

# 数値解析による中和器内部のプラズマ損失の調査

九大・総理工 廣池 匠哉

九大・総理工 山本 直嗣

九大・総理工 中島 秀紀

## 1 緒言

携帯電話や GPS といった人工衛星を利用した製品は、今や我々の生活に欠かせないものとなっており、宇宙利用の規模は今後も拡大していこう。それに伴い、現在衛星の小型化が注目されている。小型衛星は、それ自体が低価格であり、開発期間も短い。また、打ち上げの費用も抑えることができ、大型の衛星に比べ少ない初期投資で衛星を打ち上げることが可能となる。小型衛星の開発は、宇宙利用の間口を広げ我々の生活をより豊かにするだろう。

小型人工衛星は、姿勢・軌道制御のために小型の推進装置を必要とする。我々は、その一つであるマイクロ波放電式小型イオンエンジンを開発している。マイクロ波放電式イオンエンジンは、電極の損耗を考慮する必要がなく、長寿命とシステムの簡略化できる。

「はやぶさ」を用いた惑星探査ミッションでは、実際にこのイオンエンジンが搭載された。このミッションにおいて、「はやぶさ」の中和器に、長時間運転ののちに性能低下が発生したことが判明した。この性能低下により「はやぶさ」は動作停止に追い込まれたため、原因説明および改善が必要である。しかし、寿命評価を実験から調査するためには多大な時間が必要となる<sup>1</sup>。また、中和器が小型であるため、内部のプラズマを直接測定することは困難である。

そこで、数値計算が有効であると考え、これまで我々の研究室では、内部物理の解明及び中和器の性能を評価する数値計算コードを開発してきた<sup>2</sup>。これまでの計算の問題点は、計算コストが障壁となり、定常状態まで計算できていなかった点である。本研究では、マルチグリッド法を用いて計算コストを低減し、プラズマ電位分布を厳密に解析した場合のプラズマ密度分布及び密度分布のパラメータ依存性を算出し、それに基づく設計の最適化を目的とする。

## 3 計算方法

### 3.1. 粒子の運動

プラズマの挙動を計算するために、PIC 法 (particle in the cell method) を用いた。PIC 法では、離散的な空間格子に電磁場量を割り振り、格子内の粒子に電磁場量を線形補間して与える。

以下の運動方程式を基礎式として電子、イオンについて解いた。

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1)$$

ここで、 $m$  は質量、 $\mathbf{v}$  は速度、 $q$  は電荷量、 $\mathbf{E}$  は電場強度、 $\mathbf{B}$  は磁場強度を表す。運動方程式の解法には時間について 2 次、空間について 4 次精度の Runge-kutta 法を用いた。

一般的な実験室プラズマは  $1 \text{ cm}^3$  当りに  $10^{10} \sim 10^{14}$  個が含まれ、この粒子全てを取り扱うことは最新のスーパーコンピュータを用いても不可能であり、実用的でない。そこで粒子シミュレーションで取り扱う粒子として、実際の粒子の電荷質量比を一定に保ったまま多数の粒子の電荷と質量を 1 つにまとめた超粒子を使用する。超粒子数は、1 セルに含まれる粒子数が 10 個以上になる事と取り扱う粒子数よりも超粒子の重みが少ない事から、 $5 \times 10^4$  個とした。

衝突の効果は電子-中性粒子間についてのみ考慮し、電子のエネルギーに応じて弾性衝突、励起、電離のいずれかの衝突が発生するとした。

また、電子とイオンの速度差を小さくし、タイムステップを短くするために、電子の質量を 2500 倍に増加させた。電子質量の変化により ECR 層の位置がずれるのを防ぐため、電子の感じる磁場に補正をかけ、ラーマー半径を現実の電子と等しくした。また、電子の衝突断面積についても、質量変更の影響が出ないように補正した。

### 3.2. マイクロ波解析

マイクロ波の解析は FDTD-PIC コードを用いて別途計算を行った。FDTD-PIC コードは前述の PIC 法と FDTD 法 (Finite-difference time-domain method) を組み合わせたもので、電磁波の伝搬と電子の運動を再現できる。FDTD-PIC コードで ECR 層を通過する電子のエネルギーを調査し、ECR 層を通過する前後でエネルギーがどの程度変化するかを調査した。そこから得られたエネルギー増分の確率分布を今回のコードに導入、ECR 層通過の際に確率分布に従うエネルギーを与えるものとして電子とマイクロ波の相互作用を再現した<sup>3</sup>。

### 3.3. ポアソン方程式解法<sup>4</sup>

電子とイオンの作る電場を解析するために、ポアソン方程式を差分化し連立方程式として解いた。連立方程式の解法として、反復法の一つであるマルチグリッド法を用いた。マル

チグリッド法は比較的高速な解法であり，多大な計算コストを必要とするシースの解析には有効であると考え採用した。

Jacobi 法やガウス-ザイデル法のような単純な反復法は，誤差の高周波成分を最初に収束させることが知られている．この特徴を利用し，複数枚の粗さの異なるグリッド(空間格子)を用意して，それぞれのグリッドに対する高周波成分を収束させるのがマルチグリッド法である．

マルチグリッド法の計算の進め方は数多くあるが，今回はオーソドックスな V サイクル法を用いた．図 3 に流れ図を示す．まず，細かいグリッドと粗いグリッドを用意し，細かいグリッドでほんの数回解く．得られた解から残差を計算し，その残差を粗いグリッドへ射影する．次に，射影された残差について粗いグリッドで完全に解く．得られた解を細かいグリッド上の解に補正として与え，細かいグリッド上で再度数回解く．得られた解から残差を計算し，十分な収束が見られるまで処理を繰り返して最終的な解を得る．実際には上記の処理だけでは 2 グリッドしか用いていないのでマルチグリッド法とは呼称されない．修正方程式解法に再帰的にマルチグリッド処理を適用することで初めてマルチグリッド法と呼称される．

今回の計算では，SOR 法を smoother としてグリッドを 3 枚使用し，残差が  $1 \times 10^{-5}$  以下になるまで計算を繰り返した．

プラズマ密度分布の算出にはシースの解析が重要であるため，壁面付近の格子サイズはデバイ長以下を要求される．小型中和器の放電室を直径 20mm，長さ 30mm 程度としたとき，デバイ長は  $23.5 \mu\text{m}$  である(電子密度  $1 \times 10^{17} \text{m}^{-3}$ ，電子温度 2eV)．このデバイ長は全体のスケールに対して 1200 分の 1 であり，全体を一様にこの精度で解くことは大幅な計算速度の低下をもたらす．そこで，場所ごとに適切な格子サイズを設定できるように不等間隔格子を採用した．使用した不等間隔格子は 2 つの格子サイズを持ち，それらのサイズの比は 1:4 となる．これらの格子のうち細かい格子を壁面付近に優先して配置することで，計算コストは低減される．不等間隔格子を用いた場合のポアソン方程式解法手順は以下のようなになる．

- ① 粗い格子で全体についてマルチグリッド法で解く．
  - ② 粗い格子で得られた解を元に，細かい格子で壁面付近を局地的に解く．
- ①，②をそれぞれ別個にマルチグリッド法で解いたため，使用した 3 枚の格子サイズは①，②で異なる．格子サイズをまとめたものを表 1 に示す．最も細かい格子は，デバイ長より十分小さいサイズが望ましいが，計算時間の問題からデバイ長と同程度とした．

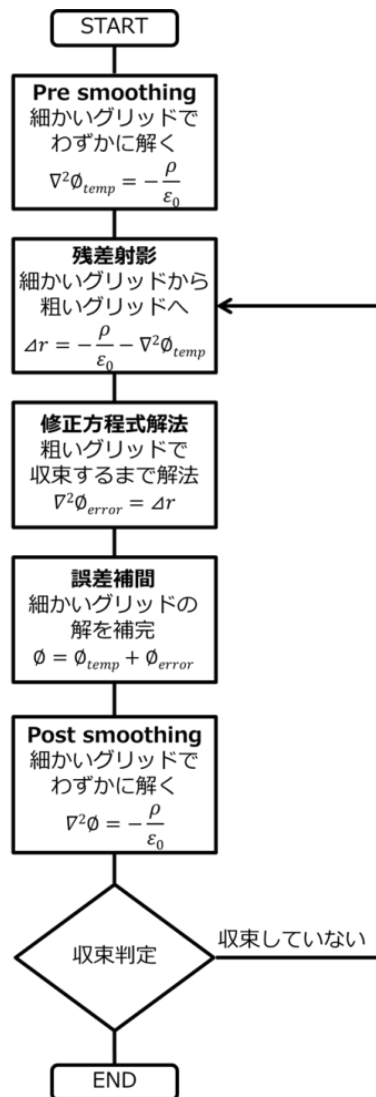


図 1 マルチグリッド法

表 1 使用した格子幅

	粗い格子	細かい格子
PIC 法と MG 法で使用される格子	100 $\mu\text{m}$	25 $\mu\text{m}$
MG 法の仮想的な格子	200 $\mu\text{m}$	50 $\mu\text{m}$
	400 $\mu\text{m}$	100 $\mu\text{m}$

### 3.4. 初期条件

一様にプラズマが分布した状態から計算をスタートさせた．密度は  $1 \times 10^{17} \text{m}^{-3}$  とした．速度分布はマクスウェル分布に従うとして，電子温度 2eV，イオン温度 300K とした．中性粒子密度は  $6 \times 10^{18} \text{m}^{-3}$  とした．

## 4 結果と考察

### 4.1. 計算モデル

実験に使用された中和器について計算を行った．図 2 に計算体系を示す．図中の赤色部

について計算を行った。図の中和器は、円筒の放電室を有しており、直線状アンテナでマイクロ波を照射する。放電室の周囲と内部には棒状の Sm-Co 磁石が設置してあり、これらの磁石で磁気回路を形成する。図 3 に中和器内部の磁力線を示す。図 3 の磁石とヨークの手前にそれぞれ磁気ミラーがあり、電子は磁石-ヨーク間で往復運動すると予想される(以降、この領域を磁気チューブと呼ぶ)。また、この磁場強度分布では ECR 層が二つあり(図中緑色部)、ECR 層で加速された電子が往復運動をすることによって、磁気チューブ内でプラズマを生成することが期待できる。実際、可視化イオン源(図 4)を用いたプラズマ発行強度計測実験では、図 5 に示すような磁力線に沿った発行強度分布を得ている<sup>5</sup>。中和器内部でも同様に磁力線に沿ったプラズマ分布が見られるはずである。

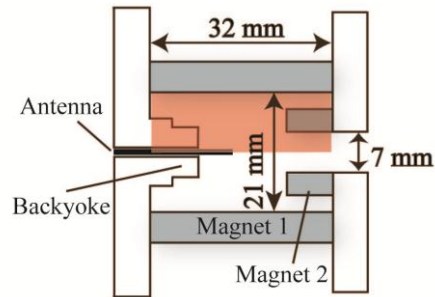


図 2 計算体系

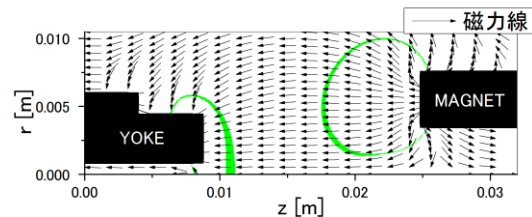


図 3 磁力線図

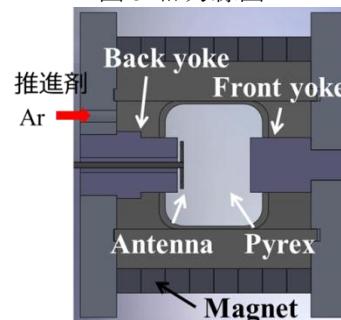


図 4 可視化イオン源

#### 4.2. 計算結果

図 6 に、中性粒子をキセノンとして、推進剤流量  $0.02 \text{ mg/s}$ 、マイクロ波投入電力  $8 \text{ W}$  としたときの電子密度分布を示す。磁気チューブ内に電子密度の高い領域が発生し、密度は  $5 \times 10^{17} \sim 1 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$  程度となったことがわかる。レーザートムソン散乱計測法による密度測定実験では<sup>6,7</sup>、イオンエンジン内部の密度は  $1 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$  程度と計測されており、計算された密度は実験値に近い値であることがわかる。また、図 3 と図 6 を比較すると、磁力線に沿った密度分布が確認できる。このことから、このコードの妥当性が示された。密度分布が磁力線に沿っている理由は ECR 層で加速された電子が磁気ミラー間を往復運動しており、結果として活発な電離は ECR 層を横切る磁力線に沿った領域で起き、このようなプラズマ密度分布を形成したといえる。

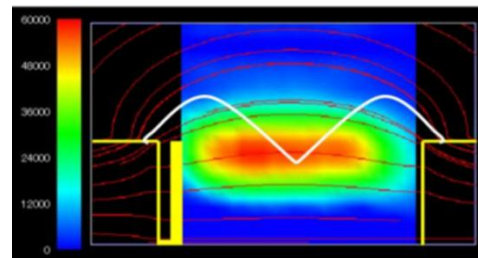


図 5 プラズマ発光強度分布

図 7 にイオン密度分布を示す。イオンも電子と同じように磁気チューブ内で高い密度分布を持ち、 $7 \times 10^{17} \sim 2 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$  程度の密度となっている。磁場に閉じ込められた電子に引き寄せられる形でイオンもこのような分布をとったと考えられる。また、壁面から離れた領域ではイオン密度が粗く分布しているように見える。これは、不等間隔格子によって粗く計算された電位の影響が現れたものである。電子密度分布でこの粗さが現れないのは、イオンの運動が電位と初速のみに依存するのに対して、電子の運動はそれらに加えて中性粒子との衝突の影響があるからだと考えられる。

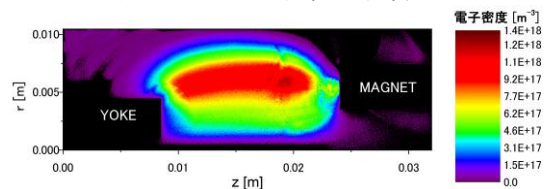


図 6 電子密度分布 (10  $\mu$  sec 時)

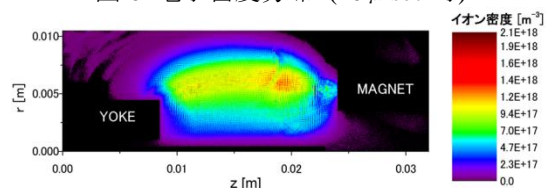


図 7 イオン密度分布 (10  $\mu$  sec 時)

レーザートムソン散乱計測法を用いた実験によると、マイクロ波放電式小型イオンエンジン内の電子のエネルギーは  $5\text{-}6 \text{ eV}$  程度であると見積もられており、イオンエンジンに非常に近い体系である中和器内においても電子のエネルギーは同程度であるはずである。

計算から得られた電子の平均エネルギーの

空間分布を図 8 に示す。ECR 層から離れた点では精々 $10\sim 20\text{eV}$  程度だが、ECR 層付近では高エネルギーの電子が存在することが図より分かる。ECR によるエネルギーの受け渡しによって、ECR 層付近の電子は高いエネルギーを持つようになったといえる。また、全電子の平均運動エネルギーは  $19.1\text{ eV}$  となった。

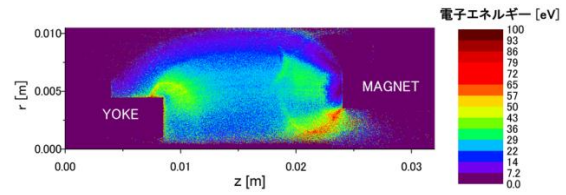


図 8 平均エネルギー分布 (10 $\mu\text{sec}$  時)

電子エネルギーは空間的に分布を持っているので、単純に実験値と計算値を比較することはできないが、平均エネルギーから、多くの電子は実験値よりかなり高いエネルギーを持っているといえる。全体的に実験値より高いエネルギーを持った原因として、FDTD-PIC コードによるエネルギー獲得確率分布に問題があった可能性が考えられる。今回、FDTD-PIC コードでは中和器全体を 3 領域に分割し、ECR 層付近の電子のエネルギー増分を観察した。この領域の分割数が少なすぎたために、マイクロ波のエネルギーが実際には届いていない領域においても、電子にエネルギーが与えられていた可能性がある。解決策は、FDTD-PIC コードの領域分割数を増やすことだが、分割数を増やしたことによる計算コストの増加が問題となる。計算コードの並列化や計算機の変更による計算速度の向上を図った上で、領域分割数を増加させた計算を行う必要がある。

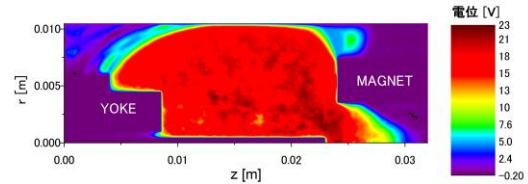


図 9 電位分布 (10  $\mu\text{sec}$  時)

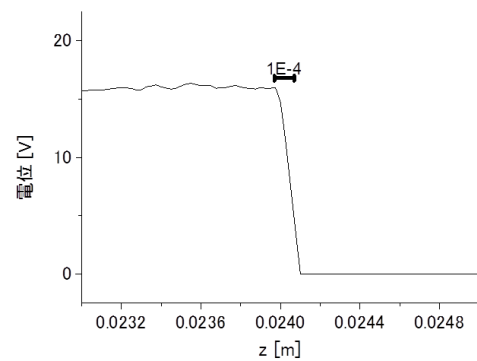


図 10 壁面付近の電位

図 9 に電位分布を示すが、電子密度の高い領域では壁面に対して  $15\sim 20\text{V}$  の電位を持つことがわかる。また、図 10 に壁面付近での電位を示す。壁面付近では  $100\mu\text{m}$  程度で電位が急激に立ち上がっており、シースを再現できているといえる。シース厚さ  $100\mu\text{m}$  に関しても、デバイ長の約 4 倍程度と、妥当な値である。空間電位に関して、過去の実験による算出値( $30\sim 40\text{ eV}$ )よりも低い値となっているが、質量比の影響が無視できないため、今後質量比を変更してこの影響を調査する必要がある。

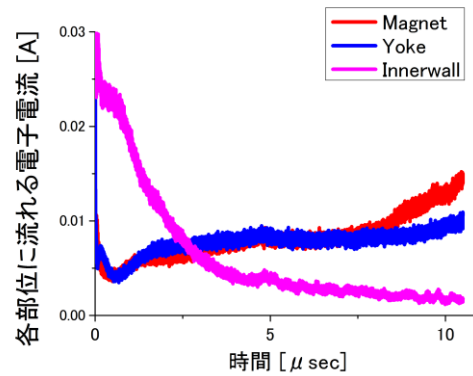


図 11 電子電流

図 11 に単位時間当たりに流れる各部位の電子電流を示す。一様分布を初期条件としたため、計算初期では大きな電流が流れているが、徐々に落ち着いていっている。 $8\mu\text{sec}$  以降では、磁石とヨークに入射する電子数の増加が見られる。これは、今回の計算結果が収束しておらず、プラズマはいまだ定常状態ではないことを意味している。従って、定常状態のプラズマを示すには、更なる計算が必要である。

#### 4.3. 各部位の電子電流密度

図 12 に  $10\mu\text{sec}$  時の各部位に流れる電子電流密度を示す。図より、磁気ミラー周辺において電子の損失が大きいことがわかる。内壁の電子電流密度は小さく、磁気ミラーに近い磁石とヨークで損失が大きいことから、電子損失の改善において、磁石、ヨークの改善を優先して行うべきであるといえる。

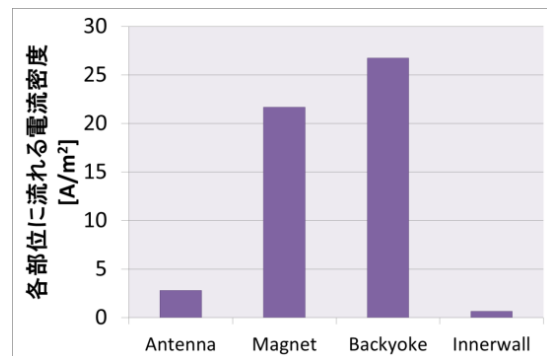


図 12 電子電流密度

## 5 結言

本研究では、マルチグリッド法によって計算コストを低減したプラズマシミュレーションコードを作成し、プラズマ損失を厳密に解析した場合のプラズマ密度分布を示すことができた。結果より、中和器内部のプラズマ密度生成は磁気チューブ内で盛んであり、チューブ内で高い密度でプラズマが分布していることがわかった。また、磁気チューブに近い磁石、ヨークで多くのプラズマが失われていることが示された。性能向上に向けて電子損失を低減する際には、磁気チューブに接している磁石とヨークの改善を優先して行うべきであるといえる。例えば、今回の計算条件では磁石、ヨークの電位は 0V を設定しているが、負の電位を付与することで電子の損失を低減できるだろう。

また、アンテナでの損失が内壁よりも大きい。これは、やはりアンテナが磁気チューブに近いためであり、計算対象の中和器で電子損失を改善するのであれば、内壁よりもアンテナに重きを置くべきであるといえる。

今回開発したコードを用いて計算を進めていくことで、定常状態のプラズマ密度分布を算出することができる。それにより、最適な設計を計算機上で見出すことが可能となる。しかしながら、一様分布のプラズマから計算をスタートさせた場合、10 $\mu$ sec でも計算が収束しておらず、実時間における計算時間は 6.5 日程度となる。イオンが中和器の端から端まで移動した場合、100 $\mu$ sec 程度の時間が必要であることから、プラズマの定常状態を算出するには今回の計算の十倍、すなわち 65 日の日数を要すると考えられる。この日数を実用的とするかどうかはユーザーによるが、さらなる計算コストの削減が可能であるならば、それは望ましい。実際、今回作成したコードは並列計算の余地があり、更なる高速化の可能性を秘めている。今後は、更なる計算コストの削減を行い、定常状態を目指すことが重要となるだろう。

## 謝辞

本研究を遂行するにあたり、イオンエンジン加速グリッドの耐久性を評価するための数値解析ツール(JIEDI ツール)、および JSPS 科研費 23686123 および 23656540 の助成を受けたものです。ここに感謝の意を表します。

## 参考文献

1. 大道 渉, 小泉 宏之, 国中 均, 細田 聡史, 西山 和孝, “マイクロ波放電式中和器の性能低下メカニズムとその実験的検証”, STEP-2010-058
2. 増井博一, “マイクロ波放電型宇宙推進用プラズマ源に関する数値解析”, 平成 17 年度九州大学博士論文.
3. 金川隆保, “マイクロ波放電式小型イオンエンジンの数値解析”, 平成 19 年度九州大学修士論文.
4. Richard Barrett, Michael Berry, Tony F. Chan, James Demmel, June Donato, Jack Dongarra, Victor Eijkhout, Roidan Pozo, Charles Romine, Henk van der Vorst, : “反復法 Templates” (朝倉書店, 1996)
5. 小谷 優介, “可視化イオン源を用いたイオンスラスターの内部物理診断”, 平成 21 年度九州大学修士論文.
6. N. Yamamoto, K. Tomita, N. Yamasaki, T. Tsuru, T. Ezaki, Y. Kotani, K. Uchino, H. Nakashima, “Measurements of electron density and temperature in a miniature microwave discharge ion thruster using laser Thomson scattering technique”, Plasma sources science and technology, 19(2010).
7. 杉田 健策, “小型マイクロ波放電式イオンスラスターのマイクロ波周波数依存性”, 平成 23 年度九州大学修士論文.