

# A14 高精度アンテナ平板モデルにおける複数の誤差モード除去のための構造制御同時最適設計の検討

佐藤泰貴, 古谷 寛 (東工大・総理工), 小木曾 望 (阪府大・工)

Yasutaka Satou, Hiroshi Furuya(Tokyo Institute of Technology), Nozomu Kogiso(Osaka Prefecture University)

## 1. 序論

近年の高度な宇宙観測ミッションの実現において、宇宙用アンテナ鏡面の高精度化は必要不可欠な技術課題である。熱変形などの外乱が生じる宇宙環境下において高精度な鏡面を実現するため、軌道上でアクティブに鏡面形状を制御する適応構造システムを有するアンテナが提案されている [1]。このようなアンテナシステムの設計においては、構造と制御用アクチュエータの配置ならびに制御出力を同時に最適設計することが求められる。また、形状制御においては、特定かつ複数の誤差モードを除去することが光学上必要となる。既往研究においては、アクチュエータストロークの最適化 [2] や単一の誤差モードに対する形状制御 [3] は検討されているものの、複数の誤差モードを除去対象とした最適設計に関する検討は少ない。

本研究では、適応構造システムを有する宇宙用アンテナにおいて特定かつ複数の誤差モードを除去するため、アンテナ平板モデルに対して構造とアクチュエータ配置・制御出力の最適設計を検討する。まず、複数の誤差モードを除去可能なアンテナを最適設計するための問題の定式化を行うとともに、最適設計手法を検討する。次に、最適設計を実施することにより、検討した最適設計手法の有効性を検証する。

## 2. 最適化問題の定式化

本節では、最適設計の目的関数ならびに制約条件を明らかにするため、最適化問題の定式化を行う。以下では、特定かつ複数の誤差モード除去法とともに、構造制御同時最適化の計算効率を向上させる方法について検討する。

### 2.1 特定かつ複数の誤差モード除去方法

ここでは、特定かつ複数の誤差モードを除去するための問題の定式化を行うことにより、最適化の目的関数を導出する。形状制御前の鏡面誤差  $\varepsilon$  と形状制御後の残留鏡面誤差  $\delta$  の関係は以下のように表せる。

$$\delta = \varepsilon - u \quad (1)$$

ここで、 $u$  はアクチュエータによって得られるアンテナ鏡面の変位であり、以下のように表せる。

$$u = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \dots & u_m \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

ここで、 $m$  はアンテナ鏡面上の評価点である。例えば、有限要素解析で最適設計を行う場合は、節点を表す。また、形状制御後の残留誤差  $\delta$  と形状制御前の誤差  $\varepsilon$  は以下のように表せる。

$$\delta = \begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \dots & \delta_m \end{bmatrix}^T, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \dots & \varepsilon_m \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

ここで、形状制御前の誤差  $\varepsilon$  は、以下のようにモードの重ね合わせによって表せると仮定する。

$$\varepsilon = \phi a \quad (4)$$

式 (4) において  $\phi$  は誤差モード行列、 $a$  は影響係数ベクトルを表しており、モード数  $n$  を用いて以下のように表せる。

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \dots & \phi_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \phi_{m1} & \dots & \phi_{mn} \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

このように、形状制御前の誤差が誤差モードの重ね合わせであると仮定した場合、任意の影響係数行列に対して制御可能であることを示す必要がある。また、アクチュエータによる鏡面の変位は以下のように表せる。

$$u = cf \quad (6)$$

ここで、 $c$  と  $f$  はそれぞれコンプライアンス行列ならびにアクチュエータ制御出力の行列であり、以下のように表せる。

$$c = \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ c_{m1} & \dots & c_{mm} \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & \dots & f_m \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

式(4)ならびに(6)を用いると、式(1)は以下のように表せる。

$$\delta = \phi a - cf \quad (8)$$

アンテナの鏡面誤差は一般的に **RMS** 誤差を用いて評価される。式(8)に  $\delta$  の転置行列をかけた値は、**RMS** 誤差と等価な値となる。しかし、その値はスカラーとなるため、鏡面誤差はモードに分離できなくなる。この場合、全体の鏡面誤差に対する各モードの寄与がわからなくなるため、ある特定の誤差モードのみを制御することができなくなる。そこで、以下の残留誤差ベクトルを導入する。

$$\delta^D \delta = \begin{bmatrix} \delta_1^2 & \delta_2^2 & \dots & \delta_m^2 \end{bmatrix}^T \quad (9)$$

ここで、 $\delta^D$  は  $\delta$  の成分を対角成分に持つ行列であり、以下のように表せる。

$$\delta^D = \text{diag} \left( \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m \right) \quad (10)$$

アンテナの鏡面誤差は開口面の電界強度分布を考慮して評価されるため、以下のような重み付けを行う。

$$w\delta^D\delta = \begin{bmatrix} w_1\delta_1^2 & w_2\delta_2^2 & \dots & w_m\delta_m^2 \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

ここで、 $w$  は重み関数行列であり、以下のように表せる。

$$w = \text{diag} \left( w_1, w_2, \dots, w_m \right) \quad (12)$$

式(11)を用いると、式(8)は以下のように表せる。

$$w\delta^D\delta = w\delta^D(\phi a - cf) \quad (13)$$

$$\delta_A = a - c_A \quad (14)$$

ここで、

$$\delta_A = (w\delta^D\phi)^+ w\delta^D\delta, \quad c_A = (w\delta^D\phi)^+ w\delta^Dcf \quad (15)$$

式(14)はそれぞれ  $n$  行のベクトルであり、各誤差モードに分離している。この誤差モードの中でアクチュエー

タによって除去すべき誤差モードを抽出し、そのベクトルを以下のようにチルダを用いて表現する。

$$\tilde{\delta}_A = \tilde{a} - \tilde{c}_A \quad (16)$$

or

$$\begin{bmatrix} \tilde{\delta}_{A1} \\ \tilde{\delta}_{A2} \\ \vdots \\ \tilde{\delta}_{Ai} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{a}_1 \\ \tilde{a}_2 \\ \vdots \\ \tilde{a}_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{c}_{A1} \\ \tilde{c}_{A2} \\ \vdots \\ \tilde{c}_{Ai} \end{bmatrix} \quad (17)$$

ここで、 $i$  は除去すべき誤差モードの数である。式(16)は、 $\tilde{\delta}_A$  が 0 となる時、アクチュエータは鏡面誤差を完全に除去可能であることを示している。従って、 $\tilde{\delta}_A$  を最小化した場合の構造ならびにアクチュエータ配置は最適解である。ここで、 $\tilde{\delta}_A$  は  $i$  個の要素を有しているため、目的関数が複数存在することになる。そこで、本最適設計では、ミニマックス問題を用いて最適設計を行う。すなわち、目的関数は以下のように表せる。

$$\text{Minimize Max} \left( \tilde{\delta}_{A1} \quad \tilde{\delta}_{A2} \quad \dots \quad \tilde{\delta}_{Ai} \right) \quad (18)$$

一方、最適設計を行う際に、式(16)で抽出した誤差モード以外の誤差が大きくなってしまいが考えられる。本研究ではそのような場合が生じないようにするため、抽出した誤差以外の誤差がそれらの最適設計前の誤差よりも大きくならないように制約条件を与える。すなわち、

$$\tilde{\delta}_A^{\text{optimum}} \leq \tilde{\delta}_A^{\text{original}} \quad (19)$$

ここで、 $\tilde{\delta}_A$  は式(16)で抽出した誤差モード以外の誤差モードであり、以下のように表せる。

$$\tilde{\delta}_A = \delta_A \setminus \tilde{\delta}_A \quad (20)$$

また、 $\tilde{\delta}_A^{\text{original}}$  は最適化前の値、 $\tilde{\delta}_A^{\text{optimum}}$  は最適化後の値である。

## 2.2 構造制御同時最適設計における計算効率の向上

ここでは、構造制御同時最適設計において効率的に最適解を得る方法を検討する。同時最適設計においてアクチュエータ配置が設計変数となる場合、構造ならびにアクチュエータ制御力の最適解はアクチュエータ配置によって大幅に左右されることが考えられる。そこで、以下では、最適設計の計算効率を向上させるた

め、アクチュエータ配置を効率的に決定する方法を検討する。

誤差モードにおいて誤差が大きい領域は、モードの腹の位置周辺であるため、アクチュエータを配置すべき位置はモードの腹の位置周辺と考えることができる。このことから、モードの腹の位置周辺にアクチュエータ配置を制限するような以下の制約条件を提案する。

$$\text{Actuator location : Node } i \text{ s.t. } \tilde{\phi}^{AVE} > \alpha \quad (0 \leq \alpha \leq 1) \quad (21)$$

ここで、 $\alpha$  は制約パラメータである。また、 $\tilde{\phi}^{AVE}$  は制御すべき誤差モード  $\tilde{\phi}_k$  ( $k=1,2,\dots,i$ ) の振幅の絶対値の平均値であり、以下のように表せる。

$$\tilde{\phi}^{AVE} = \frac{1}{i} \sum_{k=1}^i |\tilde{\phi}_k| \quad (22)$$

ここで、各誤差モード  $\tilde{\phi}_k$  の振幅は、 $0 \leq \phi_k \leq 1$  としている。式 (21) から、 $\alpha$  が大きい場合にはアクチュエータ配置候補となる領域が小さくなるため、より強い制約が付加されることになる。

### 3. アンテナ平板モデル

本研究では、Fig.1 の解析モデルに示すように、円形平板のアンテナ構造をアクチュエータで制御する適応構造システムに対して最適設計を行う。円形平板の直径は 300 mm であり、中心部分の直径 30 mm の領域は完全固定とする。また、円形平板の材料特性は Table 1 である。

最適化における設計変数ならびに制約条件はそれぞれ Table 2, 3 である。構造系の設計変数は板厚であり、板厚は Fig.2 に示した 24 点を設計変数とし、その間を線形補間することで求める。アクチュエータの設計変数は配置ならびに制御出力である。アクチュエータ配置は、式 (21) の制約条件のもと、Fig.3 に示した配置候補から 6 点を選ぶ。また、アクチュエータにはストロークの制約があることが多いため、Table 3 に示す制約条件を付加する。

Table. 1: Material constant

Young's modulus	70GPa
Poisson's ratio	0.3
Density	2.7e-9 ton/mm <sup>3</sup>

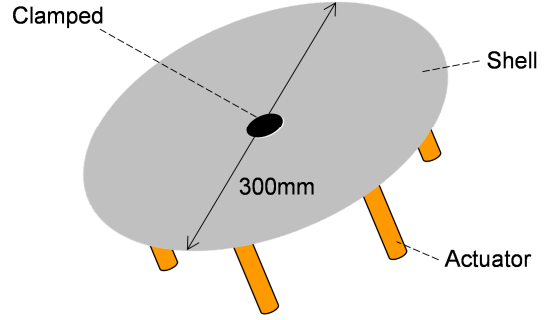


Fig. 1: Analytical model for design optimization

Table. 2: Design variables

Shell thickness, $t$	2.0 mm < $t$ < 7.0 mm
Actuator location	6 points in Eq.(21)
Output force of actuator, $f$	-15 N < $f$ < 15 N

Table. 3: Constraints

Displacement of actuator, $u$	-0.5 mm < $u$ < 0.5 mm
-------------------------------	------------------------

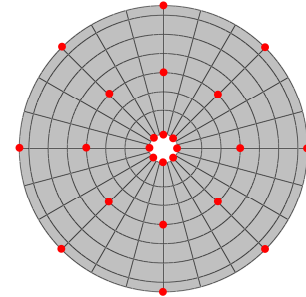


Fig. 2: Design points of shell thickness

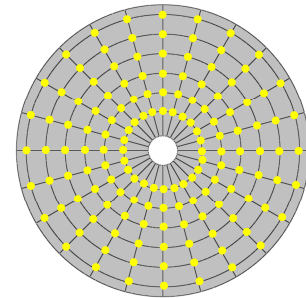


Fig. 3: Candidates of actuator location

### 4. 最適設計過程

Fig.4 は最適設計の過程を示している。詳細な最適

設計過程は以下となる。

#### 4.1 解析モデルの読み込み (Read original FE model)

まず、構造解析のための有限要素解析モデルを読み込む。この解析モデルは誤差を含んでおり、その誤差を除去できる板厚、アクチュエータ配置ならびに制御出力を設計する。2.1 節で示したように、形状制御前の誤差は誤差モードの重ね合わせで表せると仮定する。誤差モードは、光学計の評価で用いられる Zernike モード多項式 [4] の 4~8 次ならびに 10, 11 次を用いる。前述したように、形状制御前の誤差をそれらのモードの重ね合わせで表現する場合には、任意の影響係数行列に対して制御可能であることを示す必要がある。そこで、これらの Zernike モードをランダムに 5 パターン重ね合わせたモデルを作成し (Fig.5), それら 5 つの誤差モデルに対して形状制御する。

#### 4.2 設計変数の決定 (Define design variables)

ここでは、設計変数である板厚とアクチュエータ配置ならびに制御出力の値を決定する。

#### 4.3 形状制御解析 (Perform shape control analysis)

誤差を含む初期形状を制御する解析を行う。構造解析は有限要素解析プログラム ABAQUS[5] を用いる。

#### 4.4 目的関数の計算 (Calculate objective function)

ここでは、目的関数  $\delta_{Ai}$  を計算する。除去すべき誤差モードは Zernike の 4, 5, 10 次モードとする。初期の誤差モデルは 5 パターンであるため、 $\delta_{Ai}$  の数は 15 となる。従って、15 個の  $\delta_{Ai}$  の中で最大のものが目的関数となる。また、目的関数の算出に必要な開口面の電界強度分布 (式 (12)) としては、代表的な分布である Simple Tapered Pattern[6] を用いた。

#### 4.5 設計変数の更新 (Update design variables)

ここでは、最適化アルゴリズムである粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization, PSO) を用いて設計変数の更新を行う。粒子群最適化は、動物の群れにおける集団行動を模倣した最適化手法である。群れの中で最適な位置にいる個体の情報を交換することにより、個々の位置ならびに速度を調整し、最適な位置を見出すことが可能となる。最適化アルゴリズムに粒子群最適化を用いたのは、本研究が扱う問題において、設計変数が多い点、初期値依存性が大きい点の二つの観点からである。最適化プログラムには VisualDOC を用いる [7]。VisualDOC は、多数の最適化エンジンを内蔵しているとともに、解析ソフトとのリンクが可能な最適化プログラムである。

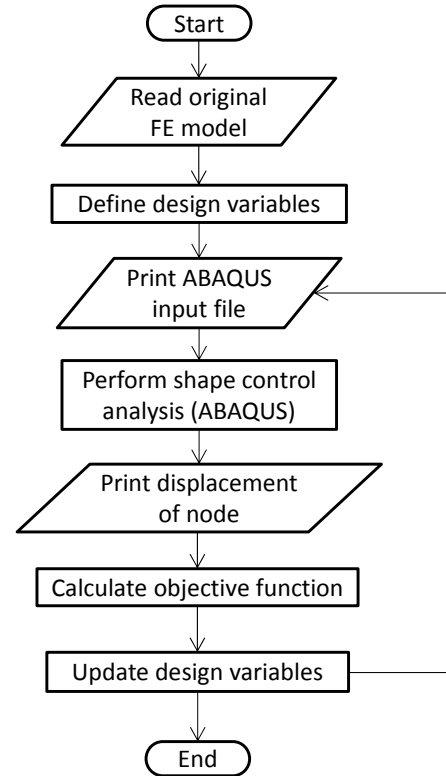


Fig. 4: Flowchart of design optimization process

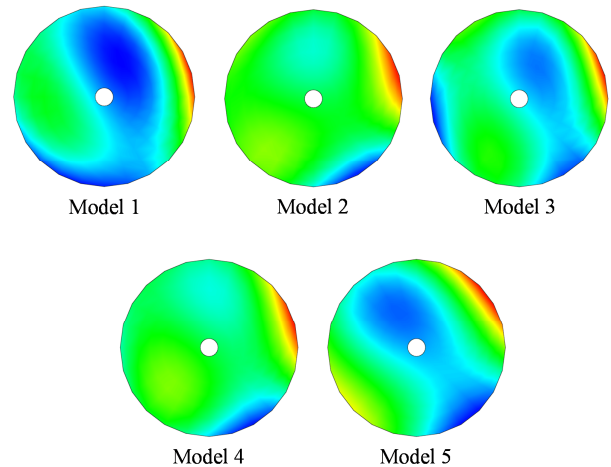


Fig. 5: Initial surface error

### 5. 構造制御同時最適設計結果

本節では、最適設計の結果を示し、提案したアクチュエータ配置制約条件の有効性を明らかにするとともに、最適解を評価する。Fig.6 は最適化履歴を示しており、横軸は最適化のイタレーション回数、縦軸は目的関数である  $\delta_A$  の最大値である。また、黒の破線は形状制

御前の目的関数の値、黒の実線はアクチュエータ配置の制約条件(式(21))を付加せずに行った場合の結果である。これらの結果から、アクチュエータ配置の制約条件なしの場合、最終的に得られる目的関数の値は形状制御前に比べて約15%しか小さくならなかったため、最適設計による効果がほとんど得られないことが示された。一方、青、赤、緑の実線はアクチュエータ配置に制約を付加した場合の結果であり、 $\alpha$ はそれぞれ0.4, 0.8, 0.85の結果を示している。この結果から、アクチュエータ配置に制約を付加した場合の目的関数は、形状制御前の値に比べて80~90%小さくなった。以上から、提案したアクチュエータ配置の制約条件を用いることによって、最適化の計算効率を向上できることが示されたとともに、最適設計に対するアクチュエータ配置の影響が大きいことが明らかとなった。

Fig.6において、 $\alpha$ が0.4の結果と0.8ならびに0.85の結果を比較すると、 $\alpha$ が大きい場合、すなわち0.8ならびに0.85の場合には、小さい場合、すなわち $\alpha$ が0.4の場合に比べてよい収束性が得られることが示される。一方、最終的な目的関数の値を比較すると、 $\alpha$ が0.4ならびに0.85の場合には局所最適解に収束してしまうが、 $\alpha$ がその間の値である0.8の場合には、目的関数がそれらよりも1/10程度小さい値が得られることが示される。従って、アクチュエータ配置の制約パラメータである $\alpha$ を適切に設定することが必要である。

$\alpha$ が0.8の場合に得られた最適解をFig.7に示す。図中のコンタは板厚分布、白丸はアクチュエータ配置を示している。この最適解において、板厚は左下と右上が小さく、左上と右下が大きい結果となった。この結果になる理由をFig.8を用いて検討する。Fig.8は除去すべきモードであるZernikeの4,5,10次モードを合成したものである。すなわち、形状制御では、Fig.8の誤差モードを除去する必要がある。ここで、形状制御前の誤差モードを示したFig.5とFig.8を比較すると、左下と右上の領域では誤差のコンタがほぼ一致しているものの、左上と右下では一致していないことが示される。一方、最適設計では、Zernikeの4,5,10次以外のモードに関しては、形状制御前よりも誤差が大きくなるような制約を与えている。以上から、左下と右上の領域では変位を大きくすることが必要となる一方、左上と右下では変位が小さくなる必要があると考えられる。アクチュエータの制御出力ならびにストロークに制約を与えていることから、変位を大きくするためには板厚が小さくなる必要がある。従って、板厚分布は左下と右上の領域で小さく、左上と右下で大きくなる

と考えられる。

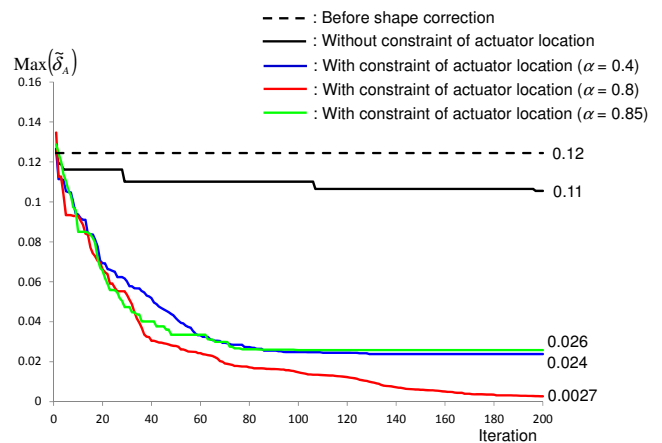


Fig. 6: History of objective function

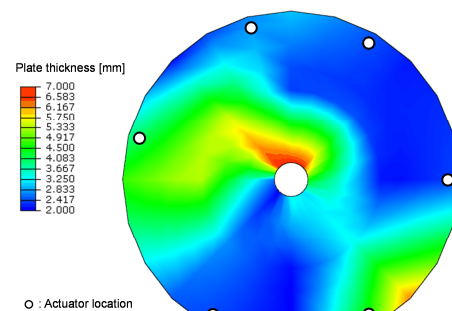


Fig. 7: Optimum design of plate thickness and actuator location ( $\alpha = 0.8$ )

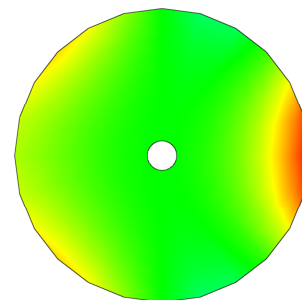


Fig. 8: Surface error mode obtained by combination of mode 4, 5, and 10

## 6. 結論

宇宙用アンテナにおける特定かつ複数の誤差モードを除去するため、アンテナの平板モデルに対して適応構造システムの構造制御同時最適設計方法を検討した。特定の誤差モードを除去するため、各誤差モードの寄

与分が明確となる残留誤差ベクトルを導入することにより、複数の誤差モードを除去可能なアンテナを最適設計するための問題の定式化を行った。また、構造制御同時最適化の計算効率を向上させるため、アクチュエータ配置に対する制約条件を提案した。その結果、提案したアクチュエータ配置の制約条件を用いることによって、最適化の計算効率を向上できることが示されたとともに、最適設計に対するアクチュエータ配置の影響が大きいことが明らかとなった。

## 謝辞

本研究は宇宙航空研究開発機構宇宙科学研究所 (JAXA/ISAS) の戦略的研究開発費ならびに JSPS 科研費 24.10078 の支援を受けたものである。

## 参考文献

- [1] 田中宏明, 坂本啓, 石村康生, 稲垣章弥, 小木曾望, 池田忠繁, 古谷寛, 渡辺和樹, 及川祐, 倉富剛, ”高精度スマート形状可変鏡試作モデルの開発,” 第29回宇宙構造・材料シンポジウム, 相模原, Dec. 2013.
- [2] Datashvili, L., Baier, H., Wei, B., Hoffman, J., Wehrle, E., Schreider, L., Mangenot, C., Santiago-Prowald, J., Scolamiero, L., Angevain, JC.: Mechanical Investigations of in-Space-Reconfigurable Reflecting Surfaces, Proc. ESA Antenna Workshop, 2010, pp.1-8.
- [3] Satou, Y., Furuya, H., and Kogiso, N., ”Improvement of Surface Accuracy for High-Precision Space Antenna by Design Optimization of Adaptive Structure System,” 2013-c-33, 29th International Symposium on Space Technology and Science, Nagoya, June 2013, pp.1-6.
- [4] [http://www.lambda-factory.co.jp/Free/zer\\_term/zer\\_term.html](http://www.lambda-factory.co.jp/Free/zer_term/zer_term.html)
- [5] ABAQUS user's manual, Ver. 6.11, ABAQUS Inc., 2011.
- [6] Pontoppidan, K.: Simple tapered pattern, GRASP9 Technical Description, TICRA Engineering Consultants, 2005, pp.109-110.
- [7] VisualDOC theory manual, Version 7.0, VANDER-PLAATS RESEARCH & DEVELOPMENT Inc., 2011.