

# イオンサイクロトロン共鳴/ポンドロモーティブ加速を利用した 無電極電気推進の数値解析

大塚 史子\*1 · 羽田 亨\*1 · 篠原 俊二郎\*2  
谷川 隆夫\*3 · 松岡 健之\*4

## Numerical Analysis of Electrodeless Electric Thruster Utilizing Ion Cyclotron Resonance/Ponderomotive Acceleration Scheme

Fumiko OTSUKA, Tohru HADA, Shunjiro SHINOHATA  
Takao TANIKAWA and Takeshi MATSUOKA

†E-mail of corresponding author: [otsuka@esst.kyushu-u.ac.jp](mailto:otsuka@esst.kyushu-u.ac.jp)

We have studied ion cyclotron resonance/ponderomotive acceleration (ICR/PA) for application to electrodeless electric thruster, by making use of test particle simulations. We estimate various statistics of acceleration process of ions such as the perpendicular and parallel energy gains,  $\Delta\epsilon_{\perp}$  and  $\Delta\epsilon_{\parallel}$ , respectively, via the ICR and PA, the ion gyroradius,  $\rho$ , increased by the ICR, and the index of the PA effect defined by  $R_{\epsilon} = 1 + \Delta\epsilon_{\parallel}/\Delta\epsilon_{\perp}$ . These statistics can be scaled by the dimensionless parameter of the applied rf electric field intensity,  $e_0 = E_0/\Omega B_0 R_0$ , where  $E_0$  and  $B_0$  are the electric and magnetic field magnitude at the resonance,  $\Omega$  is the ion gyrofrequency, and  $R_0 (= 0.1\text{m})$  is a device radius of the chamber. We found that, when  $1 < e_0 < 4$ ,  $\Delta\epsilon_{\parallel}$  increases while  $\Delta\epsilon_{\perp}$  is constant with the increase in  $e_0$ , and that the gyroradius is constant of  $\sim 0.35$  m. This result suggest that, when we choose the device radius is larger than 0.35 m, the exhaust velocities of the ions can increase via the PA, keeping the ion wall-loss via the ICR being suppressed.

**Key words :** *electric thruster, electrodeless thruster, ponderomotive force, ion cyclotron resonance*

### 1. はじめに

近年、無電極プラズマ推進が次世代の電気推進として脚光を浴びている。無電極プラズマ推進では、図1左に示すように、プラズマ外部に電極群（電極板や電流アンテナ）を設置し、プラズマと電極群が非接触の実質無電極な状態において、プラズマを円柱デバイスの軸方向へ電磁的に加速する。そのため、電極群の損耗を回避でき、原理的に寿命の制限がない。一方、実用化されている電気推進は、人工衛星「はやぶさ」にも搭載されていたイオンエンジンを含め、その殆どが有電極プラズマ推進であり、電極板とプラズマの接触により、電極損耗がエンジンの寿命を制限している。よって、電極損耗の問題を回避できる無電極プラズマ推進は、次世代電気推進として非常に有望である。無電極プラズマ推進の研究開発は、Helicon Electrodeless Advanced Thrusters (HEAT) [1], Variable Specific Impulse Magnetoplasma Rocket (VASIMR) [2], Double Layer Thrusters (DLT) [3] 等、世界中のプロジェクトにおいて精力的に進められている。HEAT プロジェクトでは、数種の加速手法を提案しており、実験・シミュレーション・理論の各側面から、各手法の比較検討・評価を行っている。[4-10].

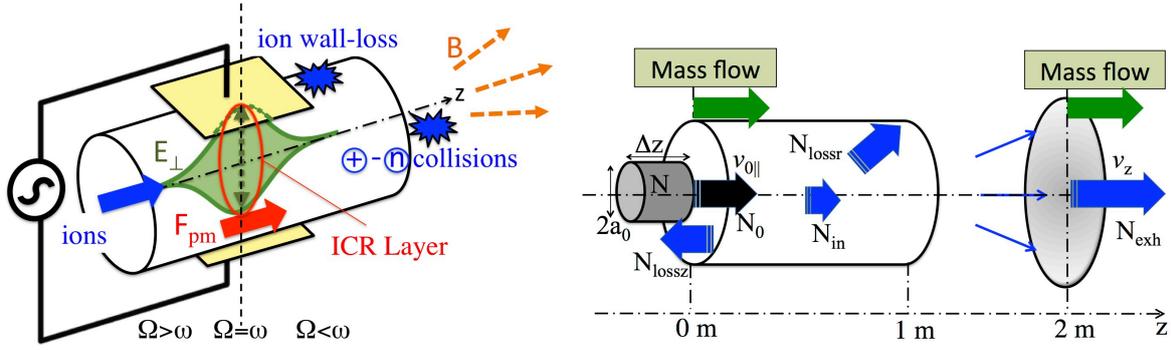
本稿では、HEAT プロジェクトの一環として、イオンサイクロトロン共鳴/ポンドロモーティブ加速 (Ion Cyclotron Resonance/Ponderomotive Acceleration: ICR/PA) を利用した無電極電気推進のテスト粒子解析を報告する。本研究で着目する電磁場ポンドロモーティブ力を利用した粒子加速のオリジナルのアイデアは、Dodin ら [11] や Emsellem [12] により提案されており、以下のものである。図1左に示すように、軸 ( $z$ ) 方向に磁場強度が減少する発散磁場を考える。軸方向に沿う

\*1 九州大学大学院総合理工学研究院

\*2 東京農工大学大学院工学研究院

\*3 東海大学総合科学技術研究所

\*4 宇宙航空研究開発機構・宇宙科学研究所 (現在 大阪大学光科学センター)



**Fig. 1** Schematic pictures of (Left) electric thruster by ion cyclotron resonance/ponderomotive acceleration (ICR/PA) and (Right) simulation setup.

平均磁場に対して、垂直に振動する空間的に局在化した高周波 (radio frequency: rf) 電磁場を印加する。このとき、ポンドロモーティブ・ポテンシャルは以下のように記述される。

$$\Phi(z) = \frac{q_i^2}{4m_i} \frac{E_{\perp}(z)^2}{\omega^2 - \Omega_i(z)^2}, \quad (1)$$

ここで、 $\omega$  と  $E_{\perp}(z)$  は rf 電磁場の周波数および振幅、 $m_i$ 、 $q_i$ 、 $\Omega_i(z)$  はそれぞれイオンの質量、電荷、ジャイロ周波数である。また、局在化した rf 電場の振幅のピーク地点 ( $z_0$ ) と共鳴点 ( $\Omega_i(z_0) = \omega$ ) が一致するように、rf 周波数を与える。すると、 $z < z_0$  の領域で  $\Omega_i(z) > \omega$  であるので、式 (1) の  $\Phi(z)$  の符号は反転し、 $\Phi(z)$  は共鳴点を超えて常に単調減少する。よって、ポンドロモーティブ力、 $F_{pm} = -d\Phi/dz$ 、は常に軸正方向に働き、イオンを軸方向に加速することができる。このように、ポンドロモーティブ力は純粋に軸方向の力である。

Dodin ら [11] はこの粒子加速にもとづく単一粒子の挙動を理論的に解析しているが、プラズマ推進への応用を念頭に、現実的な要因 (1. 粒子壁損失, 2. 粒子間衝突, 3. 背景プラズマの影響など) を取り入れた研究は行っていない。また、Emsellem [12] はこのポンドロモーティブ力を電気推進に利用するための流体計算を紹介しているが、具体的な計算モデルや計算結果の詳細は述べていない。そこで、我々は現実的な要因として、1. イオン壁損失と 2. 中性ガスとの衝突を考慮し、ポンドロモーティブ加速 (PA) を無電極電気推進に応用するための数値解析を行ってきた。なお、背景プラズマの影響により外部電磁場が遮蔽される効果は、現実的な要因として重要であるが、本稿では簡単のため外部電磁場の遮蔽効果は考慮せず、rf 電磁場が装置内部の径方向に一様に分布すると仮定した。

本研究で考慮する外部電磁場配位 (発散磁場+平均磁場に対して横波の電磁波パルス) のもとでは、純粋な軸加速である PA 以外に、垂直加速であるイオンサイクロトロン共鳴 (Ion Cyclotron Resonance: ICR) が存在する。ICR を利用した電気推進は VASIMR として知られており、VASIMR 型加速は NASA [2] や東北大学 [13] において実験的な研究がなされている。その加速原理は、ICR により垂直方向に加熱した粒子が、発散磁場のもと運動エネルギー変換により軸方向へ加速され、推力を得る、というものである。VASIMR 型加速の問題点は、垂直加熱によりイオンジャイロ半径が増大し、イオンの壁損失率が増す点である。PA と ICR は同時に起こり、分離できないが、PA の効果を最大にすることで、ICR によるイオン壁損失を最小限に抑制し、VASIMR より性能の良い電気推進を開発できるのではないかと、というのが本研究のねらいである。

これまでのテスト粒子解析 [9,10] では、推進剤としてアルゴン (Ar) を用いた場合、ICR のみに比べ PA の効果によりイオンのエネルギー増分が 60% アップすることを確認した。しかし、壁損失を抑制したまま、PA の効果により高い推力を得ることができるかは明かでない。そこで、本稿では PA の割合が増すパラメータ領域において、イオンジャイロ半径を定量的に評価し、壁損失を抑制したパラメータ領域において、PA が推力に貢献できるかを議論する。また、rf 電磁場強度、 $E_0$ 、や背景磁場強度、 $B_0$ 、は、イオンジャイロ半径を決定する重要なパラメータである。本稿では、 $E_0$  の無次元パラメータ、 $e_0 = E_0/B_0\Omega_i R_0$  を定義することで、加速を特徴づける統計量が  $e_0$  にスケールされることを示す。ICR/PA 手法の室内実験は、HEAT プロジェクトのもと東海大学の装置 (Tokai Helicon Device: THD) [14–16] を用いて行われているが、ICR/PA の原理実証には至っておらず、その要因としてイオン壁損失が考えられる。本稿で得られたスケールリングを利用すると、壁損失を回避する  $E_0$  と  $B_0$  のパラメータの組み合わせを概算できるため、室内実験を実施する際に有用であると考えられる。

## 2. 数値計算モデル

本稿では、与えられた外部電磁場のもと、イオンの軌道を追従するテスト粒子計算を行う。本稿で扱う数値計算方法は、基本的に文献 [9,10] と同じであるので、本節では、文献 [9,10] との相違点を中心に、計算方法の概要を述べる。イオンは、一価のヘリウム (He) イオンとアルゴン (Ar) イオンを考える。イオンの速度  $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$  と位置  $(x, y, z)$  は、以下に示す外部

電磁場を含んだ運動方程式の積分により求める。また、本稿では ICR/PA の加速過程に着目することから、計算モデルに径方向の壁損失の効果は含まない。加速を特徴づける統計量を評価した後、モンテカルロ法 [17] による中性粒子との衝突をモデルに組み込み、推力の評価を行う。計算モデルの詳細は以下である。なお、中性粒子との衝突モデルは、文献 [9] と同じであるため省略する。

## 2.1 外部電磁場

ファラデーの電磁誘導の法則を満たす rf 電磁場  $\mathbf{E}_{rf}, \mathbf{B}_{rf}$  は以下のように与える。

$$\mathbf{E}_{rf} = E_{\perp}(z) \sin(\omega t) \hat{x}; \quad \mathbf{B}_{rf} = \frac{E'_{\perp}(z)}{\omega} \cos(\omega t) \hat{y}, \quad (2)$$

ここで、ダッシュは  $d/dz$  を表す。電場強度の軸方向分布、 $E_{\perp}(z)$ 、は以下のようなガウス分布として与える。

$$E_{\perp}(z) = E_0 \exp\left(-\frac{(z-z_0)^2}{L_E^2}\right), \quad (3)$$

ここで、 $L_E$  はガウス分布の幅、 $E_0$  は共鳴点  $z = z_0$  での最大振幅であり、rf 周波数は  $\omega = \Omega(z_0)$  を満たす。背景磁場、 $\mathbf{B}_0$ 、は以下のような発散磁場として与え、 $\mathbf{B}_0$  は  $\nabla \cdot \mathbf{B}_0 = 0$  を満たす。

$$\mathbf{B}_0 = \left(-\frac{x}{2} B'(z), -\frac{y}{2} B'(z), B(z)\right), \quad (4)$$

ここで、軸方向の磁場、 $B(z)$ 、は以下のように、 $z \rightarrow \infty$  でゼロとなる双曲線関数として与える。

$$B(z) = B_0 \left(1 + \tanh\left(-\frac{z-z_0}{L_B}\right)\right). \quad (5)$$

$B_0$  は  $(0, 0, z_0)$  での磁場強度であり、 $L_B$  は軸方向に沿った発散磁場の空間勾配である。本稿では、 $L_E = 0.1$  m,  $L_B = 1.4$  m と固定し、 $20 \text{ V/m} \leq E_0 \leq 2000 \text{ V/m}$ ,  $B_0 = 100, 200, 400, 800 \text{ G}$  と変化させて、2.3 節で述べる種々の統計量を評価する。

## 2.2 イオン初期設定

図 1 右は、数値計算の設定を示す。イオンは初期に  $z < 0$  のグレーの小さい円柱で示した領域に存在する。イオンの初期速度分布は、軸方向にドリフトしたマクスウェル分布とし、軸方向のドリフト速度は  $v_{0\parallel}$  で表す。また、熱温度は  $T_i = m_i v_{th,i}^2 / 2$  と定義し、 $v_{th,i}$  はイオン熱速度である。イオンが初期に存在する小さな円柱の長さは  $\Delta z = v_{0\parallel} \Delta t$ 、半径は  $a_{0,i}$  である。ここで、 $\Delta t$  は計算の時間幅であり、各イオンの共鳴点でのジャイロ周波数  $\Omega_i$  を用い、 $\Delta t = 0.01 / \Omega_i$  として与えた。時間が  $\Delta t$  進むと、この小さな円柱に存在する粒子のうちの数割が、長さ 1 m・半径 0.1 m の加速領域の円柱へ入射される。この割合を  $\beta$  と書くと、 $\beta$  はドリフト・マクスウェル分布のパラメータである  $v_{0\parallel}$  と  $T_i$  の値によって決定される。本計算では、He と Ar イオンの両方に対し、 $v_{0\parallel} = 800 \text{ m/s}$  と  $T_i = 0.1 \text{ eV}$  を用いた。その結果、He と Ar イオンで数値的にそれぞれ  $\beta_{He} = 0.60$  と  $\beta_{Ar} = 0.77$  を得ている。

上記のイオン初期設定のもと、 $z = 0$  m における質量流量は以下のように書ける [9]。

$$\dot{m}_i = \beta_i m_i n_0 \pi a_{0,i}^2 v_{0\parallel}. \quad (6)$$

ここで、 $n_0$  はイオンの初期密度であり、He および Ar イオンの両方で  $n_0 = 10^{19} / \text{m}^3$  とした。本稿では、He と Ar に対し、 $\dot{m}_i / m_i$  が一致するように設定した。つまり、 $\beta_{He} a_{0,He}^2 = \beta_{Ar} a_{0,Ar}^2$  を満たすように、イオン初期半径  $a_{0,i}$  を選んだ。ここでは、 $a_{0,Ar} = 0.03 \text{ m}$  とし、 $a_{0,He} = \sqrt{\beta_{Ar} / \beta_{He}} = 0.034 \text{ m}$  を用いた。このとき、He および Ar イオンの質量流量はそれぞれ、 $\dot{m}_{He} = 0.116 \text{ mg/s}$  および  $\dot{m}_{Ar} = 1.16 \text{ mg/s}$  となる。

また、図 1 では加速領域の円柱境界を図示しているが、本稿では径方向の壁損失は考慮していない。しかし、電場強度が大きくと、粒子軌道が非線形になると、ポンドロモーティブ場に反射され、 $z = 0$  m から入射された粒子が、速度を反転させ、再び入射領域に戻り、 $z = 0$  m で損失する現象が起きる。また、中性粒子との衝突によっても  $z = 0$  m でイオンは損失するため、本稿では  $z = 0$  m での壁損失のみを考慮している。

## 2.3 統計量評価

上記の初期設定のもと、以下に示すイオン運動の統計量を評価する。

### 1. エネルギー増分：

$z = 0$  m から入射されたイオンは、 $z_0 = 0.5$  m の共鳴点を通過する際に、ICR および PA によって、それぞれ垂直方向および

軸方向に加速される。イオンの垂直方向および軸方向のエネルギーを  $z$  の関数として、以下のように評価する。

$$\epsilon_{\perp}(z) = \frac{m_i}{2} \langle v_x^2(\mathbf{r}[t]) + v_y^2(\mathbf{r}[t]) \rangle \quad (7a)$$

$$\epsilon_{\parallel}(z) = \frac{m_i}{2} \langle v_z^2(\mathbf{r}[t]) \rangle \quad (7b)$$

ここで、 $\langle \rangle$  は位置  $z$  を通過する粒子すべてのアンサンブル平均を表す。全エネルギーは  $\epsilon(z) = \epsilon_{\perp}(z) + \epsilon_{\parallel}(z)$  である。

図 2 に典型的な Ar イオンのエネルギーの発展を示す。共鳴点  $z_0 = 0.5$  m より少し手前から、 $\epsilon_{\perp}$  が ICR により急激に増加し、 $\epsilon_{\parallel}$  も共鳴点近傍で PA により若干増加する。共鳴点を過ぎると、全エネルギー  $\epsilon$  を一定に保ちながら、発散磁場のもと  $\epsilon_{\perp}$  が  $\epsilon_{\parallel}$  に変換され、 $\epsilon_{\parallel}$  が増加する。よって、各方向のエネルギー増分を評価するには、エネルギー変換が起こる前に評価すべきである。ここでは、垂直方向のエネルギー増分  $\Delta\epsilon_{\perp}$  を、 $\epsilon_{\perp}$  が最大となる地点  $z_c$  において定義し、軸方向のエネルギー増分  $\Delta\epsilon_{\parallel}$  は、全エネルギー増分  $\Delta\epsilon$  と  $\Delta\epsilon_{\perp}$  の差として以下のように定義した。

$$\Delta\epsilon_{\perp} = \epsilon_{\perp}(z_c) - \epsilon_{\perp,0} \quad (8a)$$

$$\Delta\epsilon_{\parallel} = \Delta\epsilon - \Delta\epsilon_{\perp}, \quad (8b)$$

ここで、 $\Delta\epsilon = \epsilon - \epsilon_0$  であり、 $\epsilon_{\perp,0}$  および  $\epsilon_0$  はそれぞれ初期の垂直方向のエネルギーおよび初期の全エネルギーである。

## 2. PA 効果の指標：

PA の効果を定量化するために、PA 効果の指標  $R_{\epsilon}$  を以下のように定義する。

$$R_{\epsilon} = \frac{\Delta\epsilon}{\Delta\epsilon_{\perp}} = 1 + \frac{\Delta\epsilon_{\parallel}}{\Delta\epsilon_{\perp}}. \quad (9)$$

ここで、各エネルギー増分は式 (8) で求めた値を用いた。 $R_{\epsilon} = 1$  の場合には、エネルギー増加は ICR のみであることを示し、 $R_{\epsilon} > 2$  であれば、PA によるエネルギー増分が ICR によるエネルギー増分より大きいことを示す。

## 3. ジャイロ半径：

ジャイロ半径が装置半径より大きくなると、イオンは装置の径方向壁面で損失してしまう。ここでは、 $\epsilon_{\perp}$  が最大となる  $z = z_c$  において、ジャイロ半径  $\rho$  を評価する。 $z$  方向の磁場  $B(z)$  より定義した  $\Omega_i(z)$  を用い、

$$\rho = \frac{v_{\perp}(z_c)}{\Omega_i(z_c)} = \sqrt{\frac{2\epsilon_{\perp}(z_c)}{m_i}} / \Omega_i(z_c), \quad (10)$$

と定義した。数値的に得られるジャイロ半径と壁損失の関連を議論する。

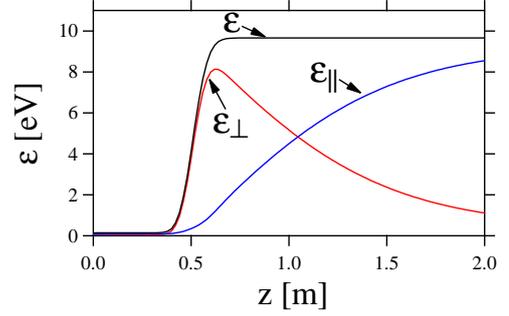
## 4. 推力：

垂直方向から軸方向へ運動エネルギーがほぼ完全に交換された地点で推力を評価する。発散磁場の軸方向勾配が  $L_B = 1.4$  m であることから、 $z = 2$  m において推力を評価する。 $z = 0$  m より入射された  $N_0$  個のテスト粒子は、4つのグループに分類される (図 1 右参照)。それらは、1)  $z = 0$  m の壁面で損失する粒子、2) 径方向の壁面で損失する粒子、3) 加速領域内に残っている粒子、4)  $z = 2$  m に排気される粒子である。これらの粒子数をそれぞれ、 $N_{lossz}$ 、 $N_{lossr}$ 、 $N_{in}$ 、 $N_{exh}$  すると、 $N_0 = N_{lossz} + N_{lossr} + N_{in} + N_{exh}$  である。本計算では、 $t = 0$  で入射した  $N_0$  個の粒子が、加速領域から無くなる ( $N_{in} = 0$  となる) まで計算を行い、推力を評価する。また、本計算では径方向の壁損失は考慮していないため、 $N_{lossr} = 0$  である。よって、計算の終わりには  $N_0 = N_{lossz} + N_{exh}$  となり、排気率  $\eta_i$  は  $\eta_i = N_{exh}/N_0$  と定義できる。

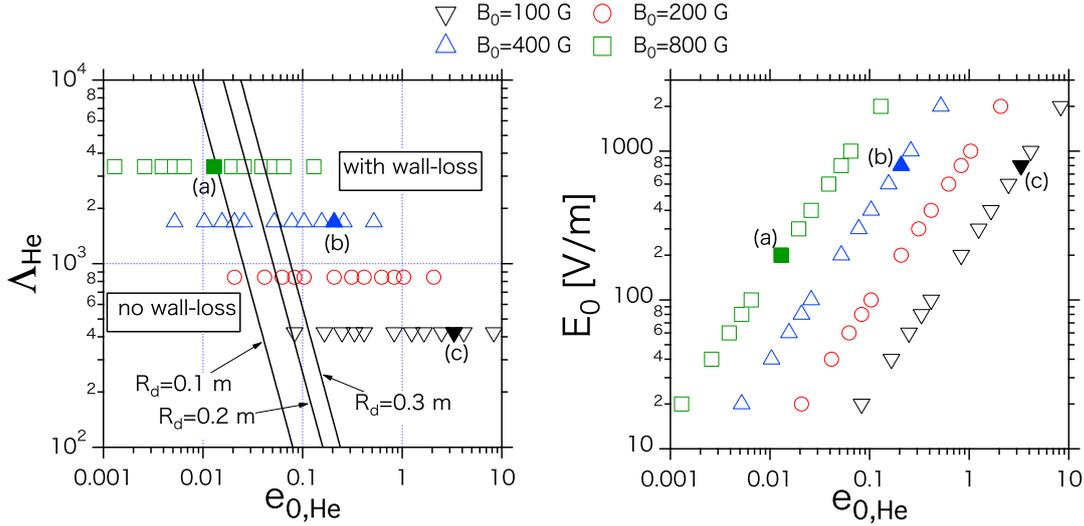
また連続の式より、壁損失率を含まない質量流量  $\dot{m}_i$  は保存するので、 $z = 2$  m での質量流量は  $z = 0$  m の質量流量  $\dot{m}_i$  を用いてよい。よって、推力を以下のように書ける。

$$F_i = \eta_i \dot{m}_i v_{z,i}, \quad (11)$$

ここで、 $v_{z,i}$  は  $z = 2$  m で排気された  $N_{exh}$  個の粒子の平均軸速度である。これら 1~4 の粒子加速を特徴づける種々の統計量を第 3 章で議論する。



**Fig. 2** Evolutions of the ensemble averaged energies,  $\epsilon_{\perp}$ ,  $\epsilon_{\parallel}$ , and  $\epsilon$  for Ar ions shown by the red, blue, and black solid lines, respectively. The parameters used are  $v_{0\parallel} = 400$  m/s,  $T_i = 0.1$  eV,  $L_E = 0.1$  m,  $L_B = 1$  m,  $B_0 = 400$  G,  $E_0 = 40$  V/m.



**Fig. 3** (Left) Dimensionless parameter space of  $\Delta_{He} - e_{0,He}$  where  $\Delta_{He} = \Omega_{He} L_B / v_{0||}$  is adiabatic parameter and  $e_{0,He} = E_0 / B_0 \Omega_{He} R_0$  is normalized rf electric field intensity. (Right) Parameter of electric field intensity,  $E_0$ , as function of  $e_{0,He}$ . The different symbols indicate the different intensity of the background magnetic field at the resonance. The three filled symbols indicate the parameters in which the typical trajectories of He ions are shown in Fig.4.

#### 2.4 壁損失を回避するパラメータ領域: 準線形理論

第3章の計算では、径方向の壁損失は考慮していないが、径方向の壁損失を回避するパラメータ領域を準線形理論 (Quasi-Linear Theory: QLT) をもとに見積もっておく。QLT は ICR による垂直方向のエネルギー増分  $\Delta\epsilon_{\perp}$  の理論式を以下のように与える [9,11].

$$\Delta\epsilon_{\perp} = \frac{\pi}{4} \frac{q E_0^2 L_B}{B_0 v_{0||}}. \quad (12)$$

式 (12) はイオン種に依存しないことがわかる。また、ここで文献 [9] が示すように、式 (12) はすべてのパラメータ領域の垂直加速過程を説明できないことを捕捉しておく。しかし、以下で考えるように壁損失を回避するパラメータ領域の概算として便利である。

加速した垂直方向の速度  $v_{\perp}$  は、式 (12) において  $\Delta\epsilon_{\perp} = m_i v_{\perp}^2 / 2$  を用いると、以下のように書ける。

$$v_{\perp} = \sqrt{\frac{\pi}{2} \Lambda_i} \frac{E_0}{B_0}. \quad (13)$$

ここで、 $\Lambda_i = \Omega_i L_B / v_{0||}$  はイオン種  $i$  に対する断熱パラメータであり、 $\Lambda_i$  が大きければ、イオンが感じる背景磁場の空間変化は断熱的であることを表す。また、 $\Omega_i$  は共鳴点でのイオンジャイロ周波数である。式 13 より背景磁場に垂直方向のジャイロ半径は以下となる。

$$\rho = \frac{v_{\perp}}{\Omega_i} = \sqrt{\frac{\pi}{2} \Lambda_i} \frac{E_0}{B_0 \Omega_i}. \quad (14)$$

イオンジャイロ半径が装置半径  $R_d (= A R_0)$  より小さければ、壁損失を避けられる。ここで、 $R_0 = 0.1$  m として  $A$  は任意の比例係数とする。よって、壁損失を避けるパラメータ領域は  $\rho < R_d$  より、

$$\Lambda_i < \frac{2A^2}{\pi e_{0,i}^2}, \quad (15)$$

と得られる。ここで、 $e_{0,i} = E_0 / B_0 \Omega_i R_0$  は規格化された電場強度である。

図3左に、He イオンに対する無次元パラメータ  $\Delta_{He}$  と  $e_{0,He}$  空間における式 (15) を、3つの異なる  $R_d$  に対して実線で示す。装置半径のサイズは  $R_d = 0.1, 0.2, 0.3$  m であり、ラベルで示している。実線より左側の領域が壁損失なしの領域であり、右側の領域が壁損失ありの領域である。装置半径が大きいくほど壁損失なしのパラメータ領域は増加する。また、シンボルは3章で実施した統計解析のパラメータを示し、異なるシンボルは磁場強度の違いを示す。 $e_{0,He}$  が小さい ( $E_0$  が小さいもしくは  $B_0$  が大きい) と、ジャイロ半径が小さくなり壁損失を避けることができる。また、垂直エネルギー増分は  $\Lambda_i$  に比例するため、 $\Lambda_i$  が小さい方が ICR によるジャイロ半径も小さくなり壁損失を避けることができる。図3右は、 $e_{0,He}$  と  $E_0$  [V/m] の関係を示し、各シンボルは図3左と対応する。また、図3において、3つの塗りつぶされたシンボルは、図4で示す典型的な He イオンの粒子軌道のパラメータに対応し、図3右にラベルで示している。

## 2.5 統計量の規格化

2.4 節の議論をもとに、速度  $v$ 、電場  $E$ 、エネルギー  $\epsilon$ 、推力  $F$  を以下のパラメータにより規格化する。

$$[v] = \Omega_{He} R_0 \equiv u_{He} \simeq 0.24 \times (B_0/G) \text{ [km/s]}, \quad (16a)$$

$$[E] = B_0 u_{He} \simeq 0.024 \times (B_0/G)^2 \text{ [V/m]}, \quad (16b)$$

$$[\epsilon] = m_{He} u_{He}^2 \simeq 0.24 \times 10^{-2} \times (B_0/G)^2 \text{ [eV]}, \quad (16c)$$

$$[F] = \dot{m}_{He} u_{He} = \beta_{He} m_{He} n_0 \pi a_{0,He}^2 v_{0||} u_{He} \simeq 0.028 \times (B_0/G) \text{ [mN]}. \quad (16d)$$

規格化は He イオンの物理量で行う。また、速度  $u_{He}$  は He イオンのジャイロ半径が装置半径  $R_0$  と等しくなる時の垂直速度である。ここでは、 $R_0 = 0.1$  m 用いた。この  $u_{He}$  を用い、 $E$ 、 $\epsilon$  および  $F$  の規格化を行う。また、数値計算では、磁場強度  $B_0$  を変化させており、与えた  $B_0$  に対し規格化の値も変化する。

QLT より与えられる垂直方向のエネルギー増分式 (12) を規格化すると、

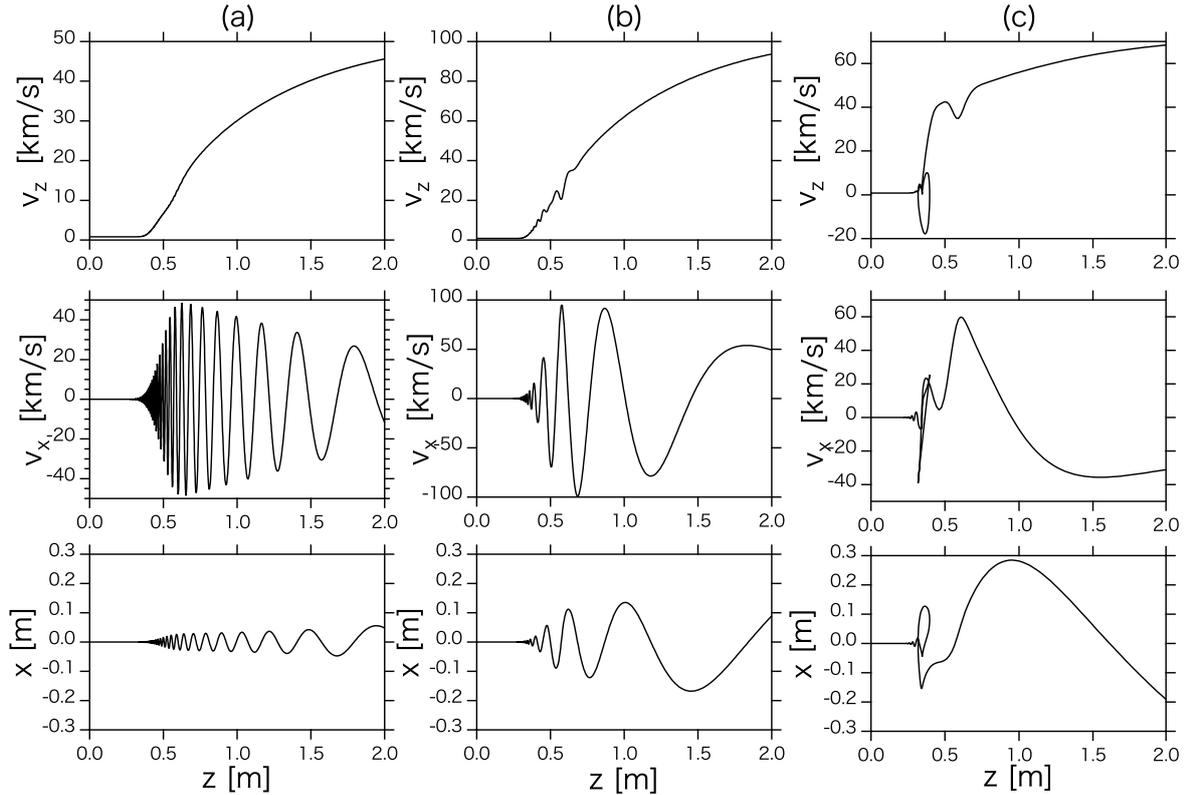
$$\frac{\Delta \epsilon_{\perp}}{m_{He} u_{He}^2} = \frac{\pi}{4} e_{0,He}^2 \Lambda_{He}, \quad (17)$$

となり、規格化された  $\Delta \epsilon_{\perp}$  は、ふたつの無次元パラメータ  $e_{0,He} = E_0/B_0 u_{He}$  および  $\Lambda_{He} = \Omega_{He} L_B/v_{0||}$  で表される。ここで、 $\Omega_{He}$  は He イオンの共鳴点でのジャイロ周波数である。この式と 3 章の数値計算結果を比較する。

また、He と Ar に対する規格化された推力、およびこれらの比は以下のように書ける。

$$f_{He} = \eta_{He} \frac{v_{z,He}}{u_{He}}, \quad f_{Ar} = \eta_{Ar} \frac{m_{Ar} v_{z,Ar}}{m_{He} u_{He}}, \quad \frac{f_{He}}{f_{Ar}} = \frac{\eta_{He}}{\eta_{Ar}} \frac{m_{He}}{m_{Ar}} \frac{v_{z,He}}{v_{z,Ar}}. \quad (18)$$

質量流量は  $\dot{m}_{He}/m_{He} = \dot{m}_{Ar}/m_{Ar}$  と与えているため、 $f_{Ar}$  には質量比が掛かっている。ICR による垂直エネルギーが完全に軸方向エネルギーへ変換されるならば、QLT より  $v_{z,He}/v_{z,Ar} \sim \sqrt{m_{Ar}/m_{He}}$  となり、さらに排気率は He と Ar で同じと仮定すると、 $f_{He}/f_{Ar} \propto \sqrt{m_{He}/m_{Ar}} \sim 0.3$  となる。つまり、QLT の予測では排気速度は He の方が大きい、それ以上に質量流量が Ar の方が大きいため、Ar の方が推力が高くなる。この予測を次章の数値計算で検証する。



**Fig. 4** Typical trajectories of He ions for (top)  $v_z$ , (middle)  $v_x$ , and (bottom)  $x$  as functions of  $z$ . The parameters used are (a)  $E_0 = 200$  V/m and  $B_0 = 800$  G (b)  $E_0 = 800$  V/m and  $B_0 = 400$  G and (c)  $E_0 = 800$  V/m and  $B_0 = 100$  G.

### 3. 数値計算結果

#### 3.1 単一粒子軌道

図4にHeイオンの典型的な単一粒子軌道を示す。上段は軸速度  $v_z$ ，中段は垂直速度  $v_x$ ，下段は垂直位置  $x$  を空間  $z$  の関数としてプロットしている。初期速度は  $v_x = v_y = 0$  および  $v_z = 800$  m/s とし，初期位置は  $(x, y, z) = (0, 0, 0)$  とした。用いたパラメータ  $E_0$  と  $B_0$  の組み合わせは，(a)  $E_0 = 200$  V/m,  $B_0 = 800$  G (b)  $E_0 = 800$  V/m,  $B_0 = 400$  G そして (c)  $E_0 = 800$  V/m,  $B_0 = 100$  G であり，対応する無次元パラメータは，(a)  $\Lambda_{He} = 3375$ ,  $e_{0,He} = 0.013$ , (b)  $\Lambda_{He} = 1687.4$ ,  $e_{0,He} = 0.21$ , そして (c)  $\Lambda_{He} = 422$ ,  $e_{0,He} = 3.3$  である。図3に示すように (a),(b),(c) と進むにつれ， $\Lambda_{He}$  は小さく， $e_{0,He}$  は大きくなるパラメータである。 $\Lambda_{He}$  が大きい場合 (a) では，共鳴点近傍を通過する間に多数のジャイロ運動をし，ICR が効率的に働いていることが  $v_x - z$  空間の軌道からわかる。 $\Lambda_{He}$  が小さくなるに従い，イオンジャイロ運動は減少する。また，(a) から (c) に進むにつれ， $e_{0,He}$  が大きくなるため，粒子軌道が非線形になることがわかる。とくに，(c) の  $v_z - z$  空間の軌道では共鳴点  $z_0 = 0.5$  m 手前でポンドロモーティブ場に反射されており， $v_x$  や  $x$  の粒子軌道も非常に非線形である。また，下段の  $x - z$  の軌道に着目すると， $e_{0,He}$  が大きくなるに従い (a  $\rightarrow$  c)，イオンジャイロ半径が増していることがわかる。これは，QLT の理論式 (14) より定性的に理解できる。

#### 3.2 種々の統計量

図5および図6は，それぞれHeおよびArイオンに対する種々の統計量を示す。(a)は式(8)で定義した垂直方向(上段)および軸方向(下段)のエネルギー増分を示し，(b)は式(9)より定義したPA効果の指標を表す。また，(c)は式(10)より定義したジャイロ半径である。各統計量は  $e_{0,He}$  の関数としてプロットしてある。なお，図6のArイオンに関しては，物理的解釈の観点からは，Arイオンのジャイロ周波数で定義した  $e_{0,Ar} = E_0/\Omega_{Ar}B_0$  でプロットすべきであるので，上軸に  $e_{0,Ar}$  を示している。無次元量  $e_{0,Ar} = e_{0,He}(m_{Ar}/m_{He})$  であり，上軸は下軸より  $(m_{Ar}/m_{He})$  倍シフトする。異なるシンボルは磁場強度の違いを示し，その表示は図3と同じである。図5,6の両図において，異なる磁場強度のデータセットが  $e_0$  にほぼスケールされていることがはっきりと確認できる。HeおよびArの両方の統計で相違なスケール結果が得られているため，以下では両者を比較しながら各統計量の結果を説明する。

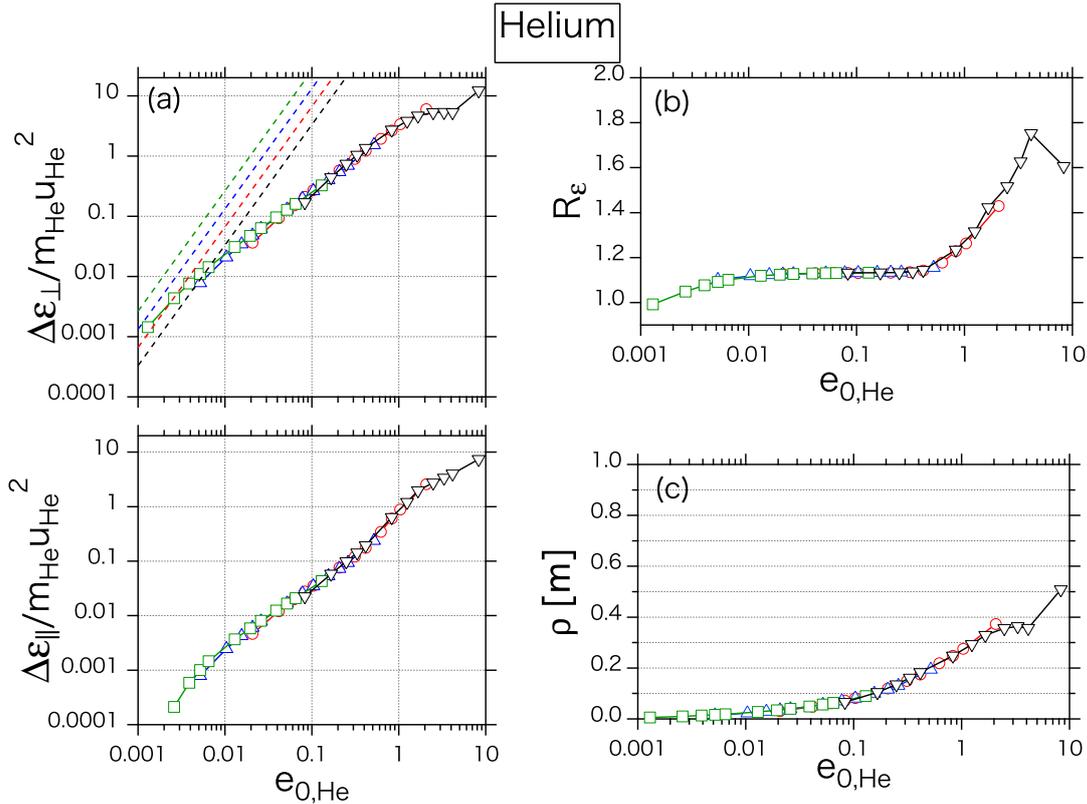


Fig. 5 (a) Perpendicular and (b) parallel energy gains, (c) ponderomotive index, and (d) gyroradius as functions of electric field intensity for He ions

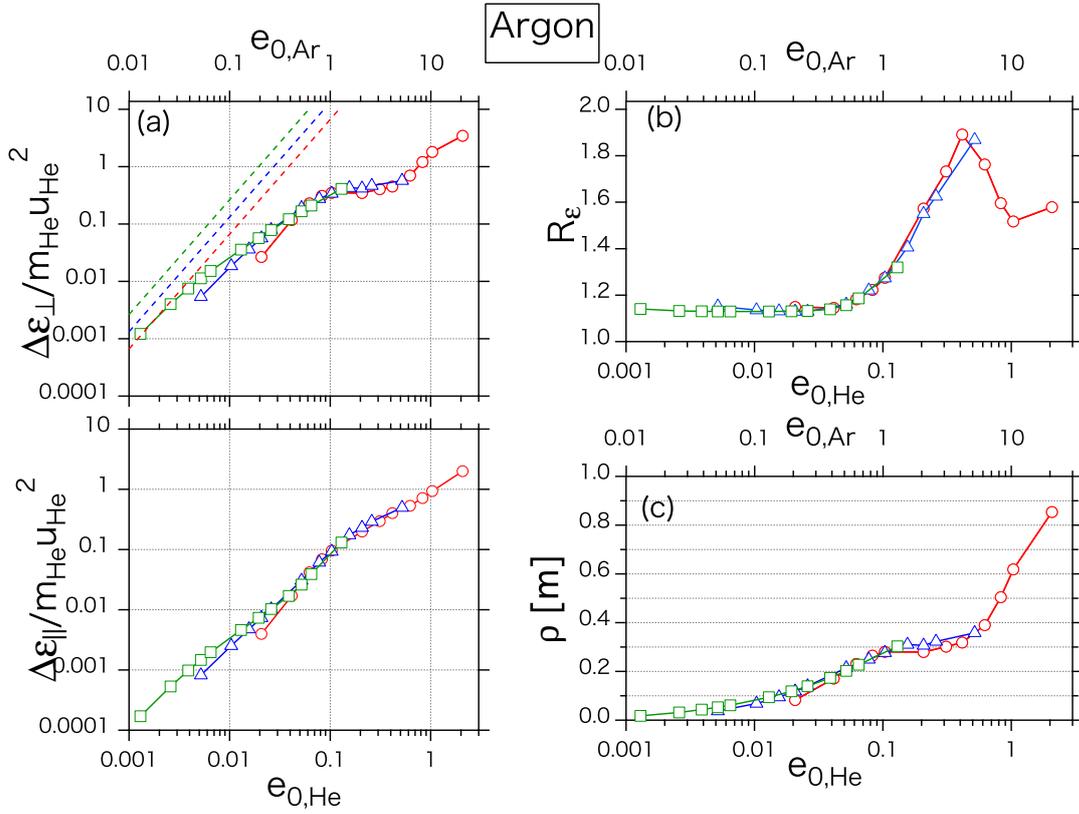


Fig. 6 Same as Fig. 5 but for Ar ions

まず、図5, 6のエネルギー増分を説明する。(a)の上段に示された4本の破線は準線形理論式(17)である。QLTでは、規格化された $\Delta\epsilon_{\perp}$ は $e_{0,He}$ と $\Lambda_{He}$ の関数であり、異なる磁場強度で $\Lambda_{He}$ の値が異なるため、4本の破線が引ける。しかし、数値計算の結果は、 $\Lambda_{He}$ 依存性は見られない。軸方向のエネルギー増分 $\Delta\epsilon_{\parallel}$ についても $\Lambda_{He}$ 依存性は見られない。これは、 $\Lambda > 100$ で $\Delta\epsilon$ が $\Lambda$ に寄らず一定となるこれまでのArイオンの計算結果(文献[9]の図9)と一致する。また、HeおよびArイオンの両方で、 $e_{0,He}$ 依存性はQLTの理論式(17) $\Delta\epsilon_{\perp} \propto e_{0,He}^2$ よりも弱く、QLTとは異なる。ただし、Arイオンでは異なる磁場強度のデータセットの $e_0$ が小さいところで、QLTが示唆するような $e_{0,He}$ の二乗に比例する傾向が見られる。

次に、図5, 6の(b)PA効果の指標を見ると、各イオンのジャイロ周波数で定義した $e_{0,i} > 1$ で、 $R_{\epsilon}$ は増加し最大 $R_{\epsilon} \sim 1.8$ を得た。これは、PA効果によりICRのみと比べ、エネルギー増分が80%アップしたことを示す。 $R_{\epsilon}$ が増加すると同時に、(c)のジャイロ半径 $\rho$ も増加し、 $\rho = 0.35$  m程度に達していることが分かる。この結果より、PA効果が現れるパラメータ領域では、必ずイオンジャイロ半径が増すと言える。

また、HeとArイオンの両方で、 $1 < e_{0,i} < 4$ の領域において、 $e_{0,i}$ の増加に伴い、 $\Delta\epsilon_{\parallel}$ は増加し続けるが、 $\Delta\epsilon_{\perp}$ は一定であることがわかる。この傾向は、とくにArイオンの方で顕著に見られ、このとき $\rho \sim 0.35$  mと一定である。この結果より、装置半径を $R_d > 0.35$  mと選べば、ICRによる壁損失は抑制したまま、PA効果によって排気速度を上げることが期待できる。

### 3.3 推進性能

図7にICR/PA手法による(左)Heおよび(右)Arガスの推進性能の結果を示す。上段は $z = 2$  mにおける規格化された排気速度 $v_{z,i}$ 、中段は排気率 $\eta_i$ 、そして下段は規格化された推力 $f_i$ を $e_{0,He}$ の関数として示す。白抜きシンボルは中性粒子との衝突を考慮していない場合の結果であり、異なるシンボルは異なる磁場強度 $B_0$ を示し、表示は図3と同様である。また、塗りつぶしたシンボルは中性粒子との衝突を考慮した場合であり、同じ白抜きシンボルの $B_0$ パラメータと対応している。なお、本計算では質量重心系において等方散乱を仮定した。

まず、中性粒子との衝突を考慮していない結果を説明する。3.2節の結果と同様に、HeおよびArガスの結果において、 $v_{z,i}/u_{He}$ 、 $\eta_i$ および $F_i$ は無次元パラメータ $e_{0,He}$ によりスケールアップされていることがわかる。HeとArイオンの排気速度を比較すると、 $e_{0,He} = 1$ において、 $v_{z,He}/u_{He} \sim 3$ と $v_{z,Ar}/u_{He} \sim 0.7$ である。QLTにおいて、垂直方向から軸方向に運動エネルギーが完全に交換されるとすると、 $v_{z,He}/v_{z,Ar} \sim \sqrt{m_{Ar}/m_{He}} \sim 3$ であることから、Heイオンの排気速度が大きい

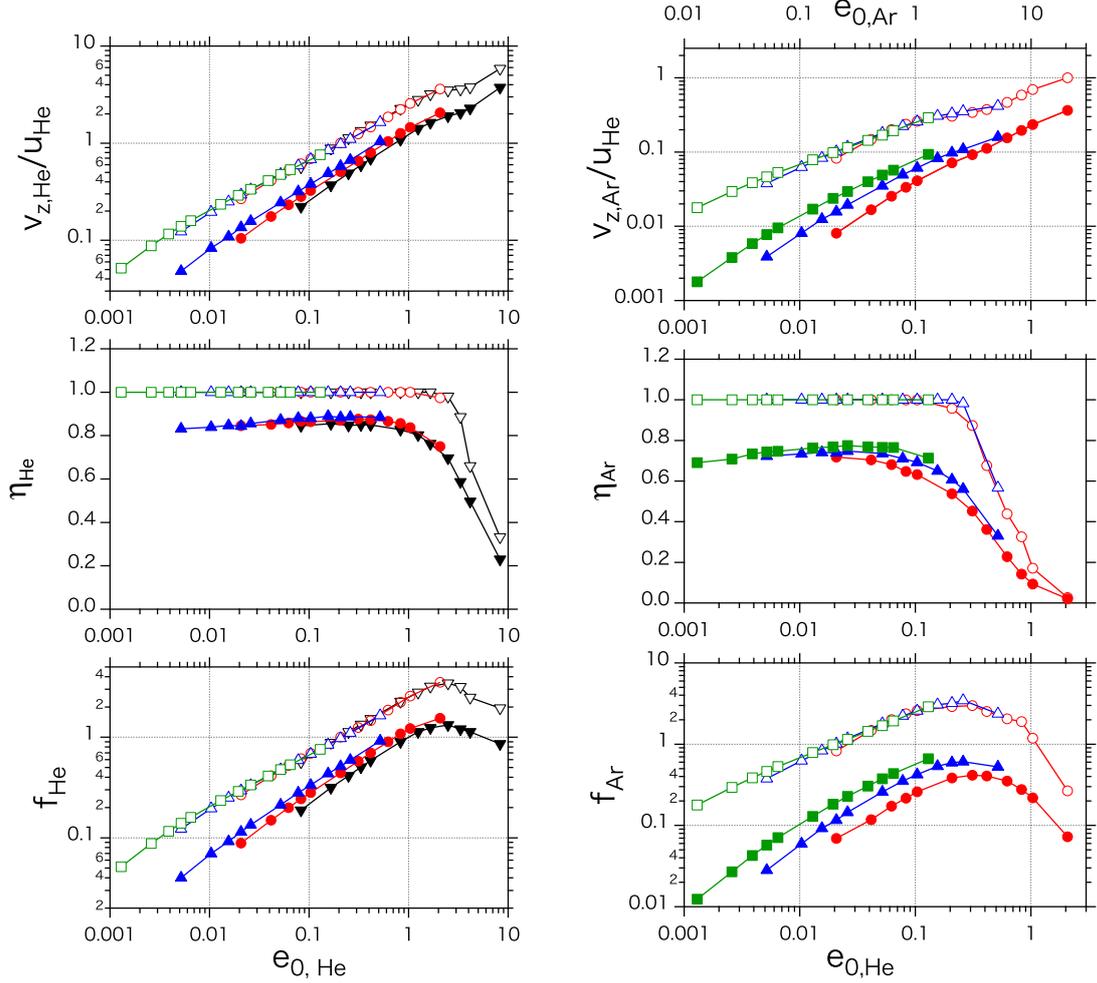


Fig. 7 Performance of the ICR/PA thruster without the radial wall-loss of ions for (left) He and (right) Ar gases.

結果はQLTより定性的に理解できる。しかし、定量的には数値計算結果はQLTよりも4倍程度と大きい。また、排気率 $\eta_i$ がそれぞれのイオンジャイロ周波数で定義した $e_{0,i} > 2$ で、急激に減少している。今、イオン壁損失として径方向の損失は考えていないので、 $\eta_i$ の減少は $z = 0$  mでの壁損失である。 $e_{0,i} > 2$ ではPA効果が卓越し、粒子軌道が非線形となり、ポンドロモーティブ場で反射され、 $z$ 負方向に進み、そのまま $z = 0$  mで損失する。 $\eta_i$ の減少により $f_i$ も減少する。よって、 $e_{0,i} > 2$ ではICR/PA手法の推進性能は低下する。

次に、中性粒子との衝突を考慮した結果を説明する。衝突を考慮すると、異なる $B_0$ のデータセットは分散し、各物理量は $e_{0,He}$ ではスケールリングされないことがわかる。これは、 $B_0$ の変化に伴うジャイロ周波数 $\Omega_i$ の変化により、中性粒子との衝突周波数 $\nu_i$ と $\Omega_i$ の比が変化するためである。 $B_0$ が小さいほど、 $\Omega_i/\nu_i$ は小さくなり、ジャイロ運動が支配的でなくなり、衝突の影響が大きくなり、 $v_{z,i}$ が減少する。また、データの分散具合がHeよりArの方が大きい理由は、HeイオンがArイオンに比べ、ジャイロ運動が支配的で、衝突の影響を受けにくいからである。本計算で用いた衝突周波数は、 $\epsilon_i = 0.2$  eVのイオンに対し、中性ガス密度 $10^{19}/\text{m}^3$ および $B_0 = 400$  Gを仮定すると、 $\nu_{He} = \nu_{Ar} \sim 10^4/\text{s}$ となり、 $\Omega_{Ar} = 10^5/\text{s}$ および $\Omega_{He} = 10^6/\text{s}$ であるので、 $\Omega_{He}/\nu_{He} = 10\Omega_{Ar}/\nu_{Ar}$ となる。よって、Heイオンの方が衝突の影響を受けにくい。

次に、HeとArガスで得られた最大推力を比較する。Heガスでは、 $e_{0,He} \sim 2$ かつ $B_0 = 200$  Gで $f_{He} = 1.54$ を得た。また、Arガスでは、 $e_{0,Ar} \sim 1.3$ かつ $B_0 = 800$  Gで $f_{Ar} = 0.66$ を得た。このとき、両者で $E_0 = 2000$  V/mである。これより、推力比は $f_{He}/f_{Ar} = 2.3$ を得た。QLTでは、 $f_{He}/f_{Ar} = 0.3$ であるので、数値計算ではHeガスの方がQLTの予測よりもかなり大きい値であることがわかる。この理由は、Heイオンの排気速度がArイオンに比べて、 $v_{z,He}/v_{z,Ar} \sim 2/0.09 \sim 22$ とかなり大きいためである。よって、Arガスの方がHeガスよりも質量流量が10倍大きいにもかかわらず、Heガスの方が大きな推力を得ている。なお、このパラメータでは両者の排気率は、 $\eta_{He} = 0.75$ および $\eta_{Ar} = 0.71$ とそれほど変わりなかった。

最後に、過去の我々の計算結果との整合性を確認する。文献 [10] では推進剤がHeの場合、 $E_0 = 320$  V/m、 $B_0 = 400$  G

および  $\dot{m}_{He} = 0.34\text{mg/s}$  のときに、最大推力を 15 mN と排気速度 47km/s を得ている。この値を本稿と同様に無次元化すると、 $e_{0,He} = 0.083$  となり、そのとき  $v_{z,He}/u_{He} = 0.49$  および  $f_{He} = 0.46$  を得る。一方、本計算では、 $e_{0,He} \sim 0.08$  で中性粒子との衝突を考慮しない場合では、 $v_{z,He}/u_{He} = 0.58$ 、 $f_{He} = 0.58$  を得る。また、中性粒子との衝突を考慮すると、 $v_{z,He}/u_{He} = 0.31$ 、 $f_{He} = 0.28$  である。よって、本計算結果は、文献 [10] の中性粒子との衝突を考慮しない結果と近い値である。これは、文献 [10] では中性粒子との衝突過程として、質量重心系における非等方散乱を仮定しており、本計算で使用した等方散乱よりもイオン運動に及ぼす衝突の影響は少ない。よって、本計算と文献 [10] の衝突を考慮しない結果が近い値であることは妥当であり、過去の計算結果と本計算結果は整合していると言える。

#### 4. まとめ

イオンサイクロトロン共鳴/ポンドロモーティブ加速 (ICR/PA) を利用した無電極電気推進のテスト粒子解析を行った。ICR はイオンジャイロ運動が rf 電場の振動と共鳴することにより、イオンを背景磁場に垂直方向に加速する。一方、PA は rf 電場の圧力勾配により、イオンを背景磁場に平行方向に加速する。本稿では、ICR/PA によるイオン運動統計を評価し、ICR による壁損失や PA が推力に及ぼす効果などを数値的に議論した。以下にその要約を述べる。

推進剤としてヘリウム (He) イオンとアルゴン (Ar) イオンを仮定し、イオンの運動を特徴づける統計量として、垂直方向・軸方向のエネルギー増分 ( $\Delta\epsilon_{\perp}, \Delta\epsilon_{\parallel}$ )、PA 効果の指標 ( $R_e = 1 + \Delta\epsilon_{\parallel}/\epsilon_{\perp}$ )、ICR により増加したイオンジャイロ半径 ( $\rho$ ) を評価した。そして、これらの統計量を rf 電場強度  $E_0$  の無次元パラメータ  $e_0 (= E_0/B_0\Omega R_0)$  の関数としてプロットし、これら統計量が  $e_0$  によってスケールされることを数値的に見出した。ここで、 $B_0$  は共鳴点における背景磁場強度、 $\Omega$  は共鳴点でのイオンジャイロ周波数、 $R_0$  は任意の装置半径であるが、本計算では  $R_0 = 0.1\text{ m}$  とした。得られたスケールは、さまざまな  $E_0, B_0, \Omega$  の組み合わせに対して、エネルギー増分やイオンジャイロ半径を概算可能であるため、室内実験のパラメータ決定に役立つと考える。また、He と Ar イオンのどちらでも、 $e_0 > 1$  では PA 効果が顕著となり ( $R_e \sim 1.8$ )、そのときイオンジャイロ半径は 0.35 m 程度になることを数値的に明らかにした。この結果は、PA を電気推進に有効に利用するためには、装置半径は 0.35 m 程度以上である必要があることを示唆している。

また、ICR/PA 手法の推進性能を数値的に評価した。ここで、He と Ar の単位時間当たりのガス流入量 ( $\dot{m}_i/m_i$ ) は同じとし、 $z = 0\text{ m}$  でのイオン壁損失および中性粒子との衝突をモデルに組み込んだ。ただし、径方向のイオン壁損失は考慮していない。また、中性粒子との衝突モデルとしてモンテカルロ法を用い、散乱過程は質量重心系において等方散乱を仮定した。

イオン注入地点 ( $z = 0\text{ m}$ ) でのイオン壁損失は、PA の効果が卓越したとき起こる。すなわち、イオンはポンドロモーティブ場に反射され、速度を反転させ、再びイオン注入地点 ( $z = 0\text{ m}$ ) に戻り、その壁面で損失する。中性粒子との衝突を考慮しない場合には、排気速度、排気率、推力は  $e_0$  によってスケールされるが、中性粒子との衝突の影響により、この  $e_0$  スケールは成り立たなくなる。これは、衝突周波数とジャイロ周波数の比が磁場強度によって異なるためである。また、 $e_0 > 2$  でイオン軌道は非常に非線形となり、ポンドロモーティブ場に反射されて、排気率が急激に減少するため、推力は低下する。よって、 $e_0 > 2$  の非線形領域では、ICR/PA 手法は電気推進の加速手法として不適切であると言える。また、Ar ガスの質量流量が He ガスの質量流量よりも 10 倍大きいにも関わらず、得られた最大推力は、He ガスの方が Ar ガスよりも 2.3 倍程度と大きかった。これは、He イオンの排気速度が Ar イオンの排気速度よりも 20 倍程度大きかったためであり、準線形理論 (Quasi-linear theory: QLT) では説明できない結果であった。ICR/PA による排気速度の QLT を超えた理論モデルは今後の課題である。

ICR/PA 手法の室内実験を行っている東海大学の装置 (Tokai Helicon Device: THD) [16] は、装置半径が 0.1 m であるため、装置半径を大きくせずに、イオン壁損失を低減する必要がある。しかし、本研究より PA が有効に現れるパラメータ領域 ( $R_e > 1.2$  程度) では、He および Ar イオンのどちらにおいても、イオンジャイロ半径は 0.1 m 以上となることが明らかになった (図 5, 6(c))。よって、0.1 m の装置半径では PA が有効なパラメータ領域においては、イオン壁損失は避けられないと言える。ただし、 $R_e < 1.2$  の領域であれば、イオンジャイロ半径は 0.1 m 以下に小さくすることができるため、イオン壁損失は避けられる。本解析では、装置半径 0.1 m での径方向の壁損失率を具体的に計算していないため、上記仮説を検証するためは、径方向の壁損失をモデルに組み込み、推力や排気率、排気速度を  $e_0$  の関数として評価する必要がある。具体的には、QLT による径方向の壁損失を避けるパラメータ領域 (図 3 左) を、数値計算により書き換え、 $\eta(\Lambda, e_0), v_z(\Lambda, e_0), v_z(\Lambda, e_0)$  を作成することにより全パラメータ領域を網羅できるはずである。ただし、無次元パラメータ  $\Lambda, e_0$  には rf 電磁場パルス幅  $L_E$  が含まれていないため、 $L_E$  依存性も評価するべきである。また今回は、内部プラズマによる外部電磁場遮蔽の影響は考慮しなかったが、外部電磁場の完全浸透は非現実的であるため、これも今後の課題である。

#### 謝辞

本研究は、科学研究費補助金 (S)21226019 および平成 24 年度九州大学教育研究プログラム・研究拠点形成プロジェクト (ポストドク研究奨励費) の支援を受け実施したものであり、関係者に深く感謝致します。

## 参考文献

- 1) 科学研究費補助金 基盤研究 (s) (H21-25 年度) 「ヘリコン源を用いた先進的無電極プラズマロケットエンジンの研究開発」代表：東京農工大, 篠原俊二郎教授
- 2) E. A. Bering III, F. R. Chang Díaz, J. P. Squire, T. W. Glover, M. D. Carter, G. E. McCaskill, B. W. Longmier, M. S. Brukardt, W. J. Chancery, and V. T. Jacobson, *Phys. Plasmas*, **17**, 043509 (2010).
- 3) C. Charles, *Plasma Sources Sci. Technol.* **16**, R1 (2007).
- 4) K. Toki, S. Shinohara, T. Tanikawa, T. Hada, I. Funaki, K. P. Shamrai, Y. Tanaka, and A. Yamaguchi, *J. Plasma Fus. Res. SERIES*, **8**, 25 (2009).
- 5) S. Shinohara, T. Hada, T. Motomura, K. Tanaka, T. Tanikawa, K. Toki, Y. Tanaka, and K. P. Shamrai, *Phys. Plasmas*, **16**, 057104 (2009).
- 6) H. Nishida, S. Shinohara, T. Tanikawa, T. Hada, I. Funaki, I. Matsuoka, K. P. Shamrai, and T. Motomura, *46th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propul. Conf. & Exhibit*, AIAA2010-7013, Nashville (2010).
- 7) S. Shinohara, H. Nishida, K. Yokoi, T. Nakamura, T. Tanikawa, T. Hada, F. Otsuka, T. Motomura, E. Ohno, Funaki, T. Matsuoka, K. P. Shamrai, and T. S. Rudenko, *32nd Int. Electric Propul. Conf., IEPC-2011-056*, Wiesbaden, 11-15 Sept. (2011).
- 8) T. Matsuoka, I. Funaki, T. Nakamura, K. Yokoi, H. Nishida, K. P. Shamrai, T. Tanikawa, T. Hada, and S. Shinohara, *Plasma Fus. Res.*, **6**, 2406103 (2011).
- 9) F. Otsuka, T. Hada, S. Shinohara, T. Tanikawa, and T. Matsuoka, *Plasma Fus. Res*, in press (2013).
- 10) F. Otsuka, T. Hada, S. Shinohara, T. Tanikawa, and T. Matsuoka, submitted to *Plasma Fus. Res*, *proceeding of 22nd Int. Toki Conf., P2-32* (2013).
- 11) I. Y. Dodin, N. J. Fisch, and J. M. Rax, *Phys. Plasmas*, **11**, 5046 (2004).
- 12) G. Emsellem, *29th Int. Electric Propul. Conf.*, IEPC-2005-156, Princeton (2005).
- 13) 安藤 晃; 服部 邦彦; 犬竹 正明, 2005 年度宇宙関連プラズマ研究会講演集 pp. 64-69, (2006).
- 14) T. Tanikawa, S. Shinohara, Y. Ikeda, T. Hada, and K. Toki, *Bull. Amer. Phys. Soc.*, **51**, 164 (2006).
- 15) T. Tanikawa and S. Shinohara, *Bull. Amer. Phys. Soc.*, **53**, 175 (2008).
- 16) T. Tanikawa, S. Shinohara, and T. Motomura, *Proceedings of Tokai U., RIST*, **31**, 4-11, in Japanese (2010).
- 17) V. Vahedi and M. Surendra, *Comput. Physics. Commun.* **87**, 179 (1995).