

パルス作動MPDスラスタの 放電室形状最適化に向けた研究

後藤 拓也^{*1}・中根 昌克^{*2}・石川 芳男^{*2}・窪田 健一^{*3}・船木 一幸^{*3}

記号の説明

B	: 磁束密度ベクトル
e	: 電気素量
E	: 電場ベクトル
δE	: 電子から重粒子へのエネルギー緩和
ΔE	: 投入エネルギー
F	: 推力
g	: 重力加速度
H_{in}	: 投入エンタルピ
\bar{I}	: 単位テンソル
I_b	: インパルス・ビット
I_{sp}	: 比推力
J_{in}	: 投入電流
J_{max}	: 最大電流
\mathbf{j}	: 電流密度ベクトル
k	: ボルツマン定数
\dot{m}	: 推進剤流量
Δm	: マスショット
n	: 数密度
p	: 圧力
t	: 時間
T	: 温度
T_{on}	: 放電時間
\mathbf{u}	: 流速ベクトル
U	: 内部エネルギー
V	: MPD 合計放電電圧
V_{bulk}	: バルク電圧
V_{sh}	: シース電圧
Z	: 電気抵抗
η_{th}	: 推進効率
λ	: 熱伝導率
μ_0	: 真空中の透磁率
ρ	: 質量密度
ρ_i	: イオン生成率
σ	: 電気伝導率
τ	: 時定数
$\bar{\tau}$: 粘性応力テンソル
Φ	: 散逸係数
添字	
e	: 電子
h	: 重粒子
i	: イオン

1. はじめに

近年の宇宙開発の進展に伴い、長距離大輸送システムの構築が求められている。このようなミッションの主推進機には、高い比推力のみならず、高い推力密度が要求される。電気推進機は化学推進機より優れた比推力を持つことから、深宇宙探査での活躍が期待されるが、中でも MPD スラスタ (Magneto-Plasma-Dynamic Thruster :

MPDT) は比較的高い比推力と推力密度を併せ持つことから、将来の有人探査機への採用候補に挙げられている。しかし推進効率の低さを理由に、現段階では実用には至っていない。

MPDT は内部で放電を行う放電室形状を変化させることで、流れ場に影響を与えその性能が改善できることが知られている¹⁾。そこで我々は自己誘起磁場型 MPDT を対象に、数値解析と最適化手法を用い、推進効率を最大化させる放電室形状の獲得を目的としてきた。

過去の研究^{2,3)}において、実験結果との誤差を狭めるための厳密化した計算モデルを用いた最適化や、より高い推進効率が望める水素を推進剤とした最適化を行った。一方で、これらの最適化では電流値を一定とする定常作動を前提としていた。そのような MPDT はメガワット級の電力が投入されことから、放電室内は極めて高温な状態に晒される。これを解決する手法のひとつとして、パルス作動で放電させることが挙げられ、実験においても多くの場合この手法が採用される。

パルス作動においては定常作動にはない現象による差異が生じ、スラスタ形状の最適解も異なることが予想される。そこで本研究では、パルス作動の MPDT を数値計算上で再現する。そして形状最適化への前段階として、定常作動とパルス作動における、物理現象と放電室形状の特性の変化について調査を行う。

2. MPD スラスタ

MPDT は Fig. 1 のように中心に棒状の陰極を、これを取り囲むように陽極を配置している。スラスタ前方より流入する推進剤は、アーク放電によって電離し、プラズマ状態となる。これによりスラスタ内は電導状態となり、数千 A~数万 A の電流によって電場が形成される。さらに陰極にはスラスタ後方への電流による自己誘起磁場も形成される。この電場と磁場の相互作用によって、推進剤はスラスタ後方へと加速される (電磁力的推力)。また陽極がノズルの役割を果たすことから、膨張推力も得ることができる (気体力学的推力)。

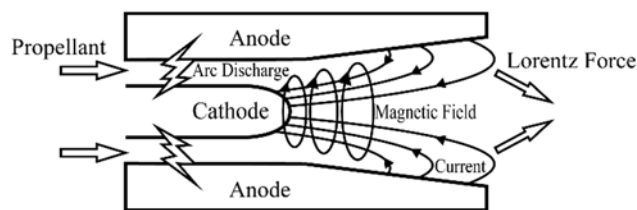


Fig. 1 MPDT の作動原理

*1 日本大学大学院理工学研究科航空宇宙工学専攻

*2 日本大学理工学部航空宇宙工学科

*3 宇宙航空研究開発機構

3. モデル設定

3.1. 流れ場のモデリング

本研究は放電室形状最適化という目的を掲げており、これの達成のために実現現象を崩さない程度のモデル化を図る。そこで、既に最適化を成した過去の研究²⁾で用いた計算コードを応用する。モデル化の仮定は以下のとおりである。

- ◇ 流れは2次元軸対称流
- ◇ 熱伝導性と粘性を考慮
- ◇ 重粒子温度と電子温度の2温度モデルを採用
- ◇ 非平衡電離は電磁衝突によるのみ生ずる
- ◇ ホール効果を考慮
- ◇ シース電圧は電流に応じ最大20Vとして考慮
- ◇ 壁面は等温性を考慮
- ◇ 2価電離までを考慮
- ◇ 電子圧力勾配を考慮

3.1.1. 支配方程式

流れ場の計算に用いる支配方程式は以下を用いる。

- ・質量保存則

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

- ・イオンの質量保存則

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{u}) = \dot{\rho}_i \quad (2)$$

- ・運動量保存則

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u} + p \mathbf{I}) = \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \nabla \cdot \bar{\tau} \quad (3)$$

- ・重粒子エネルギー保存則

$$\frac{\partial U_h}{\partial t} + \nabla \cdot (U_h \mathbf{u}) = -p_h \nabla \cdot \mathbf{u} + \Phi + \nabla \cdot (\lambda_h \nabla T_h) + \delta E \quad (4)$$

- ・電子エネルギー保存則

$$\frac{\partial U_e}{\partial t} (U_e + U_i) + \nabla \cdot \{ (U_e + U_i) \mathbf{u} \} = -p_e \nabla \cdot \mathbf{u} + \frac{\mathbf{j}^2}{\sigma} + \nabla \cdot (\lambda_e \nabla T_e) + \frac{5k}{2e} \mathbf{j} \cdot \nabla T_e - \frac{1}{en_e} \mathbf{j} \cdot \nabla p_e - \delta E \quad (5)$$

- ・誘導方程式

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (6)$$

$$= -\nabla \times \frac{1}{\mu_0} \left\{ \frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{B} + \frac{1}{en_e} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \right\} - \frac{1}{en_e} \nabla p_e$$

- ・状態方程式

$$p = n_h k T_h + n_e k T_e \quad (7)$$

- ・オームの法則

$$\mathbf{j} = \sigma \left(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} - \frac{1}{en_e} \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \frac{1}{en_e} \nabla p_e \right) \quad (8)$$

なお粘性係数、熱伝導度、電気伝導度については、文献⁴⁾を参考にする。

3.1.2. 電離モデル⁴⁾

本研究では2価電離を再現するため、以下の式(9)を用いる。

$$\dot{\rho}_i = m(k_f n_{i-1} n_e - k_b n_i n_e^2) \quad (9)$$

ただし $\dot{\rho}_i$ はイオン生成率、 m は中性粒子質量、 k_f と k_b はそれぞれ前進・後進反応速度係数であり、1価、2価のそれぞれの場合において、以下の式(10)のように定義

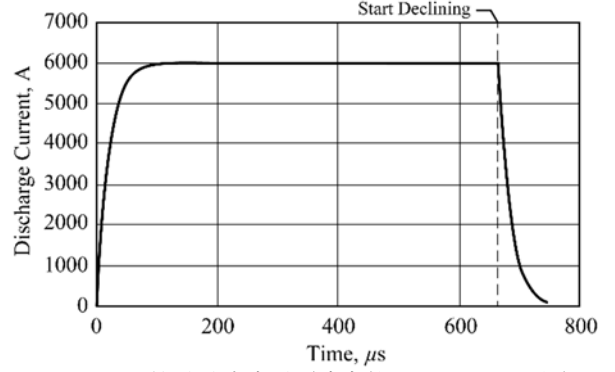


Fig. 2 放電電流波形 (時定数を10μsとした例)

される。なお、 g_i は縮退度、 V_i は電離エネルギーである。また添字 i は電荷価数であり、本研究では2価電離までを考慮するので、その値は1ないしは2が当てはまる。

$$\begin{aligned} k_f|_{i=1} &= 2.42979 \times 10^{-16} \cdot t_e^{1/2} \cdot \exp \left[\frac{-1.82725 \times 10^5}{t_e} \right] \\ k_f|_{i=2} &= 4.37662 \times 10^{-19} \cdot t_e \cdot \exp \left[\frac{-1.84000 \times 10^5}{t_e^{0.948}} \right] \\ k_b|_{i=1} &= \frac{k_f|_{i=1}}{4.83 \times 10^{21} \cdot t_e^{3/2} \cdot g_1 \cdot \exp \left[-1.16 \times 10^4 \cdot V_1 / t_e \right]} \\ k_b|_{i=2} &= \frac{k_f|_{i=2}}{4.83 \times 10^{21} \cdot t_e^{3/2} \cdot g_2 / g_1 \cdot \exp \left[-1.16 \times 10^4 \cdot V_2 / t_e \right]} \end{aligned} \quad (10)$$

3.1.3. 初期条件・壁面条件⁵⁾

質量流量は入口で固定し、放電開始直前はスラスト内に推進剤が300Kの定常流で存在しているものとする。放電開始以後は、推進剤の急激な加速、電離などの複雑な過程を簡単に再現するため、重粒子温度と電子温度、電離度を入口条件として与える。そして放電直後は、それらが入口条件にまで瞬時に上昇するものとする。なお電離度については、放電開始直後は初期電離度と同一とし、その後は電流に比例して最大入口電離度まで上昇していくものとする。

壁面における重粒子温度は陽極・陰極表面上において、それぞれ1300K、2500K以上では等温として固定とする。また、電子温度については断熱条件とする。

3.2. パルス作動のモデリング

本研究では、1度のパルス放電のみを再現する。なお、放電中のMPDT内の推進剤流速はおよそ数km/sから数十km/sとなり、流体の特性時間と同程度となる。これを踏まえ、放電電流波形は以下の式で定義した(Fig. 2)。

$$\begin{aligned} \text{電流上昇時} \quad J_{in} &= J_{max} \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right) \right\} \\ \text{電流下降時} \quad J_{in} &= J_{max} \cdot \exp \left(-\frac{t'}{\tau} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

ただし t' は電流下降開始からの時間である。またこの式で与えられる放電開始直後の電流値は非常に小さく、計算が不安定になるので、 $J_{in} < 100A$ は $J_{in} = 100A$ とした。

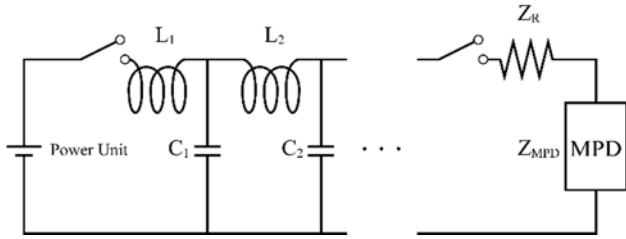


Fig. 3 Pulse Forming Network

Table 1 計算条件

推進剤	Argon
推進剤流量	0.8 g/s
最大放電電流	6000 A
最大シース電圧	20 V
放電時入口重粒子温度	5000 K
放電時入口電子温度	8000 K
放電開始時入口電離度 (初期電離度)	0.1
最大入口電離度	0.5
コンデンサ合計静電容量	2400 μ F
メッシュ数 (軸方向 \times 半径方向)	スラスタ内 ブルーム領域内
	70 \times 40 35 \times 70

式 (11) のようなパルス放電を模擬するため、実験⁶⁾を参考に静電容量 200 μ F のコンデンサを使用した 12 段梯子回路の Pulse Forming Network (PFN) を想定する (Fig. 3). Z_{MPD} は MPDT の, Z_R はそれ以外の電気抵抗値である. Z_R は実験と予備計算による放電時間から決定し、簡単のために 330m Ω で固定とした. これと総静電容量により放電時間が決まり、時定数を 1 μ s としたとき、おおよそ 0.8ms となる.

3.3. 計算条件

計算条件は、前節の仮定および文献^{2, 5, 6)}を参考に Table 1 のように設定した. シース電圧は形状に依らず、放電電流の比に応じて変動する.

3.5. 評価方法

パルス作動は定常作動と異なり、時間経過に伴う性能値の変動があり、1 度のパルス放電にわたって評価する必要がある. そのため、本研究では 1 パルスあたりの運動量変化であるインパルス・ビットを基礎に、比推力や推進効率を定義した. 以下にその式を示す.

- ・インパルス・ビット

$$I_b = \int_0^{T_{on}} F dt \quad (12)$$

- ・比推力

$$I_{sp} = \frac{I_b}{\Delta mg} \quad (13)$$

- ・推進効率

$$\eta_{th} = \frac{g}{2} I_{sp} \frac{I_b}{\Delta E} \quad (14)$$

- ・マスショット

$$\Delta m = m_0 + \dot{m} T_{on} \quad (15)$$

- ・投入エネルギー

$$\Delta E = \int_0^{T_{on}} \{H_{in} + J_{in}(V_{bulk} + V_{sh})\} dt \quad (16)$$

ただし m_0 は放電直前に放電室内に存在する推進剤質量である.

3.6. 使用した形状

本研究で使用する形状は、以下の 4 種である. 形状 A

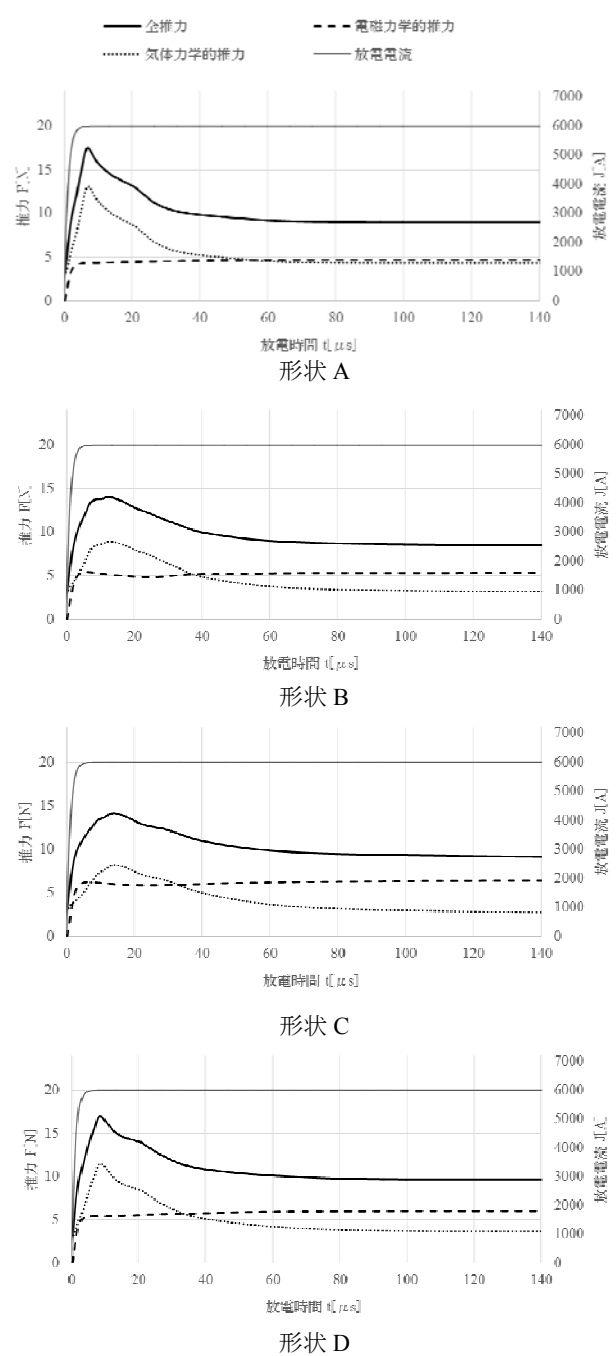


Fig. 4 各推力、放電電流の経時変化

は過去の定常作動における形状最適化²⁾において、推進効率が最大の形状であり、形状 B は電磁学的推力が最大であったものである. 形状 C, D はそれぞれ、形状 B から入口半径と陰極長を変化させた形状である.

4. 結果・考察

Table 2, Fig. 4 に今回の計算において得られた、各形状の性能値および放電時間に対する推力と放電電流を示す. Fig. 4 は放電開始後 140 μ s までの時間領域を拡大して示している. なお、電流波形の時定数はすべての形状において 1 μ s としている.

本計算の結果では、従来の計算に比べ放電電圧が小さい値になった. これはパルス放電を再現するために、電

Table 2 各形状における性能値

	形状A	形状B	形状C	形状D
推進効率	26.0%	28.2%	25.1%	29.0%
比推力	997.9s	1003.6s	942.3s	1062.0s
インパルス・ビット	7.33mN・s	7.45mN・s	6.95mN・s	7.87mN・s
投入エネルギー	137.8J	129.9J	127.7J	141.2J
放電時間	800.6s	800.1s	800.1s	801.1s

離エネルギーの無次元量の算出方法に修正を加えたことによる。定常作動の計算では問題とならなかったものがあるが、パルス作動では数値的処理が適切ではなかった。

4.1. パルス作動と定常作動（形状Aと形状B）

形状Aは入口半径が比較的小さく、陰極が短い。このような特徴を持つ形状は、気体力学的推力が大きくなる傾向があることで知られている。形状Bは、入口半径が大きく、陰極が長い。このような特徴を持つ形状は、電磁学的推力が支配的になる傾向が知られている。

まずTable 2からは、形状Bはいずれの性能値を取っても形状Aよりも優れていることがわかる。長陰極の形状は電圧が下がりやすいことから、投入エネルギーが小さくなる。しかしそれ以上に大きなインパルス・ビットを得たことにより、比推力と推進効率も改善された。

Fig. 4を見ると、最大の推力は形状Aで18N近くまで達しているのに対し、形状Bは15N程度に留まっている。しかし形状Aはその後すぐに下がるのに対し、形状Bは緩やかである。結果、推力の時間積分となるインパルス・ビットの値では、形状Bの方が優れた値となった。Fig. 5は各形状におけるインパルス・ビットの内訳を示したグラフである。形状Bはインパルス・ビットを稼いだ全放電時間の内、電流上昇時に占める割合が形状Aよりも高くなっている。すなわち、定常作動の計算では考慮されない、電流上昇時に生じる流れ場の挙動が、この結果を得ることとなった。

Fig. 6に各形状における圧力分布および電流経路を示す。時間は順に、形状A、形状Bにおいてそれぞれ推力が最大となる $t=7\mu\text{s}$ 、 $t=14\mu\text{s}$ 、および $30\mu\text{s}$ の3種である。スラスト断面形状は軸対称であるから、図にはその上半分のみを示している。推進剤は、左方から流入する。

形状Aは、電流が入口に集中しやすくまた半径も小さいことから、 $7\mu\text{s}$ において高い圧力が生じ、衝撃波を形成している様が見てとれる。これが瞬間的に高い推力を得た要因となった。しかしその後の $30\mu\text{s}$ では、低圧で圧力差のほとんど無い領域が広がり、ノズルの出口付近では、推進剤の加速に寄与できていない。一方の形状Bでは、長陰極のために電流が分散しまた入口半径が大きいことから、 $7\mu\text{s}$ での圧力は形状Aの高々半分程度である。しかしその後 $14\mu\text{s}$ に時間を進めても、最大の圧力を下げることなく、その領域を拡大していることがわかる。つまり、形状Aは高い圧力が生じるものの、短時間で推進剤を外部に排出したために、推力がすぐに落ち込んだ。一形状Bは大きめの入口半径と、長陰極によって電流が分散し、推進剤が比較的長い時間を掛けて排出、結果として高いインパルス・ビットを得られた。また長陰極であることによる高い電磁学的推力が、定常作動において推進効率最大だった形状Aよりも、優れた性能を得る結果に繋がった。

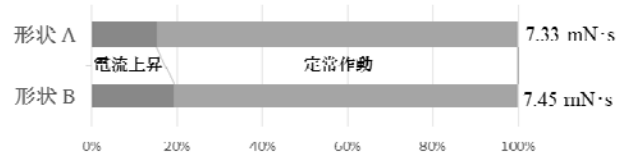


Fig. 5 形状A, Bのインパルス・ビットの内訳

4.2. 設計寸法の影響

形状の設計寸法の影響を調査する。ここでは形状A, Bで大きく異なっていた入口半径と陰極長を取り上げる。形状Bから入口半径を小さくした形状Cと、陰極長を短くした形状Dの性能値について評価する。

4.2.1. 入口半径の影響（形状C）

形状CはBよりも入口半径が小さくなり、電圧が下がることによって投入エネルギーが低下した。またFig. 4より、得られる最大の気体力学的推力が高くなっていることがわかる。しかし自己誘起磁場を形成する空間領域が小さくなる弊害が生じ、長陰極形状の特徴である電磁学的推力は小さくなった。結果、形状Bと最大推力は同程度となり、定常作動領域ではむしろ低下し、性能値は低い結果となった。

4.2.2. 陰極長の影響（形状D）

Fig. 6から形状Dの圧力分布は形状Aと同様に、衝撃波を形成している。入口付近の圧力も高く、推進剤が短時間で排出され、気体力学的推力の低下も形状Bに比べ、早く定常作動の値まで下がっている。しかし形状Aとは異なり入口半径は大きく、自己誘起磁場を大きくした。投入エネルギーは4形状の中で最大であったが、それ以上の高いインパルス・ビットが得られ、ひいては推進効率の改善に繋がった。

4.3. 時定数の影響

以上の考察では時定数を $1\mu\text{s}$ とする結果を取り上げたが、 $10\mu\text{s}$ 、 $20\mu\text{s}$ の場合でも、4種の形状の性能値の大小関係は $1\mu\text{s}$ の場合と同様であった。ただし時定数が大きい程、推進剤の加熱に時間を要し、放電室内の高圧の領域はそれぞれの形状において、すべて減少の傾向を示した。これは、放電開始後に得られるインパルス・ビットの影響が小さくなることを意味する。

4種の形状で最も推進効率が高かった形状Dは、時定数を上げるほど他の形状よりも推進効率は大きく下がった。形状A, Cの下がり幅はほぼ同等であり、下がり幅も小さかったことから、時定数がある一定の値まで大きくなると、スラストの最適形状は過去に得られてきた定常作動の結果に近づくことが示唆される。確保できたことから、電磁学的推力も高い割合で得られてきた定常作動の結果に近づくことが示唆される。

5. 結論

今回の調査によって、定常作動における最適形状が必ずしもパルス作動においても最適でないことが示された。パルス作動においては、電流の立上がり時に、大きなインパルス・ビットが得られる、すなわち入口半径が大きく、陰極が短い形状が、有利となることがわかった。今後は放電電圧の適切な評価が行えるよう、形状最適化を目指す。

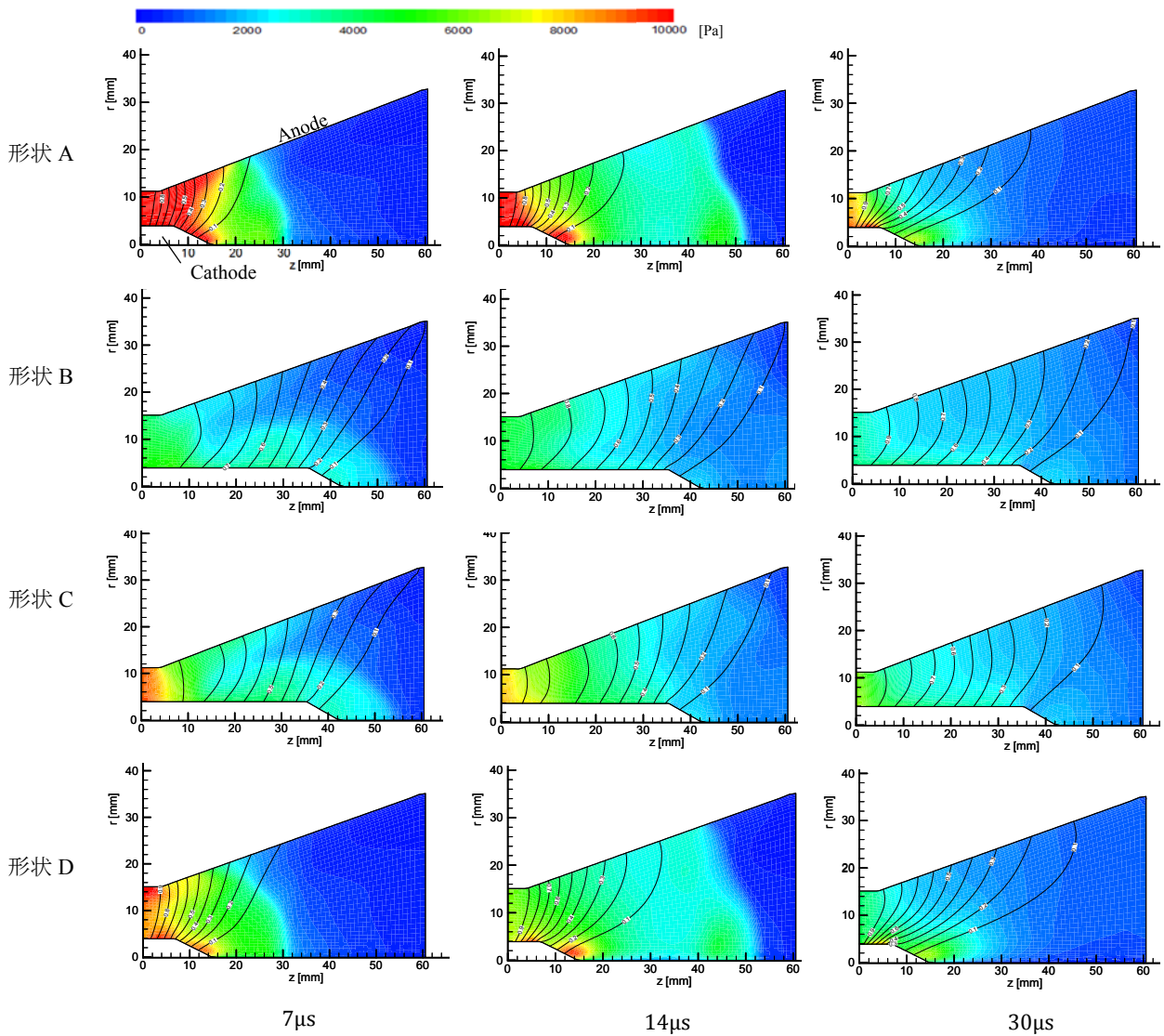


Fig. 6 圧力分布および電流経路の変化

参考文献

- 1) 栗木恭一・荒川義博[編]: 電気推進ロケット入門, 東京大学出版会, 2003
- 2) 井戸田拓也: 厳密化した計算モデルを用いたMPDスラスターの放電室形状最適化, 日本大学大学院修士論文, 2014
- 3) 加藤友記, 中根昌克, 石川芳男, 窪田健一, 船木一幸: 水素を推進剤とするMPDスラスターの放電室形状最適化, 第58回宇宙科学技術連合講演会講演集, JSASS-2014-4506, 2014
- 4) Kubota K.: Numerical Study on Plasma Flowfield and Performance of Magneto-plasma-dynamic Thrusters, Ph.D. thesis: Tokyo institute of Technology, 2009
- 5) 窪田健一, 薄井由美, 船木一幸, 奥野喜裕: パルス作動MPDスラスターにおける電流波形及び推進剤種の影響に関する数値的研究, 日本航空宇宙学会論文集, Vol.57, No.671, pp.486-492, 2009
- 6) 宮崎兼治: 準定常自己誘起磁場型MPDスラスターの作動特性に関する研究, 東海大学2012年度卒業論文, 2013