

大気中におけるマイクロ波支持衝撃波の電磁波流体連成解析

○ 宮本英昭, 大西直文 (東北大工)

Electromagnetic Wave-Fluid Coupling Analysis of Microwave-Supported Shock Wave in Atmosphere
Hideaki MIYAMOTO and Naofumi OHNISHI (Dept. of Aerospace Eng., Tohoku U.)

Abstract

A two-dimensional finite-difference time domain (FDTD) code and two-dimensional computational fluid dynamics (CFD) code were developed for examining shock waves driven by microwave-induced filamentary plasma. A unified code was then developed based on the two codes in order to investigate the relation between the ionization front and generated thrust in detail. In the analysis with the unified code, the shock wave formation is affected by the ionization structure. In the atmospheric pressure, the ionization front is discretely created and supports a strong shock wave. However, the energy absorption rate decreases in a diffusive ionization front which is obtained at the low ambient pressure since the diffusive region is difficult to efficiently absorb the microwave energy due to lower degree of ionization.

1. はじめに

推進エネルギーを地上から電磁ビームで供給し、大気を吸い込んで推進剤とする宇宙輸送システムは、輸送機の重量を大幅に軽減できるため、現在の化学ロケットに比べ輸送コストを低減できると期待されている [1]. 図 1 はマイクロ波を利用したビーム推進システムの概念図であり、地上から照射されるマイクロ波によってプラズマを生成し、衝撃波を駆動して推進力を得る。

このようなビーム推進機において、放物面鏡によってマイクロ波を集光することで形成される電離波面は、マイクロ波を吸収しながら超音速で伝播する [2]. この電離波面は、細かいフィラメント構造を形成することが実験によって確かめられている。この構造の形成過程は雰囲気圧力に対して依存性を持っており、低圧下では構造が不鮮明となり、0.2 atm 以下で消滅する。一方、推力の測定から、上記と同程度の気圧において運動量結合係数 (=推力インパルス/入力エネルギー) が急激に低下し、0.15 atm においては運動量結合係数を見積もることができなかった。そのため、フィラメント構造の形成と推力には何らかの関係があると考えられているが、その詳細については明らかになっていない [3]. フィラメント構造が形成される要因について、マイクロ波とプラズマの干渉の影響が指摘されている。マイクロ波ビームの集光系で放電を発生させた場合、焦点近傍では小さなスポット状のプラズマがマイクロ波波長の 1/4 程度の距離をおいて次々と形成されることが確認されている [4].

電離波面の伝播により形成される衝撃波については、嶋田らにより研究されている [5]. 嶋田らは、一次元流体計算を用いて、解析空間に電離波面を模擬した加熱領域を伝播させることで、特徴的な衝撃波が形成されることを報告した。加熱領域のパワー密度がおよそ 0.1 MW/cm^2 のときには、Microwave Supported Combustion (MSC) と呼ばれる、エネルギー吸収領域の前方を衝撃波が伝播する構造が形成される。一方、加

熱領域のパワー密度がおよそ 0.3 MW/cm^2 のときには、Microwave Supported Detonation (MSD) と呼ばれる、エネルギー吸収領域と衝撃波がほぼ一致して伝播する構造が形成される。

電離波面の形成や推力との関係性を明らかにするためには、マイクロ波の伝播過程、集光過程や形成される衝撃波による推力生成過程を調べる必要があるが、それらの詳細を実験的に調べるのは困難であるため、数値シミュレーションによる研究が必要となる。本研究では、電磁波解析として、Finite Difference Time Domain (FDTD) 法に簡単な電離モデルを結合することによりマイクロ波の伝播過程、集光過程や電離過程を調べ、ビーム推進機内における電離波面形成の再現を試みる。また、電離波面の構造の変化に伴いマイクロ波エネルギーの吸収過程が変化し、流れ場形成に影響を及ぼすと考えられる。そこで電磁波解析と Computational Fluid Dynamics (CFD) を組み合わせた連成解析を行うことで、マイクロ波支持衝撃波のより現実的なモデリングを行う。

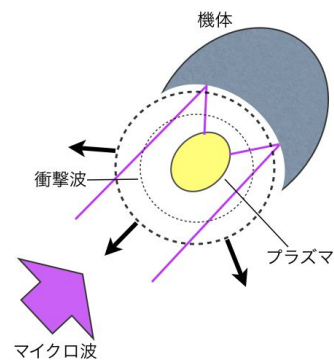


図 1 マイクロ波推進の概念図。

2. 数値計算法

2-1 電磁波解析

本研究では、マイクロ波の入射から電離波面形成までの過程を解析するために、FDTD法を採用する [6]. FDTD法とは、Maxwell方程式において、空間微分と時間微分を2次精度で中心差分化し、電界と磁界を逐次計算する方法であり、電磁界の過渡応答を直接解析できるという特徴がある。以下が解析に用いた支配方程式である。

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mu \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial \epsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \sigma \mathbf{E}(\mathbf{r}, t). \quad (2)$$

ここで \mathbf{E} は電場、 \mathbf{H} は磁場、 ϵ は誘電率、 μ は透磁率、 σ は導電率を表す。FDTD法では、Yee格子と呼ばれる xyz 空間の計算格子上に電磁界の各成分を定義する。例えば、電界 E_x は $E_x(i+1/2, j, k)$ 、磁界 H_x は $H_x(i, j+1/2, k+1/2)$ のように互いに $1/2$ 格子ずれた点に配置する。時間についても同様に、電界と磁界は E^n 、 $H^{n+1/2}$ のように $1/2$ 時間間隔ずれた時間ステップで定義する。電界、磁界の空間配置を図2に、時間配置を図3に示す。

また、本研究では、マイクロ波の伝播による電離過程を考慮するために、以下のような方程式に従う簡単な電離モデルを導入する。

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} - \nabla \cdot (D_e \nabla n_e) = n_e(v_i - v_a) - rn_e^2. \quad (3)$$

ここで n_e は電子数密度、 D_e は電子の拡散係数、 v_i は電子衝突電離による電離周波数、 v_a は電子付着周波数、 r は再結合係数を表す。拡散項の離散化には、2次精度中心差分を用いる。再結合は N_2^+ と電子による解離性再結合を導入する [7].

さらに、導電率や誘電率は以下のような関係式で更新することによりFDTD法と電離モデルをカップリングする。

$$\epsilon = \epsilon_0 \left\{ 1 - \frac{4\pi en_e}{m_e v_m} \right\}, \quad (4)$$

$$\sigma = \frac{n_e e^2}{m_e v_m}. \quad (5)$$

ここで e は電子の電荷、 m_e は電子の質量、 v_m は衝突周波数、 ϵ_0 は真空の誘電率を表す。

電離モデルを更新するには、電離周波数、衝突周波数など、幾つかの物理パラメータを決定する必要がある。本研究では、電子と中性粒子の衝突周波数や電子付着周波数は、圧力に依存するような以下のような関係式を用いて与える [8, 9].

$$v_m = 5.3 \times 10^9 p_{\text{torr}}, \quad (6)$$

$$v_a = 6.0 \times 10^4 p_{\text{torr}}. \quad (7)$$

ただし、 p_{torr} は単位を torr としたときの圧力である。また、電子と N_2 の電離周波数を評価するために、フリーソフトである bolsig+ に取められている値を用いた [10]. bolsig+ には、電離周波数が電界強度や雰囲気圧力の関数としてデータベース化されている。なお、本研究では、 E_x と E_y 成分を参照して電離周波数を評価することとした。

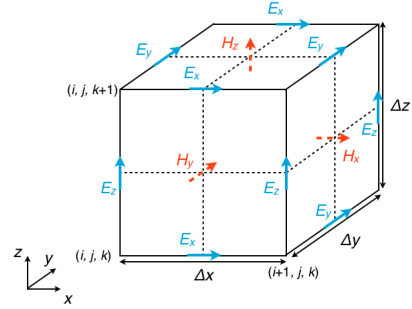


図2 空間における離散点の定義。

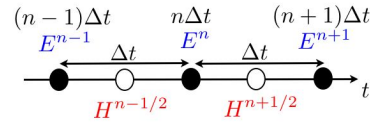


図3 時間における離散点の定義。

2-2 連成解析

図4に計算の流れを示す。連成解析では、電磁波計算において、電離によるエネルギー吸収率を算出する。次に、電磁波解析で得られたエネルギー吸収率を、流体計算におけるエネルギー保存式の生成項に代入することで流体計算を行う。結合計算で用いた二次元オイラー方程式を下記に示す。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} = \mathbf{W}, \quad (8)$$

ここで、保存量ベクトル \mathbf{Q} 、 x 方向の非粘性流束ベクトル \mathbf{E} 、 y 方向の非粘性流束ベクトル \mathbf{F} 、生成項 \mathbf{W} は以下のように与えられる。

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, \mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e + p)u \end{pmatrix}, \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e + p)v \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ S \end{pmatrix}. \quad (10)$$

ここで、 ρ は密度、 u は x 方向の流速、 v は y 方向の流速、 e は単位体積あたりの全エネルギー、 p は圧力、 S は単位体積あたりの電磁波のエネルギー吸収率を示す。エネルギー吸収率 S は、1ステップに増加する電子数密

度を電離周波数から算出し、その値に N_2 の電離エネルギーである 15.4 eV を積算することで見積もる。オイラー方程式の離散化には、流体計算と同様にセル中心有限体積法を用いる。空間精度は MUSCL 法 [11] を用いて 2 次精度とし、数値流束は AUSM-DV 法により評価する [12]。時間積分には 2 段階 Runge-Kutta 法を用いる。そして、流体計算で生じた圧力変化を電離モデルの式 (6), (7) や bolsig+ にフィードバックすることで電磁波計算と流体計算を結合した。このような処理を行うことで、電離モデルに圧力変化の影響を加味することが可能となる。

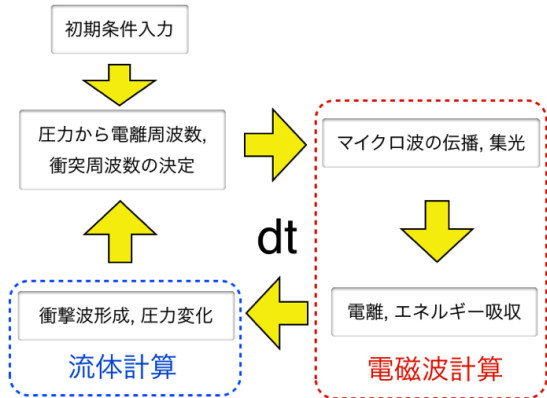


図 4 電磁場流体結合計算の計算サイクル。

3. 計算条件

3-1 電磁波解析の計算条件

電磁場解析の計算条件を図 5 に示す。物理空間は 3.6 cm の正方形で、グリット数は 600×600 、グリッド幅は波長の $1/50$ とした。空間の右側には、開口 3.6 cm、集光距離 2.0 cm のパラボラミラーを模擬した完全導体を設置する。初期電子数密度は 5.0 cm^{-3} とした。左側の境界からは、ガウシアン状のマイクロ波を入射する。入射電界強度は 5.0 MV/m、半値半幅は 1.3 cm、周波数は 100 GHz とした。そして、雰囲気圧力を変化させて解析を行う。

解析領域の端には、境界条件を設ける。左境界は、Mur の吸収境界とし、上下境界は周期境界とする。Mur の吸収境界条件とは、解析領域の外側境界において、境界面に達する平面波の後退波を 0 にするように波動方程式から電界、磁界を求める方法である。

3-2 連成解析の計算条件

連成解析の計算条件を図 6 に示す。結合計算の計算条件は、基本的に電磁波計算と同様の条件を用いる。すなわち、物理空間は 3.6 cm の正方形で、グリット数は 600×600 、グリッド幅は波長の $1/50$ とした。空間の右側には、パラボラミラーを模擬した完全導体を設置する。左側の境界からは、ガウシアン状のマイクロ波を入射する。半値半幅は 1.3 cm、周波数は 100 GHz とした。そして、入射電界強度や雰囲気圧力を変化させて解析を行う。

境界条件は、電磁場計算において、左側は Mur の吸

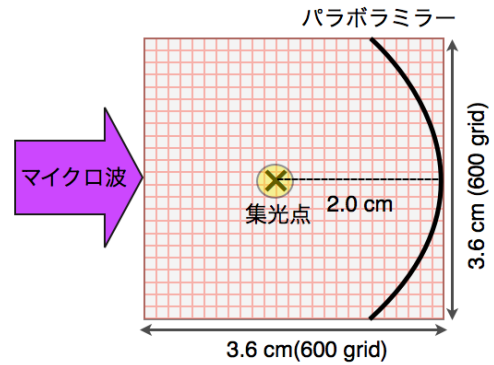


図 5 電磁波計算の計算条件。

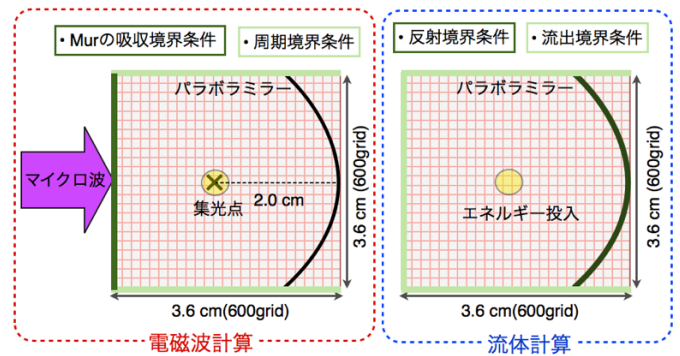


図 6 電磁場流体結合計算の計算条件。

収境界条件とし、上下方向は周期境界とした。また、流体解析では、解析領域の端は流出境界とし、パラボラミラー表面は反射境界とした。

4. 計算結果および考察

4-1 マイクロ波による電離波面の形成

4-1.1 大気圧下における電離領域の形成

電界と空間が平行な E 平面における、電界強度と電子数密度の時間発展を図 7 に示す。E 平面での電離領域は、時間発展に伴い帯状にビーム入射方向へ広がっていることが確認できる。本数値計算では電離スポットが集光点からマイクロ波の入射方向に向かって進展していくことが確認できる。これが実験で観察されるフィラメント構造になると考えられる。これらは Hidaka らによって報告されている E 平面における実験と同様の構造である [4]。図 8 に示すように、本研究で形成される電離領域の間隔は、電離波面伝播の実験で報告されている電離波面形成間隔の $\lambda/4$ とよい一致を示している。

電離波面の伝播は、電界強度が高くなった領域における電子衝突電離によって引き起こされると考えられる。マイクロ波が入射すると集光点で高電子数密度スポットが形成され、そのスポットを起点として離散的に高密度スポットが形成されていく。つまり、時間発展に伴い、ビーム入射方向へ電子数密度が局所的に高い箇所が次々と形成される。これは以下のような過程によるものである。まず、集光領域において電子数密度が 10^{14}

cm^{-3} 程度まで増加し、プラズマ周波数が反射条件を満たすことで、高密度領域の表面でマイクロ波の反射が起こる。そして、高密度領域の前方で局所的に電界強度が高くなり、電離が促進される。このような現象が繰り返されることで電離波面がビーム入射方向へ進展していく。

本研究では、パラボラミラーも考慮していることから、実験でも確認されているように、集光点から電離領域がミラーに向かって二方向へ形成されることも確認できる。これは以下のような理由による。まず、高密度領域が形成されると、それよりミラー側にはマイクロ波が進展しにくくなる。一方、集光領域の上下方向側では、マイクロ波が伝播することができ、パラボラミラーにより集光される。したがって図中の上下ではミラーから反射したマイクロ波によってミラー側に電離領域が形成されるため、集光領域から電離領域が二方向へ分かれて形成される。

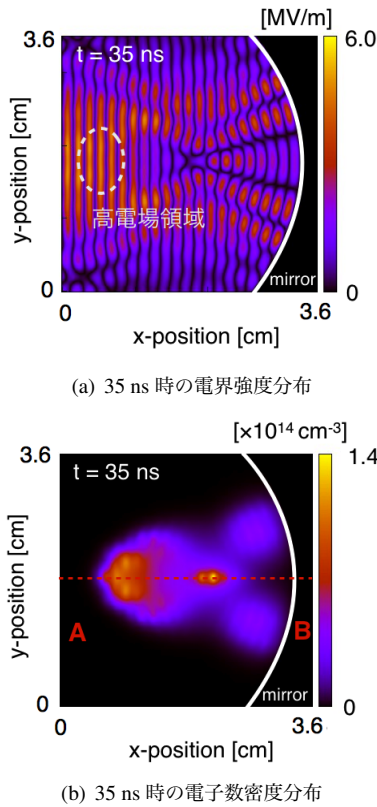


図7 E平面における1 atm 下の電離領域形成.

4-1.2 低圧力下における電離領域の形成

図9に0.1 atmの低圧力下におけるE平面での電界強度と電子数密度の分布を示す。このように低圧力下においても、電子数密度は 10^{12} cm^{-3} 程度まで増加するが、これはマイクロ波の反射条件を満たさないため、反射は顕著に見られない。そして、1 atmの場合と比べて電離領域が拡散的に形成される。電離波面の形成過程が雰囲気圧力によって変化する要因として、低圧力下では電子の拡散がより支配的になることが考えられる。すなわち、マイクロ波の反射により新たな電離領域が形

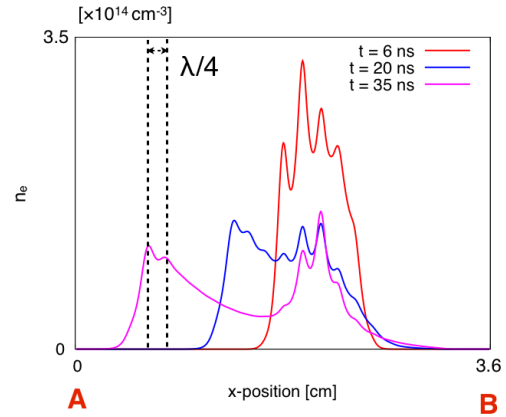


図8 A-B断面における電子数密度分布.

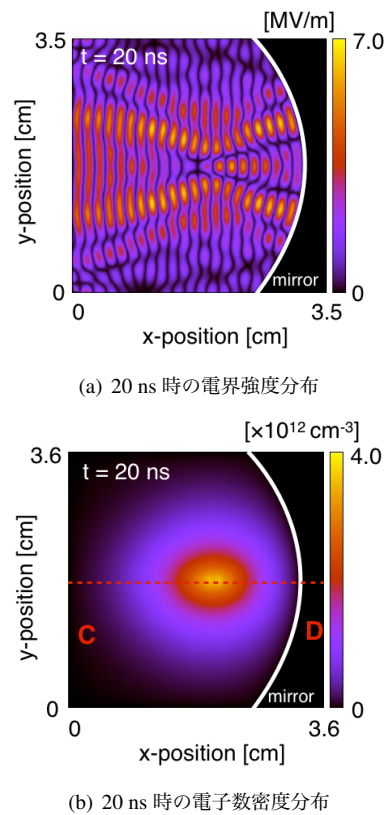


図9 E平面における0.1 atm 下の電離領域形成.

成される前に次の電離領域が形成される位置まで電子が拡散することで、離散的な電離領域が形成できないのである(図10)。

4-2 連成解析

4-2.1 大気圧下における衝撃波の形成

図11に、E平面において雰囲気圧力を1 atmとした場合の電子数密度と圧力分布を示す。集光領域においてエネルギー吸収が活発になると、衝撃波が形成される。このとき、衝撃波面と電離波面がほぼ一致して伝播していることから、衝撃波構造はMSD構造であることが分かる。つまり、衝撃波が伝播する前に新たな電離領域が形成されていると考えられる。

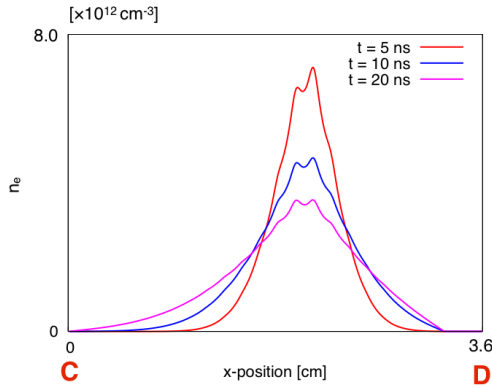
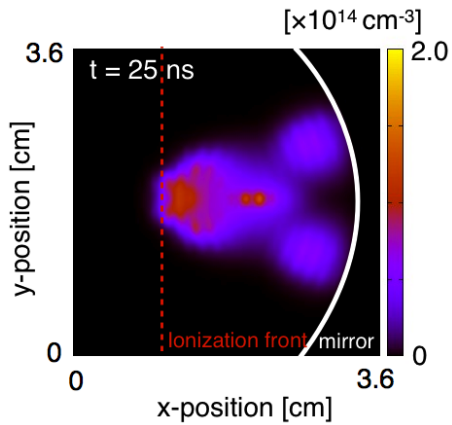
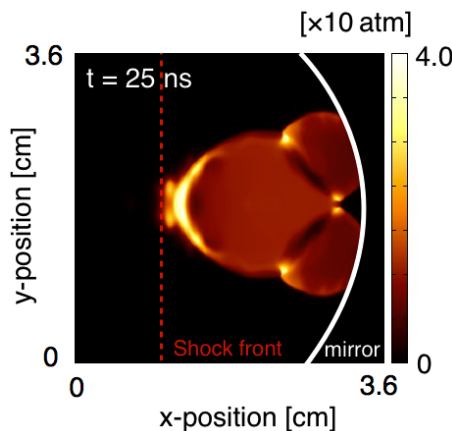


図 10 C-D 断面における電子数密度分布.

また本研究では、低パワー密度のマイクロ波を入射した場合に形成されることが考えられる MSC 構造の衝撃波を確認するまでに至らなかった。これは、低パワー密度の場合、衝撃波が形成されるまでに長時間のシミュレーションが必要となるためである。このような問題を解消するためには、流体計算のタイムステップが電磁波計算のタイムステップに依存しないような処理が必要である。



(a) 25 ns 時の電子数密度分布

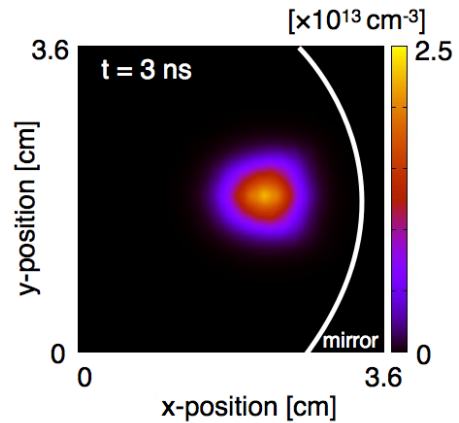


(b) 25 ns 時の圧力分布

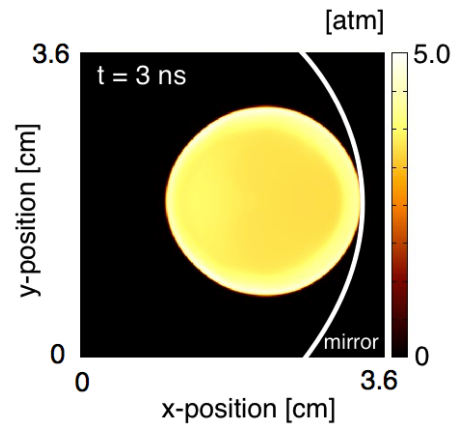
図 11 E 平面における 1 atm 下での衝撃波形成.

4-2.2 低圧力下における衝撃波の形成

低圧力下では、電離波面の構造が拡散的に変化するので、それに伴い衝撃波にも変化が生じる。はじめに、図 12 に、E 平面において雰囲気圧力を 0.1 atm とした場合の電子数密度と圧力分布を示す。低圧力下では、1 atm 下と比べて圧力強度がオーダーで減少している。その要因として、低圧力下において、エネルギー吸収率が減少したことが考えられる。これは、電離領域が拡散的になることで、電子数密度が低下するからである。また、低圧力下において電離構造は集光領域を中心に円形に伝播していく。このように、1 atm 下と比較してエネルギー吸収の様子が変化することにより、低圧力下での衝撃波面は円形な構造となる。



(a) 3 ns 時の電子数密度分布



(b) 3 ns 時の圧力分布

図 12 E 平面における 0.1 atm 下での衝撃波形成.

4-2.3 エネルギー吸収率の変化

低圧力下で衝撃波背後の圧力が低下する要因として、エネルギー吸収率の減少が考えられる。図 13 に、エネルギー吸収率の空間積分値の時間発展を示す。1 ns あたりでは、マイクロ波が集光されることで著しいエネルギー吸収が生じる。時間発展に伴い、1 atm 下において電離領域がビーム入射方向へ進展していくことで、エネルギー吸収率は低下し、一定値へ漸近する。これは電離領域がビーム入射方向へ進展することで、エネルギー吸収が定常的になるからである。一方、雰囲気圧力が 0.1

atm の場合、1 atm 下と比較してエネルギー吸収率が大幅に減少していることが分かる。そして、時間発展に伴い、エネルギー吸収を維持することができず減衰する。離散的な電離波面は、拡散的電離波面と比較して、エネルギーが十分に吸収されるので強い衝撃波が形成される。これは、離散的な電離波面では常に高電離度を維持しているからである。

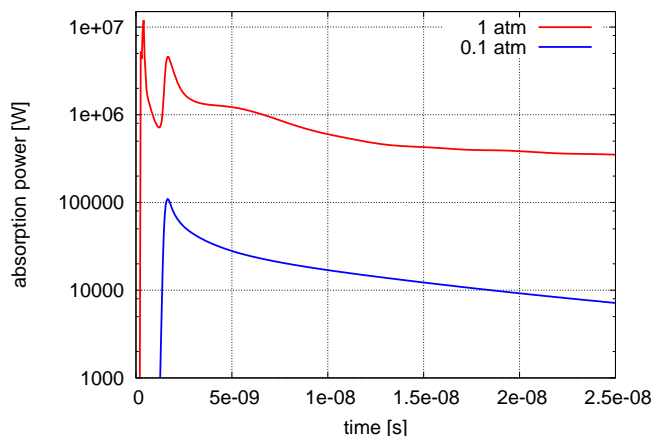


図 13 E 平面におけるエネルギー吸収率の空間積分値。

5. まとめと今後の予定

本研究では、マイクロ波による電離波面の伝播を捉えるために、FDTD 法に簡単な電離モデルを組み込んだシミュレーションコードを構築した。数値シミュレーションによってマイクロ波の集光過程から、電離波面がマイクロ波の入射してくる方向へ進展して行く様子を確認できた。この電離波面の電離スポットが形成されていく間隔は、約 $\lambda/4$ で形成される。一方で、帯状の電離領域がビーム入射方向へ進展していく様子が確認できた。これらの結果は、実験によって示されている電離波面進展の様子と一致している。

次に、電磁波伝播と流体との結合計算を行うシミュレーションコードを構築し、連成解析を行った。それにより電離波面の状態で、形成される衝撃波背後の圧力が大幅に変化することが分かった。低圧力下においては、電離波面が拡散的になり、エネルギーが十分に吸収される前に電離領域が移動するため、エネルギー吸収率が低下する。結果として、低圧力下においてエネルギー吸収を維持することができない。一方で、離散的な電離波面が伝播すると、エネルギーが十分に吸収されるので強い衝撃波が形成される。これは、離散的な電離波面では、常に高電離度を維持しているからである。

以上のことから、電離構造の変化に伴いエネルギー吸収率が変化することで、形成される衝撃波の様子が大きく異なることが分かった。すなわち、離散的な電離構造は高電離度となるので、より高いエネルギー吸収が望める。したがって、低圧力下において離散的な電離構造を維持することができれば、低圧力下でも強い衝撃波が得られると予想される。今後、推力について定量的な議論を行うためには、電磁波計算を用いて電離波面の伝播を

モデル化することが必要である。そうすることで流体計算のタイムステップを大きな値に設定することができ、推力評価が実現できると考えられる。また、さらに現実的なモデリングを行うには三次元計算を行う必要がある。

参考文献

- [1] H. Katsurayama, K. Komurasaki, and Y. Arakawa, "Feasibility for the Orbital Launch by Pulse Laser Propulsion," *Journal of Space Technology and Science*, Vol. 20, pp. 32–42, 2004.
- [2] 小田 靖久, 小紫 公也, 坂本 慶司, "大電力ジャイロトロンを用いたマイクロ波ロケットの推進性能の大気圧力依存性," *プラズマ・核融合学会誌*, Vol. 83, pp. 296–299, 2007.
- [3] 小田 靖久, 小紫 公也, 坂本 慶司, "プラズマの着火過程における電離ダイナミクスと構造," *プラズマ・核融合学会誌*, Vol. 84, pp. 343–347, 2008.
- [4] Y. Hidaka, E. M. Choi, I. Mastovsky, M. A. Shapiro, J. R. Sirigiri, and R. J. Temkin, "Imaging of Atmospheric Air Breakdown Caused by a High-Power 110-GHz Pulsed Gaussian Beam," *IEEE Transactions on Plasma Science*, Vol. 36, pp. 936–937, 2008.
- [5] 嶋田 豊, "マイクロ波支持デトネーションの新理論," 東京大学大学院修士学位論文, 2010.
- [6] 園田 潤, "高次 FDTD 法とクラスタを用いた並列計算による大規模電波伝播解析に関する研究" 東北大学大学院博士学位論文, 2005.
- [7] I. A. Kossyi, A. Y. Kostinsky, A. A. Matveyev and V. P. Silakov, "Kinetic Scheme of the Non-Equilibrium Discharge in Nitrogen-Oxygen Mixtures," *Plasma Sources Science and Technology*, Vol. 1, pp. 207–220, 1992.
- [8] B. Chaudhury, J. P. Boeuf and G. Q. Zhu, "Pattern Formation and Propagation during Microwave Breakdown," *Physics of Plasmas*, Vol. 17, 123505, 2010.
- [9] Q. Zhu and Z. Dong, "Modeling Study on Pressure Dependence of Plasma Structure and Formation in 110 GHz Microwave Air Breakdown," *Applied Physics Letters*, Vol. 98, 161504, 2011.
- [10] G. J. M. Hagelaar and L. C. Pitchford, "Solving the Boltzmann Equation to Obtain Electron Transport Coefficients and Rate Coefficients for Fluid Models," *Plasma Sources Science and Technology*, Vol. 14, pp. 722–733, 2005.
- [11] B. van Leer, "Toward the Ultimate Conservative Difference Scheme V, A Second - Order Sequel to Godunov's Method," *Journal of Computational Physics*, Vol. 32, pp. 101–136, 1979.
- [12] Y. Wada and M. S. Liou, "A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuous," *AIAA Paper 94-0083*, 1994.