$$\frac{\partial^2 e_1}{\partial y^2} = \frac{k_6^2}{4} - k_1 k_2 \quad (19)$$

ここで仮定(B)より

$$\int_{-l/2}^{l/2} e_1 dy = 0 \quad (20)$$

と書ける。また仮定(C)より、式(19)を満たすような $e_1$ を決定する。

**3.5 ひずみエネルギー停留条件** 3.3節、3.4節の議論より、曲率遷移部の曲率および、ひずみを減衰パラメータ $\beta$ で表すことができた。そこで、曲率遷移部のひずみエネルギーを最小にする $\beta$ を真の値として得ることとする。

$$\frac{dU}{d\beta} = 0 \quad (21)$$

ここで $U$ はひずみエネルギーを表し、

$$U = \int_0^L \int_{-l/2}^{l/2} \frac{1}{2} (A_{11} e_1^2 + D_{11} k_1^2 + 2D_{12} k_1 \Delta k_2 + D_{22} \Delta k_2^2 + D_{66} k_6^2) dy dx \quad (22)$$

## 4 自己伸展力、伸展速度の導出

**4.1 自己伸展力** 曲率遷移部と完全収納部の境界 $x = 0$

(図5参照)に注目する。この時、断面には分布ねじりモーメントによるせん断力および隅角力が発生している。完全収納部においてねじり曲率が0であることから、 $x = 0$ よりも完全収納部側の位置ではねじりモーメントは存在せず、せん断力のみが断面に発生することになる。よって、完全収納部を伸展させる力は $x=0$ の端部におけるせん断力であり、断面の形状を回復させる力は隅角力であると考えられることができる。ここで、 $x=0$ の断面に作用するせん断力の周方向の積分値を $S_1$ とすると、

$$S_1 = \int_{-l/2}^{l/2} Q_1 dy \quad (23)$$

と書ける。次に運動方程式から正味の自己伸展力を導出する。曲率遷移部、完全収納部および端部 $x=0$ の関係を図5に示した。完全収納部は図5の点Rを中心に回転すると仮定する。点RのX座標をXとして、点R周りでの角運動量について、

$$\begin{aligned} I_R(X + \Delta X) \omega_R(t + \Delta t) \\ + \{I_R(X) - I_R(X + \Delta X)\} \omega_R(t + \Delta t) \\ - I_R(X) \omega_R(t) = M_{stretch} \Delta t \end{aligned} \quad (24)$$

が成立する。ここで $I_R, \omega_R$ は点R周りの回転慣性および角速度であり、

$$I_R = \frac{2m(L_{all} - X)}{K_0^2} \quad (25)$$

ここで $m$ は単位長さ当たりのロッドの質量である。簡単のため完全収納部の長さを $L_{all} - X$ で表現している。自己伸展速度を $V$ とすると、

$$m(L_{all} - X) \frac{dV}{dt} = \frac{S_1 \sin \theta_1}{2} \equiv \bar{F} \quad (26)$$

と一般的な運動方程式の形に変形でき、この時の右边が正味の自己伸展力 $\bar{F}$ であるといえる。ここで $\theta_1$ は図5に示したように $x=0$ の断面がZ軸となす角である。

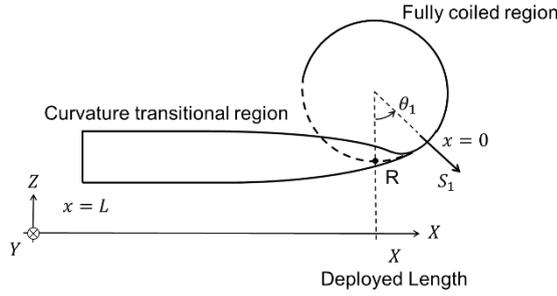


図 5 完全収納部における自由物体図

表 2 双安定ロッドの幾何形状および材料特性

Geometry	Curvature radius [mm]	16.2
	Subtended angle [deg]	165
	Thickness [mm]	0.27
	Rod length [mm]	1030
Material	Classification	Plain-woven CFRP
	Ply angle	$\pm 45^\circ$
	Fiber	TORAYCA T-300
	Resin	NM35
	Fiber volume [%]	62.4
	Extensional stiffness A matrix [GPa · mm]	$\begin{bmatrix} 8.54 & 6.95 & 0 \\ 6.95 & 8.54 & 0 \\ 0 & 0 & 3.96 \end{bmatrix}$
Bending stiffness D matrix [GPa · mm <sup>3</sup> ]	$\begin{bmatrix} 0.0228 & 0.0133 & 0 \\ 0.0133 & 0.0228 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0160 \end{bmatrix}$	

#### 4.2 自己伸展速度 式(25)を解いて,

$$V = \sqrt{\frac{2\bar{F}}{m} \log\left(\frac{L_{all} - L_f}{L_{all} - X}\right)} \quad (27)$$

ここで $L_f$  初期伸展長さであり, 5.3 節で説明する. 先行研究では摩擦力の効果を, 摩擦係数 $\mu$ を用いて, 伸展力 $\bar{F}$ を $(1-\mu)\bar{F}$ と表現することで簡易的に導入している. 本研究でもその手法を採用し,

$$V = \sqrt{\frac{2(1-\mu)\bar{F}}{m} \log\left(\frac{L_{all} - L_f}{L_{all} - X}\right)} \quad (28)$$

と表現する

## 5 解析結果

**5.1 解析対象** 解析に用いる CFRP 双安定開断面ロッドの幾何形状, 材料特性を表 2 に示した. ロッドの材料には平織複合材料を使用している. これは引張曲げカップリングが存在しないため成型後の残留熱ひずみによる曲げやねじりが発生しにくいためである. 繊維束に東レの CO6343 (繊維は TORAYCA T300), 樹脂に NM35 を使用し, サカセ・アドテック株式会社様にて製造していただいた. 繊維束の剛性を HashinCCA モデル [8] から計算し, 織構造の単ユニットを吉田ら [9] の周期的境界条件を用いて FEM 解析することで, 平織物の剛性マトリックスを導出した.

## 5.2 自己伸展力

表 2 の値を用いて 2 章, 3 章の手法から曲率遷移部長さに対する伸展力を導出した. 図 6 に結果を示す. 曲率遷移部が 50mm よりも小さい場合, 伸展力が小さくなっている. これは曲率遷移部の長さが短い場合には, ねじり曲率の長手方向への変化が大きくなり, せん断力 $Q_2$ が増加するため, 式(1.1),(1.2)より面内力 $N_2, N_6$ の存在が無視できなくなる. 本モデルでは周方向のひずみ $e_2$ , せん断ひずみ $\gamma_6$ を考慮していないため, 遷移部の長さが短い領域では伸展力を過少評価していると考えられる. 曲率遷移部の長さが 60mm 以上のとき, 自己伸展力は約 2.28N に収束している. 曲率遷移部の長さの変化による伸展力の変化は小さいため, 伸展途中に遷移部の長さが自己伸展力に与える影響は無視してよいと考えられる. 次に, この 2.28N を用いて自己伸展速度を計算し実験値と比較する.

**5.3 実験方法** 高速度カメラ(CASIO 製 EX-F1)を用いて, チューブが伸展する様子を 600fps のハイスピードカメラで撮影した. 台とロッドの摩擦の影響を減らすために剛体板の上にナフロンシートを敷き, その上に双安定伸展ロッドを設置した. 実験装置概形を図 7 左図に示す. 双安定ロッドは初め, 図 7 右図に示すように糸で剛体に固定されており, 糸をはさみで切断することで伸展が開始される. この予め伸展させておく長さを初期伸展長さ $L_f$ と呼ぶ. 本実験では曲率遷移部が十分に発達できることを考慮し, 初期伸展長さを 300mm に設定した. 撮影後, 動画解析ソフト PFA (Photoron Fastcam Analysis) を用いて映像から完全収納部中心の位置(伸展長さ)を算出し, 速度に変換した. 撮影は 3 回行った.

**5.4 実験結果** 3 章において導出した伸展速度と 3 回の実験から得られた伸展速度を図 8 に示す. 伸展速度が速くなると完全収納部が転がり運動ではなく, 形状が膨らむような不安定な運動を始めてしまうため, 伸展速度が速い領域では 3 回の実験値の差が大きくなっている. 摩

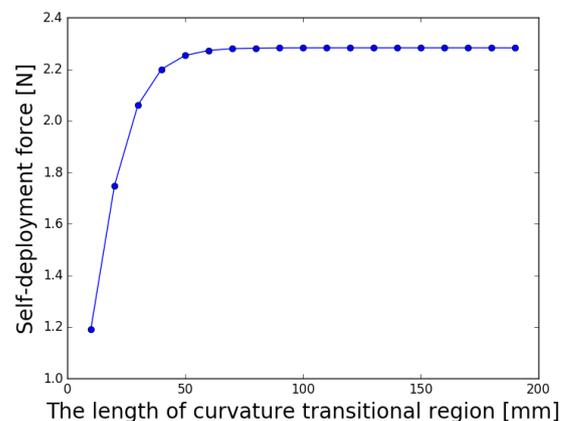


図 6 曲率遷移部長さと自己伸展力の関係

摩擦係数 $\mu$ を $\mu = 0.8$ としたときに最も実験値と良く一致した。Alex.et.al [4]らは $\mu = 0.6$ に設定しており、 $\mu$ の値は妥当な値だと考えられる。しかし、自己伸展力の低下についてはより定量的に調べる必要があり、今後の課題である。

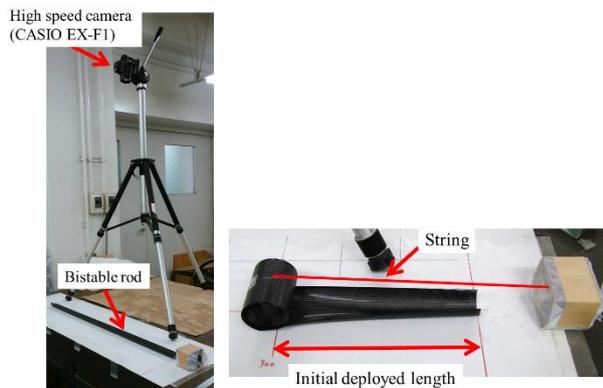


図 7 実験装置 (左図：実験装置概観 右図：伸展開始機構)

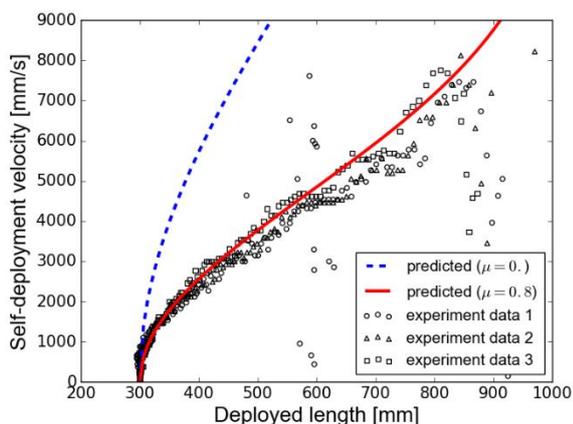


図 8 伸展長さとして自己伸展力の関係

## 6 結論

本論文では自己伸展力と自己伸展速度を部材の内力から直接的に定量化する手法を提案した。まず伸展途中の双安定ロッドを完全伸展部、曲率遷移部、完全収納部の3つの形状としてモデル化した。次に、曲率遷移部に注目し、減衰パラメータを用いて、曲率遷移部内部の曲率、ひずみを表し、ひずみエネルギー停留の定理から減衰パラメータを決定した。その後、自己伸展力を分布ねじりモーメントによるせん断力とみなすことで、正味の自己伸展力および自己伸展速度を導出できた。平織複合材料を用いた双安定ロッドにおいて解析を実施し、曲率遷移部の長さの変化による自己伸展力への影響は小さいことが分かった。実験から得られた伸展速度とモデルから導かれる伸展速度は摩擦係数 $\mu = 0.8$ のとき、よい一致を示し、本モデルから導かれる双安定ロッドの自己伸展力、自己伸展速度が近似解として妥当な解である可能性が示された。しかし、実験から伸展力は解析値の2割ほどしか発生していないことが分かり、その原因および低下率の定量的な説明をすることが今後の課題であるといえる。

## 参考文献

1. Dianna, A. Gallety, and Simon, D. Guest. 2004. "Bistable composite slit tubes. I. A beam model," International Journal of Solids and Structures
2. Dianna, A. Gallety, and Simon, D. Guest. 2004. "Bistable composite slit tubes. II. A shell model," International Journal of Solids and Structures.
3. S. D. Guest, and S. Pellegrino. 2006. "Analytical models for bistable cylindrical shells," Proceeding of The Royal Society
4. A. Brinkmeyer, S. Pellegrino, and Paul M. Weaver. 2016. "Effect of Long-Term Stowage on the Deployment of Bistable Tape Springs," Journal of Applied Mechanics.
5. V. K. Jain and F. P. J. Rimrott 1970. "THE PLOY REGION OF A SLIT TUBE" C.A.S.I. Transactions
6. P. Frank. Pai. 2007. *Highly Flexible Structures: Modeling, Computation, and Experimentation*. AIAA, pp. 487-508
7. C. R. Calladine. 1983. *Theory of SHELL STRUCTURES*. Cambridge University Press, pp. 151-156.
8. Z., Hashin. 1972. "Theory of Fiber Reinforced Materials," NASA
9. 吉田啓史郎, 仲上元博 2016 「層内不均質性を考慮した平織複合材料積層板の曲げ剛性および面外せん断剛性の解析」日本複合材料学会誌