STEP-2013-076 「３次元静磁場・静電場ソルバーの開発」

○八田真児（ＭＵＳＣＡＴスペース・エンジニアリング株式会社）

Abstract

筆者らは８段の八分木格子を備えた静電・静磁粒子コードを開発した。このコードは最も細かい格子と最も粗い格子では１２８倍の倍率を確保出来るため、能動粒子放出を含めた全機解析が可能であると同時に、複雑な流入境界条件に対応可能である。また、電子については粒子扱いと流体扱いの両方が可能である。

1. 背景および目的

MUSCAT スペース･エンジニアリング（株）では、帯電解析ソフトウェア“ＭＵＳＣＡＴ”の維持、拡張を継続中である。このソフトウェアの特徴は衛星表面の帯電を含む、浮遊電位の全機解析が可能なことにある。また、能動的な粒子放出も模擬可能である。しかしながら、WS 上での高速解析を指向した結果、空間の分割数は等間隔直交格子で 128 x 256 x 128 に限定され、詳細解析に十分とはいえない。これを解決するためには８分木多重格子の導入が不可欠である。そこで 2013 年より格子生成器、Poisson ソルバー、粒子運動などの技術要素の開発を進めてきた。2014 年は電子の扱い、ならびに粒子衝突について開発したのでこれを報告する。

2. 開発手法

開発言語は Fortran90 準拠の Intel Fortran©である。このコンパイラに標準搭載されている並列計算手法である OpenMP を採用する。これは現在多くのコンピューターが採用している、Symmetric Multi Processor、つまり全てのコアが全く対等な関係にある CPU システムに対応する並列化手法である。目下のところ、１ノードに多数のコアとメモリを搭載した商用ワークステーションを、最も低コストで並列化計算に利用する手段と考えられる。技術要素の多くを OpenMP による並列化を前提として開発した。

格子生成器、Poisson ソルバー、粒子運動ソルバーについては、2014 年中に 8 段全てについて妥当性検証を完了した。

3. 粒子衝突の取扱い

粒子運動に新たに粒子衝突を導入した。並列化に配慮して修正南部法を採用している。[1] 導入した衝突の種類を表１に示す。

表１　衝突の組み合わせ

28通り	Xe	Xe_CEX	Xe^{+}	Xe^{+}_CEX	Xe^{2+}	Xe^{2+}_CEX
Xe	MEX	MEX	MEX CEX	MEX CEX	MEX CEX2 CEX	MEX CEX2 CEX
Xe_CEX	MEX				CEX	CEX
Xe^{+}	MEX CEX					
Xe^{+}_CEX	MEX CEX					
Xe^{2+}	MEX CEX2 CEX	CEX				
Xe^{2+}_CEX	MEX CEX2 CEX	CEX				

表において、赤字による表示は導入済みの反応、青字は導入予定の反応を示す。CEX は電荷交換衝突、MEX は弾性衝突である。また、例えば Xe^{+}は Xe の 1 価イオン、Xe^{+}_CEX は CEX（電荷交換）衝突によって生じた 1 価イオンを表す。このように、本コードでは CEX によって生じたイオンはそれ以外のイオンとは別の粒子種として取り扱う。

4. 電子の取扱い

本コードでは、粒子コードとしてイオン、電子、中性粒子を分け隔てなく取り扱うことが可能である。一方、プラズマ密度が高くデバイ長さが短い領域では流体としても取り扱えることが望ましい。そこで新たに流体として取り扱う機能を Boyd らによる方法を参考に実装した。[2] 定式化は次の通りである。

電子数の式

$$\nabla \cdot (n\mathbf{v}_e) = \dot{n}_e \qquad (1)$$

電子の運動量の式

$$\begin{aligned} &en_e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) - \nabla \cdot \mathbf{p}_e \\ &-mn_e(\mathbf{v}_e \cdot \nabla)\mathbf{v}_e = \mathbf{R} = {en_e\mathbf{j}}/{\sigma} \end{aligned} \qquad (2)$$

電子のエネルギーの式

$$\nabla\cdot\left[\frac{5}{2}p_e\mathbf{v}_e+\kappa\nabla T_e\right]=\mathbf{E}\cdot\mathbf{J}_e-n_e eU_i$$

(3)

$$n_e=n_i \qquad (4)$$

流れポテンシャル関数ψ=$n_e\mathbf{v}_e$を導入することによって、式(1)は

$$\nabla\cdot\nabla\psi=\dot{n}_e \quad (1)'$$

式(2)は両辺の発散をとることにより、

$$\nabla\cdot\left[\frac{\sigma}{en_e}\left[en_e\nabla\phi-\nabla\cdot\mathbf{p}_e\right]\right]=0 \quad (2)'$$

と変形できる。(1)'はψの、(2)'はϕの、(3)はT_eの Poisson 方程式に帰着可能であるので、Poisson ソルバーによって解く。

5. 実装上の問題

以下、実装の段階で見出された知見について述べる。

一つ目は粒子の能動放出境界から十分遠方においても、それぞれのセルに存在する粒子数のばらつきが見られた。当然のことであるがビームが発散しない場合には顕著である。この現象は粒子の物理量を保存する配列に無駄が多いことを意味するため、WS などの比較的に安価なシステムを用いる場合には深刻な問題となりやすい。これを防ぐには、ビームを包含する比較的に目の細かい格子を、ビームが外部境界に到達する部分まで拡張することである程度は緩和が可能である。そのため、細かい格子が粗い格子の内部に包含されるだけでなく、外部境界を共有可能なようにコードを設計することが望ましい。

二つ目は式(4)の扱いについてであるが、粒子の密度のばらつきにより、ある格子点において n_i=0 となる確率は 0 ではない。式(1)'では右辺が 0 の Laplace 方程式の解としてψが与えられ、式(2)'では n_e=0 に際しては電界の Laplace 方程式を適用可能である。しかし式(3)では代替の電子温度の方程式が存在しないため、方程式が破綻する。n_e についてスムージングを適用するなり、リミッターを設けるなりすることは可能であるが、いずれの場合も自己無頓着には解けない。　電子については、極力、粒子扱いが望ましいと考えている。

6. 結論

図 1 に試験的にイオンビームを模擬した能動放出の計算例を示す。今後は妥当性評価を実施する。

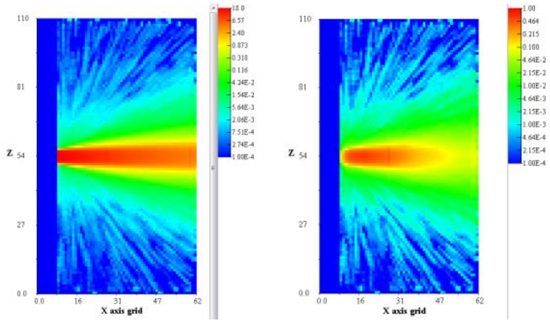

図 1　イオンビームと CEX イオンの分布
（左：イオンビーム、右：CEX イオン）

参考文献

[1] 南部健一、「ボルツマン方程式の確率解法 II」、東北大学流体研究所報告、第 7 巻、1996 年.

[2] Tailer D. Huismann and Iain D. Boyd,"Assessment of Differential Cross-sections for Hall-thruster Plume Simulation," IEPC-2011-227, Weisbaden, Germany, September 11-15, 2011.