

宇宙での振動制御に向けた展開構造の逆動力学

Inverse Dynamics of Deployable Structure for Its Vibration Control in Space

高塚真央

名古屋大学大学院工学研究科

Masao TAKATSUKA

Graduate School of Engineering, Nagoya University

宇宙における展開構造の振動制御に向け、本論文では、シザーズ構造のユニットを例題とした動学的逆計算を行ない、指定した時間と展開角度において振動の原因となる角速度・角加速度が0となるように展開を止めることができる展開動力の逆計算法を示す。このような逆動力学の研究は一般に機械システムを対象としてよく行われているため、今後は、展開構造に限らず、ロボットアームなどのアクチュエータの制御にも活かせるよう計算法の汎用化に取り組んでいく予定である。

1. はじめに

宇宙における展開構造の振動制御に向け、本論文では、シザーズ機構のユニットを例題とした逆動力学計算を行ない、指定した時間と展開角度において振動の原因となる角速度・角加速度が0となるように展開を止めることができる展開動力の逆計算法を示す。本研究に先立ち、これまでの研究では、シザーズ機構のユニットの展開挙動と展開動力の関係を表す微分方程式を導出しており、その順解析として、展開動力の大きさと展開時間の関係などの理論予測を行なってきた^{1,2)}。しかしながら、それらの計算例では、一定の自己釣合モーメントを展開動力として用いており、それにより生じる展開終了直前の角速度・角加速度は展開後の振動の原因となることが予想される。そこで本論文では、シザーズ機構のユニットの展開挙動と展開動力の関係を表す微分方程式を例題とし、指定した時間と展開角度において角速度・角加速度が0となるように展開を止めることができる展開動力の逆計算法を示す。なお、本論

文では、回転変位に関する微分方程式を例としてその計算手順および計算結果を示すが、本計算法は並進変位の微分方程式 ($m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F$) などにも適用することができる。また、このような逆動力学に関する研究は一般に機械システムを対象としてよく行われているため³⁻⁵⁾、今後は、展開構造に限らず、ロボットアームなどのアクチュエータの制御にも活かせるよう計算法の汎用化に取り組んでいく予定である。次章では、本計算法の計算手順を示し、第3章に計算結果を示す。

2. 計算手順⁶⁾

本章では、図1に示すシザーズ機構のユニットを例題とし、指定した時間 t と部材の展開角度 θ において、その角速度・角加速度が0となるように展開を止めることができる展開動力 \bar{M} の計算法を示す。本論文では、シザーズ機構の各部材を剛体と仮定し、例としてピボットの一つに自己釣合モーメント \bar{M} を作用させた場合の展開挙動について考える。

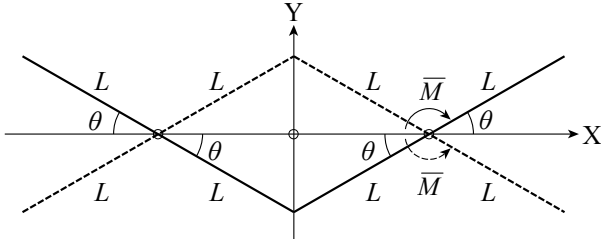


図1 解析モデル (シザーズ機構のユニット) (\bar{M} : 展開動力としての自己釣合モーメント, θ : 形状変数, L : 部材の半分の長さ)

図1に示すように, シザーズ機構の各部材と X 軸がなす角度を θ (rad), 各部材の節点間の長さを L (m) とし, 各部材の線密度を ρ (kg/m), 回転軸部の回転摩擦係数を μ (kg·m²/s) とすると, 展開動力 \bar{M} と形状変数 θ の関係は, これまでの研究^{1,2)}から, 以下のような微分方程式で表される。

$$\alpha_{(\theta)} \cdot \ddot{\theta} + \beta_{(\theta)} \cdot \dot{\theta}^2 + \gamma_{(\theta)} \cdot \dot{\theta} = -\frac{\bar{M}}{4\rho \cdot L^3} \quad (1)$$

ここで,

$$\alpha_{(\theta)} = \frac{2 + 3\sin^2 \theta}{6} \quad (2)$$

$$\beta_{(\theta)} = \frac{\sin \theta \cdot \cos \theta}{2} \quad (3)$$

$$\gamma_{(\theta)} = \frac{(5 + 3\sin^2 \theta) \cdot \mu}{4\rho \cdot L^3} \quad (4)$$

上記の微分方程式の逆計算を行なうに当たり, 本論文では, θ の初期角度を R , その初期値からの回転角度を $\xi_{(t)}$ とし, $\theta_{(t)}$ の時間変化を式(5)のように表す。ここで, 式(6)と(7)は, 式(5)を時間 t で一階および二階微分したものである。

$$\theta_{(t)} = R - \xi_{(t)} \quad (5)$$

$$\dot{\theta}_{(t)} = -\dot{\xi}_{(t)} \quad (6)$$

$$\ddot{\theta}_{(t)} = -\ddot{\xi}_{(t)} \quad (7)$$

上式に関して, 本論文では, 指定した時間 t および回転角度 $\xi_{(t)}$ において, 展開後の振動の原因となる角速度 $\dot{\xi}_{(t)}$ および角加速度 $\ddot{\xi}_{(t)}$ が 0 となるような展開動力 \bar{M} の計算法について考える。本計算法では, まず, 指定する回転挙動の角加速度 $\ddot{\xi}_{(t)}$, 角速度 $\dot{\xi}_{(t)}$, 角度 $\xi_{(t)}$

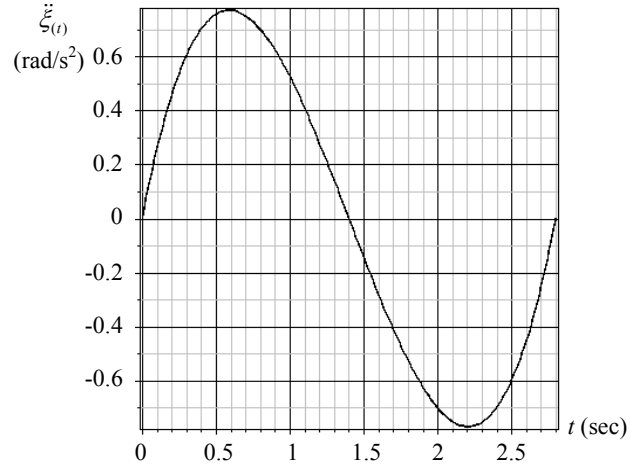


図2 指定する回転挙動の角加速度 $\ddot{\xi}_{(t)}$ の時間変化

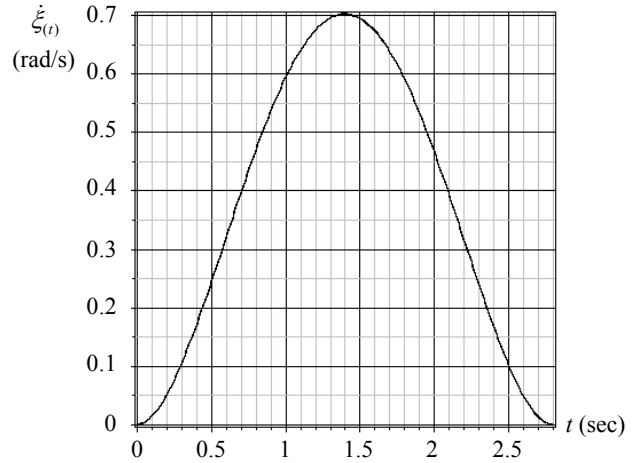


図3 指定する回転挙動の角速度 $\dot{\xi}_{(t)}$ の時間変化

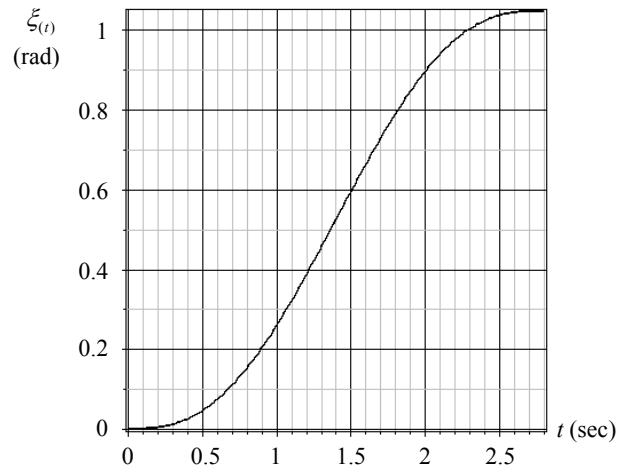


図4 指定する回転挙動の角度 $\xi_{(t)}$ の時間変化

の時間変化を図2~4のように設定し、角加速度 $\ddot{\xi}_{(t)}$ を以下の式(8)のように時間 t の3次関数で表すことから始める。

$$\begin{aligned}\ddot{\xi}_{(t)} &= a \cdot t \cdot (t-m) \cdot (t-s) \\ &= a \cdot t^3 - a \cdot (m+s) \cdot t^2 + a \cdot m \cdot s \cdot t\end{aligned}\quad (8)$$

ここで、 a は未知係数、 s は展開終了時間、 m は角速度 $\dot{\xi}_{(t)}$ が極値に達する時間($m=s/2$)を表しており、 $t=0$ 、 m 、 s において $\dot{\xi}=0$ になるように設定されている。

上式を積分し、 $t=0$ における $\xi=0$ の初期条件を考慮すると、角速度 $\dot{\xi}_{(t)}$ の時間変化は以下のように t の4次関数として表される。

$$\dot{\xi}_{(t)} = \frac{a}{4} \cdot t^4 - \frac{a \cdot (m+s)}{3} \cdot t^3 + \frac{a \cdot m \cdot s}{2} \cdot t^2 \quad (9)$$

さらに上式を積分し、 $t=0$ 、 $\xi=0$ の初期条件を考慮すると、回転角度 $\xi_{(t)}$ の時間変化は以下のように t の5次関数として表される。

$$\xi_{(t)} = \frac{a}{20} \cdot t^5 - \frac{a \cdot (m+s)}{12} \cdot t^4 + \frac{a \cdot m \cdot s}{6} \cdot t^3 \quad (10)$$

ここで、展開終了時間 s および $t=s$ における回転角度 $\xi_{(s)}$ を指定すると、式(10)の未知係数は以下のように定まる。

$$a = \frac{60 \xi_{(s)}}{s^4 \cdot (5m - 2s)} \quad (11)$$

図2~4は、例として、 $\xi_{(s)} = 60^\circ = \pi/3$ (rad)、 $s = 2.8$ (秒)、 $m = s/2 = 1.4$ (秒)として係数 a を決定した場合の式(8)~(10)のグラフを示している。以上により、指定した時間 s と回転角度 $\xi_{(s)}$ において角速度・角加速度が0となる回転挙動の式が得られる。

最後に、式(11)により係数 a を決定した式(8)~(10)を式(5)~(7)に代入し、それらを更に以下の式(12)に代入すると、求める展開動力、すなわち、指定した時間 s と回転角度 $\xi_{(s)}$ において、振動の原因となる角速度 $\dot{\xi}_{(t)}$ ・角加速度 $\ddot{\xi}_{(t)}$ が0となる展開動力 \bar{M} の式が得られる。ここで、式(12)は式(1)を変形したものである。

$$\bar{M} = -4\rho \cdot L^3 \cdot \{ \alpha_{(\theta)} \cdot \ddot{\theta} + \beta_{(\theta)} \cdot \dot{\theta}^2 + \gamma_{(\theta)} \cdot \theta \} \quad (12)$$

次章では、上式の各パラメータに具体的な数値を代入し、その計算結果を示す。

3. 計算結果⁶⁾

本章では、前章の計算手順から得られた展開動力 \bar{M} の式(12)の計算結果、およびその \bar{M} を用いた微分方程式(1)の数値計算結果を示す。

式(12)の \bar{M} の計算例として、 θ の初期角度 $R = 85^\circ = 17\pi/36$ (rad)、節点間の長さ $L = 1$ (m)、部材の線密度 $\rho = 1$ (kg/m)、回転摩擦係数 $\mu = 0$ (kg·m²/s)、回転角度 $\xi_{(s)} = 60^\circ = \pi/3$ (rad)、展開終了時間 $s = 2.8$ (秒)とした場合の計算結果のグラフを図5に示す。このグラフによると、例えば展開終了時間を $s = 2.8$ (秒)、角速度の減速開始時間を $m = s/2 = 1.4$ (秒)とした場合、回転角度 $\xi_{(s)} = 60^\circ$ において角速度・角加速度が0になるように展開を止めるためには、動力 \bar{M} は最大で約2.5(N·m)必要であり、1.3秒後から摩擦などにより加力する向きを逆にする必要があることがわかる。

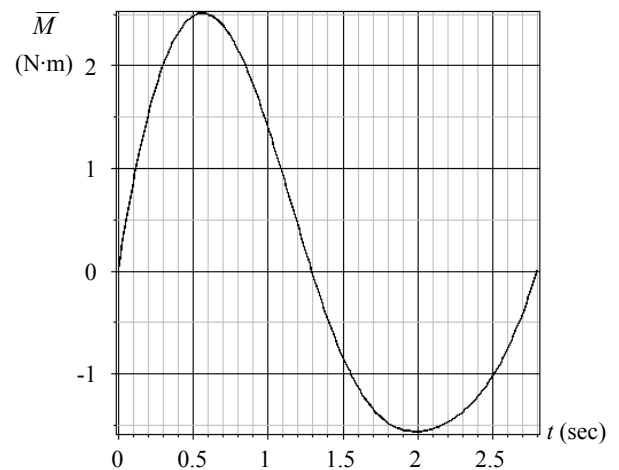


図5 計算結果：図2~4で指定した回転挙動が得られる展開動力 \bar{M} の時間変化

図5の計算結果の確認として、得られた展開動力 \bar{M} を用いて微分方程式(1)を数値計算した場合の $\ddot{\theta}_{(t)}$ 、 $\dot{\theta}_{(t)}$ 、 $\theta_{(t)}$ のグラフを図6に示す。式(5)~(7)を考慮して図2~4のグラフと比較すると、式(8)~(10)で指定した回転挙動とほぼ同じ時間変化が得られている。図7は、得られた $\theta_{(t)}$ を用いて解析モデルの剛体運動を表した軌跡であり、 θ の初期角度 $R = 85^\circ$ から徐々に加速して展開が始まり、展開終了直前に回転角度 $\xi_{(s)} = 60^\circ$ ($\theta = 25^\circ$)に向けて減速して展開が止まる

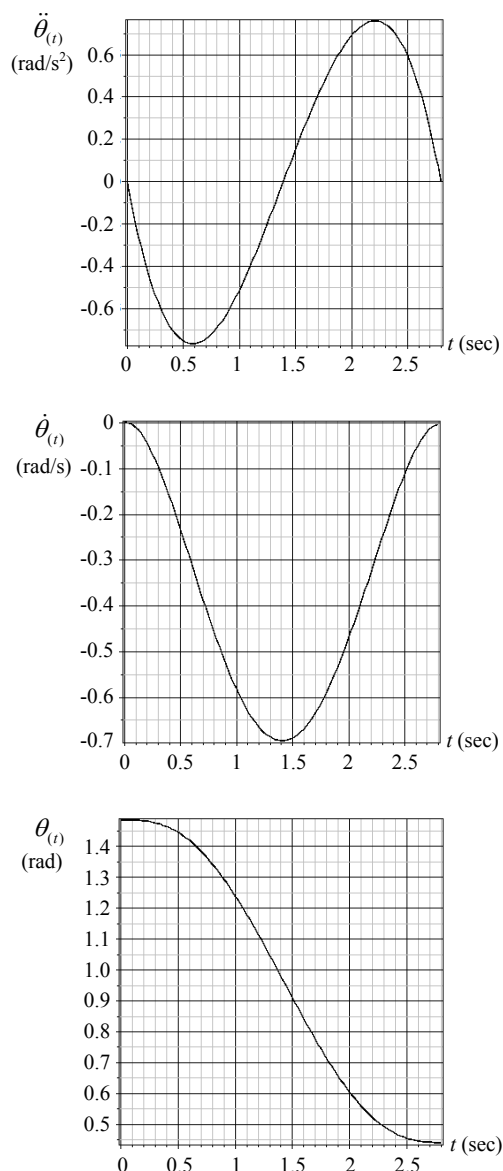


図6 図5の展開動力 \bar{M} を用いた微分方程式(1)の数値計算結果としての $\ddot{\theta}_{(t)}$, $\dot{\theta}_{(t)}$, $\theta_{(t)}$ の時間変化

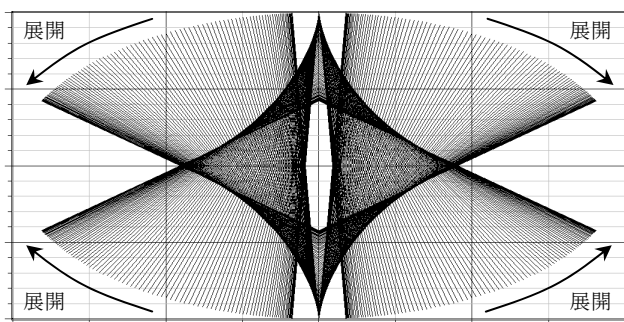


図7 図5の展開動力 \bar{M} により減速して止まる展開挙動の軌跡

様子を表している。以上から、指定した時間および回転角度において、角速度・角加速度が0となるように展開を止めることができる展開動力 \bar{M} の時間変化を図5のように予測することができる。

最後に、上記から得られた $\ddot{\theta}_{(t)}$, $\dot{\theta}_{(t)}$, $\theta_{(t)}$ を用いて解析モデルの応力・変形計算を行なう。ここで、この応力・変形計算は、通常の構造力学では解析対象とされていない無境界条件の不安定構造を内力や慣性力を基に構造解析しようとするもので、解析モデルの剛体の仮定が成立しているかどうかの確認に必要となるものである。図8に、解析モデルの部材名Bar 1~4, 各節点名A, B, C, ピボットを原点とした局所極座標系(r :原点からの距離)を示し、図9~11に、計算結果として、Bar 1と2の各要素に生じる軸力 N , 曲げモーメント M , たわみ v を示す。応力・変形の計算式は文献^{1,2)}と同じで、ヤング係数は $E=7 \times 10^{10}$ (kg/(m \cdot s 2)), 断面二次モーメントは $I=3.888 \times 10^{-8}$ (m 4), 回転摩擦係数は $\mu=0$ (kg \cdot m 2 /s)としている。図9~11の左半分のグラフは、横軸がピボットからの距離 r を表し、縦軸の N , M , v の時間変化を軌跡で示している。右半分のグラフは、その最大値または最小値の時間変化を表しており、弾性範囲で最適な部材の断面設計をする際に必要な情報となる。

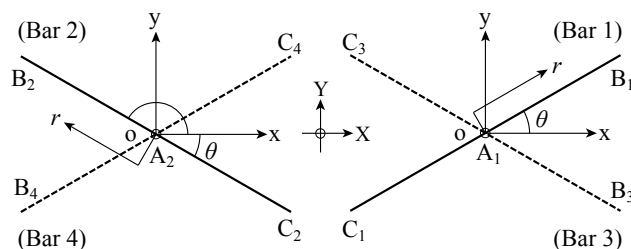


図8 解析モデルの各部材Bar 1~4とその各節点A, B, Cおよびピボットを原点とした局所極座標系(r :原点からの距離)

4. まとめ

宇宙における展開構造の振動制御に向け、本論文では、シザーズ機構のユニット例題とした動学的逆計算を行ない、指定した時間と回転角度において振動の原因となる角速度・角加速度が0となるよう

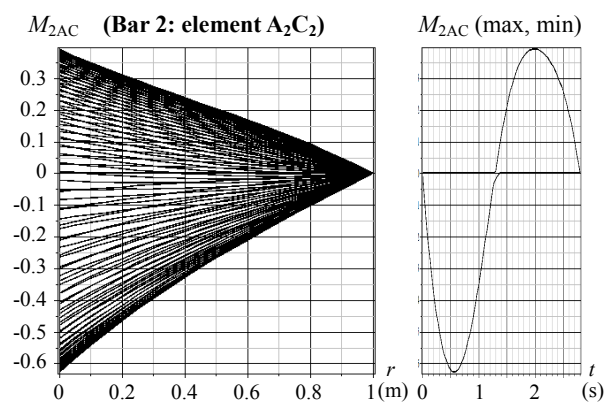
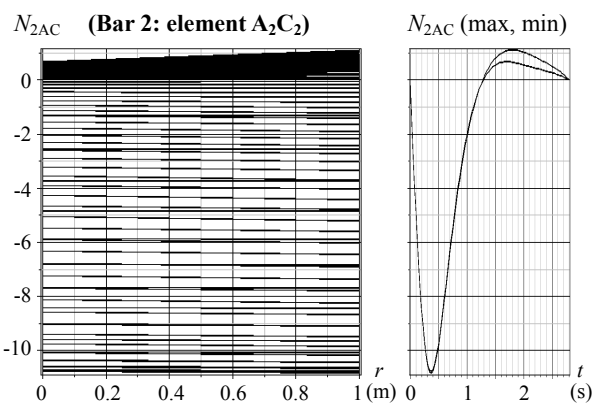
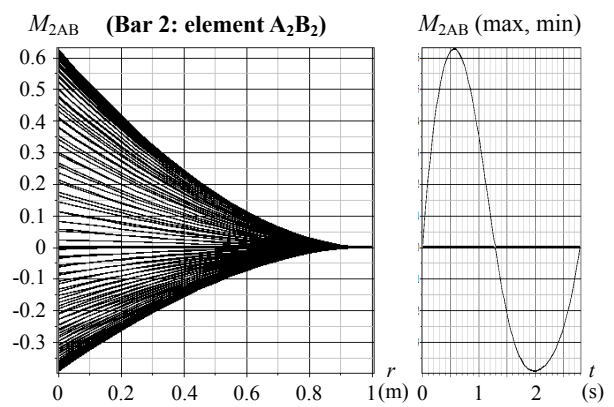
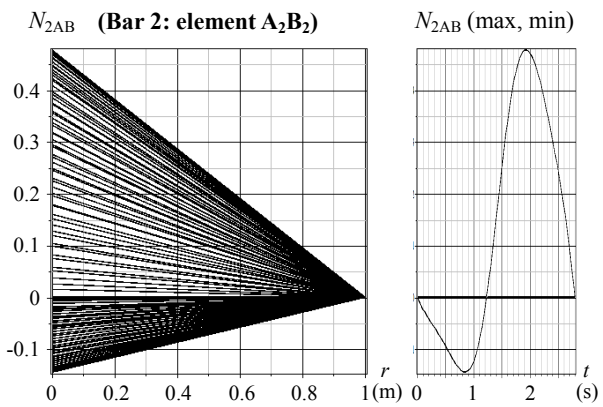
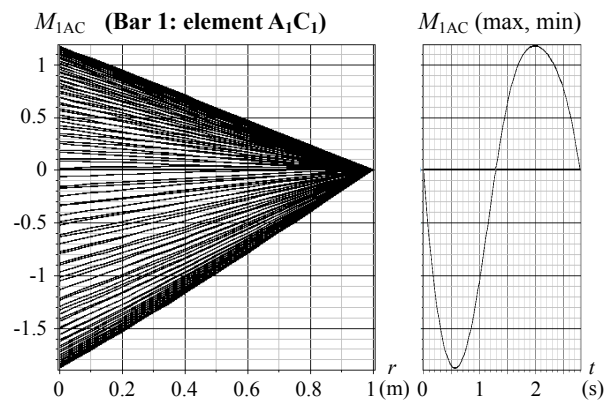
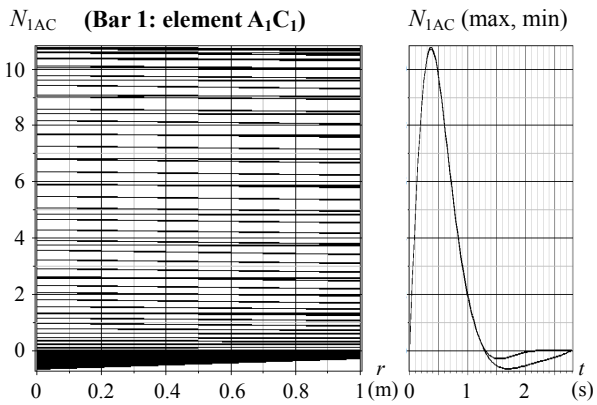
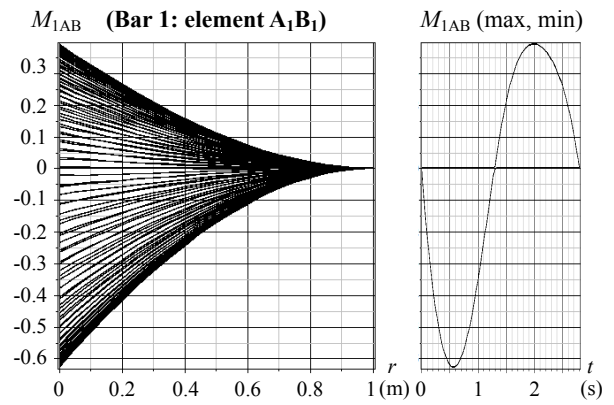
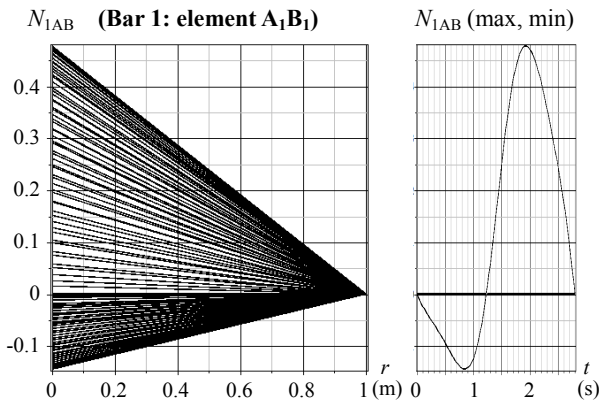


図9 Bar 1 と 2 の軸力 N ($\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$)

図10 Bar 1 と 2 の曲げモーメント M ($\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$)

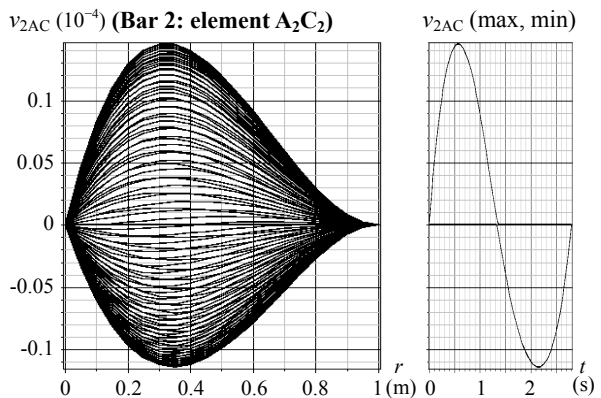
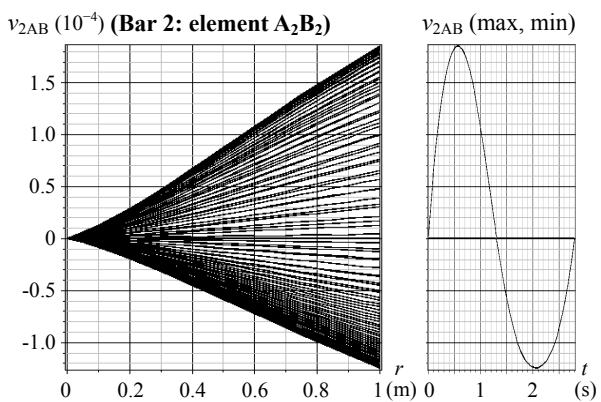
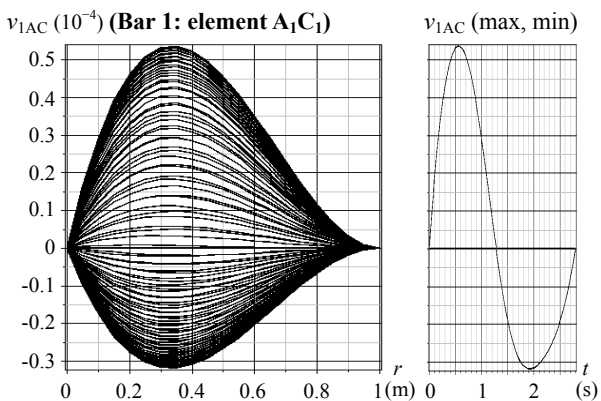
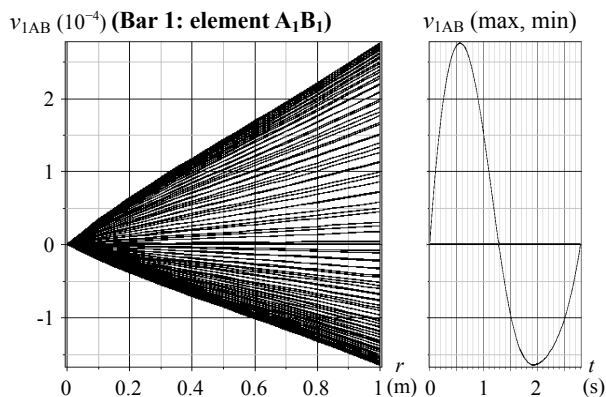


図 11 Bar 1 と 2 のたわみ v (m)

に展開を止めることができる展開動力の逆計算法を示した。本論文では回転変位に関する微分方程式を例としてその計算手順を示しているが、本計算法は並進変位の微分方程式 ($m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F$) などにも適用することができる。このような逆力学に関する研究は一般に機械システムを対象としてよく行われているため³⁻⁵⁾、今後は、展開構造に限らず、ロボットアームなどのアクチュエータの制御にも活かせるよう計算法の汎用化に取り組んでいく予定である。

参考文献

- 1) TAKATSUKA, M. and OHMORI, H.: Dynamic Structural Analysis of Deployment of Scissors Structure in Space, *International Journal of Space Structures*, Vol. 28, No. 1, pp. 1-13, 2013
- 2) 高塚真央: 展開シザーズ構造の動学的構造解析, 第 29 回宇宙構造・材料シンポジウム講演集録, JAXA リポジトリ
http://repository.tksc.jaxa.jp/dr/prc/japan/contents/IS6000013010/IS6000013010.pdf?IS_STYLE=jpn, 2013 年 12 月
- 3) Staicu, S., Liu, X. J., and Wang, J.: Inverse dynamics of the HALF parallel manipulator with revolute actuators, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 50, No. 1-2, pp. 1-12, 2007
- 4) Enferadi, J., and Tootoonchi, A. A.: Inverse dynamics analysis of a general spherical star-triangle parallel manipulator using principle of virtual work, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 61, No. 3, pp. 419-434, 2010
- 5) Staicu, S.: Matrix modeling of inverse dynamics of spatial and planar parallel robots, *Multibody System Dynamics*, Vol. 27, No. 2, pp. 239-265, 2012
- 6) TAKATSUKA, M.: Dynamic Inverse Analysis of Scissors Structure for Its Deployment Control in Space, Proceedings of the IASS-SLTE 2014 Symposium (USB, Paper ID 32), 2014