

高周波誘導結合型プラズマ推進機における 推進剤と推進性能の関係

○岩崎雄磨(筑波大・学), 加藤隆寛(筑波大・院), 藤野貴康(筑波大), 船木一幸(ISAS/JAXA)

1. 序論

本研究で対象とする高周波誘導結合型プラズマ推進機 (ICP スラスタ) は, 誘導結合型プラズマ (ICP: Inductively Coupled Plasma) を応用した無電極型の電熱スラスタである. 図 1 に ICP スラスタの概略図を示す. 現在実用化されている電気推進機の一つに DC アークジェットスラスタがあるが, 高エンタルピー状態の推進剤と電極が接触するため, 電極の損耗によるスラスタの劣化が懸念されている [1]. ICP スラスタは推進剤とコイルが接触せず電極の損耗が発生しないため, アークジェットスラスタと比較して高い耐久性を備えると期待される.

ICP スラスタがアークジェットスラスタに代わる電熱スラスタとして適用可能か否かを検討するため, 本研究グループは ICP スラスタを対象に数値解析を実施し, 運転条件と推進性能の関係を示した. 和田ら [2] は, 推進剤に Ar を用いた ICP スラスタを対象に二次元電磁流体解析を行った. その結果, 同一推進剤流量において投入電力を増加させると, 推力密度および比推力は増加する一方, 推進効率は低下することを示した. また, 同一投入電力のもと推進剤流量を増加させると, 推力密度および推進効率は増加し, 比推力は低下することを示した. 投入電力 0.7 kW, 推進剤流量 2.0 g/s において推力密度の最大値約 6.7 kN/m², 投入電力 0.7 kW, 推進剤流量 0.1 g/s において比推力の最大値約 130 s が得られることを示唆した. さらに加藤ら [3] は Ar または He を用いた ICP スラスタを対象に二次元電磁流体解析を行い, 推進剤分子量の小さい He を用いた場合に高い性能が得られることを示した. このとき, 流量 0.5 g/s, 投入電力 1.0 kW の条件において推力密度約 4.4 kN/m², 比推力約 230 s が得られることを示唆した.

しかし, 依然として ICP スラスタの推進性能はアークジェットスラスタよりも低く, 推進性能向上へ向けて更なる検討が必要である. 本研究では推進剤種類の変更に着目し, He よりも分子量の小さい水素を推進剤として用いることで推進性能の向上を図った. ただし, 水素は二原子分子であるため分子の並進温度, 自由電子/電子励起温度に加えて, 回転温度および振動温度を考える必要がある. 分子の回転エネルギーは並進エネルギーと比較的速やかに平衡に達するが, 振動エネルギーとの緩和にはある程度の時間

を要する [4]. そのため, 振動温度を並進回転温度および自由電子/電子励起温度と非平衡に扱う必要がある.

以上の観点から, 本研究では ICP スラスタの推進性能向上を目指し, 並進回転温度, 振動温度および自由電子/電子励起温度を考慮した ICP スラスタの計算コードを構築し, 推進剤に水素を用いた場合の軸対称二次元電磁流体数値解析を行うことで, スラスタ内部の温度非平衡性を確認するとともに, 推進性能を調べることを目的とする. また, アルゴンやヘリウムを用いたときの性能と比較することで, 推進剤種類と推進性能の関係を調べることを目的とする.

2. 解析モデル

本解析では以下のことを仮定する.

- ・ 流路は軸対称形状とする. また誘導コイルは 1 巻のコイルが並列に接続されていると仮定する. そのため流体場, 電磁場ともに $r-z$ 二次元軸対称場と仮定する.
- ・ プラズマは 1 価電離のみを扱う. 取り扱う全粒子種は, 表 1 に示すものとする.
- ・ スラスタ内部のレイノルズ数は 100-1500 程度であり, 流れは全域で層流とする.
- ・ 水素では 3 温度モデルを採用し, 並進回転温度 T_{tr} , 振動温度 T_{vib} , 自由電子/電子励起温度 T_e を独立に扱う. アルゴンおよびヘリウムでは 2 温度モデルを採用し, 並進温度 T_h , 自由電子/電子励起温度 T_e を独立に扱う.
- ・ 重力による影響を無視する.
- ・ スラスタ内部の流体場に入る電力 (ジュール熱の実効値) の合計値が設定した投入電力値になるように, 誘導コイルに流れる電流値を調整する.
- ・ コイル電流は θ 方向成分のみを持ち, 一定の角周波数で正弦波的に時間変化する. また, 電磁場も同一の角周波数で正弦波的に時間変化する.

2.1 基礎方程式

解析で用いる基礎方程式は, 流体場に関する保存式と, 電磁場の誘導方程式から構成される. 本節では H_2 を用いた場合の基礎方程式を示す. なお, 添え字 i, j の番号は 0 : H_2 , 1 : H, 2 : H^+ , 3 : e^- にそれぞれ対応する. 表 2 に示す水素の反応式において, 1~4 は水素分子がそれぞれの粒子種と反応した際に水素の中性粒子が生じる解離反応, 5 は水素の中性粒子が電子と反応し, 水素の一価イオンと電子を生じる電離反応を示す. また, 添え字 s の番号は上記の反応式番号に対応する.

2.1.1 流体場の基礎方程式

本解析で用いる流体場の基礎方程式は, 文献 [5] を参考にしている.

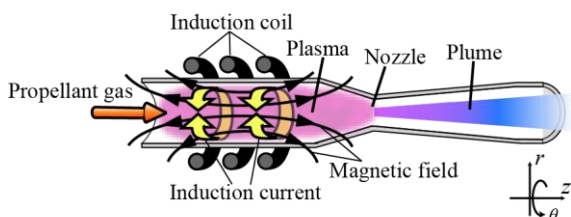


図 1 ICP スラスタの概略図

表 1 解析で考慮する粒子種

Hydrogen	H ₂ , H, H ⁺ , e ⁻
Helium	He, He ⁺ , e ⁻
Argon	Ar, Ar ⁺ , e ⁻

表 2 水素の反応式

No.	水素の解離・電離反応	
1.	H ₂ +e ⁻	↔ H+H+e ⁻
2.	H ₂ +H ₂	↔ H+H+H ₂
3.	H ₂ +H	↔ H+H+H
4.	H ₂ +H ⁺	↔ H+H+H ⁺
5.	H+e ⁻	↔ H ⁺ +e ⁻ +e ⁻

質量保存式：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

ここで、 ρ は混合ガスの質量密度 [kg/m³]を表す。

運動量保存式：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u} + p \mathbf{I}) = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{F}_L \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{F}_L はローレンツ力であり、 $\boldsymbol{\tau}$ は次式で表される粘性応力テンソルである。

$$\boldsymbol{\tau} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \quad (3)$$

水素原子および水素イオンの質量保存式：

$$\frac{\partial(\rho Y_H)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho Y_H \mathbf{u}) = m_H \dot{n}_H + \nabla \cdot (\rho D_H \nabla Y_H) \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho Y_{H^+})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho Y_{H^+} \mathbf{u}) = m_{H^+} \dot{n}_{H^+} + \nabla \cdot (\rho D_{aH^+} \nabla Y_{H^+}) \quad (5)$$

ただし D は粒子種ごとの拡散係数を表す。また、 \dot{n}_H 、 \dot{n}_{H^+} は水素原子および水素イオンの生成速度であり、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \dot{n}_H = & 2(k_{f,1}n_{H_2} - k_{b,1}n_H^2)n_e + 2(k_{f,2}n_{H_2} - k_{b,2}n_H^2)n_{H_2} \\ & + 2(k_{f,3}n_{H_2} - k_{b,3}n_H^2)n_H + 2(k_{f,4}n_{H_2} - k_{b,4}n_H^2)n_{H^+} \\ & - (k_{f,5}n_H - k_{b,5}n_{H^+}n_e)n_e \end{aligned} \quad (6)$$

$$\dot{n}_{H^+} = (k_{f,5}n_H - k_{b,5}n_{H^+}n_e)n_e \quad (7)$$

前進反応係数 $k_{f,s}$ および三体再結合定数 $k_{b,s}$ は文献[6][7]を参照した。

振動エネルギー保存式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho e_{\text{vib}}) + \nabla \cdot (\rho e_{\text{vib}} \mathbf{u}) = & \nabla \cdot (\lambda_{\text{vib}} \nabla T_{\text{vib}}) \\ & + \nabla \cdot (\rho D_{H_2} h_{H_2, \text{vib}} \nabla Y_{H_2}) \\ & + (\rho E_{\text{tr-vib}} + \rho E_{\text{e-vib}} - E_{\text{diss}}^h) \end{aligned} \quad (8)$$

振動エネルギー e_{vib} は式(9)で表される[8]。ただし $\theta_{\text{vib}} (= 6320 \text{ K})$ は振動特性温度である。

$$e_{\text{vib}} = \frac{Y_{H_2} \theta_{\text{vib}} \bar{R} / M_{H_2}}{\exp(\theta_{\text{vib}} / T_{\text{vib}}) - 1} \quad (9)$$

重粒子エネルギー保存式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho e_h)}{\partial t} + \nabla \cdot \left\{ \rho \left(e_h + \frac{p}{\rho} \right) \mathbf{u} \right\} = & \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \mathbf{u}) \\ & + \nabla \cdot ((\lambda_{\text{tr}} + \lambda_{\text{rot}}) \nabla T_{\text{tr}}) + \nabla \cdot (\lambda_{\text{vib}} \nabla T_{\text{vib}}) \\ & + \nabla \cdot (\rho D_{H_2} h_{H_2} \nabla Y_{H_2}) \\ & + \nabla \cdot (\rho D_H h_H \nabla Y_H) \\ & + \nabla \cdot (\rho D_{aH^+} h_{H^+} \nabla Y_{H^+}) \\ & + (W + E_{\text{e-tr}} + \rho E_{\text{e-vib}} - E_{\text{diss}}^h) \end{aligned} \quad (10)$$

なお、重粒子エネルギーは次式で表される。

$$e_h = e_{\text{tr}} + e_{\text{rot}} + e_{\text{vib}} + (u_z^2 + u_r^2 + u_\theta^2) / 2 \quad (11)$$

電子エネルギー保存式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{3}{2} n_e k T_e \right)}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{5}{2} n_e k T_e \mathbf{u} \right) = & \nabla \cdot (\lambda_e \nabla T_e) + Q \\ & + \nabla \cdot (\rho D_{ae} h_e \nabla Y_e) \\ & - (E_{\text{e-tr}} + \rho E_{\text{e-vib}} + E_{\text{diss}}^e + E_{\text{ion}}^e) \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 Q はジュール熱である。

エネルギー緩和項・エネルギー増減項：

各エネルギー間の緩和項 $E_{\text{tr-vib}}$ 、 $E_{\text{e-vib}}$ 、 $E_{\text{e-tr}}$ については文献[8][9]を参照した。電子衝突による解離および電離反応のエネルギー増減 E_{diss}^e 、 E_{ion}^e 、重粒子の衝突による解離のエネルギーの増減 E_{diss}^h は文献[10]を参照した。また、解析で用いた衝突積分については、文献[11]-[15]を参照しフィッティング関数を作成した。

状態方程式：

$$p = \sum_{i \neq e} p_i + p_e = \sum_{i \neq e} n_i k T_{\text{tr}} + n_e k T_e \quad (13)$$

推進剤が Ar, He のときは流体場の解析に 2 温度モデルを用いる。

2.1.2 電磁場の基礎方程式

マクスウェル方程式およびオームの式から構成される。マクスウェル方程式：

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (14)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (15)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (16)$$

オームの式：

オームの式はコイル中を解く場合とノズル内部を解く場合とで異なる。コイル中は式(17)、ノズル内部は式(18)で表される。

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_{\text{coil}} \quad (17)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (18)$$

ベクトルポテンシャル：

これらの方程式をベクトルポテンシャルで表し、クーロングージ $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ を用い、 $A_\theta = A_R + j A_I$ として A_θ を実部と虚部に分けると、 A_R と A_I に関する以下の式を得る。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_R}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 A_R}{\partial z^2} - \frac{A_R}{r^2} + \mu_0 (\sigma \omega A_I + j_{\text{coil}}) = 0 \quad (19)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_I}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 A_I}{\partial z^2} - \frac{A_I}{r^2} - \mu_0 \sigma \omega A_R = 0 \quad (20)$$

2.2 凍結流音速

計算の時間刻み幅において、各粒子種同士の反応が凍結していると仮定した凍結流音速を用いる[10]。

$$a = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho} \right)_s} = \sqrt{(1 + \beta) \frac{p}{\rho}} \quad (21)$$

$$\beta = \bar{R} C_{v, \text{tr}} \left(\frac{Y_{H_2}}{M_{H_2}} + \frac{Y_H}{M_H} + \frac{Y_{H^+}}{M_{H^+}} \right) \quad (22)$$

$$C_{v, \text{tr}} = \Sigma Y_i C_{v, \text{tr}}^i = \bar{R} \left(\frac{5}{2} \frac{Y_{H_2}}{M_{H_2}} + \frac{3}{2} \frac{Y_H}{M_H} + \frac{3}{2} \frac{Y_{H^+}}{M_{H^+}} \right) \quad (23)$$

また式(21)より

$$\left(\frac{dp}{d\rho} \right)_s = (1 + \beta) \frac{p}{\rho} \quad (24)$$

となるため、次式が導かれる。

$$\frac{p}{\rho^{1+\beta}} = \text{const.} \quad (25)$$

よって本研究では流体力学の基礎式中における比熱比 γ を、全て $1+\beta$ に置き換えて用いることにする。

2.3 解析手法

流体場の基礎方程式は有限体積的に離散化を行う。対流項は AUSM-DV スキーム[16]を用いて評価する。拡散項の数値流束は中心差分で評価する。時間積分には4段階ルンゲ・クッタ法を用いる。電磁場の方程式の離散化にはガラーキョ有限要素法を用いる。その過程で得られる連立一次方程式の解法には BiCGSTAB2 法[17]を用いる。

2.4 解析格子

図 2 に流体場の解析格子を、図 3 に電磁場の解析格子を示す。解析対称とする ICP スラスタは、誘導コイルが外壁に巻かれた円形断面の超音速ノズルからなる。ノズル全長は120 mm、入口半径は10 mm、スロート半径は5 mm、出口半径は9 mmである。半径12 mmのコイルが、スラスタ入口から10 mm、20 mm、30 mmの位置に配置され、供給される高周波電流は同位相で同値と仮定する。なお、このスラスタ形状は推進性能の観点から最適化されたものではない。電磁場の解析格子は ICP スラスタ内とその外部領域からなり、ICP スラスタ部ではz方向格子幅は一定、r方向格子幅はスロート部で最小となっている。また、ICP スラスタ内の計算格子は壁面側に向かって寄せている。

2.5 解析条件

推進剤には H₂, He, Ar をそれぞれ用いる。入口静温は300 K、コイルに流れる高周波電力周波数は13.56 MHzに固定する。推進剤流量は0.5 g/s、投入電力は0-2.0 kWの範囲において変化させる。

2.6 境界条件

2.6.1 流体場の境界条件

各境界の名称は図 2 中の名称と対応している。

入口境界：

入口推進剤流量、並進温度固定条件を用いる。

$$\dot{m} = \text{const.}, \frac{\partial p}{\partial z} = 0, u_z = \frac{\dot{m}}{\rho S_{\text{in}}}, u_r = u_\theta = 0, \\ T_{\text{tr}} = T_{\text{vib}} = 300[\text{K}], \frac{\partial T_e}{\partial z} = 0$$

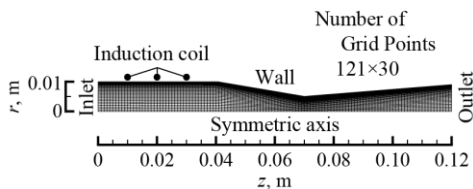


図 2 流体場の解析格子

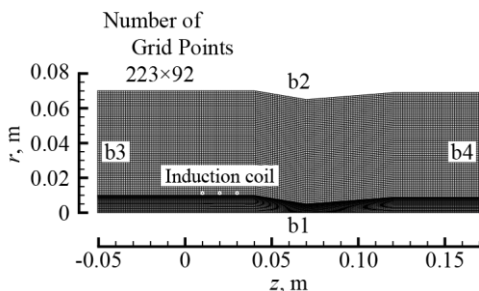


図 3 電磁場の解析格子

出口境界：

自由流出条件を用いる。

$$\frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{\partial u_r}{\partial z} = \frac{\partial u_\theta}{\partial z} = 0, \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \frac{\partial T_{\text{tr}}}{\partial z} = \frac{\partial T_{\text{vib}}}{\partial z} = \frac{\partial T_e}{\partial z} = 0$$

壁境界：

滑りなし、断熱条件を用いる。

$$u_z = u_r = u_\theta = 0, \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \frac{\partial T_{\text{tr}}}{\partial r} = \frac{\partial T_{\text{vib}}}{\partial r} = \frac{\partial T_e}{\partial r} = 0$$

対称軸境界：

鏡面条件を用いる。

$$\frac{\partial u_z}{\partial r} = \frac{\partial u_\theta}{\partial r} = 0, u_r = 0, \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \frac{\partial T_{\text{tr}}}{\partial r} = \frac{\partial T_{\text{vib}}}{\partial r} = \frac{\partial T_e}{\partial r} = 0$$

2.6.2 電磁場の境界条件

各境界の名称は図 3 中の名称と対応している。また、n は法線ベクトル方向を示す。

対称軸境界(b1), 上方境界(b2)：

$$A_R = A_I = 0$$

入口境界(b3), 出口境界(b4)：

$$\frac{\partial A_R}{\partial n} = \frac{\partial A_I}{\partial n} = 0$$

3. 解析結果および考察

3.1 ICP スラスタ内の温度非平衡性

ICP スラスタ内の温度非平衡性を確認するために、スラスタ内部の温度分布を調べる。推進剤流量は0.5 g/s、投入電力は2.0 kWとする。図 4 に電子温度分布、図 5 に振動温度分布、図 6 に並進回転温度分布をそれぞれ示す。スラスタ内部のほとんどの領域において、 $T_e > T_{\text{vib}} > T_{\text{tr}}$ となる温度非平衡性が見られる。ジュール熱によってまず電子にエネルギーが与えられ、電子温度が上昇する。その後電子と重粒子との衝突を介して、電子エネルギーは並進回転エネルギーおよび振動エネルギーに変換される。そのため、電子温度の高温域より後方で並進回転温度および振動

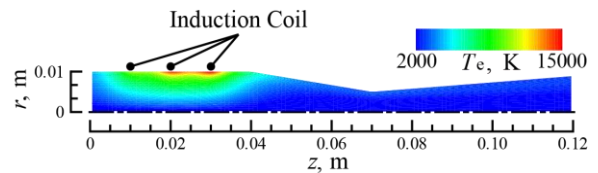


図 4 電子温度分布

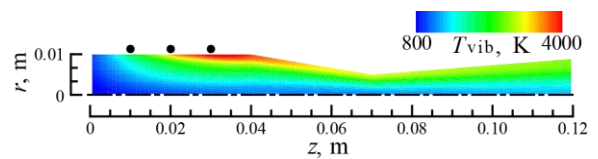


図 5 振動温度分布

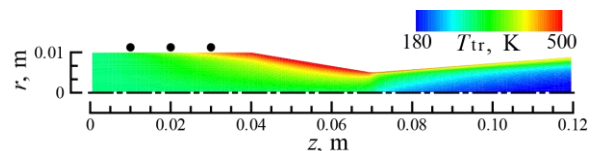


図 6 並進回転温度分布

温度が上昇する。スロート部より下流域で並進回転温度が低下しているが、これは超音速ノズルによって並進回転エネルギーが運動エネルギーに変換されているためである。振動エネルギーは並進回転エネルギーへと緩和された後に運動エネルギーへと変換されるため、振動エネルギーとして蓄えている分には推進性能に寄与することはできない。振動、電子エネルギーはそれぞれ、スラスト後方において並進回転エネルギーとの緩和が進行するが、出口においても3温度間では非平衡性が見られる。本条件において解析を行った場合、出口断面におけるエネルギーの割合を表3に示す。電子エネルギーは並進回転、振動エネルギーへと変換されていることがわかる。しかし、全体に占める振動エネルギーの割合が大きく、振動エネルギーと並進回転エネルギーの緩和は進みにくいことが示唆される。そのため、水素においては並進回転温度および電子温度に振動温度を加えた、3温度モデル解析を行うことが望ましいと考えられる。

3.2 推進性能に及ぼす推進剤種類の影響

推進剤流量を0.5 g/s、投入電力を0–2.0 kWと変化させて、推進剤種類を変えた場合に投入電力が推進性能に及ぼす影響を3種類の推進剤に対して調べる。図7、図8に投入電力と比推力の関係、投入電力と推力密度の関係をそれぞれ示す。ただし、推力は運動量推力 F_a と圧力推力 F_p の和で表され、以下の式で評価される。

$$F = F_a + F_p \quad (26)$$

$$F_a = \iint_{S_{\text{outlet}}} \rho u_z^2 dS, \quad F_p = \iint_{S_{\text{outlet}}} p dS \quad (27)$$

本研究では推力の値をスラスト出口における断面積で除した値(F/S_{outlet})を推力密度とする。また、ICPスラストの比推力を以下の式で表す。

$$I_{sp} = F/(\dot{m}g) \quad (28)$$

図7、図8より、推進剤種類に関係なく、投入電力を増加させると比推力および推力密度は増加する。投入電力0.2–2.0 kW、推進剤流量一定の条件下では、分子量の最も小さい H_2 を用いたときの比推力および推力密度が最も高く、次いで He 、 Ar の順に大きい。

推力密度が増加する要因を調べるために、推力成分の内訳を見る。図9、図10に投入電力と運動量推力密度、圧力推力密度の関係を示す。推進剤種類に関係なく投入電力の増加に伴い、運動量推力密度および圧力推力密度は増加する。ただし、圧力推力密度よりも運動量推力密度の方が大きい。運動量推力密度は分子量の小さい推進剤の方が大きくなるため、推力の合計値は推進剤分子量が小さいほど大きくなる。

次に運動量推力密度および圧力推力密度が推進剤種類によって差が出る要因を調べる。出口における平均流速、 ρu_z^2 の値および平均静圧を表4に示す。ただし、推進剤3種類について流量0.5 g/s固定、投入電力0 kW、2.0 kWの2つの条件における結果を示した。推進剤分子量が小さいほど、また投入電力が大きいほど、出口における流速は増大する。電力0 kWでは分子量が小さいほど静圧は増加し、電力2.0 kWの条件では分子量が小さいほど静圧は減少する。入口静温および入口流量を固定しているため、分子量の大きさと比熱比によって質量密度が決まり、 $\rho_{H_2} > \rho_{He} > \rho_{Ar}$ となる。投入電力0 kWの条件では水素、ヘリウムおよびアルゴンの出口における並進温度の差は見られないため、圧力の値は $p_{H_2} > p_{He} > p_{Ar}$ となる。一方、投入電力を増大させた場合は出口における並進温度の値に差が出る。投入電力2 kWの条件では $T_{Ar} > T_{He} > T_{H_2}$ と

表3 出口における各エネルギーが占める割合(流量0.5 g/s、投入電力2.0 kW)

Electron Energy	Vibrational Energy	Translational-Rotational Energy
0.1 %	42.0 %	57.9 %

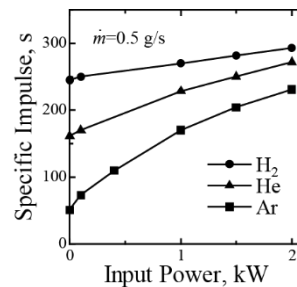


図7 投入電力と比推力の関係

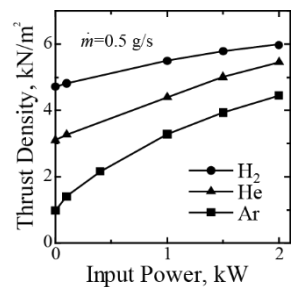


図8 投入電力と推力密度の関係

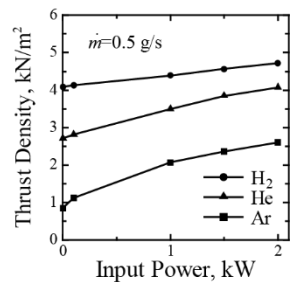


図9 投入電力と運動量推力密度の関係

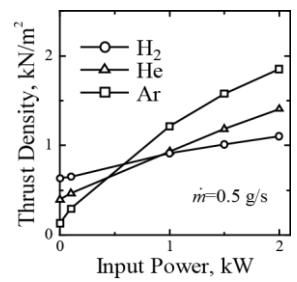


図10 投入電力と圧力推力密度の関係

なり、圧力の値も準じて $p_{Ar} > p_{He} > p_{H_2}$ となる。ヘリウムはアルゴンと比較して比熱が大きく、温度が上昇しにくい。また水素の場合は比熱が更に大きいことに加えて、投入したエネルギーが振動エネルギーや解離エネルギーへと変換される割合が多く、温度が上昇しにくいことが要因として挙げられる。ただし、 ρu_z^2 の値が静圧の値よりも大きく、また増加率も大きいので、圧力推力よりも運動量推力の影響が大きくなる。以上より、推進剤分子量を小さくし、投入電力を増大させると、運動量推力の増加によって比推力および推力密度は大きくなるのがわかる。

次に図11に推進剤種類ごとの推進効率を示す。推進効率 η は以下の式で評価する。

$$\eta = \frac{E_m^{\text{out}} + E_p^{\text{out}}}{E_m^{\text{in}} + E_p^{\text{in}} + E_i^{\text{in}} + E_{\text{fnoz}}^{\text{in}} + P_{\text{rf}}} \quad (29)$$

推力に関与する、出口における運動エネルギーと圧力仕事の和を、入口における全エンタルピーと投入電力の和で除したものを推進効率とする。ただし、運動エネルギー E_m 、圧力が流体にした仕事(圧力仕事) E_p 、内部エネルギー E_i 、凍結流損失 E_{fnoz} は次の式(30)-(34)で表す。

$$E_m = \iint_{S_{\text{outlet}}} \left(\frac{1}{2} \rho |\mathbf{u}|^2 \right) \rho u_z dS \quad (30)$$

$$E_p = \iint_{S_{\text{outlet}}} \left(\frac{p}{\rho} \right) \rho u_z dS \quad (31)$$

$$E_i = \iint_{S_{\text{outlet}}} e \rho u_z dS \quad (32)$$

表 4 出口 ($z = 0.12$ m) における平均流速, ρu_z^2 の平均値および平均静圧 ($\dot{m} = 0.5$ g/s)

2.0 kW	$u_z, \text{m/s}$	$\rho u_z^2, \text{N/m}^2$	p, Pa
H ₂	2040	4660	918
He	1610	3990	1350
Ar	934	2900	2310
0 kW	$u_z, \text{m/s}$	$\rho u_z^2, \text{N/m}^2$	p, Pa
H ₂	1860	3990	630
He	1150	2690	390
Ar	357	849	130

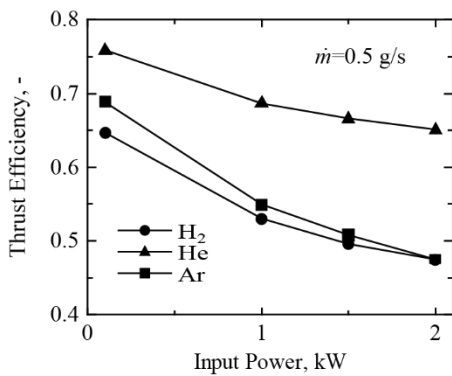


図 11 投入電力と推進効率の関係

$$E_{\text{froz}}(\text{Ar, He}) = \iint_{S_{\text{outlet}}} V_{\text{ion}} n_i u_z dS \quad (33)$$

$$E_{\text{froz}}(\text{H}_2) = \iint_{S_{\text{outlet}}} \left\{ \left(V_{\text{ion}} + \frac{V_{\text{diss}}}{2} \right) n_{\text{H}^+} + \frac{V_{\text{diss}}}{2} n_{\text{H}} \right\} \times u_z dS \quad (34)$$

凍結流損失の評価には、単原子分子であるアルゴンおよびヘリウムは式(33)を用い、二原子分子である水素は解離を考慮した式(34)を用いる。図 11 より、水素の推進効率 η はアルゴンと同程度であり、ヘリウムと比較すると小さくなる。水素の推進効率が小さくなる要因を調べるために図 12 にスラスト出口における、エンタルピーの構成割合を示す。エンタルピーは運動エネルギー、圧力仕事、内部エネルギー、凍結流損失で構成される。電力を投入しない場合においては、推進剤種類によるエネルギーバランスの相違は小さい。また水素は二原子分子であるため、電離のみならず解離が生じる。水素分子の解離エネルギーは小さいため低温域でも解離が起こりやすく、解離エネルギーとしてスラスト外に放出される分、凍結流損失が大きくなる。

さらに、アルゴンおよびヘリウムと比較すると、水素の場合はスラスト出口における内部エネルギーが大きい。アルゴンやヘリウムの場合はジュール熱によって電子エネルギーが上昇し、並進エネルギーへとエネルギー緩和がされるが、水素の場合は並進回転エネルギーの他に振動エネルギーが存在する。電子エネルギーから並進回転エネルギーと振動エネルギーにエネルギーが与えられるため、水素の場合は並進回転エネルギーへ移動する割合は小さくなる。振動エネルギーは並進回転エネルギーと緩和したのち運動エネルギーへと変換される。しかし振動エネルギーと

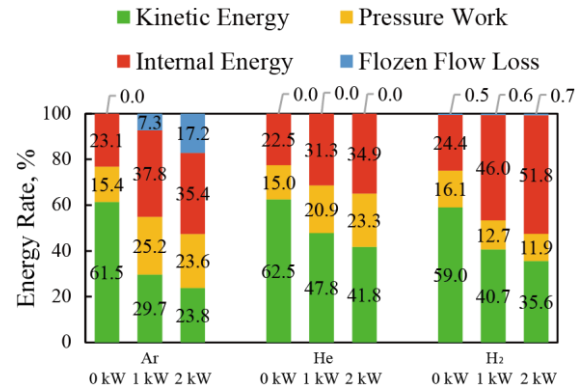


図 12 出口におけるエンタルピー構成割合

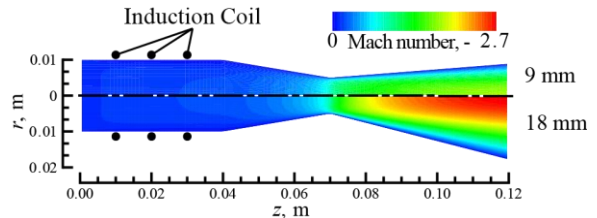


図 13 マッハ数分布

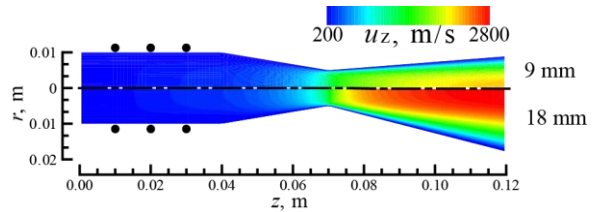


図 14 軸方向流速分布

並進回転エネルギーの緩和時間は大きく、並進回転エネルギーと緩和が進まないまま高い振動エネルギーを出口において保っていることで内部エネルギーの値が大きくなる。電力2.0 kW、流量0.5 g/sの条件では、内部エネルギーのうち、40%程度を振動エネルギーが占める。

3.3 推進性能に及ぼすノズル形状の影響

これまでに述べたように、水素を用いた場合は全エンタルピーに占める内部エネルギーの割合が大きくなる。内部エネルギーの割合を減らし、運動エネルギーへと変換することができれば、水素において更なる推進性能向上が見込まれる。そこで本節ではノズルの形状に着目し、スロート/出口断面積比とエネルギーバランスの関係を調べる。

流量0.5 g/s、投入電力2.0 kW、スロート部半径5 mmで固定し、出口半径を通常の9 mmから18 mmへと変化させる。図 13、図 14 にそれぞれ、マッハ数分布、z軸方向流速分布を示す。出口断面積を増大させるとことで、出口における流速およびマッハ数が増大している。表 5 に、出口半径と推力および比推力の関係を示す。出口半径の増加に伴い、推力、比推力ともに増加することがわかる。推力増加の要因を調べるために、表 6 に出口半径9 mm、18 mmそれぞれの場合の推力、運動量推力および圧力推力の値を示す。圧力推力は減少しているものの、運動量推力上昇の影響が大きく、全体として推力が増加していることがわかる。

図 15 に出口半径9 mm、18 mmそれぞれの場合の、出口におけるエンタルピー構成割合を示す。出口半径を18 mmに増大させた場合、全体に占める内部エネルギーの割

表 5 出口半径と推進性能の関係

r_{out}, m	Thrust Force, N	Specific Impulse, s
0.09	1.44	293.4
0.18	1.53	313.1

表 6 出口半径と運動量推力, 圧力推力の関係

r_{out}, m	Thrust Force, N	F_a, N	F_p, N
0.09	1.44	1.20	0.23
0.18	1.53	1.40	0.13

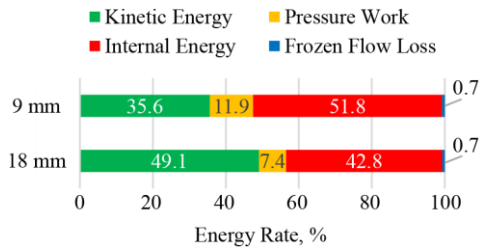


図 15 出口におけるエンタルピー構成割合

合が減少し、運動エネルギーの割合が増加した。

以上より、スラスタの出口断面積を増加させることで内部エネルギーから運動エネルギーへと変換させることができ、推進性能を向上させることができる可能性が示された。ただし、本解析で用いたスラスタ形状は必ずしも最適化されていない。そのため、出口断面積を変化させるだけではなく、入口やスロート部の断面積についても今後検討していく必要がある。

4. まとめ

本研究では、並進回転温度、振動温度および自由電子/電子励起温度を考慮した ICP スラスタの計算コードを構築し、推進剤に水素を用いた場合の軸対称二次元電磁流体数値解析を行うことで、スラスタ内部の各温度間関係性を確認するとともに、推進性能を調べた。また、アルゴンおよびヘリウムを用いたときの性能と比較することで、推進剤種類と推進性能の関係性を調べた。その結果、次の結論を得た。

- 水素を用いたとき、ICP スラスタ内部において、電子温度、振動温度、並進回転温度の非平衡性が見られる。振動温度はスラスタ後方でも緩和が進まず、振動エネルギーの影響は増大する。そのため、水素を用いた場合は 3 温度モデル解析を行うことが望ましいと考えられる。
- 同一推進剤流量、同一投入電力の条件で比較した場合、水素、ヘリウムおよびアルゴンでは、水素を用いたときに比推力および推力密度は最も大きくなる。これは出口流速の増加に起因する。
- 水素を用いた場合、出口における全体のエンタルピーに占める内部エネルギーの割合が、アルゴンやヘリウムを用いたときよりも大きくなる。これは、内部エネルギーのうち 40%程度を占める振動エネルギーの影響が大きい。
- 出口断面積を増加させることで内部エネルギーから運動エネルギーへの変換量が増大し、比推力および推力は増加する。これは運動量推力の増加に起因する。出口断面積を増加させることで推進性能が向上する可能性が示された。

5. 参考文献

- [1] 田原弘一, :「DC アークジェットスラスタと MPD スラスタの実機開発」, 宇宙航空研究開発機構特別資料, JAXA-SP-08-313, 2009.
- [2] 和田航平, 藤野貴康, 松岡健之, 船木一幸:「誘導結合型高周波プラズマ推進器の推進性能に及ぼす質量流量の影響」, 第 25 回数値流体力学シンポジウム, E09-3, 2011.
- [3] 加藤隆寛, 藤野貴康, 船木一幸:「He および Ar を用いた場合の誘導結合型プラズマ推進器の推進性能の比較」, 平成 25 年電気学会全国大会, 1-185, 2013.
- [4] M. Mitchner and C. H. Kruger, “Partially Ionized Gases,” John Wiley and Sons, New York, 1973.
- [5] 佐藤博紀, 窪田健一, 船木一幸:「3 温度モデルを用いた水素 MPD スラスタの電磁流体解析」, 日本航空宇宙学会論文集, Vol.60, No.1, pp. 9-16, 2012.
- [6] Fujita, K. and Arakawa, Y. :“Performance Computation of a Low-Power Hydrogen Arcjets,” *J. Propul. Power*, Vol. 15, No. 1, pp. 144-150, 1990.
- [7] Shoji, T. and Kimura, I. :“Analytical Study on the Influence of Nonequilibrium Ionization for Current Flow Pattern and Flow Field of MPD Arcjets ,” AIAA Paper-87-1066, 1990.
- [8] Sharma, S. P. and Schwenke, D. W. :“Rate Parameters for Coupled Rotation-Vibration-Dissociation Phenomena in H₂,” *J. Thermophys.*,5(1991), pp. 469-480.
- [9] Chul Park :“Nonequilibrium Ionization and Radiation in Hydrogen-Helium Mixtures,” *J. Thermophys.* ,26(2012), pp. 231-243.
- [10] Gnoffo, P. A., Gupta, R. N. and Shinn, J. L. :“Conservation Equations and Physical Models for Hypersonic Air Flows in Thermal and chemical Nonequilibrium,” NASA TP-2867, 1989.
- [11] Gupta, R. N., Yos, J. M., Thompson, R. A. and Lee, K. P. :“A Review of Reaction Rates and Thermodynamic and Transport Properties for an 11-Species Air Model for Chemical and Thermal Nonequilibrium Calculations to 30000K,” NASA RP-1232, 1990.
- [12] Stallcop, J. R., Levin, E. and Partridge, H. : “Transport Properties of Hydrogen,” *J. Thermophys. Heat Transfer*, 12, 1998, pp. 514-519.
- [13] Stallcop, J. R., Partridge, H., and Levin, E., “H-H₂ Collision Integrals and Transport Coefficients,” *Chemical Physics Letters*, Vol. 254, No. 1, pp. 25-31, 1996.
- [14] Yos, J. M.: “Transport Properties of Nitrogen, Hydrogen, Oxygen, and Air to 30,000° K,” RAD-TM-63-7, 1963.
- [15] Chul Park and Richard L. Jaffe and Harry Partridge: “Chemical-Kinetic Parameters of Hyperbolic Earth Entry,” *J. Thermophys. Heat Transfer*, 15, 2001, pp. 76-90.
- [16] Y. Wada and M. S. Liou: “A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities,” AIAA paper 94-0083, 1994.
- [17] M. H. Gutknecht: “Variants of BICGSTAB for Matrices with Complex Spectrum,” *SIAM journal on scientific computing*, Vol. 14, No. 5, pp. 1020-1033, 1993.