# ホローカソードのプラズマ解析に向けた Hybrid-PIC コードの開発

Development of a Hybid-PIC Code for Plasma Analysis of Hollow Cathode

窪田健一<sup>1</sup>, 大塩裕哉<sup>1</sup>, 渡邊裕樹<sup>2</sup>, 張科寅<sup>1</sup>, 大川恭志<sup>1</sup>, 船木一幸<sup>1</sup>

1宇宙航空研究開発機構, 2首都大学東京

# 1はじめに

近年、全電化衛星や小惑星捕獲ミッションを念頭に置いた大電力ホールスラスタの研究開発が国内外で活発化しており、それに伴い数 10A-100A 級のホローカソード(図 1)の必要性が高まりつつある[1]。JAXA においてもホローカソードの研究開発は実施されてきたが、現状では 15A 級のものに留まるため、さらなる大電流化が求められる[2]。

大電流ホローカソードの研究では NASA の JPL (Jet Propulsion Laboratory) が世界的に先行しており、高速ス キャニングプローブを有するカソード専用チャンバで取 得された豊富な実験データが存在する[3]。また、数値解 析コード(流体モデル)の開発も並行して進められてお り、実験結果の理解に利用されている[4]。近年はキーパ 一損耗の原因に関する議論が活発化しており、イオン音 波不安定性により生じた高エネルギーイオンがスパッタ リングを引き起こしている可能性が高いことが示唆され た[5]。

本研究では、流体モデルよりも正確にスパッタリング 現象を扱うことができると期待される粒子モデルコード を開発することで、放電特性に関する知見を得ると共に、 堅牢で高性能なカソード開発に資することを目指す。中 性粒子に関してもカソード内外のクヌッセン数は 0.1 以 上であり、希薄気体効果を導入するにあたり粒子モデル が適切であると考えられる。本稿では数値解析モデルの 詳細を説明し、放電開始直後のプラズマ挙動について議 論する。最後に大電流作動を解析するための課題につい て述べる。

# 2 モデリングと解析条件

## 2.1 モデリング

先述の通り、イオン及び中性粒子は粒子としてモデル 化するが、電子については計算負荷低減のために流体モ デルで記述する Hybrid-PIC (Particle In Cell) モデルを適 用する。イオンは PIC 法により時間発展を追跡し、粒子 間の衝突は DSMC (Direct Simulation Monte Carlo) によ



図1 ホローカソードの概念図

り考慮した。粒子間衝突としては、中性粒子同士、中性 粒子-イオン、イオン-イオンの弾性衝突、及び荷電交換 衝突(CEX)を考慮した。

電子の速度 $u_e$ はdrift-diffusionモデルを用いると以下のように表すことができる。

$$\boldsymbol{u}_e = -\mu_e \boldsymbol{E} - \frac{\mu_e}{e} \frac{\nabla p_e}{n_e} \tag{1}$$

ここで、µ<sub>e</sub>、**E**、n<sub>e</sub>、p<sub>e</sub>はそれぞれ移動度、電場、電子数 密度、電子圧力を表す。準中性条件を仮定することで、 電子数密度はイオン PIC から与える。移動度の算出にあ たり必要となる電子の衝突周波数の評価の際には、イオ ン音波不安定性に起因する異常抵抗モデルを用いた[4]。

$$v_{eh} = v_{en} + v_{ei} + v_{anm}, \ v_{anm} = \alpha \omega_{p,i} \frac{|\boldsymbol{u}_e|}{a_i}$$
(2)

ここで、ω<sub>p,i</sub>、a<sub>i</sub>はそれぞれイオンプラズマ振動数、イオ ン音波速度を表す。αは定数である。v<sub>ann</sub>は電子温度とイ オン温度の比が係数として掛けて表現されることが一般 的だが、JPLの解析に倣いそれらは定数αに含めた。式(1) と電流保存式を用いることで、電位φを解くためのポア ソン方程式が得られる。

$$\nabla \cdot n_e \mu_e \nabla \phi = \nabla \cdot \left( n_e \boldsymbol{u}_i + \frac{\mu_e}{e} \nabla p_e \right)$$
(3)

ここで、*u*<sub>i</sub>はイオン速度を示し、イオン PIC から与えられる。将来的に磁場の効果を含めることを考慮した場合、

式(3)は反復法で解くことが困難となることが予見されるので、予め直接解法を用いたコードを作成した。離散化には Galerkin の有限要素法を用いた。電子温度 *T<sub>e</sub>*については定常状態を仮定したエネルギー保存式を解くことで求められる。

$$\nabla \cdot \left(\frac{5}{2}n_e k T_e \boldsymbol{u}_e + \boldsymbol{q}_e\right) = \boldsymbol{j}_e \cdot \boldsymbol{E} - Q_{ion} - Q_{exc} \tag{4}$$

ここで、 $q_e$ 、 $j_e$ 、 $Q_{ion}$ 、 $Q_{exc}$ はそれぞれ熱流束、電子電流 密度、電離エネルギー、励起エネルギーを表す。式(4)の 解法については式(3)と同様の取り扱いとした。

### 2.2 解析領域

実験データが豊富に存在する JPL の 1.5cm 級カソード と同じサイズの放電室を解析対象とする[1]。図 2 に解析 領域を示す。本解析では流れ場は軸対称流であると仮定 した。放電室内のイオン同士のクーロン衝突の平均自由 行程は 10<sup>5</sup> m 程度と予想されるが、計算負荷低減のため に計算格子幅は 10<sup>4</sup> m 程度とした。これにより若干の数 値的な粘性が加わることと予想される。格子幅が代表長 に比べ十分細かいことから、それが最終的な解に与える 影響は小さいと期待されるが、その影響評価は今後の課 題である。

解析領域は粒子数が同程度となるように動的に分割し、 MPIにより粒子の移動を並列的に処理することで計算の 効率化が図られている。



#### 2.3 境界条件

本モデルでは準中性条件を仮定したため、壁面シース

はモデル化して扱う必要がある。図3に示すようにシー ス端を解析領域端と見なしたとき、シース端における電 子流束は以下の式で与えられる。

$$n_e \boldsymbol{u}_e \cdot \boldsymbol{n} = \frac{1}{4} n_e \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} \exp\left(-\frac{e\phi_{sh}}{kT_e}\right) - \frac{j_{em}}{e}$$
(5)

右辺第一項はバルクからのプラズマ電子損失を表す。右 辺第二項は熱電子の寄与を表し、Richardson-Dushmanの 式で与えられる。

$$j_{em} = AT_c^2 \exp\left(\frac{-e\phi_{eff}}{kT_c}\right), \quad \phi_{eff} = \phi_w - \sqrt{\frac{e|E_c|}{4\pi\varepsilon_0}} \quad (6)$$

ここで*T<sub>c</sub>、E<sub>c</sub>*はそれぞれ陰極表面温度、陰極表面電場を 示す。表面電場はガウスの法則から得られるポアソン方 程式をシース内部で積分することで、その評価式が得ら れる[6]。インサート温度分布については、温度の最大値 で規格化された JPL の測定プロファイルを適用した[4]。

カソードチューブのオリフィス表面では熱電子が存在 しないため、式(5)において右辺第二項を無視した式を課 した。また、キーパー電極上では JPL の実験条件に倣い 浮遊条件、すなわちイオン流束と電子流束が等しいとい う条件を課した。解析領域の右端境界ではバイアス電圧 を与え、一方でプルーム領域上側境界では電子流束はな いものと仮定した。

電子の熱流束はインサート表面のシース端で以下のよ うに表される。

$$q_{e} = \frac{1}{4} n_{e} \sqrt{\frac{8kT_{e}}{\pi m_{e}}} \exp\left(-\frac{e\phi_{sh}}{kT_{e}}\right) (2kT_{e} + e\phi_{sh}) - \frac{j_{em}}{e} (2kT_{c} + e\phi_{sh})$$
(7)

オリフィスやキーパー表面では右辺第二項は無視した式 を用いた。

イオン及び中性粒子は壁面において拡散反射するもの とし、その際の熱適合係数は1と仮定した。プルーム境 界においては、中性粒子は流出条件を課した。一方で、 遠方での電位はカソード出口に比べ高電位であることが 計測により示唆されていることから[7]、イオンについて は反射条件を課した。カソードチューブとキーパーの間 の空間にはヒーターやヒートシールドなどが本来配置さ れるが、本解析では詳細な取り扱いは避け、図2に示す ように空間上端において粒子には鏡面反射条件を課した。

# 2.4 解析条件

本解析で用いた解析条件を表1に示す。インサート材料としてはLaB<sub>6</sub>を仮定し、温度の最大値は1900Kとした。このとき、一様に1900Kの場合、約40Aの熱電子

電流が放出されることとなる。電子温度の計測データに よれば、放電室内では 1-2 eV であり、オリフィス・プル ーム領域を通じて下流に向かい上昇し、アノード近くで 3-5 eV となる傾向が見てとれるため[3]、本解析では上流 端面で1 eV、プルーム境界で3 eV と仮定した計算結果 を示す。

作動ガス	Xe
流量	10 sccm
バイアス電圧	20 V
インサート温度最大値	1900 K
異常抵抗係数(α in Eq. 2)	0.01
入口電子温度	1 eV
プルーム境界電子温度	3 eV

表1 解析条件

# 3結果と考察

#### 3.1 初期条件

本解析の初期電子数密度分布及び電子流線を図4に示 す。中性粒子分布は事前に実施した DSMC 解析結果から 与えており、電子数密度は中性粒子密度の10%と仮定し た。ただし放電室内では一様に1×10<sup>20</sup>m<sup>-3</sup>とした。電子 の流線から、電子はインサート表面からバイアス電圧が 印加されている右端境界に向かって想定通り流れている ことが確認できる。初期状態での放電電流値は24A 程度 であった。



#### 3.2 経時変化

放電開始後、t=15 μs, 27μs 経過したときの電子数密度 及びポテンシャル分布を図 5,6 に示す。t = 15μs のとき、 放電室内部中央付近をピークにもつ電子数密度分布とな る(図 5-a)。その後、電子数密度分布のピークは上流に移 動することが図 5-b からわかる。この理由は図 6-a に示 されるように、上流に向かい減少するポテンシャル勾配 によりイオンが上流側に押し込まれるためであると考え られる。t = 27μs では放電室内のポテンシャルは7 V 程度 でほぼ一様となり、これ以降は多少の変化はあるものの 定性的・定量的に大きな変化は見受けられなかった。放 電室内部に生成されたイオンの初速は中性粒子の速度と 同程度であり、その値は高々数十から数百 m/s であるた め数 V の電位差を乗り越えることはできず上流に移動 するものと考えられる。なお、JPL の電子数密度計測結 果でも同様の傾向、すなわちインサート上流部にてピー クを持つ傾向が見て取れる[1]。放電室内部で生成された イオンは下流に排出されるわけではなく、壁面に向かっ て形成される電場によって壁面に向かって移動し、壁面 上で電子と再結合して中性粒子に戻り、その後再び電離 に費やされるサイクルを繰り返す。



#### 3.3 インサート表面電流

インサート表面に流れる電流には、熱電子、バルクか らのプラズマ電子、壁面に衝突するイオンの3種の寄与 がある。それぞれをt=15 µs, 27µs で比較したものを図7 に示す。ここで、放電室内からインサート表面に向かう 電流値を正として表示した。3種それぞれの寄与の和が 放電電流に等しくなり、その値はt=15 µs, 27µs でそれぞ れ31 A, 14 A であった。各時刻における内訳を見ると、 熱電子電流はインサート温度から見積もられた通り約 40 A の電流が維持されているものの、バルクからのプラ ズマ電子の損失による電流(の絶対値)がt=15 µs から t=27 µs で約11 A 増大することで、正味の電流が減少し たことがわかる。これは、図6に示されるようにt=15 µs からt=27 µs にかけてポテンシャルが放電室内で減少し、 それに伴い壁面シース電圧も減少するため、電子の損失 に拍車がかかったことに起因すると考えられる。



図7 インサート表面電流の内訳

### 3.4 大電流作動の解析に向けて

インサート表面電流の減少の理由として考えらえる放 電室内部のポテンシャルの減少の原因について考える。 図 6-b からポテンシャルはオリフィスの下流部において 急激に減少しており、この付近における電子が受ける抵 抗が電位差を生む原因だと考えられる。そこで、図8に 式(2)に示した電子の衝突周波数の内訳を示す。オリフィ ス入口では異常抵抗と電子-イオン間の衝突が支配的で あるが、下流に進むにつれ異常抵抗が支配的となること がわかる。従って、仮定した異常抵抗係数が過大である 可能性があり、より低い値を用いることでポテンシャル の勾配は緩和されるものと期待される。

また、実際の放電は、定電流回路により維持されてい ることにも注意する必要がある。所定の電流より放電電 流が下回った場合、バイアス電圧が上昇することで所定 の電流を維持する制御機構が備わっており、それと同様 の制御を解析上でも実装する必要があると考えられる。 その際、電流値の変動に追随してインサートの温度も変 化するはずであるが、インサート温度はカソードチュー ブ周囲のヒーター及びヒートシールドの熱設計とも関連 するため、正確には熱解析との連成が必要となると考え られる。



図8 電子の衝突周波数内訳

# 4まとめ

ホローカソード内外のプラズマ解析のための Hybrid-PICコードを開発した。本稿ではインサート温度、 バイアス電圧をそれぞれ1900 K、20 V に固定したときの 放電開始直後のプラズマ挙動について議論した。放電室 内では下流ほどポテンシャルが高くなるため、放電開始 直後にイオンは上流向きに移動する。その後、放電室内 の電位は7 V 程度まで低下してしまい、その結果バルク プラズマ電子の損失が増大し、放電開始直後31 A 程度あ った放電電流が14 A 程度まで減少した。オリフィス下流 におけるポテンシャルの急激な変化は異常抵抗に起因す ると考えられ、今後異常抵抗係数の影響を調べる必要が ある。また、実際の放電は定電流回路によって維持され ており、同様の制御を解析でも模擬する必要があると考 えられる。

#### 謝辞

本研究は JSPS 科研費(26820377)の助成を受けてお ります。

### 参考文献

- 1. D. M. Goebel and E. Chu, "High Current Lanthanum Hexaboride Hollow Cathodes for High Power Hall Thrusters," IEPC-2011-053, 2011.
- Yasushi Ohkawa, Toshiharu Higuchi, Yukio Hayakawa, Katsuhiro Miyazaki, and Hiroshi Nagano, "Observation and Analysis of Graphite Hollow Cathode after 45,000-Hour Life Test," IEPC-2013-364, 2013.
- 3. Dan M. Goebel, Kristina K. Jameson, Ron M. Watkins,

Ira Katz, and Ioannis G. Mikellides, "Hollow cathode theory and experiment. I. Plasma characterization using fast miniature scanning probes," Journal of Applied Physics, Vol. 98, No. 11, 113302, 2005.

- I. G. Mikellides, D. M. Goebel, B. A. Jorns, J. E. Polk and P. Guerrero, "Numerical Simulations of the Partially-ionized Gas in a 100-A LaB<sub>6</sub> Hollow Cathode," IEPC-2013-142, 2013.
- 5. B. A. Jorns, I. G. Mikellides, and D. M. Goebel, "Investigation of Energetic Ions in a 100-A Hollow Cathode," AIAA-2014-3826, 2014.
- I. G. Mikellides, I. Katz, D. M. Goebel, and J. E. Polk, "Hollow cathode theory and experiment. II. A two-dimensional theoretical model of the emitter region," Journal of Applied Physics, Vol. 98, No. 11, 113303, 2005.
- K. K. Jameson, D. M. Goebel, I. G. Mikellides and R. M.Watkins, "Local Neutral Density and Plasma ParameterMeasurements in a Hollow Cathode Plume," AIAA-2006-4490, 2006.