

# 円管内旋回流における壁面摩擦係数についての理論的研究

小澤 晃平\*1, 嶋田 徹\*2

ハイブリッドロケットエンジンの燃料後退速度の増加を目的として酸化剤を旋回流とする方式が提案されているが、燃料への熱伝達の性質把握に繋がる、旋回流の壁面摩擦係数についての理論的な理解は未だ不十分である。今回、著者らは壁面からの湧き出しがある軸対称旋回流における壁面摩擦係数を解析的に導出した。これを壁面からの湧き出し無しの旋回流の摩擦係数の実験データと比較し、その妥当性を検討した。また、導出した壁面摩擦モデルを用いて旋回流型エンジンの燃料後退速度式を導き、これを既存の燃焼試験結果と比較した。

## 1. 序論

ハイブリッドロケット(以下 HR)は、推力制御・再着火可能、簡素な構造、安全、高い環境適合性という特徴から近年は観測ロケットやサブオービタル宇宙旅行等での使用が試みられている。実用化に向けての技術課題の一つとしては「燃料後退速度の向上」が挙げられ、燃料ポート形状、燃料として用いる物質、酸化剤流入方法等といった様々な側面から燃料後退速度改善のための研究が行われている。酸化剤流入方法による改善方法の一つとして酸化剤を旋回流として流入させる方法がある(旋回流型 HR)。これは半径方向に発生した圧力勾配によって、火炎面が軸流の場合よりも壁面へ近づき、壁面へより多くの熱を伝達することを狙ったものである。

もう一つの技術課題は、HR エンジン一般に適用可能な包括的な低周波での燃焼安定性の解析方法が確立されていない点である。燃料ポート形状が単純な軸流型の場合は境界層内の流れ場が想定しやすく、過去にモデル構築が行われたが、CAMUI 型などの燃焼室形状が複雑なエンジンはもちろん、円周方向流れを考慮する必要がある旋回流型エンジンへの適用はできない。Karabeyoglu<sup>[1]</sup>らは、境界層燃焼の時間遅れと燃料内部の熱伝導の時間遅れのカップリングが酸化剤質量流束の振動を増幅し、その結果燃焼室圧の振動が増大する、というメカニズムを突き止め、軸流型エンジンについてのモデル構築を行った。一方、旋回流型エンジンにおいて、このメカニズムによる燃焼がより安定するのかどうかという問題には、定性的結論を出す事は難しい。これは、旋回流型では火炎面が燃料に近づくことで軸流型に対し境界層燃焼の伝熱の時間遅れは小さくな

る一方、燃料の湧き出しの増加によって対流熱伝達の阻害の効果が軸流型より増大するためであり、低周波数領域での固有周波数の定性的予測も行われていない。よって、本研究では軸流型の安定性解析を旋回流のパラメータを導入して拡張し、旋回流型 HR エンジンの定量的な安定性解析を可能にすることを目的としている。

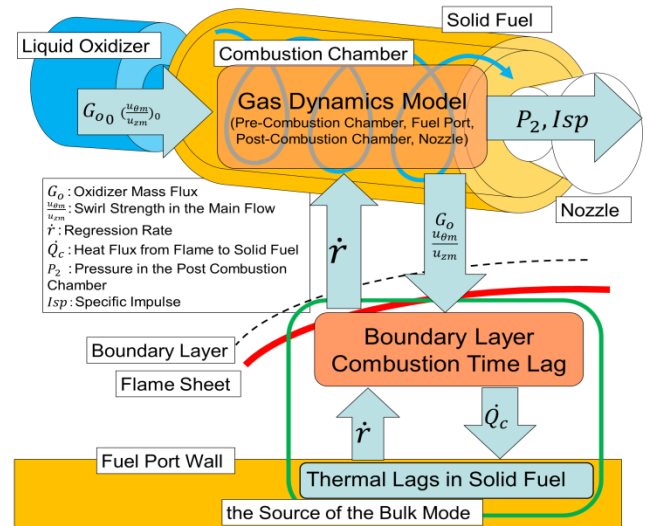


図 1: 旋回流型 HR エンジンの燃焼安定性解析モデル予想図

## 2. 軸流型での解析モデルの概要と拡張方針

軸流型 HR エンジンの燃焼安定性解析の既存手法では、エンジン内部の現象を独立に線形化してモデル構築を行い、それらを統合して、酸化剤質量流束の振動から燃焼室圧、比推力の振動やゲインを導出した<sup>[1]</sup>。現象のモデルは大きく分けて質量流束の振動を増幅する「固体燃料の熱伝導の時間遅れによる燃料後退速度の時間遅れ」「境界層燃焼による燃焼熱の対流熱伝達時間遅れ」のカップリング (Thermal Combustion Coupled Model<sup>[1]</sup>) と、TC Coupled

\*1 東京大学大学院工学系研究科航空宇宙工学専攻 \*2 (独)宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究所

Model からの振動を受け、それが時間遅れをもって燃焼室圧や比推力の振動に伝播する「主流の気体力学モデル(Gas Dynamics Model)から構成される。まず、本研究では振動増幅源についての TC Coupling Model の構築を目指しているため、本論文ではこちらのモデルについてのみ述べる。

固体燃料の熱伝導の時間遅れモデルは、壁面の燃料表面が移動する非定常の熱伝導方程式を、壁面での境界条件を時間変化する熱流束と燃料後退速度で表し解くことで得られる。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \dot{r} \frac{\partial T}{\partial x} \dots (1)$$

$$\text{ただし } \dot{r} = \exp(-E_a/R_u T_s)$$

$$\left( x \rightarrow 0; \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \rho_f \dot{r} L_v - \dot{Q}_s, x \rightarrow \infty; T = T_a \text{ or } \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \right)$$

式(1)は壁面での条件に $\dot{r}$ が含まれるため、非線形な偏微分方程式となり、近似解を導出するのに摂動解法を導入する。各変数を無次元化した後、平衡状態からの微小変化について2次までの摂動法で解いて表面における解をラプラス変換すると、

$$\frac{R_L(s)}{Q_L(s)} = \frac{2E_E s}{(1+\sqrt{1+4s})(s+E_E)-2E_E+2E_E E_L s} \dots (2)$$

となる。これが固体熱伝導の伝達関数である。このモデルは燃料についてのモデルであるため、旋回流型でも共通なモデルとして使用出来ると考えられる。

続いて、境界層燃焼による燃焼熱の対流熱伝達時間遅れは、まず定常状態の燃料壁面への熱流束を考え、そこに酸化剤質量流束の時間遅れと燃料後退速度の時間遅れを導入することで表現できる。火炎面からの対流熱伝達による壁面への定常での熱流束は、輻射を考慮しない場合

$$\dot{Q}_c(t) = C_H \rho_b u_b \Delta h = \rho_f \dot{r} C(\Delta T)_{ref} \dots (3)$$

と表せる。 $C_H$ はスタントン数であり、 $Pr \cong 1$ と仮定すれば、レイノルズのアナロジーによって

$$C_H = \frac{1}{2} C_f \frac{\rho_e u_e^2}{\rho_b u_b^2} \dots (4)$$

とできる。 $C_f$ は壁面からの固体燃料の蒸発を考慮し、ブロッキングパラメータ $B$ を導入すると、最終的に

$$C_f/C_{f0} \cong qB^{-k} \dots (5)$$

と表現できる<sup>[5][6]</sup>から、 $\dot{Q}_c$ は

$$\dot{Q}_c(t) = A' z \frac{0.2}{1-k} G \frac{0.8}{1-k} \dot{r}^{-\frac{k}{1-k}} \cong \bar{A}' G \frac{0.8}{1-k} \dot{r}^{-\frac{k}{1-k}} \dots (6)$$

$$(\bar{A}' \text{は } A' z \frac{0.2}{1-k} \text{ を } z \text{ 方向に平均化した表現})$$

となる。一方、HR の燃料後退速度と燃料後退速度の関係式としては、

$$\dot{r} = a G_0^n \dots (7)$$

がよく用いられる。これとブロッキングパラメータ  $k$  を用い、(6)と同様な形に変形して無次元化すると、

$$\bar{Q}_c(\bar{t}) = E_h \bar{G}_0 \frac{n}{1-k} \bar{R}^{-\frac{k}{1-k}} \dots (8)$$

が導出できる。式(8)が軸方向に平均化、無次元化された定常状態での固体燃料への熱流束モデルである。ここで、変数の微小変化をとって、無次元化時刻 $\bar{t}$ に時間遅れ $\bar{t}_{blo}$ 、 $\bar{t}_{blf}$ を導入してラプラス変換すると、伝達関数(9)を導出できる。

$$Q_L(s) = E_h \left\{ \frac{n}{1-k} e^{-\bar{t}_{blo}s} G_L(s) - \frac{k}{1-k} e^{-\bar{t}_{blf}s} \dot{R}_L(s) \right\} \dots (9)$$

(2)(9)から $Q_L(s)$ を消去し、TC Coupled Model の伝達関数

$$\frac{R_L(s)}{G_L(s)} = \frac{2E_E E_h s \frac{n}{1-k} e^{-\bar{t}_{blo}s}}{(1+\sqrt{1+4s})(s+E_E)-2E_E+2E_E s(E_L+E_h \frac{k}{1-k} e^{-\bar{t}_{blf}s})} \dots (10)$$

が導出される。このモデル構築において重要な点は、固体燃料壁面への熱流束をレイノルズのアナロジーを通じて壁面摩擦係数との関連を持たせる点、ブロッキングの効果をブロッキングパラメータ  $k$  で評価している点、後退速度式(7)を用いて燃料ポート全体の平均の熱流束(8)に落とし込んでいる点である。

TC Coupled Model を旋回流型に拡張するにあたっては、境界層燃焼モデルを3次元軸対称流れとして初めから組み立て直す必要がある。導出の基本方針は、軸流型の場合と同様に、定常状態での固体燃料壁面への熱流束を導出してから時間遅れを導出することとする。

### 3. 境界層燃焼モデルと軸方向摩擦係数

軸流型では平板の境界層流れを想定して熱流束が導出されたが、旋回流では3次元流れで熱流束を導出する必要がある。まず、問題設定を簡単にするため表1のような流れ場についての仮定を置き、これらの仮定を元に、熱流束の導出を行った。

表 1:エンジン内部流れに関する仮定

境界層内の流れは非圧縮[1]
プラントル数が1に近い[1]
エンジン内は軸対称流れ
軸方向主流速度は軸方向、半径方向ともに一定
円周方向主流速度は境界層外で剛体回転[2]
燃料の吹き出しが無い時、速度比は指数法則が成立
燃料の吹き出しが無い時、角速度比は指数法則が成立
$\delta \theta < \delta z$ [2]

軸流の場合と同様に、壁面への熱流束は

$$\dot{Q}_c(t) = C_H \rho_b \sqrt{u_{zb}^2 + u_{\theta b}^2} \Delta h = \rho_f \dot{C} (\Delta T)_{ref} \dots (11)$$

で表せ、3次元軸対称流れでのレイノルズのアナロジーによって、(12)とでき、 $\dot{Q}_c$  は(13)のようになる。

$$C_H = \frac{C_{fz} \rho_e u_{ze}^2}{2 \rho_b u_{zb} u_{\theta b}} \dots (12)$$

$$\dot{Q}_c(t) = \frac{C_{fz} \rho_e u_{ze}^2}{2 u_{zb}} \Delta h \dots (13)$$

ここで注目すべき点は、式(13)から、レイノルズのアナロジーによって関連付けられる摩擦係数は、 $z$ 、 $\theta$  両方向合わせた壁面摩擦係数 $C_f$ ではなく、 $z$ 軸方向の摩擦係数 $C_{fz}$ という点である。これは流れが軸対称、つまりエンジン内の温度分布も軸対称であるという仮定から、周方向への熱輸送は生じないという結果に起因するものであり、定性的にもよく理解できる結果である。さらに、エネルギー輸送方程式の形式から軸対称円筒座標系でのナビエ・ストークス方程式の $z$ 方向と相似となるため、式(13)右辺には $z$ 方向の諸量のみを含むという結果となった。また、Karabeyogluのモデルでは、主流流束はほぼインジェクタからの酸化剤入力と近似し、速度比は定数と見ているから、旋回流の影響は $C_{fz}$ に集約される事が予測できる。従って、 $C_{fz}$ を如何に適切に評価できるかが旋回流の熱伝達への影響を定量的に評価する鍵を握っていると言える。

境界層内のせん断応力は、Dorranceら<sup>[3]</sup>のブローイングパラメータで表す手法とW. Czernuszenkoら<sup>[4]</sup>の3次元に拡張したプラントルの混合長理論を用いた手法の2通りで表せる。軸流型での導出と同様に、それらの式を等号で結んだ微分方程式を境界層内速度場の指数法則を用いて解くと、摩擦係数については式(14)~(16)のようになった。

$$\frac{C_{fz}}{2} = (\alpha_z \xi + \beta_z) Re_{\delta_z} \gamma_z \frac{\ln(1+B_z)}{B_z} \dots (14.a)$$

$$\frac{C_{f\theta}}{2} = (\alpha_\theta \xi^{-1} + \beta_\theta) Re_{\delta_\theta} \gamma_\theta \frac{\ln(1+B_\theta)}{B_\theta} \dots (14.b)$$

各軸の $(\alpha, \beta, \gamma)$ を最小二乗法でフィッティングすると、 $(\alpha_z, \beta_z, \gamma_z) = (0.0178, 0.0250, -0.188)$  ,  $(\alpha_\theta, \beta_\theta, \gamma_\theta) = (0.020, 0.0441, -0.234)$ 。また、境界層内速度については

$$\omega_z = \eta_z n_z \frac{(1+B_z \eta_z n_z^2/2)}{1+B_z/2} \dots (15.a)$$

$$\bar{\omega} = \eta_\theta n_\theta \frac{(1-\delta_\theta/R+B_\theta \eta_\theta n_\theta^2/2)}{1-\delta_\theta/R+B_\theta/2} \dots (15.b)$$

という関係式が導出される。式(14.a)は円周方向速度を0とすると、軸流での形式<sup>[6]</sup>と同一となる。

(14)で燃料湧き出し込みの摩擦係数を形式的に表現できてはいるが、 $\xi$ や $\delta_z$ を $z$ の関数として表す必要があり、そのためには運動量積分方程式等の保存則を解く必要がある。軸流の場合は $z$ 方向の変数は $\delta_z$ のみであったが、旋回流では $z$ 方向の変数が $\delta_z$ 、 $\delta_\theta$ に加え $\xi$ も $z$ により変化するため、運動量、角運動量、エネルギーの積分方程式を連立して解く必要がある。しかし、これらは非線形な1次の連立微分方程式となり、たとえ簡略化したとしても解析的に解くことが困難である。従って本論文では旋回流の「旋回強さは $z$ 方向に指数関数的に減衰すると近似できる<sup>[2][7]</sup>」という実験による経験則を利用してこれを解くこととした。よって方程式は $u_{ze}$ が一定とすると、

$$\xi = \xi_0 \exp(pz) \dots (16)$$

で表され、今回は壁面湧き出しがある場合でも、式(16)の形は変化しない、つまり、式(16)では壁面からの湧き出しの効果は $p$ のみに表れると仮定した。運動量及び角運動量積分方程式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \int_{R-\delta_z}^R r u_z (u_z - u_{ze}) dr &= \frac{R \tau_{zw}}{\rho} (1+B_z) \dots (17) \\ \frac{\partial}{\partial z} \int_{R-\delta_\theta}^R r u_z (r u_\theta - (R-\delta_\theta) u_{\theta e}) + \frac{1}{2} \frac{\partial (R-\delta_\theta) u_{\theta e}}{\partial z} \int_{R-\delta_\theta}^R r u_z dr &= \\ &= \frac{R^2 \tau_{\theta w}}{\rho} \left(1 + \left(1 - \frac{\delta_\theta}{R}\right) B_\theta\right) \dots (18) \end{aligned}$$

である。 $z$ 軸方向主流速度は $z$ 方向一定として、式(17)を式(16)を用いて解くと、

$$\frac{C_{fz}}{2} = \left\{1 + \frac{\alpha_z \xi_0 (\exp(pz)-1)}{\beta_z p z}\right\}^{1-\gamma_z} \left\{1 + \frac{\alpha_z}{\beta_z} \xi_0 \exp(pz)\right\} \frac{C_{fz}}{2} \Big|_{\xi_0=0} \dots (19)$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} \frac{C_{fz}}{2} \Big|_{\xi_0=0} &= \left[ \frac{(1+B_z) \ln(1+B_z)}{B_z} \right]^{1-\gamma_z} \left[ \frac{\left(1 + \frac{B_z}{2}\right)^2}{1 + \frac{13B_z}{10} + \frac{4B_z^2}{11}} \right]^{1-\gamma_z} \frac{C_{fz}}{2} \Big|_{\xi_0=0, B_z=0} \\ &\approx 0.03 q B_z^{-k} \left(\frac{G_z z}{\mu}\right)^{-0.2} \dots (20) \end{aligned}$$

式(20)に $k$ における $B_z$ に関する近似はMarxman<sup>[6]</sup>の手法を参考にした。これによって $C_{fz}$ を $z$ の関数として表現することができた。また、旋回の減衰は壁面からの湧き出しが無い場合、Wiendelt<sup>[2]</sup>による過去の旋回流の減衰に関する論文調査(図2)より、

$$p = -0.569D^{-1.277} \left(\frac{u_{ze}}{v}\right)^{-0.277} \dots (21)$$

とした。減衰のパラメータ $p$ への湧き出しの影響を考慮するには式(14.b), (16)を用いて式(18)の角運動量積分方程式を解く必要があるが、近似による簡略化を行っても複雑で解析解が存在しないため、本論文ではまず、湧き出しの効果を検討しないこととして今回は $p$ をそのまま用いた。今後、積分方程式の数値解による調査やその他の湧き出しモデルの構築から、湧き出しの影響を考える予定である。

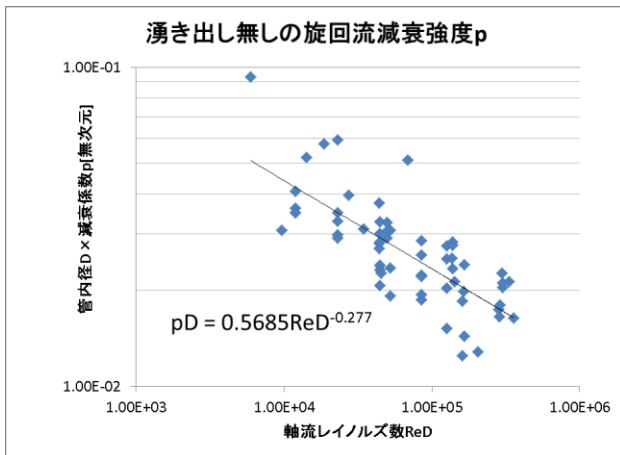


図 2:過去の旋回流の減衰に関する論文調査

#### 4. 摩擦係数の実験との比較

式(19)で、 $B_z = 0$ とすると、 $\frac{C_{fz}}{2}$ は

$$\frac{C_{fz}}{2} = 0.03 \left\{ 1 + \frac{\alpha_z \xi_0 (\exp(pz) - 1)}{\beta_z pz} \right\}^{\frac{1}{1-\gamma_z}} \left\{ 1 + \frac{\alpha_z}{\beta_z} \xi_0 \exp(pz) \right\} \left( \frac{G_{oz}}{\mu} \right)^{-0.2} \dots (22)$$

となる。これを壁面からの湧き出し無しの条件下の実験結果と比較した(図 3)。今回比較に用いたデータは鬼頭らによる旋回流の壁面摩擦係数の測定値<sup>[7]</sup>である。横軸はスワール数であるが、この摩擦係数比はスワール数の他にも境界層厚さに依存するため、軸方向距離も同時に考慮しなければならない点に注意されたい。

図 3 を見ると、旋回の影響のオーダーとしては一致しており、特にスワール数が小さい時には実験結果とよく合っているが、高いスワール数では摩擦係数は小さく見積もられていることがわかる。旋回が強い時にずれが大きくなる原因は、一つは旋回が強い時は $z$ 軸方向距離が $0$ に旋回器から出たばかりであり、速度分布が今回仮定した分布と大きく異なるため、もう一つは、実験での軸方向主流速度は一定ではなく、境界層の外側の速度が最も大きく、管の中

心に近づくにつれ速度が小さくなるといった分布を取っており、そのため運動量が理論値よりも小さくなり、旋回強さが小さく見積もられた、等の原因が考えられる。また、高いレイノルズ数になるほど壁面摩擦係数の実験値と理論値は近づいているため、境界層厚さが管半径に対し十分に小さいといった近似による誤差も原因の一つと考えることができる。

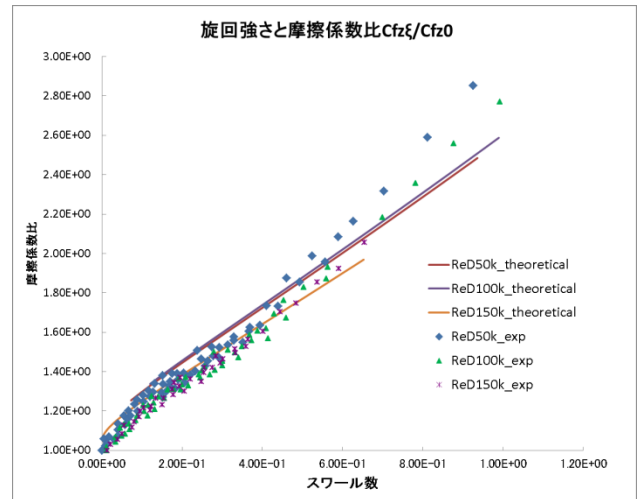


図 3:湧き出し無しの場合の旋回強さと壁面摩擦係数比

#### 5. 後退速度比の実験値との比較

式(16)で求めた壁面摩擦係数を式(13)に代入して壁面への熱流束は以下のように表せる。

$$\dot{Q}_c = A' \left\{ \frac{1 + (\beta_z / \alpha_z) \xi_0 \exp(pz)}{(1 + \frac{\beta_z \xi_0 \exp(pz) - 1}{pz})^{\frac{1-\gamma_z}{\beta_z}}} \right\}^{\frac{1}{1-k}} z^{-\frac{0.2}{1-k}} G_{oz}^{\frac{0.8}{1-k}} \hat{r}^{-\frac{k}{1-k}} \dots (23)$$

これより、 $a$ を修正した $a_\xi$ は(23)のようになる。

$$\frac{a_\xi}{a} = \frac{1 + (\beta_z / \alpha_z) \xi_0 \exp(pz)}{(1 + \frac{\beta_z \xi_0 \exp(pz) - 1}{pz})^{\frac{1-\gamma_z}{\beta_z}}} \dots (24)$$

また、式(7)の指数 $n$ に当たる箇所は、今回求めたモデルでは旋回の影響は殆ど受けなかった。この指数 $n$ は実験でも大きく変化しないことが確かめられている<sup>[8]</sup>。従って、式(24)は軸流型に対する旋回で燃料後退速度がどれだけ大きくなるかということを示しており、旋回流型エンジンにおける境界層燃焼モデルがどの程度正確であるかを示す目安として利用することができる。

式(24)を利用し、湯浅らによる旋回流型ハイブリッドロケットエンジンの実験との比較を行った。この実験は酸化剤に酸素、燃料にPMMAを用いた初期ポート径40mm、

長さ 150mm, 500mm のラボスケールエンジンである。エンジンと実験の詳細は参考文献を参照されたい。湯浅らの実験結果を初期形状スワール数に応じて式(7)でフィッティングした場合、 $a, n$ 共に大小の差はあるがどちらも変化しているため、「各形状スワール数での後退速度と軸流での後退速度の比」を実験での酸化剤流量の範囲で平均化し、 $\frac{a\xi}{a}$ の実験値として用いた。長さ 150mm では平均化する酸化剤質量流束 $G_{oz}$ の範囲を[11.4, 20.9][kg/(m<sup>2</sup>s)]、長さ 500mm では[42.9, 53.4][kg/(m<sup>2</sup>s)]とした。これら実験から算出した後退速度比と式(24)に実験におけるパラメータをプロットし、比較したものが図 4 である。

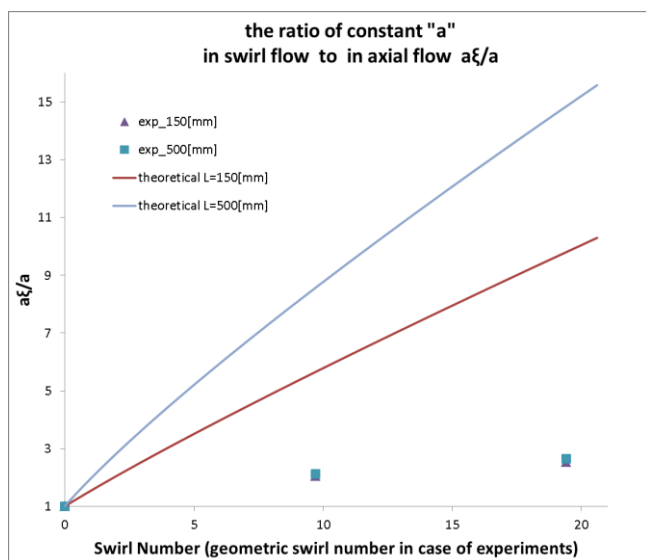


図 4:  $a\xi/a$ の理論値及び実験値での比較

スワール数に対する $\frac{a\xi}{a}$ の増加率が正となり、大きなスワール数の場合は増加率がわずかに小さくなるという定性的な傾向は一致した一方、理論値は実験値のおよそ 2.5 倍という値を取っている。式(20)ではブローイングによって軸方向摩擦係数が大きく減少するということがわかる一方、本論文では燃料湧き出しは旋回の減衰に影響しないという仮定を置いて計算している。これは燃料湧き出しによって円周方向の壁面摩擦係数が変化しないという仮定を置いていることと同じで、仮に軸流と同様ブローイングによって大きく減少する場合、現状の理論値が実験値に近づく可能性は高い。よって、旋回流型の境界層燃焼モデルを考える場合には壁面湧き出しによる旋回の減衰についての影響をより深く考える必要があると考えられる。また、形状スワール数と実際の初期スワール数の差を考えるこ

とも重要である。本江ら<sup>[9]</sup>は湯浅らのエンジンとほぼ同形状でコールドフローによる流れ場の数値解析を行っており、その結果から初期スワール数と形状スワール数の比を計算すると 2/3 程度となった。従って、形状スワール数と実際の初期スワール数の差を考慮することも、これらの理論の正確性を議論するには考慮しなければならないと考えられる。

## 6. まとめ

旋回流型 HR エンジンの安定性解析を最終目標に、旋回は指数関数的減衰が起こる事を仮定し、壁面摩擦係数や壁面への熱流束を求めた。軸方向壁面摩擦係数比を低旋回の湧き出しの無い実験と比較したところ、特に  $ReD=1.5 \times 10^5$  付近では良く一致した。更に、コールドフローでの減衰パラメータ $p$ を用いた場合の旋回強度と後退速度増加の関係の定性的性質は凡そ一致したが、軸流に対する後退速度比は実験値の 2.5 倍強という値を取った。本論文では燃料湧き出しの円周方向の摩擦係数への影響や、形状スワール数と実際の初期スワール数の差異等、複数の重要な要素を考慮しなかったため、それらについてのより深い考察が必要であると思われる。

今後は、定常状態での境界層燃焼モデルの正確性を高め、微小擾乱と時間遅れを与えて非定常でのモデルを導出し、固体燃料の熱伝導モデルと合わせて旋回流型 TC Coupled Model を構築し、旋回流型 HR エンジンの燃焼安定性予測手法を確立したいと考えている。

## 7. 記号

$a, A', q: \dot{r}, \dot{Q}_c, C_f/C_{f0}$ に関する比例定数

$B: -(\rho u_r)_w / (\rho_e u_e C_f / 2)$ ブローイングパラメータ

$C, E_a, \Delta h, L_v$ : 固体燃料の比熱、固体燃料活性化エネルギー、火炎面と壁面のエンタルピー差、固体蒸発の潜熱

$C_f$ : 摩擦係数

$C_H$ : スタントン数

$D, L, R$ : 燃料ポート直径、長さ、半径

$E_E, E_h, E_L: \frac{E_a(\Delta T)_{ref}}{R\mu(T_s)_{ref}^2}, 1 + E_L, \frac{L_v}{C(\Delta T)_{ref}}$

$G, G_L$ : 質量流束、無次元化した $G$ のラプラス変換

$k$ : ブロッキングパラメータ (定数)

$n$ :  $\dot{r}$ に関する指数 (定数)

$p$ : 旋回の減衰に関する指数パラメータ  
 $\dot{Q}_c, Q_L$ : 壁面への熱流束、無次元化した $\dot{Q}$ のラプラス変換  
 $\dot{r}, \dot{R}, \dot{R}_L$ : 燃料後退速度、無次元化した $\dot{r}, \dot{R}$ のラプラス変換  
 $Re$ : レイノルズ数  
 $R_\mu, \kappa, \lambda, \nu$ : 気体定数、熱拡散係数、熱伝導率、動粘性係数  
 $s, t$ : ラプラス変換の変数、時間  
 $T, T_a, \Delta T$ : 温度、壁面から距離 $\infty$ での固体燃料温度、 $T_s - T_a$   
 $S, u, \rho, \xi, \omega$ : スワール数 ( $\frac{z \text{ 軸一定断面での角運動量}}{R \times z \text{ 軸一定断面での運動量}}$ )、速度、流体  
 密度、旋回強さ  $\frac{u_{\theta e}}{u_{ze}} = 2S$ 、角速度  
 $x, z$ : ポート表面からの距離、軸方向距離  
 $\alpha, \beta, \gamma$ :  $C_f$ に関する定数  
 $\delta, \eta, \varphi$ : 境界層厚さ、境界層内無次元半径方向距離、速度  
 $\tau_{bl}$ : 境界層内時間遅れ  
 $\tau_{zw}, \tau_{\theta w}$ :  $z, \theta$  方向壁面摩擦応力  
 下付き文字、記号  
 $a_{z=0}$   $b$ : 火炎面  $bl$ : 境界層  $e$ : 自由流れ、主流  $f$ : 燃料  $o$ : 酸化  
 剤  $r$ : 半径方向  $ref$ : 定常状態、参照  $s$ : 表面  $w$ : 壁面  $z$ :  $z$  方向  
 $\theta$ :  $\theta$  方向  $\xi$ : 旋回あり  $\bar{\quad}$ : 無次元化  $\cdot$ : 時間微分

## 8. 参考文献

- [1] M. Arif Karabeyoglu, Shane De Zilwa, Brian Cantwell and Greg Zilliac, "Transient Modeling of Hybrid Rocket Low Frequency Instabilities", AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit 20-23 July 2003, Huntsville, Alabama
- [2] Wiendelt Steenberg, Ph.D thesis, "Turbulent Pipe Flow with Swirl", University Eindhoven of Technology, 1995
- [3] William H. Dorrance and Frank J. Dore, "The Effect of Mass Transfer on the Compressible Turbulent Boundary-Layer Skin Friction and Heat Transfer", Journal of the Aeronautical Sciences, 1954, Vol.21, pp. 404-410
- [4] W. Czernuszenko and A.A.Rylov, "A Generalization of Prandtl's Model for 3D Open Channel Flows", Journal of Hydraulic Research, 2000, 38:3, pp. 173-180
- [5] G. MARXMAN et al., Symposium (International) on Combustion Volume 9, Issue 1, 1963, Pages 371-383

- [6] Gerald A. Marxman, "Combustion in The Turbulent Boundary Layer on a Vaporsing Surface", Tenth Symposium (International) on Combustion, the Combustion Institute, 1965, pp. 1337-1349
- [7] 鬼頭修己ら, "管内旋回流の壁面せん断応力直接測定", 日本機械学会論文集(B編), 51 巻 468 号, 1985, 2597-2605
- [8] Yuasa Saburo, et al. "Development of A Small Sounding Hybrid Rocket with a Swirling-Oxidizer-Type Engine", 37th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, 8-11 July 2001, Salt Lake City, Utah
- [9] Mikiro Motoe and Toru Shimada, "Head-end Injected Swirling Gas Flow in a Chamber", 45th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, 2 - 5 August 2009, Denver, Colorado, AIAA 2009-5025