A10

展開シザーズ構造の動力学的構造解析

Dynamic Structural Analysis of Deploying Scissors Structure

高塚真央

名古屋大学大学院環境学研究科

Masao TAKATSUKA

Graduate School of Environmental Studies, Nagoya University

本論は，宇宙空間において境界条件がない不安定構造としてのシザーズ構造を剛体の動力学に基づいて構造解析することを試みるものである。本論文では，シザーズ機構のユニットを解析例とし，回転軸部の摩擦を考慮した展開中の運動方程式の導出やその数値計算および部材の変形・応力計算を行なっている。本研究では今後，この動力学的構造解析手法を基に，展開時に必要となる動力や時間および部材剛性などを検討できるよう，解析プログラムの汎用化に取り組んでいく予定である。

1. はじめに

本研究は, 宇宙空間に浮かぶ可変形状構造 [1, 2] の動力学的挙動を明らかにしようとするものである。本論文では，特に図 1 に示すような太陽発電衛星 [3] 向けの展開構造を解析対象とし [4, 5]，その収納・展開に用いるシザーズ機構の動力学的構造解析手法を明らかにすることを目的としている。ロボットなどの機械系の動力学に関しては様々な解析手法があるが [6, 7]，宇宙空間に浮かぶシザーズ構造は境界条件がない不安定構造であるため，通常の構造力学では解析対象とされていない。そこで本研究では，宇宙における展開構造を剛体の動力学に基づいて構造解析することを試み，シザーズ機構のユニットを例題として，展開時の運動方程式の導出や部材に生じる変形・応力計算を行なう。このような計算により得られる変形や応力は，部材が剛体と見なせるかどうかの確認や，展開中に部材が弾性範囲に収まっているかどうかの確認を可能にするものである。本研究では今後，この動力学的構造解析手法を基に，摩擦を考慮した展開動力と展開時間の関係や，展開時に必要となる部材剛性および動力の制御法などを検討できるよう，解析プログラムの汎用化に取り組んでいく予定である。次章以降にその解析手法の概要を示す。なお，詳しくは文献 [8] を参照されたい。

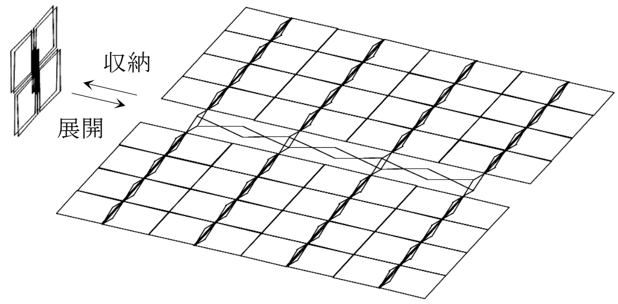

図 1　シザーズ機構を用いた展開構造 [4, 5]

2. 展開中の運動方程式の導出とその数値計算 [8]

本章では，図 2 に示すシザーズ機構のユニットを例題とし，その展開中の運動方程式の導出および数値計算を行なう。本研究では，各部材を剛体と仮定し，一方のピボットにアクチュエータで自己釣合モ

ーメント$\overline{M}$を作用させた場合の展開挙動について考える。図 3 に，設定する全体座標系，節点名，形状パラメータを示す。また，図 4 に，各部材の回転運動の記述に用いる極座標の局所座標系を示す。図 5 は，モーメント$\overline{M}$によって節点 C_1~C_4 に生じる内力 F と回転軸部の摩擦モーメント M を示している。この図を基に，Bar 1 と Bar 2 の並進・回転に関する運動方程式を立てると，式(1)~(12)のように表される。

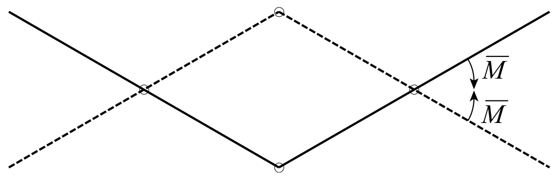

図 2　解析モデル

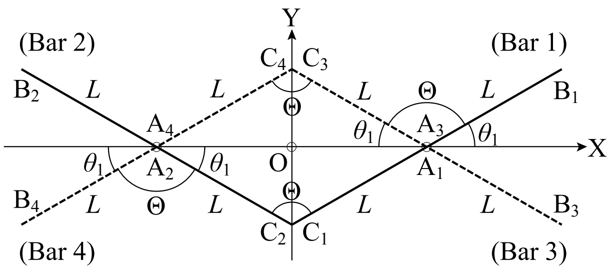

図 3　全体座標系・節点名・形状パラメータ

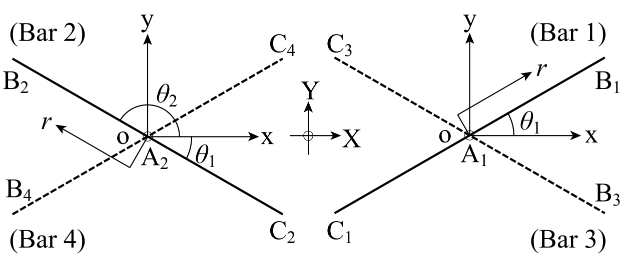

図 4　ピボットを原点とする局所座標系（極座標）

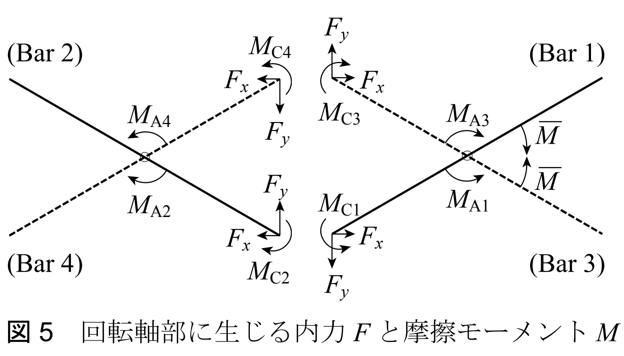

図 5　回転軸部に生じる内力 F と摩擦モーメント M

(Bar 1)

$$F_x + F_x - \left({}^{S}F_{C1}\sin\theta_1 + {}^{S}F_{C3}\sin\theta_1\right) = 2\rho\cdot L\cdot\ddot{U}_1 \quad (1)$$

$$F_y - F_y + \left({}^{S}F_{C1}\cos\theta_1 - {}^{S}F_{C3}\cos\theta_1\right) = 2\rho\cdot L\cdot\ddot{V}_1 \quad (2)$$

$$-\overline{M} + F_{r1}\cdot L + \left({}^{S}M_{C1} + M_{A1}\right) = (2/3)\cdot\rho\cdot L^3\cdot\ddot{\theta}_1 \quad (3)$$

(Bar 2)

$$-F_x - F_x + \left({}^{S}F_{C2}\sin\theta_1 + {}^{S}F_{C4}\sin\theta_1\right) = 2\rho\cdot L\cdot\ddot{U}_2 \quad (4)$$

$$F_y - F_y + \left({}^{S}F_{C2}\cos\theta_1 - {}^{S}F_{C4}\cos\theta_1\right) = 2\rho\cdot L\cdot\ddot{V}_2 \quad (5)$$

$$F_{r2}\cdot L - \left({}^{S}M_{C2} + M_{A2}\right) = (2/3)\cdot\rho\cdot L^3\cdot\ddot{\theta}_2 \quad (6)$$

ここで，

$$F_{r1} = F_x\sin\theta_1 + F_y\cos\theta_1 \quad (7)$$

$$F_{r2} = -F_x\sin\theta_1 + F_y\cos\theta_1 \quad (8)$$

$$M_{A1} = \mu_{A1}\cdot\dot{\Theta} = -2\mu_{A1}\cdot\dot{\theta}_1 \quad (9)$$

$$M_{A2} = \mu_{A2}\cdot\dot{\Theta} = -2\mu_{A2}\cdot\dot{\theta}_1 \quad (10)$$

$${}^{S}F_{C1} = {}^{S}F_{C2} = {}^{S}F_{C3} = {}^{S}F_{C4} = -\left(3/(2L)\right)\cdot\mu_C\cdot\dot{\theta}_1 \quad (11)$$

$${}^{S}M_{C1} = {}^{S}M_{C2} = -(1/2)\cdot\mu_C\cdot\dot{\theta}_1 \quad (12)$$

上式において，ρ (kg/m)は部材の線密度を表し，U・V は部材重心の X・Y 方向変位を表している（$\ddot{U}$ は時間 t による二階微分）。また，μ は回転摩擦係数(kg·m^2/s)で，その添え字は節点を表す。式(11)(12)は，部材端部の回転摩擦モーメント M_{C1}~M_{C4} を部材重心に作用する等価な力とモーメントに変換したものである。

ここで，式(1)(4)および(2)(5)より，

$$U_2(t) = -U_1(t) \quad (13)$$

$$V_1(t) = V_2(t) = 0 \quad (14)$$

が得られ，形状変化に関する変数同士の関係から，

$$U_1(t) = L\cos\theta_1(t) - L\cos\theta_1(0) \quad (15)$$

$$\theta_2(t) = \pi - \theta_1(t) \quad (16)$$

が得られる。これらの式(13)~(16)を用いると，式(1)~(12)は以下のようにまとめられる。

$$\boxed{\alpha(\theta_1)\cdot\ddot{\theta}_1 + \beta(\theta_1)\cdot\dot{\theta}_1^{\,2} + \gamma(\theta_1)\cdot\dot{\theta}_1 = -\frac{\overline{M}}{4\rho\cdot L^3}} \quad (17)$$

ここで，

$$\alpha(\theta_1) = \frac{2 + 3\sin^2\theta_1}{6} \quad (18)$$

$$\beta(\theta_1) = \frac{\sin\theta_1\cdot\cos\theta_1}{2} \quad (19)$$

$$\gamma(\theta_1) = \frac{\left(1 + 3\sin^2\theta_1\right)\cdot\mu_C + 2\left(\mu_{A1} + \mu_{A2}\right)}{4\rho\cdot L^3} \quad (20)$$

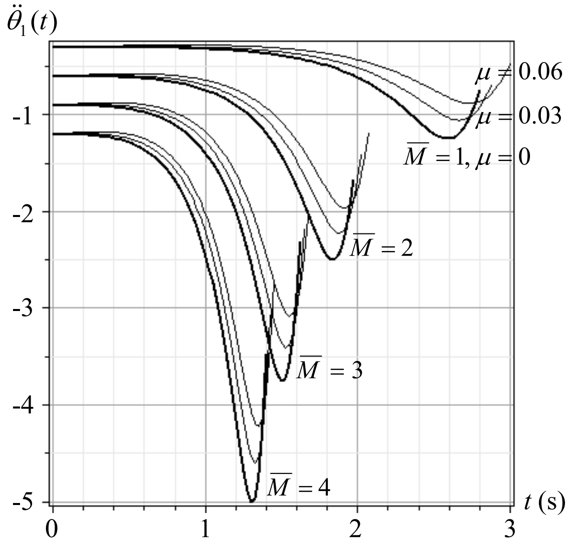

図 6　角加速度 $\ddot{\theta}_1(t)$ (rad/s^2)

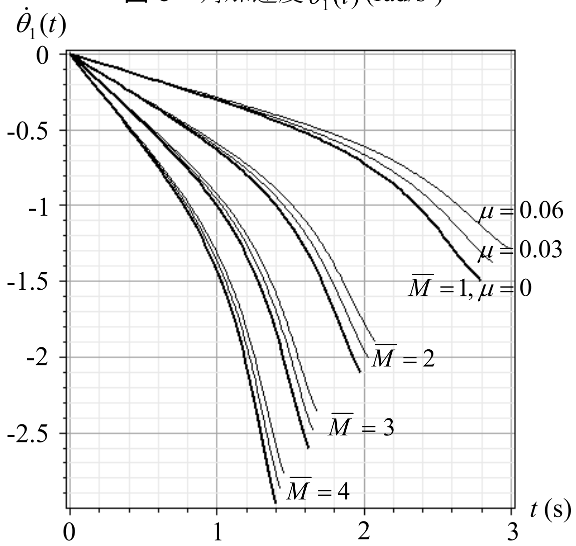

図 7　角速度 $\dot{\theta}_1(t)$ (rad/s)

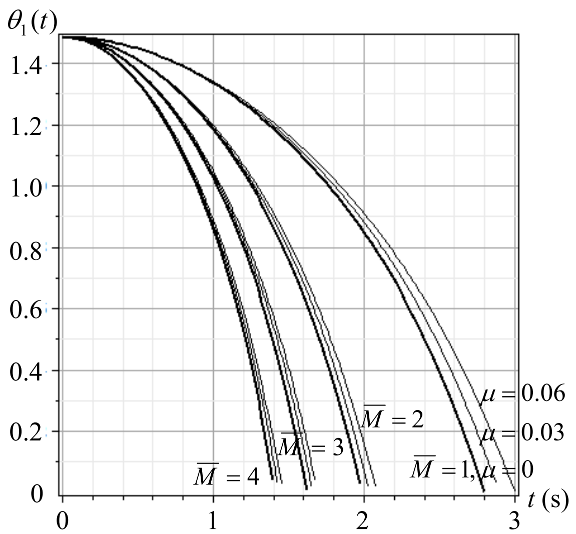

図 8　角度 $\theta_1(t)$ (rad)

図 6~8 に，式(17)を数値計算した結果を示す。これらのグラフは，各々，形状変数 θ の角加速度，角速度，角度の時間変化を表している。この計算例では，各パラメータを $L = 1$ (m)，$\rho = 1$ (kg/m)，$\theta_1(0) = 85° = 17\pi/36 \approx 1.48$ (rad)，$\dot{\theta}_1(0) = 0$ (m/s)としており，モーメント $\overline{M}$ (kg·m^2/s^2)と摩擦係数 μ (kg·m^2/s)の値をグラフに示すように変えて計算を行なっている。このような計算から，摩擦の影響を考慮した展開動力と展開時間の関係などがわかる。また，展開中に部材に生じる慣性力や内力の計算が可能となり，それによる部材の応力・変形計算が可能となる。

3. 応力・変形 [8)]

本章では，前章の数値計算結果に基づき，展開中に部材に生じる応力と変形の計算を行なう。変形に関しては，剛体仮定の成立を確認することを目的とし，各節点間のたわみの計算を行なう。

3.1 応力

Bar 1 と Bar 2 の各節点間に生じる軸力 N および曲げモーメント M を式(21)~(36)で表し，$E = 7\times10^{10}$ (kg/(m·s^2))，$I = 3.888\times10^{-8}$ (m^4)，$\overline{M} = 1$ (kg·m^2/s^2)，$\mu_C = \mu_{A1} = \mu_{A2} = 0$ (kg·m^2/s)として数値計算を行なった結果を図 9 と図 10 に示す。これらの式およびグラフでは，各要素の軸力 N と曲げモーメント M は，部材中心のピボットからの距離 r（図 4 参照）と時間 t の関数で表されている。

(Bar 1: element A_1B_1)

$$N_{1AB}(r, t) = -\rho \cdot (L - r) \cdot \ddot{U}_1 \cdot \cos\theta_1 \tag{21}$$

$$M_{1AB}(r, t) = M_{\theta 1}(r, t) - M_{U1}(r, t) \tag{22}$$

(Bar 1: element A_1C_1)

$$\begin{aligned} N_{1AC}(r, t) = \rho \cdot (L - r) \cdot \ddot{U}_1 \cdot \cos\theta_1 \\ - F_x \cos\theta_1 + F_y \sin\theta_1 \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned} M_{1AC}(r, t) = M_{\theta 1}(r, t) + M_{U1}(r, t) \\ - M_{C1} - F_{r1} \cdot (L - r) \end{aligned} \tag{24}$$

(Bar 2: element A_2B_2)

$$N_{2AB}(r, t) = \rho \cdot (L - r) \cdot \ddot{U}_2 \cdot \cos\theta_1 \tag{25}$$

$$M_{2AB}(r, t) = M_{\theta 2}(r, t) - M_{U2}(r, t) \tag{26}$$

(Bar 2: element A_2C_2)

$$N_{2AC}(r,t) = -\rho\cdot(L-r)\cdot\ddot{U}_2\cdot\cos\theta_1 - F_x\cos\theta_1 - F_y\sin\theta_1 \tag{27}$$

$$M_{2AC}(r,t) = M_{\theta 2}(r,t) + M_{U2}(r,t) + M_{C2} - F_{r2}\cdot(L-r) \tag{28}$$

上式において,

$$\ddot{U}_1 = -L\cdot\left(\dot{\theta}_1^{\,2}\cos\theta_1 + \ddot{\theta}_1\sin\theta_1\right) \tag{29}$$

$$\ddot{U}_2 = -\ddot{U}_1 \tag{30}$$

$$M_{\theta 1}(r,t) = \left(\rho\cdot\ddot{\theta}_1/6\right)\cdot\left(r^3 - 3L^2 r + 2L^3\right) \tag{31}$$

$$M_{\theta 2}(r,t) = -M_{\theta 1}(r,t) \tag{32}$$

$$M_{U1}(r,t) = (\rho/2)\cdot\ddot{U}_1\cdot\sin\theta_1\cdot\left(r^2 - 2Lr + L^2\right) \tag{33}$$

$$M_{U2}(r,t) = -M_{U1}(r,t) \tag{34}$$

$$F_x = -\rho L^2\left(\dot{\theta}_1^{\,2}\cos\theta_1 + \ddot{\theta}_1\sin\theta_1\right) - \frac{3\mu_C\sin\theta_1}{2L}\cdot\dot{\theta}_1 \tag{35}$$

$$F_y = -\rho L^2\left(\frac{2+3\sin^2\theta_1}{3\cos\theta_1}\cdot\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1^{\,2}\sin\theta_1\right) - \frac{\left(1+3\sin^2\theta_1\right)\mu_C + 4\mu_{A2}}{2L\cos\theta_1}\cdot\dot{\theta}_1 \tag{36}$$

3.2 変形

本節では，前節で得た曲げモーメント M の値と式(37)に示す弾性曲線方程式を用いて Bar 1 と Bar 2 の各節点間に生じるたわみ v を計算する。

$$\frac{\partial^2 v(r,t)}{\partial r^2} = \frac{M(r,t)}{EI} \tag{37}$$

各節点の変位と回転角を初期条件として式(37)を解いた結果を式(38)~(43)に示す。

(Bar 1: element A_1B_1)

$$v_{1AB}(r,t) = \frac{1}{EI}\int_0^r\left(\int_0^r M_{1AB}(r,t)\,dr\right)dr - \frac{G_{1AC}(r,t)\,|_{r=L}}{L}\cdot r \tag{38}$$

(Bar 1: element A_1C_1)

$$v_{1AC}(r,t) = \frac{1}{EI}\int_0^r\left(\int_0^r M_{1AC}(r,t)\,dr\right)dr - \frac{G_{1AC}(r,t)\,|_{r=L}}{L}\cdot r \tag{39}$$

(Bar 2: element A_2B_2)

$$v_{2AB}(r,t) = \frac{1}{EI}\int_0^r\left(\int_0^r M_{2AB}(r,t)\,dr\right)dr - \frac{G_{2AC}(r,t)\,|_{r=L}}{L}\cdot r \tag{40}$$

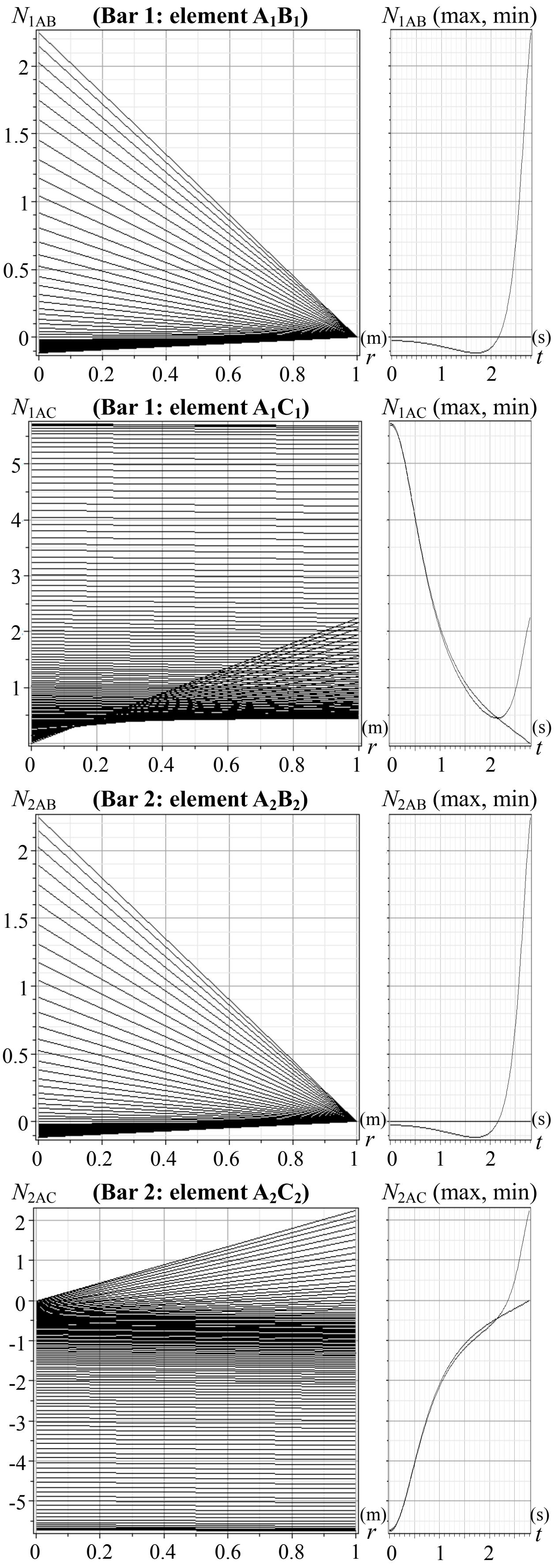

図 9　軸力 N (kg·m/s^2)

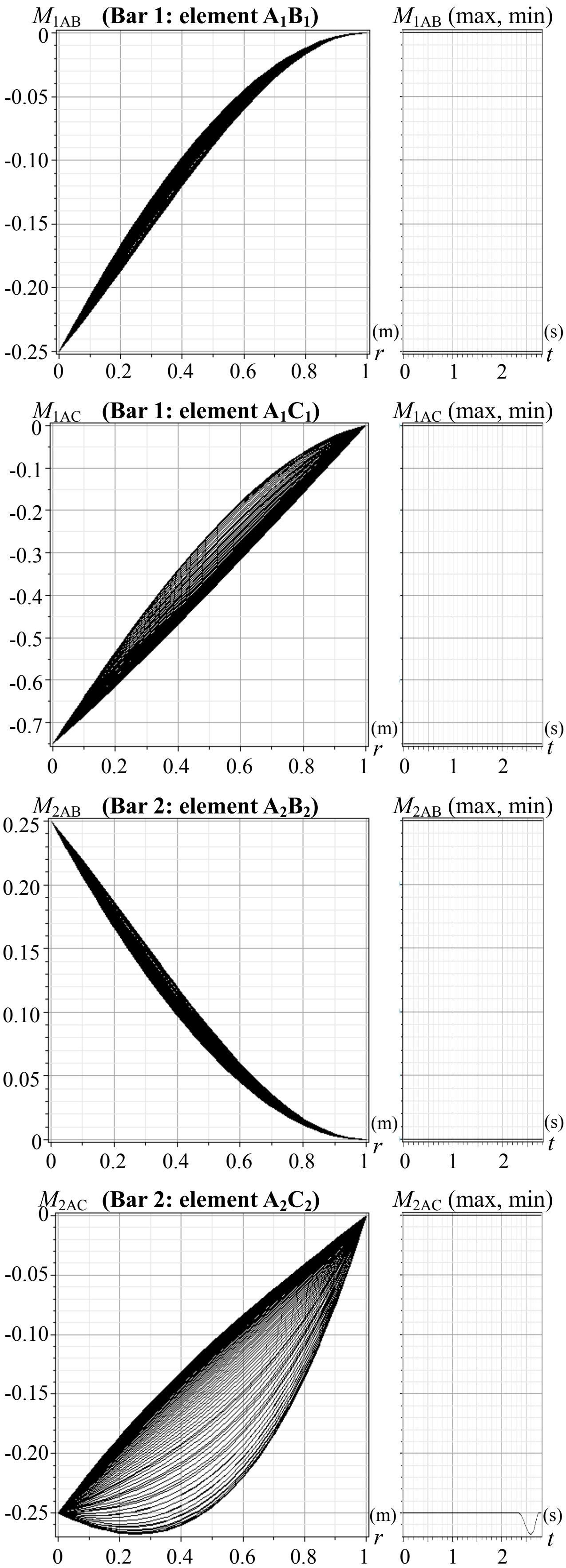

図 10　曲げモーメント M (kg·m^2/s^2)

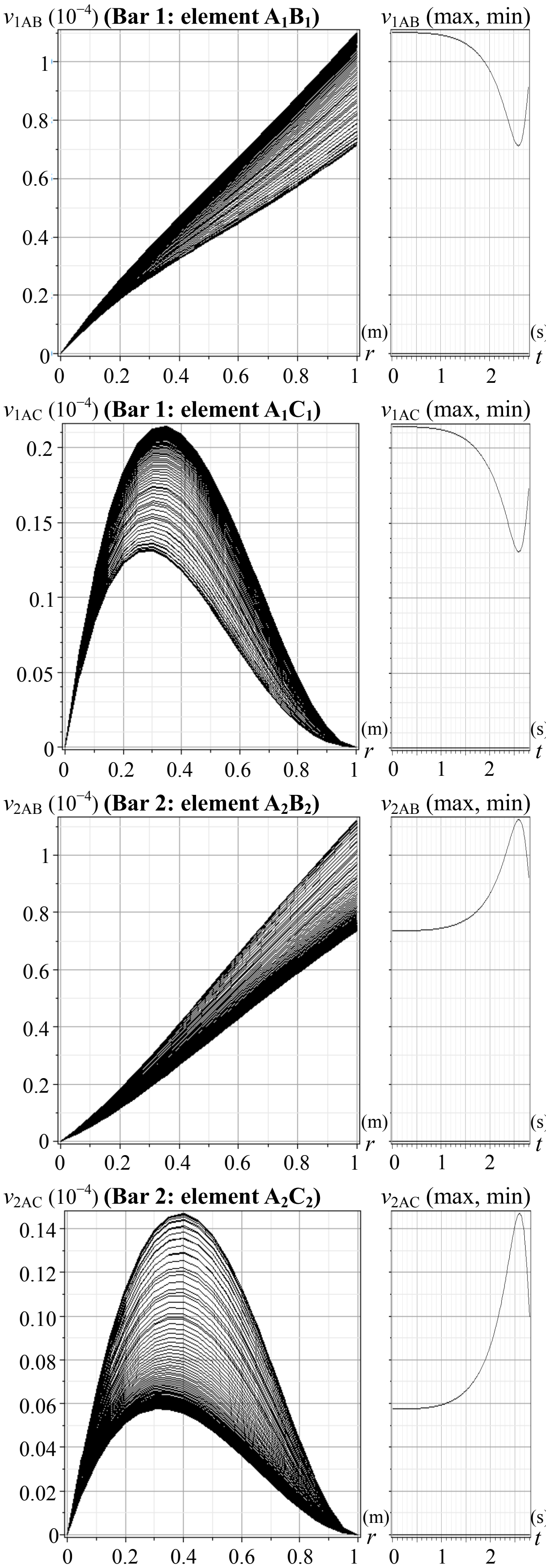

図 11　たわみ v (m)

(Bar 2: element A_2C_2)

$$v_{2AC}(r,\,t)=\frac{1}{EI}\int_0^r\left(\int_0^r M_{2AC}(r,\,t)\,dr\right)dr-\frac{G_{2AC}(r,\,t)\,|_{r=L}}{L}\cdot r \tag{41}$$

上式において，

$$G_{1AC}(r,\,t)=\frac{1}{EI}\int_0^r\left(\int_0^r M_{1AC}(r,\,t)\,dr\right)dr \tag{42}$$

$$G_{2AC}(r,\,t)=\frac{1}{EI}\int_0^r\left(\int_0^r M_{2AC}(r,\,t)\,dr\right)dr \tag{43}$$

図 10 に示す曲げモーメント M の値と式(38)~(43)を用いてたわみ v を数値計算した結果を図 11 に示す。これらのグラフにおいて，各要素のたわみ v は，部材中心のピボットからの距離 r（図 4 参照）および時間 t の関数で表されており，10^{-4} (m)のオーダーで示されている。

3.3 応力・変形の最大値

図 9~11 において，各々の中の右半分のグラフは，Bar 1 および Bar 2 の各要素に生じる軸力 N，曲げモーメント M，たわみ v の最大値および最小値の時間変化を表している。これらのグラフから，引張軸力の最大値は Bar 1 の A_1C_1 に生じる $N = 5.7$ (kg·m/s^2)，圧縮軸力の最大値は Bar 2 の A_2C_2 に生じる $N = -5.7$ (kg·m/s^2)，曲げモーメントの最大値は Bar 1 の A_1C_1 に生じる $M = 0.75$ (kg·m^2/s^2)であることがわかる。そして，これらの応力の最大値により，展開中の部材が弾性範囲に収まっているかどうかの確認や，軽量で最適な部材断面の設計を行なうことができる。また，たわみ v の最大値として Bar 2 の A_2B_2 に生じる $v = 1.12\times10^{-4}$ (m)が得られるが，節点間距離 L に対するたわみ v の比（$v/L = 1.12\times10^{-4}/1 = 1/8929$）を計算することなどにより，部材が剛体と見なせるかどうか，すなわち変形が無視できるかどうかの確認を行なうことができる。

4. まとめ

本論では，宇宙空間において境界条件がない不安定構造としてのシザーズ構造を剛体の動力学に基づいて変形・応力解析する方法を示した。現時点では，シザーズ機構のユニットを解析モデルとし，回転軸部の摩擦を考慮した一定モーメントによる運動方程式の導出やその数値計算および変形・応力計算を行なっている。今後は，解析モデルを任意に拡張できるよう計算手法を一般化し，摩擦を考慮した展開動力と展開時間の関係や，展開時に必要となる部材剛性および展開終了直前の動力の制御法などを検討できるよう，解析プログラムの汎用化に取り組んでいく予定である。

参考文献

1) Miura, K. and Furuya, H.: Adaptive Structure Concept for Future Space Applications, AIAA Journal, Vol. 26, No. 8, pp. 995−1002, 1988
2) Utku, S., Ramesh, A. V., Das, S. K., Wada, B. K., and Chen, G. S.: Control of a Slow-Moving Space Crane as an Adaptive Structure, AIAA Journal, Vol. 29, No. 6, pp. 961−967, 1991
3) Glaser, P. E.: Power from the Sun: Its Future, Science, Vol. 162, No. 3856, pp. 857-861, 1968
4) 高塚真央 : 二次元展開パネルユニット，特許第 3971724 号，2007
5) TAKATSUKA, M. and OHMORI, H.: 2D-Deployable Flat-Panel Structure, Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, Vol. 52, No. 2, pp. 109-120, 2011
6) Craig, J. J.: Introduction to Robotics: Mechanics and Control (Second Edition), Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989
7) Wie, B.: Space Vehicle Dynamics and control (Second Edition), American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2008
8) TAKATSUKA, M. and OHMORI, H.: Dynamic Structural Analysis of Deployment of Scissors Structure in Space, International Journal of Space Structures, Vol. 28, No. 1, pp. 1-13, 2013