

PIC 計算を用いたマイクロ波放電式 イオンスラスタ $\mu 10$ のプラズマ特性に関する研究

Numerical study on plasma in microwave discharge ion thruster using $\mu 10$ using PIC simulation

○山下裕介 (東大・院), 谷義隆(東大・院)
神田大樹, 月崎竜童, 西山和孝, 國中均 (宇宙航空研究開発機構)

○Yusuke Yamashita (The University of Tokyo) · Yoshitaka Tani (The University of Tokyo)
Daiki Koda · Ryudo Tsukizaki · Kazutaka Nishiyama · Hitoshi Kuninaka (JAXA)

Abstract (概要)

This paper reports a numerical study on plasma properties in microwave discharge ion thruster $\mu 10$ using PIC simulation. The thruster is mounted on Japanese asteroid explorer Hayabusa and Hayabusa2. Moreover, the thruster will be mounted on the Phaethon flyby mission DESTINY+ and Solar powered sail mission OKEANOS. The thruster consists of a discharge chamber and a grid system. The design method of the grid is predicted by JEDEI tool. On the other hand, the design of the discharge chamber is not revealed because the mechanism is very complicated. We investigate the plasma properties of the discharge chamber using PIC/MCC simulation. As a result, the high-temperature electrons contribute to the plasma generation, and ion Larmor motion contributes to ion transport efficiency.

記号の説明

v :	速度
m :	質量
n :	数密度
k :	ボルツマン定数
ϵ_0 :	真空の誘電率
σ :	衝突断面積
P :	衝突確率
ϕ :	静電ポテンシャル
E_m :	マイクロ波電界
J_p :	プラズマ電流
ϕ :	静電ポテンシャル
r_L :	ラーマ半径
D :	スラスタ直径

1. はじめに

イオンエンジンは電気推進機の一つであり、電気エネルギーを運動エネルギーに変換するタイプのスラスタであ

る。JAXA 宇宙科学研究所が開発したマイクロ波放電式イオンエンジン $\mu 10$ は、実際に探査機「はやぶさ」, 「はやぶさ2」に搭載され、運用されている¹⁾。今後、Destiny+, ソーラー電力セイルの主エンジンにも用いられる予定であり、今後ますますの性能向上、技術課題の解決が必要である^{2, 3)}。マイクロ波放電式イオンスラスタ $\mu 10$ の概要を図1に示す。このスラスタは次の流れで推力を発生させている。

- [1] アンテナからマイクロ波電力を投入
- [2] 導波管をマイクロ波が伝搬
- [3] 放電式の磁石対により、ミラー磁場を形成し、電子を閉じ込め
- [4] マイクロ波と電子が ECR(Electron cyclotron resonance)共鳴を発生させ、マイクロ波を吸収
- [5] 中性粒子と電離衝突し、プラズマを生成
- [6] イオンがグリッドに輸送される
- [7] グリッドでイオンを加速
- [8] 中和器で、イオンビームを中和

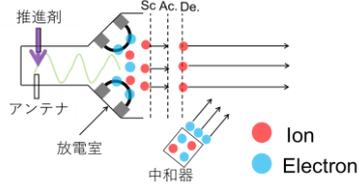


図1 マイクロ波放電式イオンスラスタ $\mu 10$ の概要
 以上の[1]~[8]で推力を発生させているが、放電室の仕事としては、[3]~[6]の段階であり、この現象を解明する必要がある。ただ、放電室は、ミラー閉じ込め、プラズマと壁面の相互作用、マイクロ波とプラズマの相互作用など物理現象は極めて複雑であり、未だ研究課題である。そのような動機からマイクロ波放電式イオンスラスタの放電室内部については、様々なプラズマ診断が行われてきた。しかし、放電室のプラズマ診断は、アクセス性および測定機器そのものがマイクロ波に擾乱を与えるなど測定項目、得られる情報が限定的である^{4,5,6)}。また、そもそも、実験では、プラズマが動く様子、生成される様子など調べることは極めて困難である。このようなプラズマ生成・輸送過程を調べるのには、数値計算が極めて有効である。そのような動機から、これまでプラズマ業界では、様々な数値計算モデルが考案されてきた。プラズマの数値計算とは、以下のボルツマン方程式を解く。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = Q \quad (1)$$

ボルツマン方程式は、分布関数 f に関する時間発展の方程式であり、これと外部電磁場、自己誘起の電磁場に関するマクスウェル方程式を解くことによって、プラズマの挙動を完全に再現できる。しかしながら、ボルツマン方程式は速度、位置方向の計6次元の方程式であり、この方程式を直接解くには難しい。そこで、式(1)の方程式を如何にして解くかという観点から、計算手法は、粒子モデル、流体モデルに大別できる。粒子モデルは、分布関数 f を多数の粒子で近似し、各々の粒子の時間発展式を解く。一方、流体モデルは、3つに大別できる⁷⁾。まず、完全粒子モデルは、電子、イオンを粒子的に扱う。これは、主に Full-PIC 計算であり、分布関数、シース仮定が必要ないなど、仮定の差による差異が得られない。また、分布関数をそのプラズマ状態に応じて自己矛盾なく決定するなど、メリットは大きい。その一方、計算時間は非常にかかる。一方、電子流体、イオン粒子は、Hybrid-PIC 計算で主に、計算される。電子を粒子的に解かないので、計算はかなり早くなるが、電子の分布関数、シースを仮定するなど、モデルによる差異が生まれやすい。このモ

デルがよく用いられているホールスラスタでは、拡散、衝突のモデルなどが精力的に研究されている。完全流体は、イオンも流体で解く。イオンを流体とみなすことができるかどうかは、イオンのラーマ半径が系の代表長さよりも十分に小さいかどうかでよく決定される。このモデルは、計算時間がかなり緩和される。ただ、分布関数、シースのモデル化が必要であり、熱平衡なプラズマや、誘導磁場が必要な系において有効に発揮される。

表1 数値モデルの分類

数値モデル	シース 仮定	分布関数 仮定	計算時間
完全粒子(Full-PIC)	無	無	大
電子流体、イオン粒子 (Hybrid-PIC)	有	イオン 無 電子 有	中
完全流体(Fluid)	有	有	小

ここで、本研究室の対象であるマイクロ波放電式イオンスラスタについて考えてみると、マイクロ波放電式イオンスラスタは、ECR加熱という特殊な加熱であるため、電子の分布関数が簡単な形状ではないことが推測される。また、プラズマ密度は、 $10^{17} m^{-3}$ 程度であるため、シース厚さは、数 cm 程度であると推測され、 $\mu 10$ の代表径については、十分に無視できるレベルではないと推測される。また、ECR加熱によるミラー比の変化、およびミラー磁場中の静電ポテンシャルなどは流体モデルでは容易に表現できない。そのため、以上の物理が自己矛盾なく表現できる Full-PIC 計算が $\mu 10$ を表現するのに最適であると考えられる。しかしながら、何の仮定もなく、10cm 級イオンスラスタの Full-PIC 計算を現実的な計算時間で行うことは難しく、種々の近似を行う。以下では、なるべく計算時間をかけずに、かつ物理現象を再現するために行った近似、計算技法を紹介する。

2. 計算モデルとその技法

2.1 PIC モデル

PIC 計算においては、Buneman-boris 法によって、以下の運動方程式を解いて、求める⁸⁾。

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (2)$$

このとき、電子の場合、電場はマイクロ波電場、静電場を代入し、イオンの場合は、マイクロ波電場を無視できることから、静電場のみを与える。ここでは、何ら仮定をおかずに3次元で解く。3次元で解く理由は、図2に示すマイクロ波電場の分布にある。マイクロ波の解析を行うと、 $\mu 10$ の放電室内部では、典型的な TE11 モー

ドになる。そのため、これを円筒でよく行なわれる軸対称近似にすることは不可能である。

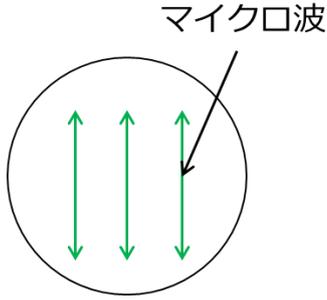


図2 マイクロ波電界の典型例

そのため、この粒子計算を3次元で解く。これは、大変に思えるが実は、2次元軸対称とほとんど変わらない。なぜなら、3次元と2次元で異なるのは、粒子の空間の次元が1つ増えるだけであり、演算の観点でも、ただだか3/2=1.5倍であり、実際トータルの計算時間でみるとほとんど変わらない。また、スラスト径は、粒子の速度、位置発展には影響はない。一方、静電場の計算はこんなに都合よくない。まず、静電場の計算であるポアソン方程式は、

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \phi = -\frac{\rho_i - \rho_e}{\epsilon_0}. \quad (3)$$

である。2次元軸対称の場合だと、

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \phi = -\frac{\rho_i - \rho_e}{\epsilon_0}. \quad (4)$$

となる。例えば、1次元あたり、300メッシュある計算を考える。また、反復回数を次元に依存せず、100回とすると、演算量は、300×300×100回となる。つまり、3次元になると、これの300倍演算が必要となる。つまり、格子点を用いた計算は、そのメッシュ分だけ、計算が大きくなり、次元を上げることで桁外れに演算量が増える。また、PIC計算においては、格子点近傍に最低数個~数10個ほどの粒子数が必要となる。つまり、格子計算の次元を上げると、粒子数も300倍必要となる。そのため、ほとんどがポアソン方程式と電子の粒子計算に時間を費やしていることに留意すると、例えば、2次元軸対称の計算時間が2ヶ月の場合、これが3次元になると、単純に300×2ヶ月=50年の計算時間を要する。

以上の計算時間の考察から、マイクロ波3次元、静電場軸対称のコードを構築した。この近似により、周方向の静電場がなくなる。周方向の静電場がなくなることで、周方向静電場と磁場による磁場横切りの拡散

が表現できなくことにはきちんと留意する必要がある。ただ、そもそも周方向静電場を考慮しなくても周方向のドリフト運動によりプラズマが平均化される。そのため、周波数応答を求めるのは軸対称計算では難しいと予想されるが、時間平均された結果については、十分に妥当であると考えられる。

本研究では、単純かつ高速なSOR法で解く⁹⁾。SOR法は加速係数 ω が肝なパラメータである。1< ω <2の範囲で加速係数を選ぶ必要があるが、本研究では、加速係数は $\omega=1.978$ とした。この値に根拠はなく、最も収束が早かったので採用した。

2.2 MCC モデル

これは、衝突計算を確率論的に行う手法であり、Monte Carlo Collisionの略である。この計算は、単純に解くと、非常に計算コストが必要であるが、上手く解くことで、ほとんど計算時間を必要としなくなる。

まず、普通に考えると、 Δt 秒の間に衝突するかどうかの判定を

$$P_c = 1 - \exp(-\sigma_{sum} v_e n_n \Delta t). \quad (5)$$

で行う。この確率 P_c と乱数を比較することで、衝突判定を行う。ただ、見て分かる通り、 $\sigma_{sum} v_e$ は電子のエネルギーに依存する。そのため、衝突する判定を各電子で行わなければならないように思える。そこで、Null-collisionと呼ばれる方法を用いる¹⁰⁾。まず、衝突判定することが問題なので、 P_c を電子のエネルギーに依存しないようにするには、 $\sigma_{sum} v_e$ を電子のエネルギーに依存しないようにすれば良い。そこで、架空の衝突断面積 σ_{fake} を $\sigma_{sum} v_e$ が一定になるように定める。そうすることで、衝突判定確率を均一にし、個々の粒子で判定しないようにする。その後、衝突判定を受けた電子は、衝突断面積に応じて、弾性、励起、電離、架空の衝突判定を行う。架空衝突の場合は何もしないようにする。このような方法により、実質的に衝突計算が占める計算時間の割合はほとんどない。

2.3 マイクロ波の計算

本手法は、FDTD法で行う。ここは、特に、特徴のある計算を用いていないので、省略する。

2.4 マイクロ波とプラズマの相互作用のモデル

マイクロ波とプラズマの相互作用は、マイクロ波の計算で最も難しい計算の一つである。なぜなら、マイクロ波とプラズマの相互作用を解くということは、マクスウェル方程式において、

$$\nabla \times \mathbf{E}_m = -\frac{\partial \mathbf{B}_m}{\partial t} \quad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}_m = -\frac{\partial \mathbf{E}_m}{\partial t} + \mathbf{J}_p \quad (7)$$

を解くことと同値である。ここで、 \mathbf{J}_p はプラズマ電流である。 \mathbf{J}_p を精度よく計算することがPIC計算において大変である。なぜなら、PIC計算では、静電場を求めるときに、電荷密度をフィードバックする。また、マイクロ波との相互作用を解くなら、電流密度をフィードバックする。すると、電荷密度のランダム差は、粒子の位置情報だけで決定される。一方、電流には位置情報に加えて速度のランダム性も加わる。つまり、電流密度をフィードバックするには、より粒子を多くするか、または、時間刻みを短くして、時間積分でランダム性を減らして計算するかである。しかし、FDTDのCFL条件は、 10^{-13} sオーダーであるから、それよりもPIC計算を小さくするのは、大変である。(PICは、 10^{-12} sオーダーで解く)

よって、マイクロ波との相互作用を解くには、さらに、10倍近くの粒子が必要となり、時間刻みも多少短くする必要があるのである。よって、マイクロ波の計算を正確に計算するには、更に10倍ほど、計算時間を必要とするであろう。つまり、 $\mu 10$ のほとんど仮定のない計算を行うには、静電場の3次元化で、300倍、マイクロ波とプラズマの相互作用を解くのに、10倍ぐらいとすると、トータルの計算時間は、 $300 \times 2 \text{ヶ月} \times 10 = 500$ 年である。ただ、これはあくまで計算をシングルコアにのみ託した場合のお話であり、並列化によって、有限な時間で終わることができる可能性もある。

さて、ここではマイクロ波の計算をきれいに解くことは諦め、マクロに解く方法を考えた。形状は、真空中で解いたものそのまま、大きさだけを変更させる方法である。

波とプラズマの相互作用をエネルギーの受け渡しに注目して考えたとき、ランダウ減衰のように、プラズマ側がエネルギーを受け取り、波側が減衰する。実際、 $\mu 20$ においては、マイクロ波電界を真空中とプラズマ中で測定しており、マイクロ波が減衰することが確認されている¹¹⁾。

つまり、真空中との動作状況の違いは、プラズマのみなので、マイクロ波電界の減衰量=プラズマの吸収電力と考えることができる。

よって、マイクロ波電界強度 \mathbf{E}_m は、プラズマの吸収電力 P_{abs} が投入された正味電力 P_{net} と等しくなるように決定されるはずである。ただ、ここで問題が一つある。それは、図3(a)に示すようにあるマイクロ波電界を与え、吸収電力が求まるという点である。つまり、計算を行う

前に、電界強度 \mathbf{E}_m を決定することは不可能である。そこで、(b)のように、PIのフィードバック制御則を盛り込むことで、マイクロ波電界が吸収電力 P_{abs} =正味電力 P_{net} となるようにする。制御則は、

$$\mathbf{E}_m^{new} = \mathbf{E}_m^{old} \left\{ 1 + K_p \frac{(P_{abs} - P_{net})}{P_{net}} \right\} \quad (8)$$

となる。この方法は、マクロに見ると、PIC-FDTDと同じである。

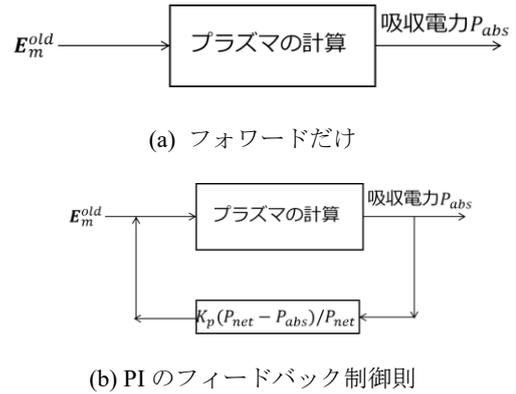


図3 マイクロ波電界の制御方法

3. 計算結果と考察

種々の近似を行うことで、現実的な時間である2ヶ月で計算を終えた。以上結果である。

3.1 空間分布

本研究では、中性粒子密度 n_n を $10^{19} m^{-3}$ 、マイクロ波電力を12Wとした。その結果、プラズマ密度は、磁場閉じ込め領域で、 $10^{17} m^{-3}$ となり、他の領域が $10^{16} m^{-3}$ となった。また、電子温度については、磁場閉じ込め領域が10~15 eV、他の領域が3~5 eV程度あった。これは、磁場閉じ込め領域において、電子閉じ込めおよびECR加熱がなされているからであると推測される。軸方向にプラズマ密度を積分すると、実際にミラー閉じ込め領域にプラズマが集中していることが確認できる。

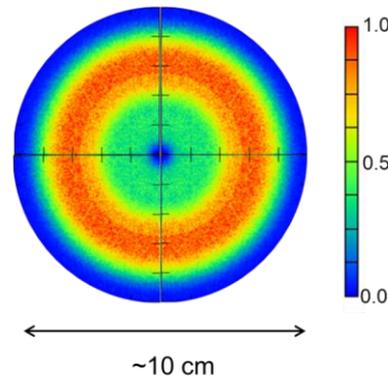


図4 プラズマ密度の軸方向の積分値

3.2 プラズマ生成過程

まず、電子のエネルギー分布関数であるが、図5に示すような分布関数となった。つまり、低温度のマクスウェル分布と高温度のマクスウェル分布が重層した形となった。パラメータは、低温側が3.6 eV、高温側が15 eVであり、また、高温側が3.4%となった。つまり、大半の電子は、低温側だけなので、一見高温側の影響がないように思える。しかし、プラズマ生成量という観点でみると、高温側は半分、励起生成の25%を占めていることが分かった。つまり、プラズマ生成バランス、それに付随するエネルギー保存則も通常のマクスウェル分布とした場合に比べて、かなり異なることが本研究によって、分かった。以下に示してみよう。

例えば、電離と励起の衝突で失うエネルギーを U_c としよう。すると、

$$U_c = U_+ + \frac{\langle \sigma v \rangle_{ex}}{\langle \sigma v \rangle_{io}} U_* \quad (9)$$

と表現できる。本研究の場合、推進剤をXeなので、 $U_+ = 12.13$ eVであり、 $U_* = 8.31$ eVである¹²⁾。よって、低温度電子のみであった場合、 $U_c = 37$ eV程度となる。一方、高温度電子が考慮されると、 $U_c = 27$ eV程度となる。つまり、高温度電子の存在がプラズマ生成の損失コストを下げていることが分かる。これがマイクロ波放電式イオンスラスタのプラズマ生成に重要な特徴の1つである。また、粒子バランスの観点から見ても、高温度電子と低温度電子の生成比が1:1であることから、単純に半分の中性粒子密度で、プラズマ生成できると分かる。よって、1つのマクスウェル分布と仮定した流体シミュレーションとプラズマ状態は大きく異なることが予想される。

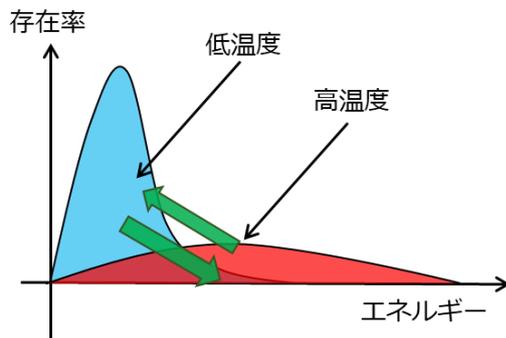


図5 電子のエネルギー分布関数

3.3 イオン輸送過程

過去の研究で、イオンは磁場の影響を受けて運動していることが分かった。この結果、イオンの旋回流が発生し、擾乱トルクの原因となっていた¹³⁾。しかし、磁場の影響を受けるメリットがないかを考えた。その結果、磁

場はグリッドへの輸送効率の向上に大きく貢献していることが分かった。具体的には、グリッドが占める表面積の割合は、25%程度であったが、グリッドでのイオンの電流割合は50%程度であった。つまり、2倍ほど効率よくプラズマが輸送されていることを表している。この原因は、内周磁石において、磁気ミラーにより割合が減ったこと、磁石間への損失が強磁場によって抑えられていることが原因である。つまり、イオンは、磁場トラップされる必要がある。よって、イオンの輸送効率を向上させるには、

$$\frac{r_L}{D} < 1, \quad (10)$$

を満たす必要がある。

4. 結言

本研究より得られた結論を以下にまとめる。

1. 磁場閉じ込め領域で、他の領域に比べて、高密度、高温度のプラズマが形成されていた。
2. 電子のエネルギー分布関数は、2つのマクスウェル分布の重層した形となり、結果プラズマ生成に必要なコストを抑えていると分かった。
3. イオンは磁場の影響を受けるため、旋回流を生じ、擾乱トルクの原因となる。しかし、一方で、イオンの輸送効率を2倍に高める効果をもたらしていることが分かった。

参考文献

- 1) Kuninaka, H., Nishiyama, K., Shimizu, Y., & Toki, K. (2004). Flight Status of Cathode-Less Microwave Discharge Ion Engines Onboard HAYABUSA Asteroid Explorer. 40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, (July 2004), 1–10.
- 2) Nishiyama K, Hosoda S, Tsukizaki R and Kuninaka H 2016 Space Transportation Symp. STEP-2016-058
- 3) Yuishi Tsuda, Hayabusa 2 extension plan: Asteroid selection and trajectory design. Acta Astronautica Volume 138, September 2017, Pages 225-232
- 4) Ise, T., Tsukizaki, R., Togo, H., Koizumi, H., & Kuninaka, H. (2012). Electric field measurement in microwave discharge ion thruster with electro-optic probe. Review of Scientific Instruments, 83(12).
- 5) R. Tsukizaki, H. Koizumi, K. Nishiyama, H. Kuninaka, Review of Scientific Instruments 82, 123103 (2011)
- 6) Y. Tani, Acto Astro, Performance improvement of the $\mu 10$ microwave discharge ion thruster by expansion of the

plasma production volume

- 7) Park, W., Belova, E. V., Fu, G. Y., Tang, X. Z., Strauss, H. R., & Sugiyama, L. E. (1999). Plasma simulation studies using multilevel physics models. *Physics of Plasmas*, 6(5 D), 1796–1803.
- 8) Vahedi, V., & Surendra, M. (1995). A Monte Carlo collision model for the particle-in-cell method: applications to argon and oxygen discharges. *Computer Physics Communications*, 87(1–2), 179–198.
- 9) Verboncoeur J P 2005 Particle simulation of plasmas: review and advances *Plasma Phys. Control. Fusion*
- 10) Huang W, Smith T T B, and Gallimore A D : Obtaining Velocity Distribution using a Xenon Ion Line with Unknown Hyperfine Constants, 40th AIAA Plasma-dynamics and Laser Conference June, AIAA-2009-4226, 2009.
- 11) Nishiyama, K., & Kuninaka, H. (2008). Microwave power absorption coefficient of an ECR xenon ion thruster. *Surface and Coatings Technology*, 202(22–23), 5262–5265.
- 12) D. M. Goebel, I. Katz, *Fundamental of Electric Propulsion*, JPL Space Science and Technology Series, Wiley, New Jersey, 2008.
- 13) Yamashita, Y., Tsukizaki, R., Yamamoto, Y., & Koda, D. (2018). Azimuthal ion drift of a gridded ion thruster.