

# A09 気球VLBI用高精度リフレクターの鏡面精度に対する副鏡調整誤差の影響

児玉峻, 小木曾望, 木村公洋(阪府大), 佐藤泰貴(三菱電機), 土居明広(JAXA)  
Ryo Kodama, Nozomu Kogiso, Kimihiro Kimura (Osaka Prefecture University)  
Yasutaka Satou (Mitsubishi Electric Corporation), Akihiro Doi (JAXA)

## 1. 緒論

気球VLBIミッションは、気球に搭載した超長基線電波干渉計(VLBI)を用いて、成層圏からサブミリ〜テラヘルツ帯で天文観測を行うミッションである<sup>(1)</sup>。その鏡面には、重力下かつ低温環境下で、形状を高精度に保持することが要求される。

VLBI主鏡は、Fig. 1に示すように鏡面とバックストラクチャによって構成される。主鏡面は、軽量かつ高剛性を実現するために、アルミ合金製アイソグリッド構造を適用し、削り出し製造費および輸送費の点から鏡面は6枚分割とする。また主鏡面を支持するバックストラクチャには、CTEが小さく、比剛性の高いCFRPトラスを適用する。そして、主鏡面とバックストラクチャの間には熱変形を逃がすためのキネマティックカップリングを適用する。キネマティックカップリングは、Fig. 2のような1, 2, 3自由度拘束(1, 2, 3DOR)を組み合わせることで、2物体間の相対運動のみを拘束するものであり、荻らは宇宙展開構造の展開ラッチ機構に適用し、宇宙構造での有効性を明らかにしている<sup>(2,3)</sup>。佐藤らは、気球VLBIの主鏡とバックストラクチャの結合にキネマティックカップリングを適用することで、完全固定の場合に比べて、上空での温度変化による熱変形が鏡面誤差におよぼす影響を10~20分の1ほどに低減できることを明らかにしている<sup>(4,5)</sup>。

また、佐藤らは、鏡面厚さおよびアイソグリッドを構成するリブの高さ、厚さ分布およびキネマティックカップリング結合位置を設計変数として、主鏡面の自重変形における仰角の影響および上空での温度変化に対する熱変形に対してリフレクタゲインを最小とするアイソグリッド鏡面構造の最適設計を求めている<sup>(4,5)</sup>。このリフレクタは副鏡調整機構を有し、仰角および温度の各条件下でリフレクタゲインが最小となるように副鏡位置が調整できるものと仮定している。

しかしながら、気球VLBIは数週間にわたって成層圏で運用するため、観測中に副鏡調整機構が故障し、副鏡調整が不可能になる、あるいは、調整精度が悪化する可能性がある。したがって、副鏡位置が正確に調整できない場合でもある程度の鏡面精度を確保できるような設計が望ましい。そこで本研究では、成層圏での観測を想定した複数の観測条件を設定し、副鏡調整が可能な場合と不可能な場合の理想状態からの開口能率の低下率を目的関数とした多目的最適設計問題として定式化する。ここでは、副鏡調整が可能な場合と不可能な場合の開口能率の低下率の関係を検証するために、満足化トレードオフ法(STOM: Satisficing Trade-Off Method)<sup>(6,7)</sup>を適用する。

STOMは、設計者が要求する目的関数の比を希求水準として与え、その希求水準に沿ったひとつのパレート解を求める方法である。得られた解に満足できなければ、希求水準を変更して、探索を繰り返す。パレート解すべてを求める必要がなく、設計検討するためには、設計者が考える付近のパレート解のみを求めるだけでよいので、効率的である。また、われわれは変動を考慮するロバスト最適設計を多目的最適設計として捉え直して、STOMを適用することで、変動の影響を詳細に検討できることを示してきた<sup>(8,9)</sup>。

そこで、本研究では、副鏡調整が可能な場合と不可能な場合の開口能率の低下率の関係を検証するとともに、副鏡調整が不可能な場合でも要求鏡面精度を満たすような設計の実現可能性を検討する。

## 2. 主鏡面の有限要素解析モデル

Fig. 3に、気球VLBI主鏡面の有限要素解析モデルを示す。想定する設計条件は熱変形ならびに仰角の違いによる自重変形であり、変形モードが左右対称となるため、左半分の解析を行う。また、バックストラクチャのCFRPのCTEはアルミに比べて十分小さいこと、CFRPの剛性はアルミよりも大きいことから、アルミ鏡面の変形はCFRPバックストラクチャの変形よりも十分大きくなる。このため、バックストラクチャの剛性は無限大とし、鏡面を全体座標系に対して固定する。鏡面の裏面はFig. 3右図のようにアイソグリッド構造であり、表面厚さ・グリッド長さ・厚さ・高さをそれぞれ図のように定義する。また、アルミの材料定数は代表的な値としてTable 1に示す値を用いる。構造解析には有限要素解析ソフトABAQUSを用いる<sup>(10)</sup>。

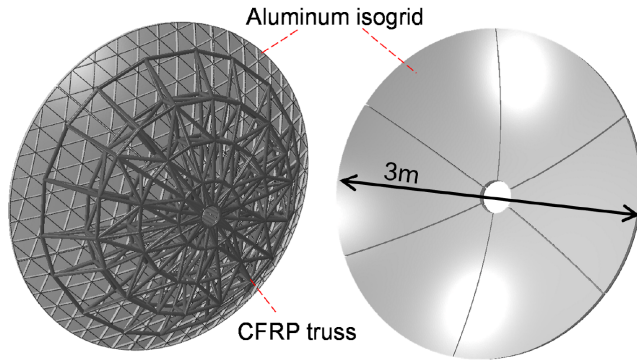


Fig. 1: Overview of primary mirror for BVLBI

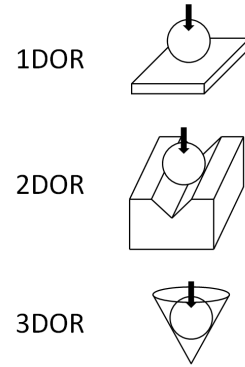


Fig. 2: Kinematic coupling

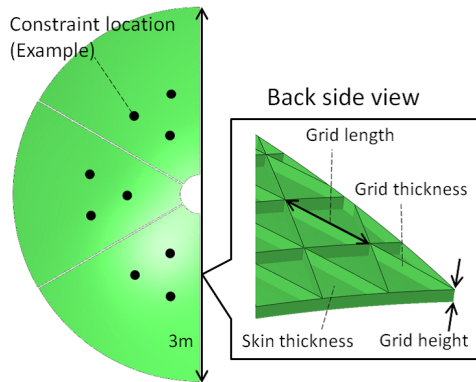


Fig. 3: Finite element model for surface of primary mirror

Table 1: Material constant

Young's modulus	70GPa
Poisson's ratio	0.3
Density	2.7e-9 ton/mm <sup>3</sup>
CTE	2.3e-5 1/K

### 3. 満足化トレードオフ法 (STOM)

STOMは希求水準を手掛かりに意思決定解を求める対話型多目的最適設計手法の1つである<sup>(6,7)</sup>。STOMでは、希求水準、すなわち設計者が望む各目的関数の目標値を入力することで、設計者が希望する領域で一つのパレート解を求める。得られたパレート解に満足できない場合は、希求水準を変更して、探索を繰り返す。STOMの計算フローを以下に説明するとともに、Fig. 4に示す。

ステップ1 各目的関数の理想点  $f_i^I$ , ( $i = 1, \dots, k$ ) を設定する。理想点は、その目的関数に対する理想値、あるいはその目的関数のみを考えた単一目的関数問題の最適解として与える。

ステップ2 各目的関数に対する希求水準  $f_i^A$ , ( $i = 1, \dots, k$ ) を設定し、それに応じて、目的関数の重み係数  $w_i$  を次式で定める。

$$w_i = \frac{1}{f_i^A - f_i^I} \quad (i = 1, \dots, k) \quad (1)$$

ステップ3 重み係数  $w_i$  を用いて、多目的最適設計を次式の min-max 問題として定式化する。

$$\begin{aligned} \text{Minimize:} & \quad \max_{i=1, \dots, k} w_i (f_i(\mathbf{x}) - f_i^I) \\ \text{subject to:} & \quad g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (j = 1, \dots, m) \\ & \quad x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad (i = 1, \dots, n_x) \end{aligned} \quad (2)$$

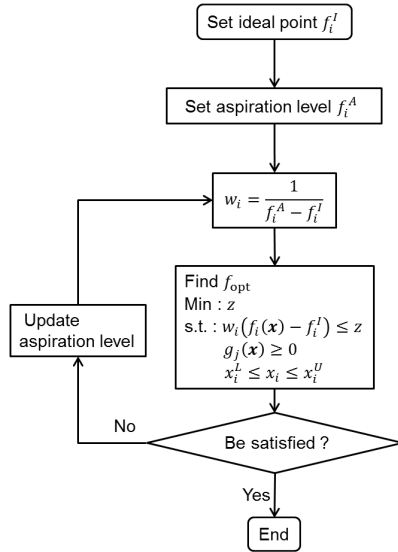


Fig. 4: Flowchart of STOM

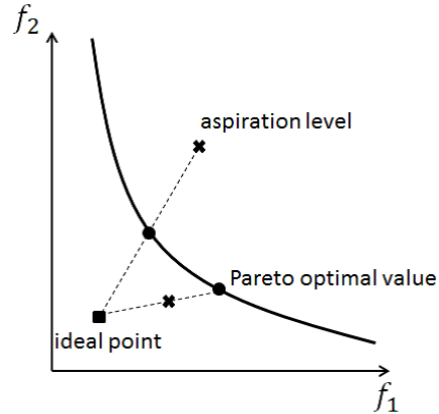


Fig. 5: Pareto optimal solution searching by STOM

ステップ4 式(2)の min-max 問題に対し、新たな設計関数  $y$  を導入し、次式で示す等価な単一目的問題に変換する。

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimize: } z && (3) \\
 &\text{subject to: } w_i(f_i(\mathbf{x}) - f_i^I) \leq z \quad (i = 1, 2, \dots, k) \\
 &g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (j = 1, \dots, m) \\
 &x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad (i = 1, \dots, n_x)
 \end{aligned}$$

ステップ5 式(3)で示した単一目的最適設計問題の最適解が、元の問題における一つのパレート解に対応する。得られた解に満足できれば、探索は終了する。満足できない場合は、希求水準を変更して、ステップ2に戻る。

Fig. 5に示すように、パレート解は、通常、理想点と希求水準を結ぶ直線上に得られる。

## 4. 主鏡面の最適設計

本節では、気球 VLBI 主鏡面の最適設計に関する設計要求を示し、それをもとに設計問題の定式化を行う。

### 4.1 鏡面設計時の設計要求

気球 VLBI はサブミリ波～テラヘルツ帯を受信し、宇宙観測を行う。そのために必要な鏡面精度として、開口径 3m の主鏡面に対して、鏡面誤差を  $30\mu$  mRMS 以下に抑えることが求められる。また、成層圏内で様々な仰角で観測を行うため、鏡面誤差を生じさせる外乱としては、温度変化による熱変形と仰角変化による自重変形を考え、これらの条件下で要求鏡面精度を満足するような設計解を求める。

観測条件として、地上からの温度変化  $\Delta T = -85\text{K} \sim -55\text{K}$  の範囲を温度条件とする。一方、 $10\text{deg} \sim 70\text{deg}$  の範囲を仰角の条件とする。この温度条件と仰角条件の範囲内で要求鏡面精度を満足する設計を考える。今回の最適設計では、この温度条件と仰角条件を離散的にとり、Table 2 のように設定する。

次に、副鏡調整機構の故障を考慮する。1章でも示したが、観測中に副鏡調整機構が故障し、主鏡面の変形モードに合わせて副鏡位置を正確に調整できなくなる可能性がある。観測手順として、Table 2 の Case 4 の基準条件に副鏡位置をあらかじめセットしておく。副鏡調整が可能な場合は、基準条件から条件が変化し、主鏡の形状が変化するとともに、ゲイン劣化を最も抑えるような位置に副鏡の位置も変化させる。一方、調整が不可能な場合は、基準条件で副鏡位置が固定されることを想定する。Table 2 の各条件に対して副鏡調整が可能な場合と不可能な場合を考え、いずれの場合も、要求鏡面精度を満足できるかの検討を行う。

### 4.2 最適設計の問題設定

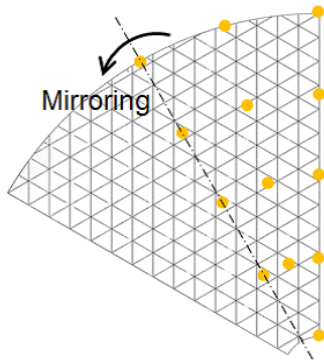
主鏡面の最適設計では、鏡面裏側のアイソグリッド構造におけるグリッド高さ、グリッド厚さ、鏡面の表面厚さ、そしてキネマティックカップリングの位置を設計変数とする。各設計変数には、Table 3 に示す製造限界を考

**Table 2:** Analysis condition for design optimization

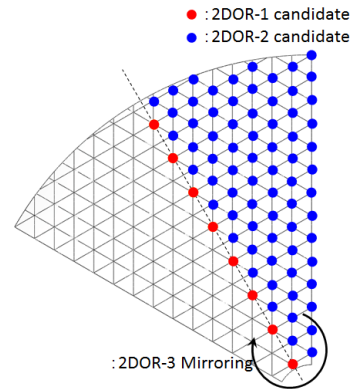
Case	Elevation	$\Delta T$
1	10deg	-55K
2	10deg	-85K
3	45deg	-55K
4 (std.)	45deg	-70K
5	45deg	-85K
6	70deg	-55K
7	70deg	-85K

**Table 3:** Allowable limit of design variables

Grid height : $w_R$	$5.0\text{mm} \leq w_R \leq 80\text{mm}$
Grid thickness : $t_R$	$3.0\text{mm} \leq t_R \leq 10\text{mm}$
Skin thickness : $t_s$	$4.0\text{mm} \leq t_s \leq 10\text{mm}$
Kinematic coupling location	2 points in Fig. 7



**Fig. 6:** Design points for isogrid



**Fig. 7:** Candidates for location of kinematic coupling

慮した制約条件を付加する。アイソグリッド構造に関する変数は Fig. 6 に示す 13 点を設計変数とし、その間を線形補間することで鏡面構造全体を求める。また、キネマティックカップリングの配置は、Fig. 7 に示す候補点から選出する。なお、効率よく熱変形を除去するためには、周方向に対称性のある変形になることが重要であることが佐藤らにより示されている<sup>(4,5)</sup>。したがって、Fig. 7 の赤点に 1 つ目を配置し、2 つ目を青点に配置する。そして最後に左半分は右半分の対称となる位置に 3 つ目を配置する。

次に目的関数の定式化を行う。目的関数は理想状態からの開口能率の低下率で評価する。主鏡面理想形状と変形形状における開口能率の比を  $\eta_R$ 、副鏡のベストフィット位置と実際の位置における開口能率の比を  $\eta_S$  とする。これらを用いて、副鏡調整が可能な場合 ( $=f_{\text{adjust}}$ ) と不可能な場合 ( $=f_{\text{non-adjust}}$ ) の理想状態からの開口能率の低下率は次式のように定義できる。

$$\min. \text{ 副鏡調整が可能な場合の理想状態からの開口能率の低下率} : f_{\text{adjust}} = 1 - \eta_R \quad (4)$$

$$\min. \text{ 副鏡調整が不可能な場合の理想状態からの開口能率の低下率} : f_{\text{non-adjust}} = 1 - \eta_R \cdot \eta_S \quad (5)$$

なお、 $\eta_R$  は Ruze 則<sup>(12)</sup>を用い、 $\eta_S$  は GRASP<sup>(11)</sup>により副鏡位置がずれた場合の開口能率の低下率を解析し、その値を基に近似式を算出し、定式化を行った。 $\eta_R$ 、 $\eta_S$  は次式に示す通りである。ただし、 $\epsilon_{\text{rms}}$  は主鏡面の理想形状からの RMS 誤差、 $\lambda$  は観測周波数、 $\delta$  は副鏡調整量を示す。

$$\eta_R(\epsilon_{\text{rms}}) = \exp\left\{-\left(\frac{4\pi\epsilon_{\text{rms}}}{\lambda}\right)^2\right\} \quad (6)$$

$$\eta_S(\delta) = \exp\{-(1.182 \cdot \delta)^2\} \quad (7)$$

式(4)、式(5)で定式化した目的関数を各解析条件に設定する。ただし、Table 2 の Case4 の基準状態に関しては、あらかじめ副鏡の位置を調整しておくので、位置調整が不可能な場合は考慮しない。したがって、合計 13 個の目的関数をもつ 13 目的最適設計を行う。なお、最適化を行うためのソフトとして VisualDOC<sup>(13)</sup>を用いる。VisualDOC は、多数の最適化エンジンを内蔵しているとともに、解析ソフトとのリンクが可能なプログラムである。

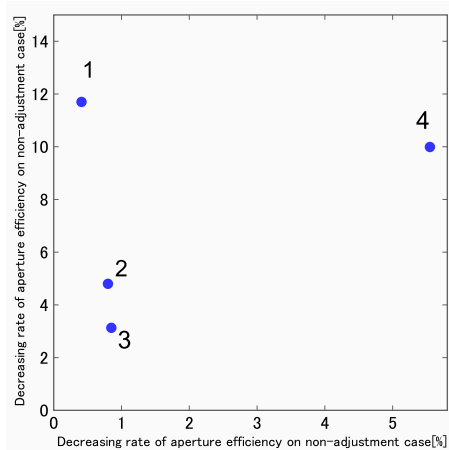


Fig. 8: Pareto solution on Case3 condition

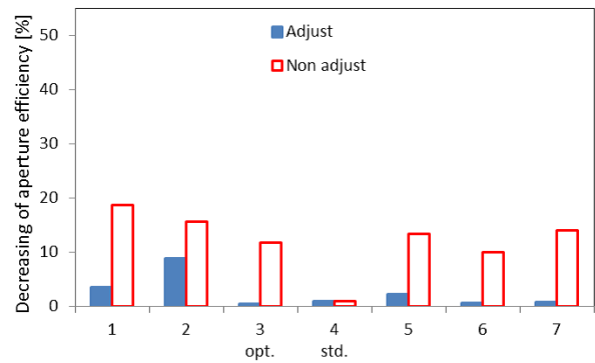


Fig. 9: Decreasing rate of aperture efficiency on solution 1

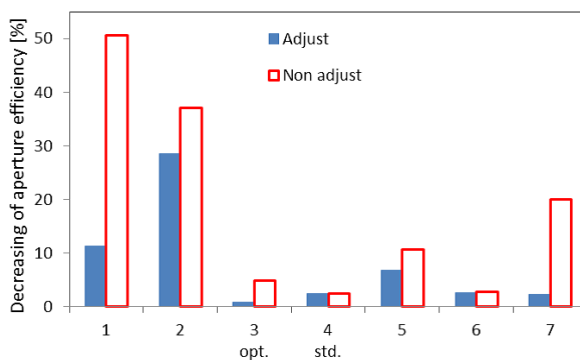


Fig. 10: Decreasing rate of aperture efficiency on solution 2

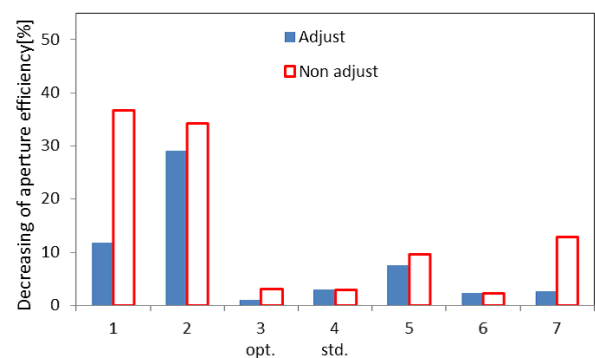


Fig. 11: Decreasing rate of aperture efficiency on solution 3

本研究では、まず初期検討として解析条件 Case3 に対して、副鏡調整が可能な場合と不可能な場合の開口能率の低下率を最小化する 2 目的最適化を行う。そして、その結果をもとに 13 目的最適化を行う。

## 5. 設計例と考察

### 5.1 2 目的最適化

まず、初期検討として解析条件 Case3 (=45deg/-55K) に対して 2 目的の最適化を行う。希求水準を数パターン設定し、得られたパレート解を Fig. 8 に示す。この結果より、副鏡調整が可能な場合と不可能な場合の開口能率の低下率にはトレードオフの関係がある。また、4 つの解全てにおいて目標の開口能率の低下率 20% を達成できることがわかる。次に、各パレート解の最適形状において、他の解析条件での開口能率の低下率の検証を行う。ただし、パレート解 4 については、STOM で得られた解ではあるが、パレート解とみなすのは無理がある。この原因については、別途検証を行う。

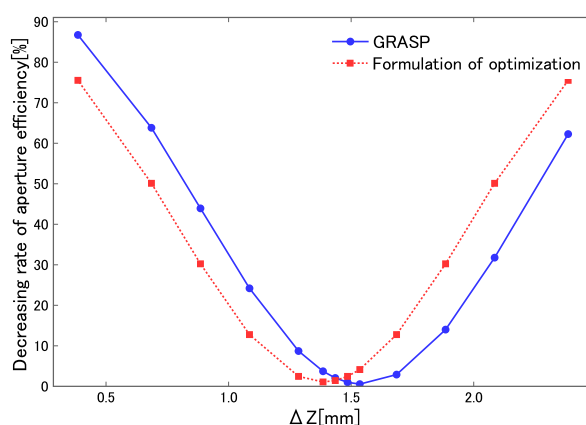
ここで、各パレート解の最適形状において、他の解析条件での開口能率の低下率を Fig. 9~11 に示す。Fig. 9 を見ると、全体的にバランスのとれた解が得られており、全ての条件において、調整有りの場合も無しの場合も共に開口能率の低下率 20% 以内に抑えられた解が得られている。一方、Fig. 10, Fig. 11 を見ると、最適化を行った 3 番の条件の開口能率の低下率は非常に小さいが、その代償として、1, 2 番の条件での値が非常に悪いことがわかる。

### 5.2 13 目的最適化

Case 1, 2 の仰角条件を 10deg から 20deg に変更し、全ての条件に対して目的関数を設定し、13 目的最適化を行うことでさらなる鏡面精度の向上を考えた。なお、各目的関数に対する希求水準は 2 目的最適化結果の中で最も実現性の高い Fig. 9 中の 1 番の解を参照し最適化を行った。Table 4 左側は、最適化により得られた、各条件における開口能率の低下率を示したものである。全ての条件において開口能率の低下率 20% 以内を達成できていることが

**Table 4:** Comparison of optimal solution and GRASP analysis

Analysis condition	Optimal Solution			GRASP		
	Adjust[%]	Non adjust[%]	$\Delta Z$ [mm]	Adjust[%]	Non adjust[%]	$\Delta Z$ [mm]
Case1	2.16	13.3	1.09	0.57	12.6	1.19
Case2	6.01	17.4	1.69	0.63	13.2	1.84
Case3	0.79	12.4	1.09	0.67	12.1	1.19
Case4 (std.)	1.08	1.08	1.39	0.54	0.54	1.54
Case5	2.07	13.6	1.68	0.64	13.8	1.84
Case6	1.42	13.2	1.08	0.54	11.8	1.18
Case7	0.99	12.4	1.68	0.63	14.1	1.85

**Fig. 12:** Decreasing rate of aperture efficiency on Case4 (standard condition)

わかる。

また、最適化により得られた最適形状を GRASP に読み込み、光学解析を行い、最適化結果との比較を行った。その結果を Table 4 右側に示す。この結果から、GRASP での結果も開口能率の低下率を 20% 以内に抑えられていることがわかる。

また Table 4 中の  $\Delta Z$  は副鏡のベストフィット位置を示している。ベストフィット位置に関しては、最適化の定式化から得られる値と GRASP の解析から得られる値にずれが生じている。最適化の定式化では鏡面の RMS 誤差を最小化させるような位置に副鏡をベストフィットさせているが、RMS 誤差を最小化するような副鏡位置は実際に開口能率の低下率を最小化する副鏡位置からずれる。Fig. 12 は、Case4 (基準条件) における副鏡のベストフィット位置のずれを示したものである。Fig. 12 より、開口能率の低下率を最も抑える位置が、最適化における定式化の結果と GRASP による光学解析の結果とでずれていることがわかる。

また、今回の最適形状においては、GRASP によるベストフィット位置に副鏡を調整することで、最適化の定式化から得られる値よりもさらに良い値が得られたが、この傾向が他の最適形状において成り立つかどうかは、定かではない。この副鏡のベストフィット位置のずれについては、今後考察を続けていく必要がある。

## 謝辞

本研究は、宇宙航空研究開発機構宇宙科学研究所の戦略的開発研究費からの支援をいただいた。また、最適化ツールについては、東京工業大学大学院総合理工学研究科の古谷寛准教授に有益な助言をいただいた。ここに謝意を表する。

## 参考文献

- (1) 土居明広, 他: 気球 VLBI の検討, 平成 26 年度大気球シンポジウム, 2014, isas13-sbs-025
- (2) 荻芳郎 他: 運動学的カップリングを用いた高精度展開ラッチ機構に関する一考察, 第 28 回宇宙構造・材料シンポジウム, 2012, S04. 1-4

- (3) 荻芳郎 他: 運動学的カップリングを用いたラッチ機構の展開完了条件, 第55回構造強度に関する講演会, 2013, 3A08
- (4) 佐藤泰貴, 他: 気球 VLBI のための高精度大型リフレクタ鏡面の開発, 第30回宇宙構造・材料シンポジウム, 2014, A02
- (5) Y. Satou, et al.: Development of High Precision Reflector for Balloon-borne Radio Telescope, 30th ISTS, 2015, 2015-c-31, pp. 1-6
- (6) H. Nakayama: Trade-off analysis using parametric optimization techniques, European Journal of Operational Research, Vol. 60, No. 1, 1992, pp. 87-98,
- (7) 北山哲士 他: 多目的最適設計におけるトレードオフ分析法, 日本機械学会論文集C編, Vol. 75, No. 754, 2009, pp. 1828-1836.
- (8) M. Toyoda and N. Kogiso: Robust Multiobjective Optimization Method Using Satisficing Trade-off Method, Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 29, No. 4, 2015, pp. 1361-1367.
- (9) R. Kodama, et al.: Trade-off Analysis for Structural Design of High-Precision Space Reflector Using Multiobjective Optimization Method, Mechanical Engineering Journal, Vol. 2, No. 4, 2015, p. 15-00058
- (10) Abaqus v. 6. 14 documentation, Dassault Systems Simulia Corp., 2013.
- (11) GRASP User's Manual, Version 10.3, Tica Corp., 2013.
- (12) J. Ruze: Antenna Tolerance Theory-A Review, Proceedings of the IEEE, Vol. 54, No. 4, 1966, pp. 633-642
- (13) VisualDOC theory manual, Version 7.2, Vander-Plaats Research and Development Inc., 2013