

宇宙航空研究開発機構研究開発報告

JAXA Research and Development Report

JAXA極超音速風洞・超音速風洞シュリーレン画像 へのCTの適用

藤井 啓介, 平林 則明, 小山 忠勇, 津田 尚一, 中川 宗敬,
板橋 幸広, 中村 晃祥, 岡林 希依, 高間 良樹

2015年3月

宇宙航空研究開発機構

Japan Aerospace Exploration Agency

目 次

1	序	2
2	背景	2
	2.1 Computerized tomography	2
	2.1.1 FBP 法	3
	2.1.2 ART 法	5
	2.2 シュリーレン可視化画像への CT 適用	7
3	実験装置、処理方法	9
	3.1 0.5 m/1.27 m 極超音速風洞	9
	3.2 1 m × 1 m 超音速風洞	10
	3.3 画像処理方法	11
4	実験・結果	14
	4.1 HB-2 模型 HWT2 試験	15
	4.2 FY11HOPE 模型 HWT2 試験	20
	4.3 AGARD-B 模型 SWT1 試験	24
	4.4 HST 模型 HWT1 試験	27
	4.5 HRV 模型 HWT2RCS 試験	28
5	まとめ / 今後の展望	30

JAXA 極超音速風洞・超音速風洞シュリーレン画像への CT の適用

藤井啓介^{*1}、平林則明^{*1}、小山忠勇^{*1}、津田尚一^{*1}、中川宗敬^{*2}、板橋幸広^{*2}、中村晃祥^{*2}、
岡林希依^{*3}、高間良樹^{*3}

Application of Computerized Tomography onto set of regular schlieren images taken at JAXA Hypersonic / Supersonic Tunnels

Keisuke Fujii^{*1}, Noriaki Hirabayashi^{*1}, Tadao Koyoma^{*1}, Shoichi Tsuda^{*1}, Muneyoshi Nakagawa^{*2},
Yukihiro Itabashi^{*2}, Akiyoshi Nakamura^{*2}, Kie Okabayashi^{*3} and Yoshiki Takama^{*3}

ABSTRACT

Although the schlieren visualization has been indeed one of so commonly utilized techniques to observe flow field at a high speed regime, it gives only integrated information related to the density gradient along the ray. In order to reconstruct three dimensional structure from a set of images of integrated information, the computerized tomographic (CT) algorithm is applied to them. Evaluation tests are conducted both at JAXA 1.27 m/0.5 m hypersonic wind tunnel and at JAXA 1 m×1 m supersonic wind tunnel, which result in tomographic images where three dimensional structure of shock waves and expansion waves are easily recognized. It should be noted that three dimensional shock structures are reconstructed from ordinary equipments for industrial wind tunnels without any major modifications.

Key Word: シュリーレン画像、CT、風洞試験技術、Schlieren images、CT、wind tunnel、testing technology

概要

シュリーレン可視化法は高速気流観測に非常に広く使われている密度勾配に関する計測手法の一つであるが、密度勾配の観測線上にわたる積分値を与えるという性質上3次元的な流れ場に対してはその解釈には注意が必要であった。その解決方法として一連のシュリーレン画像に computerized tomography(CT) を適用することで三次元の流れ場の再構成を試みた。確認風洞試験として、1.27m 極超音速風洞、0.5m 極超音速風洞、1m×1m 超音速風洞において実施し、装置・機器類とも大きな変更をすることなく、衝撃波・膨張波などの三次元構造の把握に有用な定性的再構成データの取得できることを確認した。

* 平成 26 年 12 月 19 日受付 (Received 19 December, 2014)

^{*1} 航空本部 風洞技術開発センター
(Wind Tunnel Technology Center, Institute of Aeronautical Technology)

^{*2} 一般財団法人 航空宇宙技術振興財団
(Japan AeroSpace Technology Foundation)

^{*3} 航空本部 空力技術研グループ
(Aerodynamics Research Group, Institute of Aeronautical Technology)

1 序

遷音速以上の速度を持つ圧縮性流体における流れ場の把握は、学術的必要性のみでなく航空宇宙機の設計情報取得といった工学的観点からも重要な要素である。その様な観点から流れ場の可視化技術としてシュリーレン法やシャドウグラフ法などが古くからまた極めて幅広く活用されてきており、JAXA 0.5 m/1.27 m 極超音速風洞や JAXA 1 m×1 m 超音速風洞においてもシュリーレン装置を常設し、風洞運転状況のモニター目的以外にも複雑な 3 次元形状模型周りに発生する衝撃波構造の把握や、対応する CFD 解析の検証のために利用されている。しかしながら衝撃波形状、構造が複雑になればなるほどそれらが互いにどのような干渉をしているか、どのような領域に広がっているかなど把握が困難となる。これはシュリーレン画像が、気流密度勾配の光路にわたった積分値に従った濃淡としての情報のみを与え、断面内の密度勾配分布を直接与えないためである。そのような複雑形状における流れ場再構成のための手法の開発はこれまでに多くの研究者らにより進められており、それらの例としてフォーカシングシュリーレンや、PIV^[1]、DGV^[2]、あるいは PLIF^[3] などがあげられる。しかしいずれの手法においても極超音速風洞における適用には、高圧の整流筒内にシーディングする仕組みを追加することや、新たな光学系の設置が必要であり、そのような高速気流中における技術的要素及び、新規装置の導入などコスト面における困難を伴っていた。一方で、医療分野において広く応用されている Computerized Tomography (CT) 技術は、複数の直線上における X 線吸収積分量から物体内部における吸収率分布を推定する技術である。この技術はいわゆる X 線 CT に限らず、MRI(Magnetic Resonance Imaging) や Positron Emission Tomography (PET)、超音波利用など様々な適用事例がある。この CT アルゴリズムをこれまで馴染み深いシュリーレン画像に適用することで大きな設備変更や機材の導入をすることなく、風洞模型周り流れ場における密度勾配分布に相当する量の再構成が可能であるかもしれないと考えた。これは、大型の開発用風洞では限られた試験期間内に必要な迎角・横滑り角特性を取得する必要性から高効率化のためにロール角変角機構を有する設備が多く存在するという背景に立っている。これまでシュリーレン画像に CT 処理をかけることはいくつかなされているものの [4]、開発試験を想定した複雑形状模型周りの流れ場に適用された例は筆者の知る限り存在せず、その際の課題等に関して不明の部分が多く残っているのが現状である。そこでこの CT 手法を適用するものは X 線吸収画像に代わり通常のシュリーレン画像であるため不透明の複雑形状模型が流れ場可視化に及ぼす影響、また現有設備においてこの手法を適用する際の実運用を想定した際の課題など、このアイディアの有効性、技術的困難・制約などに関して確認・評価することが必要であると考えた。そこで JAXA 0.5 m/1.27 m 極超音速風洞 (HWT1/2) 及び JAXA 1 m×1 m 超音速風洞 (SWT1) においていくつかの模型を用いた確認試験を実施することとした。

この報告では、それら開発試験を想定した模型周り可視化を行った際の、試験・計測手法としての成果を取りまとめ、設備背景、計測手法、データ処理、結果及び課題をそれぞれ記述、整理することで今後の発展、改良あるいは他風洞への適用に際しての情報提供も目的とする。そのため、本報告では今回使用した CT 処理の原理・特徴を背景としてまとめ、データ処理手法、各試験結果を報告する。

2 背景

2.1 Computerized tomography

風洞シュリーレン画像へ CT 手法を適用するに当たり、当初は計算時間が比較的短くてすみ且つ解析的バックグラウンドを持つ代表的な手法である Filtered BackProjection(FBP) 法を用いた。その後、全周囲計測をしない場合、模型背景を活用しようとする場合、屈折方向を積極的に活用する場合などを将来検討するに当たり、より自由度の大きな Algebraic Reconstruction Techniques(ART) 法を採用することとした。ここで使用したこの二つの手法について、文献 [5] に沿って概要を簡単に記述する。

2.1.1 FBP 法

基本概念

数値的ではない ‘traditional tomography’ とは、図 1 に示されるような仕組みで行われていた。ここで例えば面 C における吸収密度 f_C 断面を知るために、光源 X を右方向に一定の速度で移動させ、 p 位置におかれたフィルム面は光源とは逆方向にまた比例した一定速度で移動させる。時間 t における点 X_t から放射された点 A を通る光は点 A_t までの全て情報を足し合わせるようになるが、フィルムが時間とともに移動するため、異なる時間に発せられ点 A を通る光は常にフィルム面上の同一点を通る。点 A は、異なる時間における光線の唯一の共通の点となるため、点 A 以外の点での吸収率に関する情報はぼけることになり、結果的に面 C における断層構造がフィルム面に現れることになる (Backprojection)。光源・フィルム面を平行移動するのではなく、回転させるケースの Backprojection では、図 2 で示される様に、原点を通り基準線との角度 θ の直線 K に直交し原点からの距離 l' である直線 L に沿って吸収が積分される状況を考える。点 (r, ϕ) を通る直線 L を表す (l', θ) は

$$l' = r \cos(\phi - \theta)$$

であり、ここで空間分布関数 $f(r, \phi)$ 、その投影データ (f の積分量) を $p(l, \theta)$ と表すと、両者の関係は、

$$\begin{aligned} [\mathcal{R}f](l, \theta) &= \int_{-\infty}^{\infty} f\left(\sqrt{l^2 + z^2}, \theta + \tan^{-1} \frac{z}{l}\right) dz \quad (l \neq 0) \\ [\mathcal{R}f](0, \theta) &= \int_{-\infty}^{\infty} f\left(z, \theta + \frac{\pi}{2}\right) dz \end{aligned} \quad (1)$$

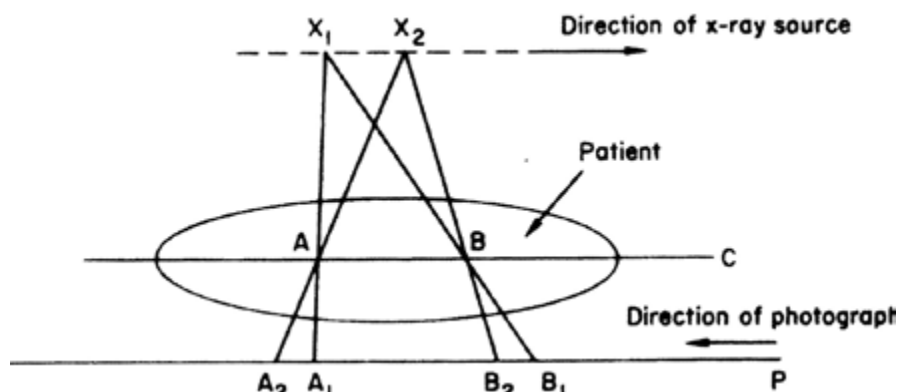


図 1: Traditional Linear Tomography (Herman [5] p.29 より引用)

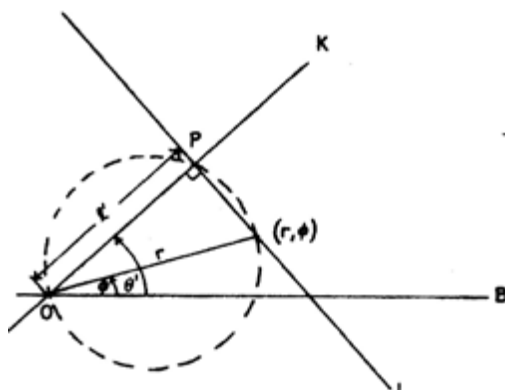


図 2: The relationship between the (r, ϕ) space and the (l, θ) space (Herman [5] p.104 より引用)

(Radon 変換) と表される。これに対し、回転系での Backprojection は、点 (r, ϕ) を通る直線における積分量 (p) を足し合わせていくわけなので、

$$\int_0^\pi p(l, \theta) d\theta \quad (2)$$

という操作に相当する。この Backprojection のみでは、上記の Radon 変換 (式 (1)) の逆変換とはなっていないので、これを数学的に厳密に記述するためこの Backprojection 操作の前に適切な変換をする Filtered Back Projection (FBP) が考案されている。実際、投影画像関数 $p(l, \theta)$ から空間分布関数 $f(r, \phi)$ への厳密な Radon 逆変換 \mathcal{R}^{-1} は、

$$\begin{aligned} f(r, \phi) &= [\mathcal{R}^{-1}p](r, \phi) \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi \int_{-E}^E \frac{1}{r \cos(\theta - \phi) - l} \frac{\partial p(l, \theta)}{\partial l} dl d\theta \end{aligned} \quad (3)$$

となることが知られている。この Radon 逆変換 \mathcal{R}^{-1} をわかりやすくするために、以下の様に 3 つの演算過程に分解してみると、

$$q(l, \theta) = [\mathcal{D}_Y p](l, \theta) = \frac{\partial}{\partial l} p(l, \theta) \quad (4)$$

$$t(l', \theta) = [\mathcal{H}_Y q](l', \theta) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q(l, \theta)}{l' - l} dl \quad (5)$$

$$[\mathcal{B}t](r, \phi) = \int_0^\pi t(r \cos(\theta - \phi), \theta) d\theta \quad (6)$$

$$\mathcal{R}^{-1} = -\frac{1}{2\pi} \mathcal{B} \mathcal{H}_Y \mathcal{D}_Y \quad (7)$$

ここで (4) 式は偏微分作用素、(5) 式は Hilbert 変換作用素、そして (6) 式は確かに Backprojection 作用素 (式 (2)) となっていることが分かる。

バックプロジェクション

上述の Backprojection を差分形式とし、更に $\theta = m\Delta, l = nd$ (但し m, n は整数) 上のみの p の値が定義されている場合の内挿補間を考えると、

$$\begin{aligned} [\mathcal{B}t](r, \phi) &= \int_0^\pi t(r \cos(\theta - \phi), \theta) d\theta \\ &\approx \Delta \sum_{m=0}^{M-1} t(r \cos(m\Delta - \phi), m\Delta) \\ &\approx \Delta \sum_{m=0}^{M-1} \left[\frac{(n+1)d - r \cos(m\Delta - \phi)}{d} t(nd, m\Delta) + \frac{r \cos(m\Delta - \phi) - nd}{d} t((n+1)d, m\Delta) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

とかけ、分布関数を得る。

コンボリューション

上記 BackProjection を実施する前に (7) 式にある様に Hilbert 変換を行わなければならない。ここで、この Hilbert 変換 $([\mathcal{H}\Phi](l') = -\frac{1}{\pi} \int \frac{\Phi(l)}{l' - l} dl)$ は畳み込み積分を使って以下のようにもかける：

$$[\mathcal{H}\Phi] = \Phi * \rho$$

$$\rho(l) = -\frac{1}{\pi l}$$

が、ここで上記の Hilbert 変換は $l' = l$ で特異点となるいわゆる ‘improper integral’ となるため数学的に積分が存在しても数値的な評価が単純ではない。そこで ‘regularization’ と呼ばれる手法を使うために、 A を正の実数とし、以下の式を満足する関数系 ρ_A を考える：

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \Phi^* \rho_A = \mathcal{H}\Phi$$

これを満たす regularization family は多数あるが、ここでは次のように表される関数系を採用することとした:

$$\rho_A(u) = -2 \int_0^{A/2} F_A(U) \sin(2\pi U u) dU \quad (9)$$

ここで $F_A(U)$ はウィンドウ関数であって文献 [5]Table 8.1 に示される関数などが使われる。それらのうちここでは、 $F_A(U) \equiv \alpha + (1 - \alpha) \cos \frac{2\pi U}{A}$ によって定義されるものを用いることとする。そこで部分積分により、

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial}{\partial l'} p * \rho_A \right] (l') &= \int_{-\infty}^{\infty} p'_\theta(l) \rho_A(l' - l) dl \\ &= - \int_{-\infty}^{\infty} p_\theta(l) \rho'_A(l' - l) dl \end{aligned}$$

と変形することができ、また ρ_A の定義 (9) 式より

$$\rho'_A(u) = -4\pi \int_{-\infty}^{\infty} U F_A(U) \cos(2\pi U u) dU$$

であるので、これを用いた新たな関数 $q(u)$ を

$$q(u) \equiv -\frac{1}{2\pi} \rho'_A(u) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} U F_A(U) \cos(2\pi U u) dU \quad (10)$$

と定義することで、Radon 逆変換は、

$$\begin{aligned} [\mathcal{R}^{-1}p](r, \phi) &\approx f^*(r, \phi) = \mathcal{B}([p_\theta * q](l)) \\ &= \mathcal{B}\left(\int_{-\infty}^{\infty} p(l, \theta) q(l' - l) dl\right) \end{aligned} \quad (11)$$

と表されることが分かる。そのため、式 (8) と併せることで、計測される投影データ $p(l, \theta)$ から分布関数 $f(r, \phi)$ への Radon 逆変換を得たことになった。ここで、式 (10) で表される関数 q は計測データによらないため、予め (十分な解像度で) テーブル化しておくことによって計算時間を短縮することができる。

2.1.2 ART 法

上述の FBP 法は数学的に厳密である一方、密度変化の十分無視できる遠方までの範囲での計測、また回転角度に関しても凡そ等間隔で 180 度の範囲で計測する必要がある。この節で記述される Algebraic Reconstruction Techniques (ART) は、数学的な厳密性を欠く代わりに、計測範囲が限定的であっても可能であったり、投影画像が単純な分布関数の線積分で表すことができない場合にも適用可能であることなどから、その有効性が認められている手法である。

例えば、空間を J 点に分割することで分布関数を J -dim の列ベクトル \mathbf{x} で表し、投影画像セットを I 点に分割することで、全投影結果を I -dim の列ベクトル \mathbf{y} で表すと、両者の関係は、 $I \times J$ の行列 \mathbb{R} (projection matrix) を用いて、

$$\mathbf{y} = \mathbb{R}\mathbf{x} \quad (12)$$

で表される。計測結果である \mathbf{y} と、この関係を満たす \mathbf{x} を見つけるために初期値 $\mathbf{x}^{(0)}$ からはじめ、 k 回修正を加えたものを $\mathbf{x}^{(k)}$ とする。ここで $k+1$ 番目の推定値 $\mathbf{x}^{(k+1)}$ を得るために \mathbf{y} の i 番目の投影結果 y_i と、 $\mathbb{R}\mathbf{x}^{(k+1)}$ の i 番目の値 $(\mathbf{r}_i, \mathbf{x}^{(k+1)})$ とが一致する様 $\mathbf{x}^{(k)}$ に修正量を加えることとする (但し \mathbf{r}_i は \mathbb{R}^T の i 列目の列ベクトル)。その際 $\mathbf{x}^{(k)}$ と $\mathbf{x}^{(k+1)}$ との差を最小とするためにはその差は \mathbf{r}_i と平行である必要があるため、結局 $\mathbf{x}^{(k+1)}$ は、

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \frac{y_i - (\mathbf{r}_i, \mathbf{x}^{(k)})}{(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i)} \mathbf{r}_i$$

で得られる。このステップでは \mathbf{x} への最小の修正をすることで各投影結果に一致させるを行っている
ので、これを全投影線上で行い、更に繰り返すことで近似的に投影結果 \mathbf{y} と整合する空間分布 \mathbf{x} が得られ
ることが期待される。

しかし \mathbb{R} は一般に正方行列でなく逆行列を持たないため、任意の \mathbf{y} に対する解 \mathbf{x} は必ずしも存在しない。
そこで基礎式 (12) は、誤差ベクトル $\mathbf{e} \in \text{Range}(\mathbb{R})^\perp$ を用いて以下の様に修正されるべきである：

$$\mathbf{y} = \mathbf{e} + \mathbb{R}\mathbf{x} \quad (13)$$

ここで、 $\mathbf{u} = r\mathbf{e}$ (r は実定数)、 $\mathbf{z} \equiv \mathbf{x} - \mu_{\mathbf{x}}$ 、 $\mu_{\mathbf{x}}$ を初期推定分布ベクトルとすると、

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \frac{1}{r}\mathbf{u} + \mathbb{R}(\mathbf{z} + \mu_{\mathbf{x}}) \\ r(\mathbf{y} - \mathbb{R}\mu_{\mathbf{x}}) &= \mathbf{u} + r\mathbb{R}\mathbf{z} \\ (\mathbb{I}, r\mathbb{R}) \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} &= r(\mathbf{y} - \mathbb{R}\mu_{\mathbf{x}}) \end{aligned} \quad (14)$$

となるので、 $(\mathbb{I}, r\mathbb{R})$ を一つの行列、 $\begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix}$ を一つの列ベクトルと考えると、上記手法をそのまま適用する
ことで、

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(k+1)} \\ \mathbf{z}^{(k+1)} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(k)} \\ \mathbf{z}^{(k)} \end{pmatrix} \\ &= \frac{r\{y_i - (\mathbf{r}_i, \mu_{\mathbf{x}})\} - \left(\mathbf{t}, \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(k)} \\ \mathbf{z}^{(k)} \end{pmatrix} \right)}{(\mathbf{t}, \mathbf{t})} \mathbf{t} \\ &= \frac{r\{y_i - (\mathbf{r}_i, \mathbf{x})\} - u_i^{(k)}}{1 + r^2|\mathbf{r}_i|^2} \begin{pmatrix} \mathbf{i}_i \\ r\mathbf{r}_i \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

となる。ここで、 \mathbb{I} は単位行列、 \mathbf{i}_i は \mathbb{I} の i 番目の列ベクトル、 $\mathbf{t} \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{i}_i \\ r\mathbf{r}_i \end{pmatrix}$ とする。よって、 \mathbf{u} 及び、
 $\mathbf{x} = \mathbf{z} + \mu_{\mathbf{x}}$ の更新手順は下記の通りとなる：

$$\mathbf{u}^{(k+1)} - \mathbf{u}^{(k)} = c^{(k)} \mathbf{i}_i \quad (16)$$

$$\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)} = r c^{(k)} \mathbf{r}_i \quad (17)$$

$$(18)$$

ここで、

$$c^{(k)} \equiv \lambda^{(k)} \frac{r\{y_i - (\mathbf{r}_i, \mathbf{x}^{(k)})\} - u_i^{(k)}}{1 + r^2|\mathbf{r}_i|^2}$$

である。 $\lambda^{(k)}$ は収束の安定性を高めるために導入した定数で、 $0 < \lambda^{(k)} \leq 1$ の範囲をとる（ここでは通常
 $\lambda^{(k)} = 0.05$ を用いている）。

重み係数 \mathbb{R}

ART を実行するには、式 (12) に現れる「重み係数」の行列である projection matrix \mathbb{R} を決定する必要が
ある。求めるべき分布関数 f が、ここで考えるような単純な吸収率のようなものであれば

$$y = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{x}) d\mathbf{l}$$

これを離散化し、

$$y_i = \sum_j x_j dl_{ij} \quad (19)$$

であるため、この重み係数はそれぞれの点 (領域) によって区切られる積分経路の長さとしてよい $R_{ij} \equiv dl_{ij}$ 。文献 [5] によれば最密重点された blob と呼ばれる小領域で評価することを推奨していたが、時間的制約などから、ここでは正方形で表される小領域単位で評価することとしている。図 3 に示されるような $2N \times 2N$ の断層面に、Line- i と書かれた光路に沿った吸収を考える。 n 列目では、 $m_1 \sim m_0$ までの小領域が Line- i との共通領域があるので、それぞれの小領域 ($j = 2Nn + m$) における R_{ij} の値はそれぞれの領域内を通る Line- i の長さとして与えればよいことになるので図中 (m_0, n) では $R_{i,2Nn+m_0} = (m(n) - m_0)/\sin\theta$ 、 $R_{i,2Nn+m} = 1/\sin\theta$ 、 $m_1 < m < m_0$ 、 $R_{i,2Nn+m_1} = (m(n+1) - m_1)/\sin\theta$ となり、他の n 列の要素は 0 となる。このように Line- i が通らない領域の値は 0 とするので、行列 \mathbb{R} の成分のほとんどは 0 である。 \mathbf{x} 更新において、式 (17) より分かるとおり、非 0 の \mathbf{r}_i 要素のみを計算に用いればよいので、 \mathbf{r}_i のためのストレージとしては図 3 の例では $4N^2$ ではなく、 $2 \times 2N$ だけ用意すればよい。

2.2 シュリーレン可視化画像への CT 適用

シュリーレン可視化画像に CT を適用するという発想では、X 線 CT の場合は観測対象が固定され X 線源及び受光部が固定軸周りに半周することで行われるのに対し、シュリーレン光学系が大掛かりであるため、光学系は固定し観測対象である流れを気流軸周りに半周させることで得ようというものである。ここでは、気流一様性が確保されていることが仮定されれば、回転軸を気流一様流方向と一致させ模型のみを回転させることで、模型周りの流れ場自体を変化させることなく、気流方向周りに流れ場を回転させることができる。そのため迎角を有する姿勢での気流状態を観測するためには、一様流方向を向くロール回転軸から迎角分だけオフセットした軸に模型を取り付ける必要があり、曲がりスティングがなければならない。

また、シュリーレン可視化により得られる画像は、X 線 CT の場合と異なり光路に沿った吸収の積分値ではなく、密度勾配に応じた光路角変化の積分値に相当する濃淡である：

$$y = \int d\varepsilon = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{dl} dl$$

ここで、例えば u 方向 (投影面垂直方向) の場合は、

$$\varepsilon_u = \int_{-\infty}^l \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial u} ds \approx \frac{1}{n_0} \int_{-\infty}^l \frac{\partial n}{\partial u} ds$$

$$n = G\rho + 1$$

G は Gradstone-Dale 定数である。ここで、視線方向 (s 方向) が気流方向 (x 方向) に垂直、つまり投影面垂直方向 (u 方向) と気流方向とが一致する状況を想定すると、 $\frac{\partial \rho}{\partial u} = \frac{\partial \rho}{\partial x}$ は視線方向に依存しない位置のみの関数となるが、投影面内の t 方向の微分 $\frac{\partial \rho}{\partial t} = \cos\theta \frac{\partial \rho}{\partial y} + \sin\theta \frac{\partial \rho}{\partial z}$ は位置のみでなく視線方向 θ の関数にもなっている。そのため、吸収との直接的なアナロジーが可能となる状況は、気流方向の密度変化 $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ を調べるいわゆる「縦切り」シュリーレンの形態である必要がある。「縦切り」の場合 $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ の光路に沿った積分値に相当した輝度変化が期待され、それは模型に固定された座標系の各点で、模型回転角に依らない量であるためである。一方で「横切り」シュリーレンの場合 $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ に相当する輝度変化が投影データとして期待されるが、これは前述の通り $s-t$ 座標と $y-z$ 座標との回転角 (模型回転角) により変化してしまうため直接的なアナロジーができなくなってしまう。「横切り」シュリーレンの場合でも θ において得られた各画像 I_t の t 方向微分を更にとることにより

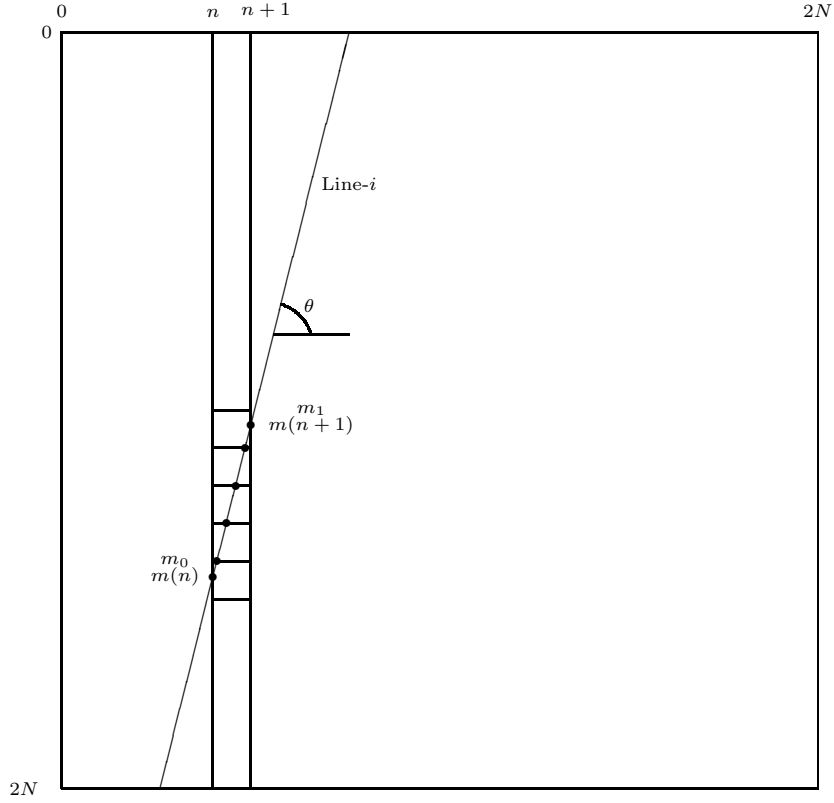


図 3: 重み係数の決定

$$\begin{aligned}\frac{dI_t}{dt} &\propto \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} ds = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial s^2} \right) ds \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \nabla^2 \rho ds\end{aligned}$$

という関係から、 $\nabla^2 \rho = \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2}$ の分布として断層画像を得ることは可能だが、ここでは、前者の「縦切り」シュリーレン画像に適用することを主に実施することとした。

通常シュリーレン光学系では $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ に相当する輝度変化が得られるが、それは較正されることはなく、更に一般に線形ですらない。しかし通常の CT 処理（特に FBP 法）では輝度変化が密度勾配に対し線形で変化する場合を仮定しているため、ここでの断層画像は定量評価を目的としたものではなく、衝撃波配置など流れ場の状態を把握する定性的評価を目的としたものに限定されることは留意しておく必要がある。

シュリーレン画像に CT 処理を施す際の原理的な問題の一つとして予測されるものは、風洞模型の影部における処理である。模型により光が透過しない影部の領域ではその角度での情報を得ることができず、X 線 CT の場合でいう ‘metal artifact’ のように不透明部周辺へ影響を及ぼす [6]。シュリーレン画像を基にした再構成処理へのこの影響の低減法に関しては橋本ら [7] によって提案されている手法等があるが、ここでは特別な低減手法を用いずにこの影響がどのように現れるかを実際の処理を通して確認することとする。

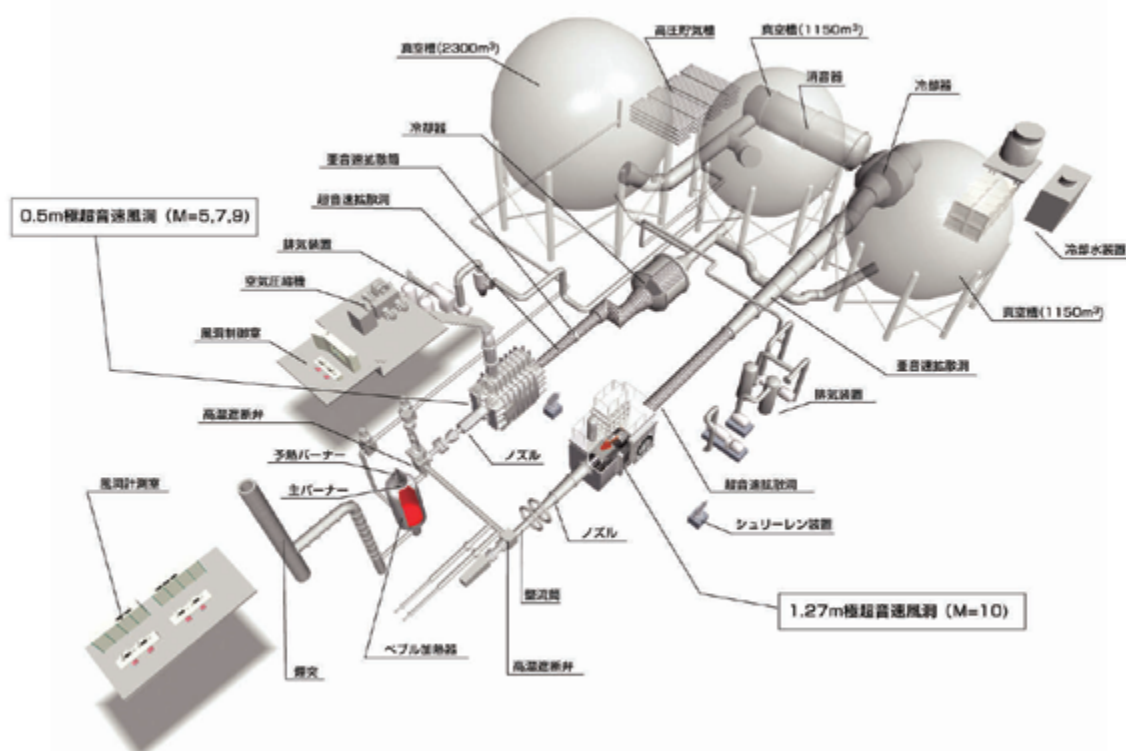


図 4: JAXA 1.27 m 極超音速風洞

3 実験装置、処理方法

3.1 0.5 m/1.27 m 極超音速風洞

極超音速風洞全体は図 4 に示される通り、高圧貯気槽・加熱器及び真空槽を共用する 2 組のノズル・測定部・ディフューザ・冷却器により構成される吹出真空吸込式の極超音速風洞であり、ノズル出口径が $\phi 0.5$ m、ノミナル様流 Mach 数 5, 7, 9 を選択できるラインを HWT1 [8]、もう一つはノズル出口径 $\phi 1.27$ m、ノミナル様流 Mach 数 10 のもので、HWT2 [9] である。HWT1, HWT2 の気流持続時間は最大でそれぞれ 120 秒、及び 60 秒であり、その気流条件は文献 [10] 及び [11] に詳しく記述されている。極超音速風洞でシュリーレン観測をする場合の留意点の一つとしては、少ない密度変化があげられる。HWT2 の気流条件では最大の p_{02} で 20-25 kPa 程度となるなど気流中で発生する圧力が比較的低いうえ、高温となるため密度が低くなることが予測される。そのため気流中における密度変化を観測する当該設備のシュリーレン系は、気流外の大気の流れによる影響を受けやすい環境となっている。

HWT1 シュリーレン装置の Xe ランプ連続光は観測部を平行光として通過した後、有効径 580mm、焦点距離 5m の受光側球面凹面鏡によって集光、ナイフエッジによりシュリーレン系を構成している。真空中にされる測定部における光路長は凡そ 2.5m であるのに対し、2 枚の主凹面鏡間の距離は凡そ 8m である。HWT2 シュリーレン装置の基本構成は HWT1 のものと同様で、主凹面鏡の有効径が 820mm、焦点距離が 8m となっていること、測定部内光路長約 4.3m に対し主凹面鏡間距離が 20m となっている点が異なっている。そのためもあり HWT2 における大気の揺らぎによるシュリーレン画像へのノイズはより顕著なものとなっている。

HWT2 の主模型支持装置は図 5 に示されるようにセクター型支持であり、装置全体の投入/退避運動、ピッチ変角、ロール変角の 3 自由度を油圧により通風中に制御する構造となっている。今回の試験では、ピッ

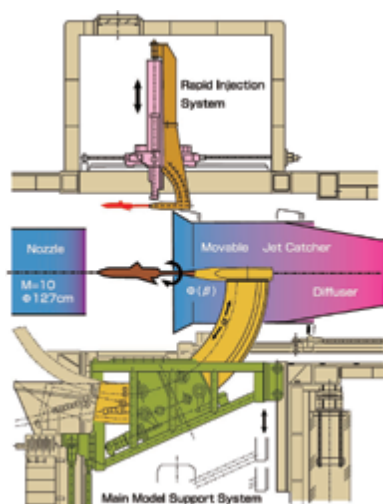
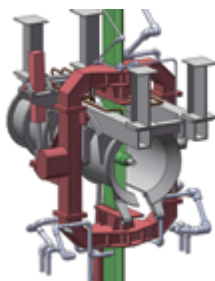
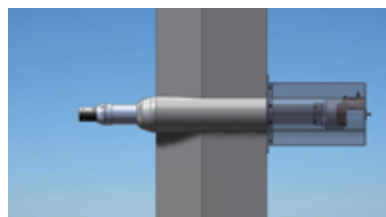


図 5: HWT2 主模型支持装置 (下)



(a) HWT1 模型支持構造



(b) ロール変角機能付 HWT1 用スティングポッド

図 6: HWT1 模型支持装置

チ角を気流方向に固定し、最大 60 秒間の通風中にロール角を -90deg から $+90\text{deg}$ まで変角させ、角度毎の観測を行う必要がある。射出位置、ピッチ・ロール角はエンコーダによりモニタ計測が可能であり、ロール角制御では、ピッチアンドポーズモードと連続変角モードの二通りが選択可能である。そのため HWT2 においてシュリーレン画像の CT 処理を行うために新たに導入しなければならない装置・機材は基本的には存在しなかった。

一方、0.5m 極超音速風洞 (HWT1) においては、その模型支持装置は、図 6(a) の通り油圧制御によるジンバルストラット方式であり、ロール変角のための構造が存在しなかった。そこで、模型支持装置への大きなシステム変更を行わずに従来のスティングポッドの代わりに、ステッピングモータによりロール変角機能をもったスティングポッドを製作し、シュリーレン画像への CT 適用の試験を可能とすることとした (図 6(b))。これにより、HWT1 においてできなかったベータスイープ試験を行う能力も併せて持つこととなった。許容されるロールモーメントは最大で 1.8 Nm である。

3.2 1 m × 1 m 超音速風洞

JAXA 1 m × 1 m 超音速風洞 (図 7) [12],[13] は、可変ノズルによって $M_\infty = 1.4 \sim 4$ の範囲での試験をすることができる吹出式超音速風洞であり、 p_o 範囲は Mach 数に応じ $p_o = 0.15 \text{ MPa} \sim 1.27 \text{ MPa}$ 、気流持続時間は最大で約 40 秒である。2007 年に実施された下流部改修により、模型支持装置は電動駆動により通風中にピッチ角・ロール角変角をすることができる様になった。ロール変角範囲は $-180 \text{ deg} \sim +180 \text{ deg}$ であり、最大動作速度 25 deg/s 以下での速度設定が可能である。

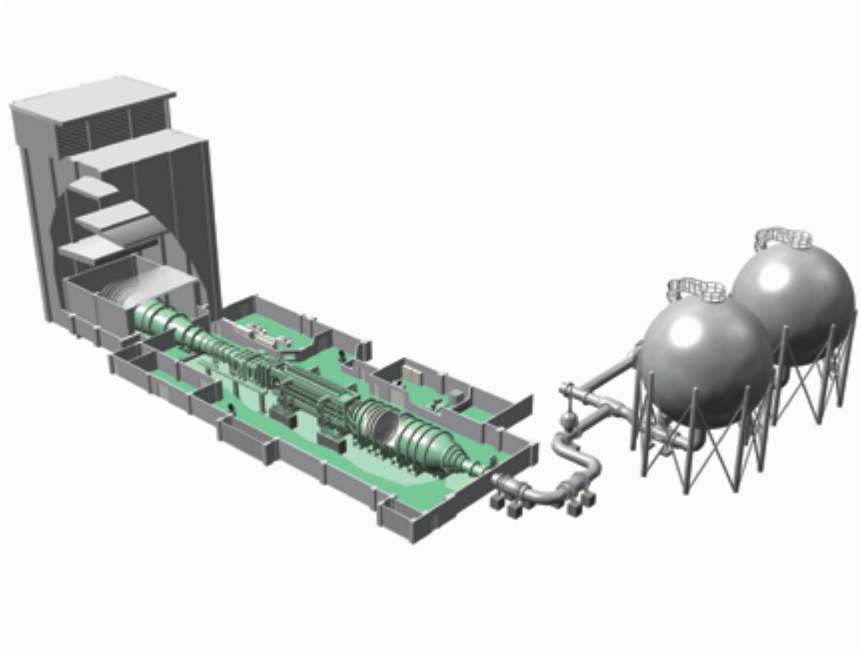


図 7: JAXA 1 m×1 m 超音速風洞

JAXA 1 m×1 m 超音速風洞では、通常ナイフエッジ部に色フィルターを入れることでカラーシュリーレンとしているが、今回の試験においてはナイフエッジを縦切り方向におくことで一般的なシュリーレン系として実施した。

3.3 画像処理方法

ここで行った画像データ処理概要を図 8 に示す。シュリーレン画像では、光源やシュリーレン窓の不均一性などのため、流れ場のない状態においてもムラがある。その不均一性の影響を低減させるため、通風時の‘Run’画像を直接処理するのではなく、通風をせず模型姿勢角を通風時画像と対応させた‘DryRun’画像との差をとる処理を行った(図 8 中「通風・非通風の差」)。そのため、模型影部や、その他の変化しない部分の値は 0 となり、衝撃波など気流方向密度勾配が正の部分は画像上の値が負、膨張波などでは正となる。この差分画像を各ロール角において用意し、それらを元に CT 処理をかけることで各 x 位置における流れ場の断層画像を得る。

また、流れ場の断層画像のみでなく、模型形状の情報も併せて取り込む必要があるため、DryRun 画像を元に輝度を 2 値化し、模型影部のみが明確となる様に画像を調整した上で、上記と同様の CT 処理を施した(同図中「2 値化処理」)。その結果は画像処理により得られた模型断層形状を表すため、上記流れ場断層画像と併せて表示することとした。

CT 処理を行う際得られた投影画像上において回転軸を同定する必要があるが、風洞におけるシュリーレン可視化において、カメラ固定に自由度があるため、ここでは模型ロール角 $\pm 90\text{deg}$ における画像から手動にて回転中心を同定し、試験中カメラ視角変化がないものと仮定し各画像においても同一の直線であるものとして処理した(図中「回転軸同定」)

図中「CT 処理」において、前節に示す FBP 法または ART 法による処理を行った。流れ場 CT 処理に関しては、8bit グレースケールの Run 画像及び DryRun 画像から差分を取る時点で float 型画像とし、処理を行っている。最終画像表示では推定された分布を状況に応じたレンジ内で 8bit 化したものを j としたとき、下式にある通り、RGB の組合せにして表示した(ここで $a_f=32$ のときの例を図 9 に示す)。

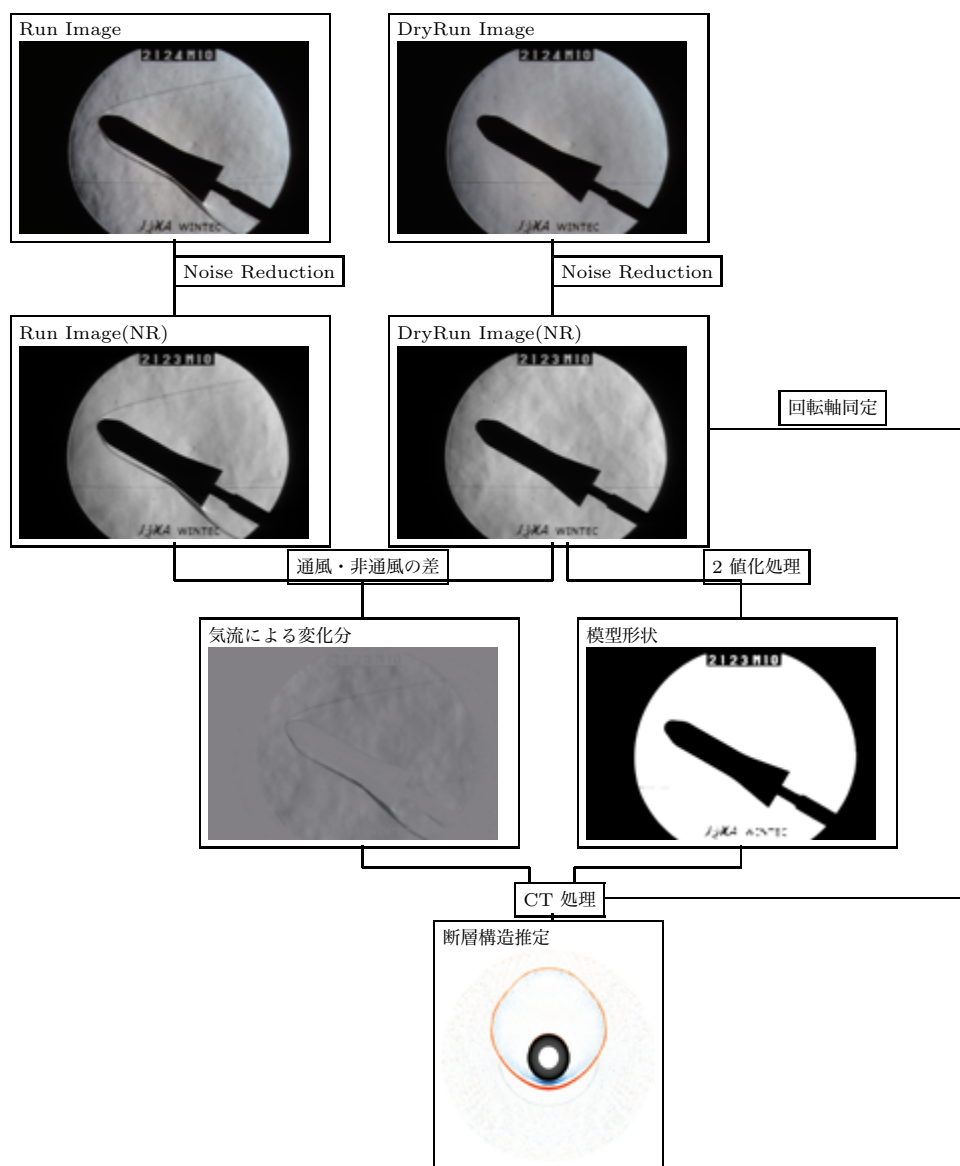


図 8: 画像データ処理フロー

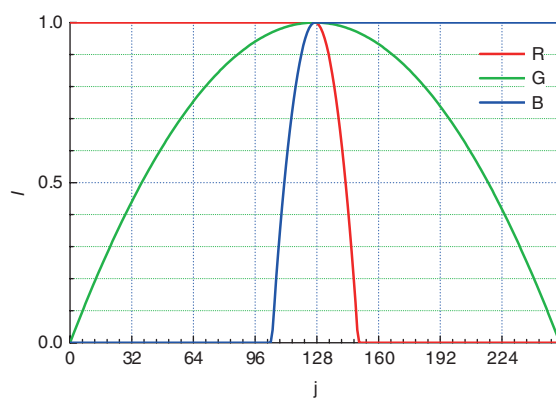


図 9: カラーマップ

$$\begin{aligned}
x_{rb} &= 1 - a_f \left(\frac{j}{127} - 1 \right)^2 \\
x_g &= 1 - \left(\frac{j}{127} - 1 \right)^2 \\
I_r &= 2^{16} - 1 \quad (\text{for } j < 128 : \text{Red}) \\
I_r &= (2^{16} - 1)x_{rb} \quad (\text{for } j \geq 128 : \text{Red}) \\
I_g &= (2^{16} - 1)x_g \quad (: \text{Green}) \\
I_b &= (2^{16} - 1)x_{rb} \quad (\text{for } j < 128 : \text{Blue}) \\
I_b &= 2^{16} - 1 \quad (\text{for } j \geq 128 : \text{Blue})
\end{aligned}$$

これにより ± 0 近傍では白、一側（投影画像上暗くなる衝撃波など）では赤系、+ 側（投影画像上明るくなる膨張波など）では青系の色となる。これに対し、2 値化された画像から得られる模型形状に関する CT 処理結果は各 RGB 成分を等配分しグレーとして同一画像内に表すこととした。

また、CT 処理を行う場合一般に断層面内のあらゆる方向からの観測が必要となるので、ロール変角を $0 \text{ deg} \sim 180 \text{ deg}$ とするべきであるが、多くの空力試験の場合左右対称の形態が多いため、そのような場合はロール角を $0 \text{ deg} \sim 90 \text{ deg}$ の範囲で変角させればよいことになる。そのため、ここでの処理では、HRV-RCS 試験時を除き、 $90 \text{ deg} \sim 180 \text{ deg}$ 、あるいは $-90 \text{ deg} \sim 0 \text{ deg}$ の範囲のデータを回転軸に対して対称移動させた画像を作成することで補完して処理を実行した。

図 8 中「Noise Reduction」は、前述の通り特に極超音速風洞シュリーレン系での測定部外の空気のムラによる大きな Noise の除去処理をさす。今回の試験において一般的に実施したものは、一ロール角におけるシュリーレン画像を複数毎取得し、その単純平均をとるものである。高速度カメラを用いた試験の際は、ロール角をピッチアンドポーズではなく、スワイプ変角し、ターゲットロール角近辺 $\pm 0.5 \text{ deg}$ 範囲内の画像の単純平均を行った。

しかし上記手法は、ノイズ成分が取得画像間で十分ランダムとなっている場合に有効であって、例えばゆっくり移動する測定部外の大気乱れなどによるノイズ成分には効果が得られない。また、Run 画像、DryRun 画像間ではそのような乱れのパターンは全く異なったものとなるため通風・非通風の差をとるプロセスでも低減することができない。実際 HRV-RCS 試験においては測定部外の乱れの大きさが大きく、上記手法によるノイズ除去が十分でなかったため、ここでは特定の位相速度を持つパターンを抽出し、元画像から差し引く手法を試みた。時系列で取得された複数枚の画像に対し、時間軸を加えた 3D-FFT をかけ [14]、波数 $\alpha = (\alpha, \beta)^T$ 及び角振動数 ω 空間で、抽出すべき位相速度 $C = (C_x, C_y)^T$ をもつ成分のみを保持し、それ以外の成分を 0 と変更した後、逆 FFT をかけることによってノイズ成分画像の再現を行った。

位相速度 $C = (C_x, C_y)^T$ を持つ波数 α 、振動数 ω の組合せは

$$\omega = \alpha C_x + \beta C_y = (\alpha, C)$$

の関係を持つすべての組であるので、位相速度 C と振動数 ω に対応する $\alpha_0 \equiv \omega C / |C|^2$ を通り、それに垂直な直線上の α 全てが対象となる。つまり、

$$(\alpha, \alpha_0) = |\alpha_0|^2 \quad (20)$$

ここで、ある位相速度 $C_0 = (C_{x_0}, C_{y_0})^T$ を中心に半径 C_r の円内にあるような位相速度 $C = (C_x, C_y)^T$ を持つ振動数 ω 、波数 α の組を考える必要がある。そのとき、 α_0 が満たすべき関係は以下の通りである：

$$\begin{aligned}
0 &\geq (C_x - C_{x_0})^2 + (C_y - C_{y_0})^2 - C_r^2 \\
0 &\geq \left[\left(\frac{\alpha_0}{\omega} \right) - \frac{C_{x_0}}{|C|^2} \right]^2 + \left[\left(\frac{\beta_0}{\omega} \right) - \frac{C_{y_0}}{|C|^2} \right]^2 - \frac{C_r^2}{|C|^4} \\
&= \left[\left(\frac{\alpha_0}{\omega} \right)^2 + \left(\frac{\beta_0}{\omega} \right)^2 \right] (|C_0|^2 - C_r^2) \left[\left(\frac{\alpha_0}{\omega} - \frac{C_{x_0}}{|C_0|^2 - C_r^2} \right)^2 + \left(\frac{\beta_0}{\omega} - \frac{C_{y_0}}{|C_0|^2 - C_r^2} \right)^2 - \left(\frac{C_r}{|C_0|^2 - C_r^2} \right)^2 \right]
\end{aligned} \quad (21)$$

そのため $|\mathbf{C}_0| \geq |C_r|$ のとき、 α_0 は、 $\alpha_{0C} = \left(\frac{\omega C_{x0}}{|\mathbf{C}_0|^2 - C_r^2}, \frac{\omega C_{y0}}{|\mathbf{C}_0|^2 - C_r^2} \right)^T$ を中心とし、半径 $r_{\alpha_{0C}} \equiv \frac{\omega C_r}{|\mathbf{C}_0|^2 - C_r^2}$ の円内の点となる。したがって、(20) 式を満たす α_0 が (21) 式で表される円内に存在するための α の条件は、以下に示すように α_{0C} 方向を一つの対称軸とする双曲線で囲まれる領域全体となる：

$$0 \geq \frac{\left(\frac{\alpha_{0C}}{|\alpha_{0C}|} \frac{\alpha}{\omega} + \frac{\beta_{0C}}{|\alpha_{0C}|} \frac{\beta}{\omega} - \frac{|\alpha_{0C}|}{\omega} \right)^2}{\left(\frac{r_{\alpha_{0C}}}{\omega} \right)^2} - \frac{\left(-\frac{\beta_{0C}}{|\alpha_{0C}|} \frac{\alpha}{\omega} + \frac{\alpha_{0C}}{|\alpha_{0C}|} \frac{\beta}{\omega} \right)^2}{\left(\frac{|\alpha_{0C}|}{\omega} \right)^2 - \left(\frac{r_{\alpha_{0C}}}{\omega} \right)^2} - 1 \quad (22)$$

あるいは

$$\left(\frac{1}{1 - C^2} \right)^2 \geq \frac{\left(C_{x0} \frac{\alpha}{\omega} + C_{y0} \frac{\beta}{\omega} - \frac{1}{1 - C^2} \right)^2}{C^2} - \frac{\left(-C_{y0} \frac{\alpha}{\omega} + C_{x0} \frac{\beta}{\omega} \right)^2}{1 - C^2}$$

ここで

$$C^2 \equiv \left(\frac{C_r}{|\mathbf{C}_0|} \right)^2 = \frac{C_r^2}{C_{x0}^2 + C_{y0}^2} \quad (< 1)$$

この範囲の α, β, ω の組の位相速度が指定範囲に入っているため、その成分のみを抽出することとした。ここで、指定範囲を定める \mathbf{C}_0 及び C_r の決定には今回の処理では、処理画像取得時間内でのノイズの平均的な移動速度・方向を目視により数値化し \mathbf{C}_0 とし、 C_r をその平均的な移動速度の半分と設定 ($C_r \equiv \frac{\|\mathbf{C}_0\|}{2}$) した。ここで C_r を小さくとりすぎるとノイズ除去が不十分となる一方、大きくとりすぎると必要な情報をも除去してしまう可能性があることは指摘しておく必要がある。今回の処理において、それらパラメータ設定値の妥当性に関する定量評価は行っていないが、図 10 に、この手法によって抽出されたノイズ画像（位相速度成分として上流方向に緩やかに移動するパターン）を、元画像、更に元画像からノイズ画像を差し引いた処理済画像とともに示す。元画像に見られるシュリーレン窓にあるゴミの影や、気流とともに高速で変化するせん断流乱れなどはそのまま、ゆっくり移動する大気乱れのパターンのみ抽出して処理されていることが分かる。

4 実験・結果

今回の一連の試験は、模型・風洞・処理法などの適合性を評価するためのものであり、それぞれの試験における特徴を表 1 にまとめる。

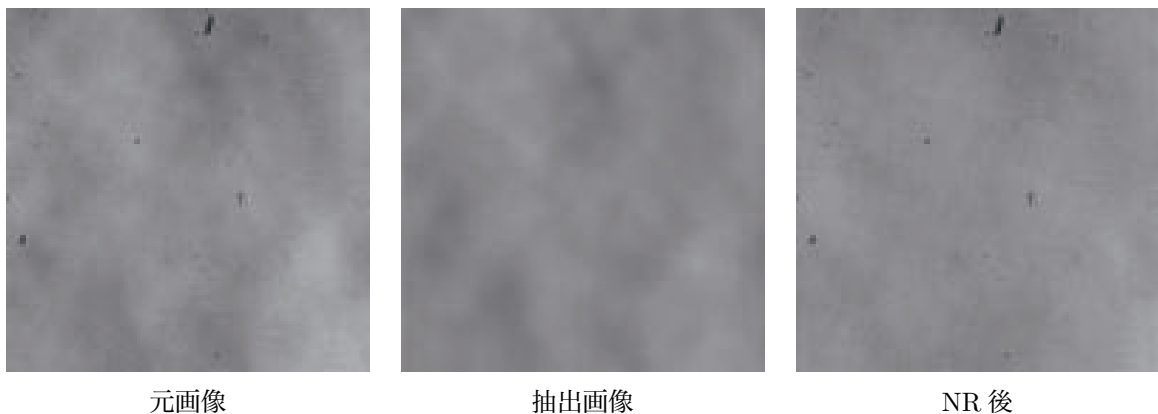
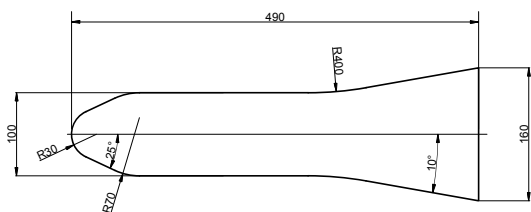


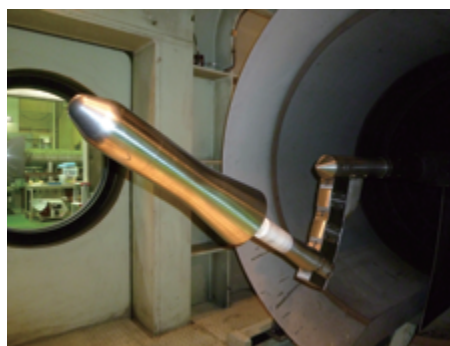
図 10: 位相速度を指定したノイズ低減

表 1: シュリーレン画像 CT 処理試験概要

試験	風洞	模型	CT 処理法	備考	Chap
HB2HWT2	$\phi 1.27\text{m}$ HWT	HB-2 ($D=100\text{mm}$)	FBP	CT 処理トライアル	(4.1)
HOPE HWT2	$\phi 1.27\text{m}$ HWT	FY11HOPE (4%)	FBP	複雑形態への適用性可否	(4.2)
AGARD-B SWT1	$1\text{m} \times 1\text{m}$ SWT	AGARD-B	FBP	SWT1 への適合性	(4.3)
				シュリーレン濃淡の非線形性	
HST 風試	$\phi 0.5\text{m}$ HWT	極超音速機模型	FBP	HWT1 ロール機構	(4.4)
				スレンダー形状への適用性	
HRVHWT2	$\phi 1.27\text{m}$ HWT	HRV (4.8%)	ART	RCS 干渉場, ART 法	(4.5)
				ノイズ除去手法適用	



(a) HB-2 形状



(b) HWT2 に取り付けられた標準模型 HB-2

図 11: 標準模型 HB-2

4.1 HB-2 模型 HWT2 試験

一連の確認試験の最初のトライアルとして、複雑形状ではないものの、軸対称ではない 3 次元流れ場を持つ形態として、迎角付き HB-2 標準模型周りの流れ場で行った。HB-2 形態は、図 11 に示される様な軸対象形状であり、AGARD と STA(Supersonic Tunnel Association) との共同プログラムで提案された [15] 標準模型形状であって、特に極超音速領域においてさまざまな対応風試や特性確認試験などに利用されている [16] ものである。今回使用した模型は文献 [16] で用いた胴体直径 $D = 100\text{ mm}$ の SUS304 製のもので、ダミー天秤を介して曲がりスティングに取り付けた (図 11(b))。曲がりスティングは図にあるように $\Delta\theta = 10\text{ deg}$, 20 deg , 30 deg のピッチ角オフセットが可能な構造となっており、ここでは $\Delta\theta = 30\text{ deg}$ の形態で $\alpha = 30\text{ deg}$ の試験を実施した。

画像記録は通常の試験の際にルーチ的に使用する汎用一眼レフデジタルカメラ (Nikon D-300) を用い、約 7 frame/s のレートで風洞設備から送られる 0.9 秒間の接点信号の間一定ロール角におけるシュリーレン画像を取得した (画像サイズは 2144×1424)。風洞支持系特性より、一ロール角姿勢保持時間を 1.5 秒間としたため、1Run 中に取得できるロール角ケースは約 20 ステップに限定された。そのため、1Run 中にロール角 $\phi = 0 \sim 90\text{ deg}$ までの変角を想定すると、 5 deg ステップとする必要があった。そのためより細かいステップでの CT 処理効果を確認するために、異なる通風で初期ロール角 2.5 deg から始め、 5 deg 間隔のケースを取得することで、2 通風分あわせ $\phi = 0 \sim 90\text{ deg}$ 間で、 2.5 deg ステップの 37 ロール角に対応し、各ステップでシュリーレン画像を $6 \sim 7$ 枚程度取得した。

風洞澱み圧が低いとシュリーレン画像に映る衝撃波が弱くなり、相対的に測定部外の大気乱れの影響が大きくなると考えられたため、ここではやや高めの風洞澱み圧の条件である総圧 4.0 MPa、総温 640 °C、 $M_\infty=9.64$ の条件での試験を行った。得られた画像の一例として、 $\phi = 0 \text{ deg}$ 、45 deg、90 deg におけるシュリーレン可視化画像を図 12 に示す。この迎角においては、ノーズ部からの衝撃波が模型フレアからの衝撃波と風上側において干渉していること、フレア後端から強い膨張波が発生していることなどの特徴が見られる。

図 13 に示された各断面において FBP 法によって得られた CT 結果を図 14、15 に示す。ここではサイズ 2144×1424 ピクセルの元画像から回転軸垂直方向に 1024 ピクセルの投影データを抽出し、断層面も同一サイズの直径 1024 画素の円内を処理領域と定め再構成を実施した。図中赤色系で表される衝撃波形状が明確に捉えられているとともに、模型ノーズ肩部近傍の Plane-2 断面において膨張波の領域も捉えられていることが分かる。ここで、主に医療用 CT などで報告されているような強い Metal-artifact [17] のような影響は見られていないが、これはシュリーレン光量の不均一性を補うために行った無風 reference 画像との差分を CT 処理に通したためと考えられる。しかし、模型後方のフレア部が大きくなる Plane-8 においては、円筒形胴体によって生じた衝撃波の下部であって、フレア衝撃波と交差する付近の不鮮明となっており、その付近において衝撃波の延長上に模型があることなどから、この不鮮明の原因の一つとして模型による Metal-artifact 的な影響が現れていることの可能性が残る。一方、衝撃波が処理円内範囲を越える Plane-10 においては、直前の断層画像結果などと比べ大きな問題も特に認められないため、一部の範囲外のデータを含む画像セットに関してもそれが即結果画像全域に影響を与えるようなことがないようであることを確認した。

今回の直径 1024 画素円内を処理領域としたときの一断層画像処理に要した時間は、Intel(R) Core(TM)2 Duo CPU E7500 @ 2.93GHz の汎用の PC で数秒程度であり、再構成領域全体をカバーするのに約 520 断面を処理したので、全体の領域の CT 処理の時間は凡そ 20 分程度であった（前後処理時間を除く）。

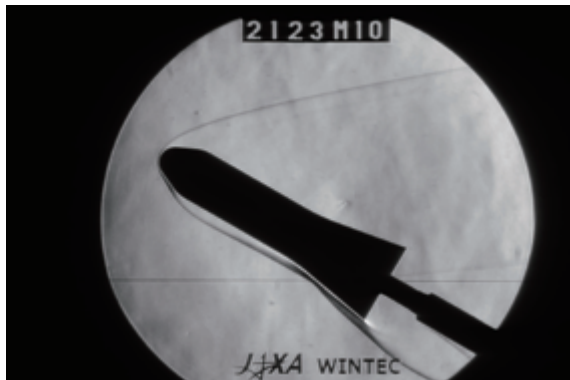
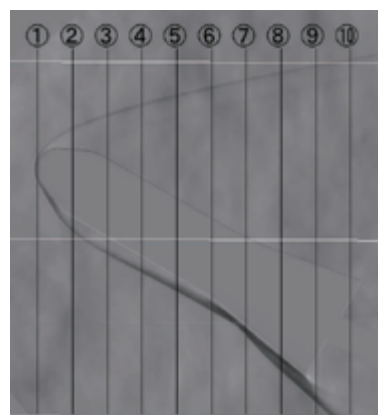
(a) $\phi = 0\text{deg}$ (b) $\phi = 45\text{ deg}$ (c) $\phi = 90\text{deg}$ 図 12: HB-2 周り気流 ($M_\infty = 9.6$, $p_0 = 4\text{ MPa}$, $\alpha = 30\text{ deg}$)

図 13: CT 断面 (黒線)、白線は回転軸及び処理範囲を示す。

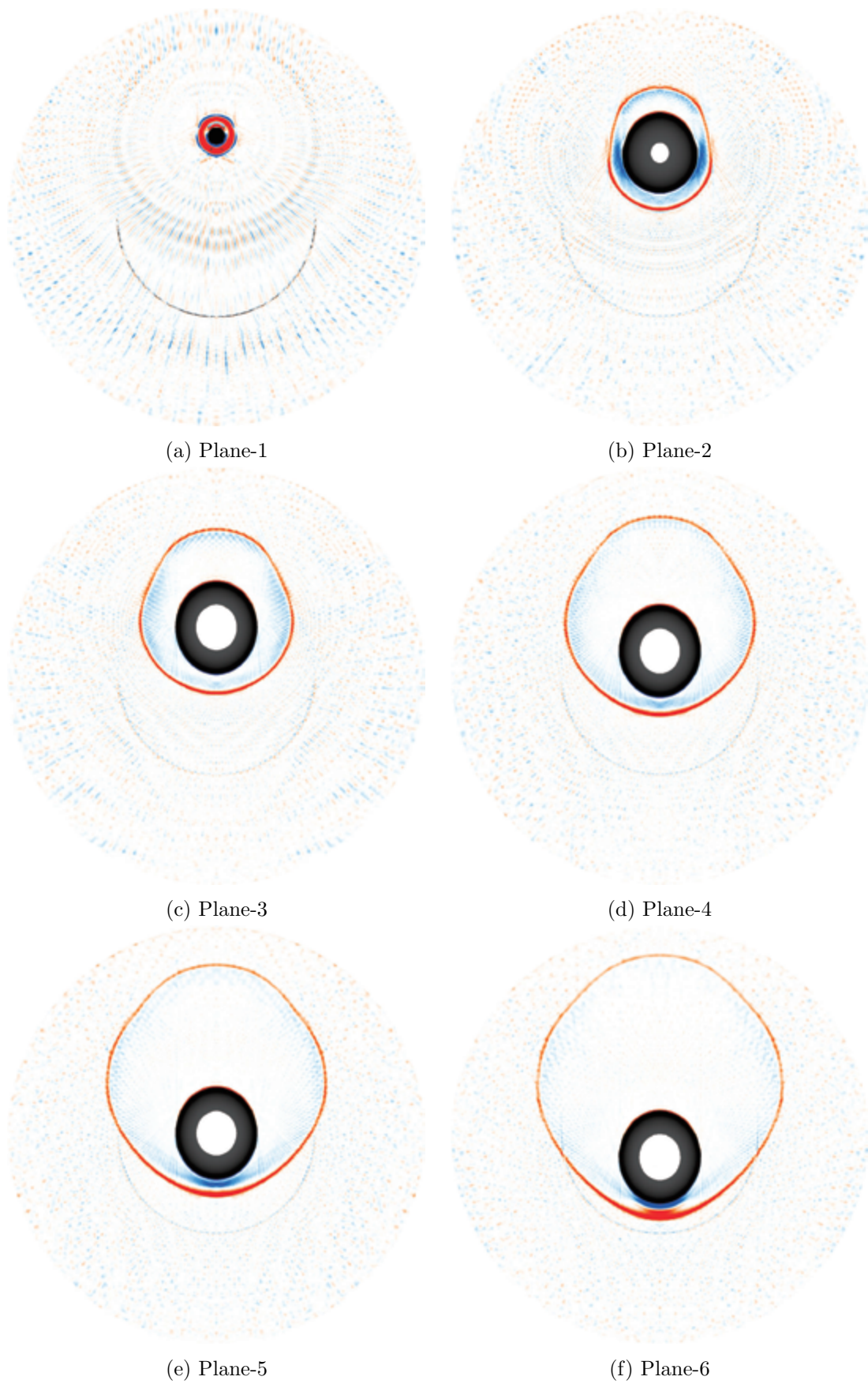


図 14: HB-2 試験 CT 結果

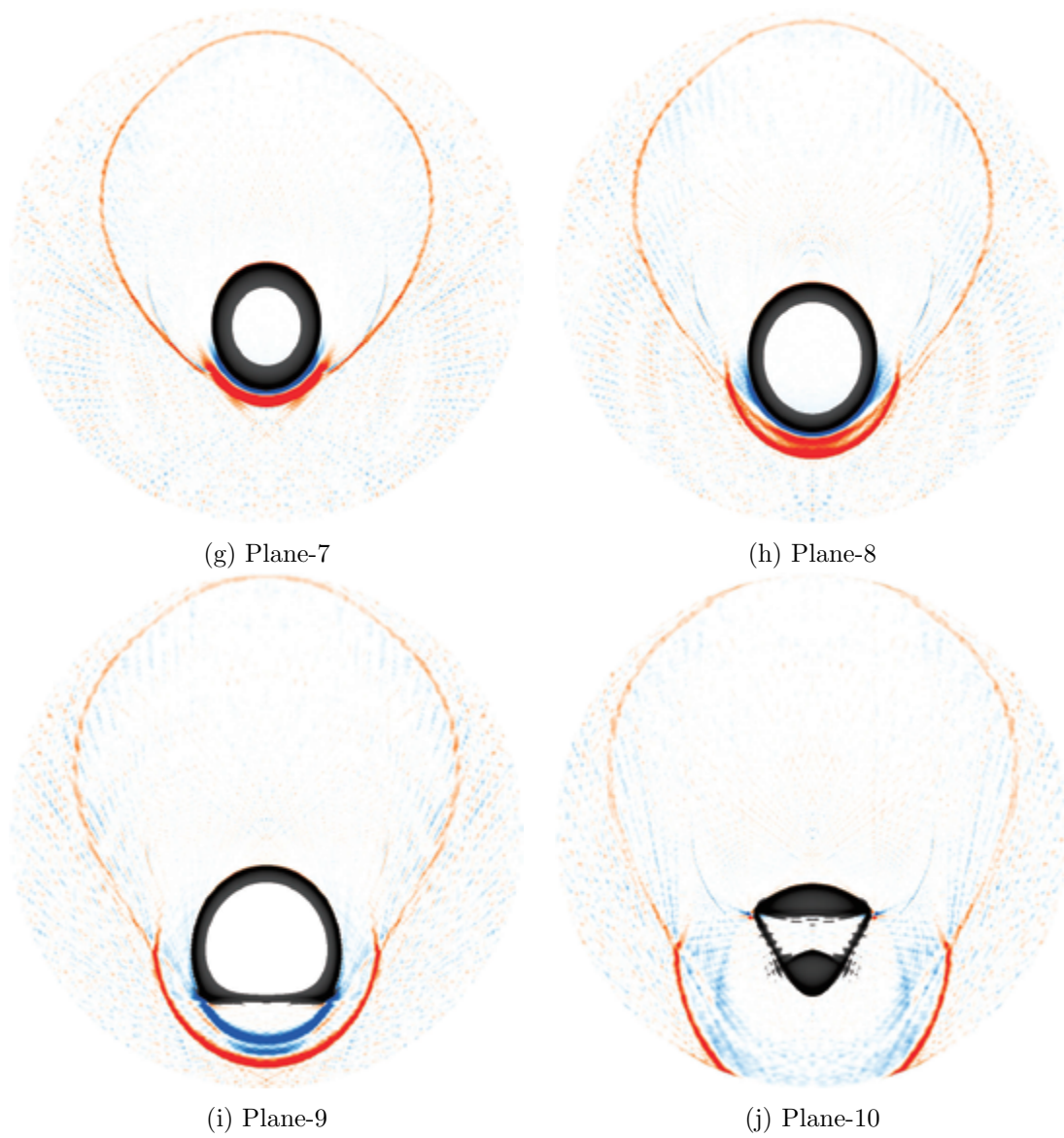


図 15: HB-2 試験 CT 結果

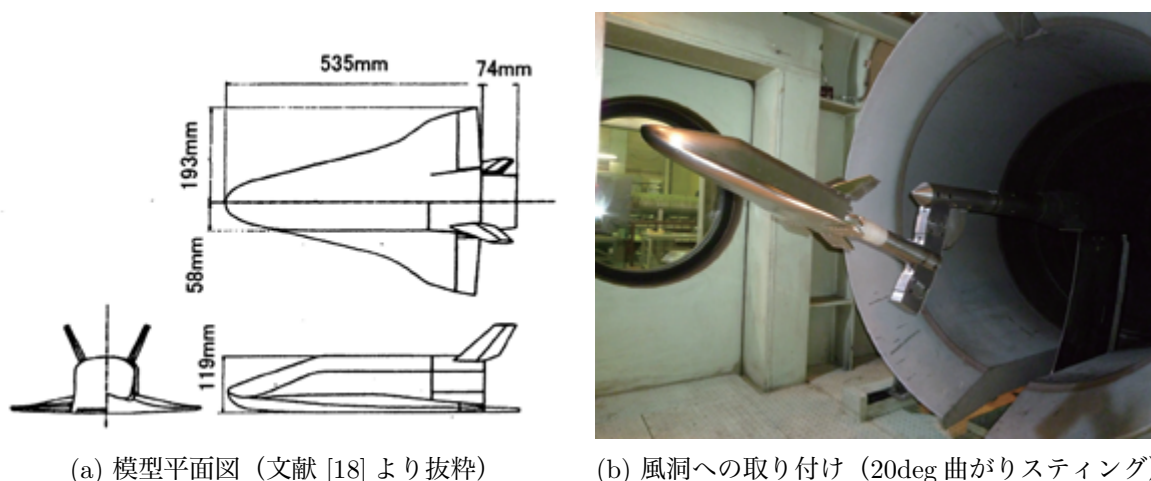


図 16: FY11 HOPE4% 模型

4.2 FY11HOPE 模型 HWT2 試験

前節の HB-2 模型試験により、衝撃波・膨張波の三次元構造を把握する上でシュリーレン画像の CT 処理の有用性が確認できたことを受け、より 3 次元性が強く実際の風洞試験供試体を想定した模型による試験を行うこととした。対象とした供試体は FY11HOPE 4% 力用模型であり、これは HWT1 風洞における力計測などの精度確認等においても使用されたものである [18]。本模型は図 16 にあるように角柱形状の胴体にデルタ翼が付いた再突入機形状をしており、エレボン及びボディフラップを有している。

前節の試験において、ロール角刻みを 2.5 deg となる 0 deg~90 deg 範囲のシュリーレン画像から各断面において FBP 法による CT 処理を行ったが、1 Run で得られる 5 deg 刻みの画像処理では刻み角度に依存したノイズが大きくなったため、2.5deg 程度が妥当であると判断した。そのためここで示した程度の断層画像を取得するためには 2Run 分をそのために使わねばならず、また左右非対称形状の模型の場合は、HB2 試験の倍の模型ロール角範囲-90 deg~90 deg を確保する必要があるためより長時間を要する事となる。このように大型試験設備における標準計測としてはあまりにも非効率であるということが課題としてあがった。その課題解決のためには、ロール刻みにかかる時間を短縮する必要があるが、ロール角静定時間を考慮するとピッチアンドポーズ方式では 1 Run 中に 30~40 断面の取得は困難である。そのため、ロール角ピッチアンドポーズで変角動作中の画像も高速度カメラで撮像し、ロール角ステップ間の画像を取得することで、1 Run で必要なデータをすべて取得することを考えた。ロール変角動作中の速度は 0 deg~90 deg まで 3 秒程度であるため、500 frm/s 程度のフレームレートを確保する必要があり、高速度カメラとして Phantom V7.3、フレームサイズ 800×600 画素、16bit、3 μ m 露光で計測した。その際、撮像タイミングにおけるロール角計測値を対応付けられるよう、高速度カメラ対応のアナログ信号同時計測ユニット (DT-9802, SAM-2) を使用し画像取得時のロール角エンコード出力を記録した。これにより、ロール角ステップである 5 deg 毎の画像のほか、1 deg 毎の画像を抽出した。ここでは、エレボン舵角、ボディフラップ舵角共に $\delta_{\text{eleven}} = 20\text{deg}$ 、 $\delta_{\text{BF}} = 20\text{deg}$ で固定とし、風洞静圧 $p_0 = 4 \text{ MPa}$ において試験を行った。模型迎角として $\alpha = 0 \text{ deg}$ のケース及び $\alpha = 20 \text{ deg}$ を実施した。この試験結果の処理に関しても HB-2 試験と同様に FBP による処理としている。

迎角 $\alpha = 0 \text{ deg}$ の実験結果として、図 17 に断層断面を示した通風・非通風シュリーレンの差分の画像を、図 18 に各断面における CT 結果を示す。図 17 で示す断面 1 は胴体ノーズ傾斜部終端付近、断面 2 は主翼前縁にノーズ衝撃波がぶつかる付近、断面 3 は主翼後縁付近を示す。同図中、前節 HB-2 試験時とくらべ測定部外気流以外の不均一性が強いことが分かる。断面 1 ではノーズ傾斜部終了位置であり衝撃波直下において膨張領域が現れることが捉えられている。胴体（不透明）部の窪みの部分は不可視領域であるため常に外側に凸となる領域で包絡されている。断面 2 においてはノーズ部から発生した衝撃波を突き抜けて主翼

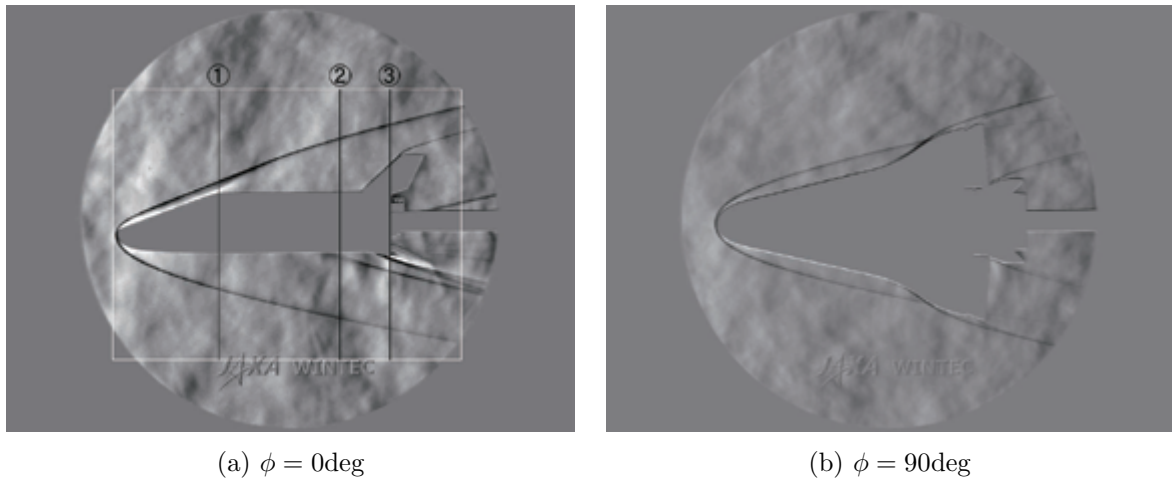


図 17: 通風・非通風差分画像 ((a) は処理領域、断層面を示す)

前縁から発生している強い衝撃波が確認できる。しかし主翼前縁衝撃波背後に見受けられる膨張波的な領域に関しては、シュリーレンの差分の画像では見ることができないため、通風・非通風画像における模型位置のずれによるものか、または Metal artifact の一形態の可能性はある。最後に主翼後縁直後である断面 3 においてはエレボン下げ舵による衝撃波とその直後に発生する膨張波を明確に見ることができる。

同様に $\alpha = 20 \text{ deg}$ のケースとして、図 19 に、示される 4 断面における断層結果を図 20 に示す。同図 (a)(b) においては、胴体上面近傍で圧縮側を示す赤系色の領域が見受けられるが、これは図 19 にあるように、通風・非通風の差分画像を作る際に模型の上下位置が異なったために模型上下端で明暗が生じてしまっているためのものと考えられる。模型近傍における解釈には現状では注意が必要な状況であることが分かった。一方で、同図 (c)(d) においては、エレボン舵面による衝撃波・膨張波とボディフラップからの衝撃波・膨張波とが複雑に干渉する領域があるが、それぞれよく分離して再構成できていることが分かった。特に断面 4 においてはエレボン舵面からの衝撃波は処理領域外に飛び出している状況であるが、他部位への大きな影響はないように見受けられる。

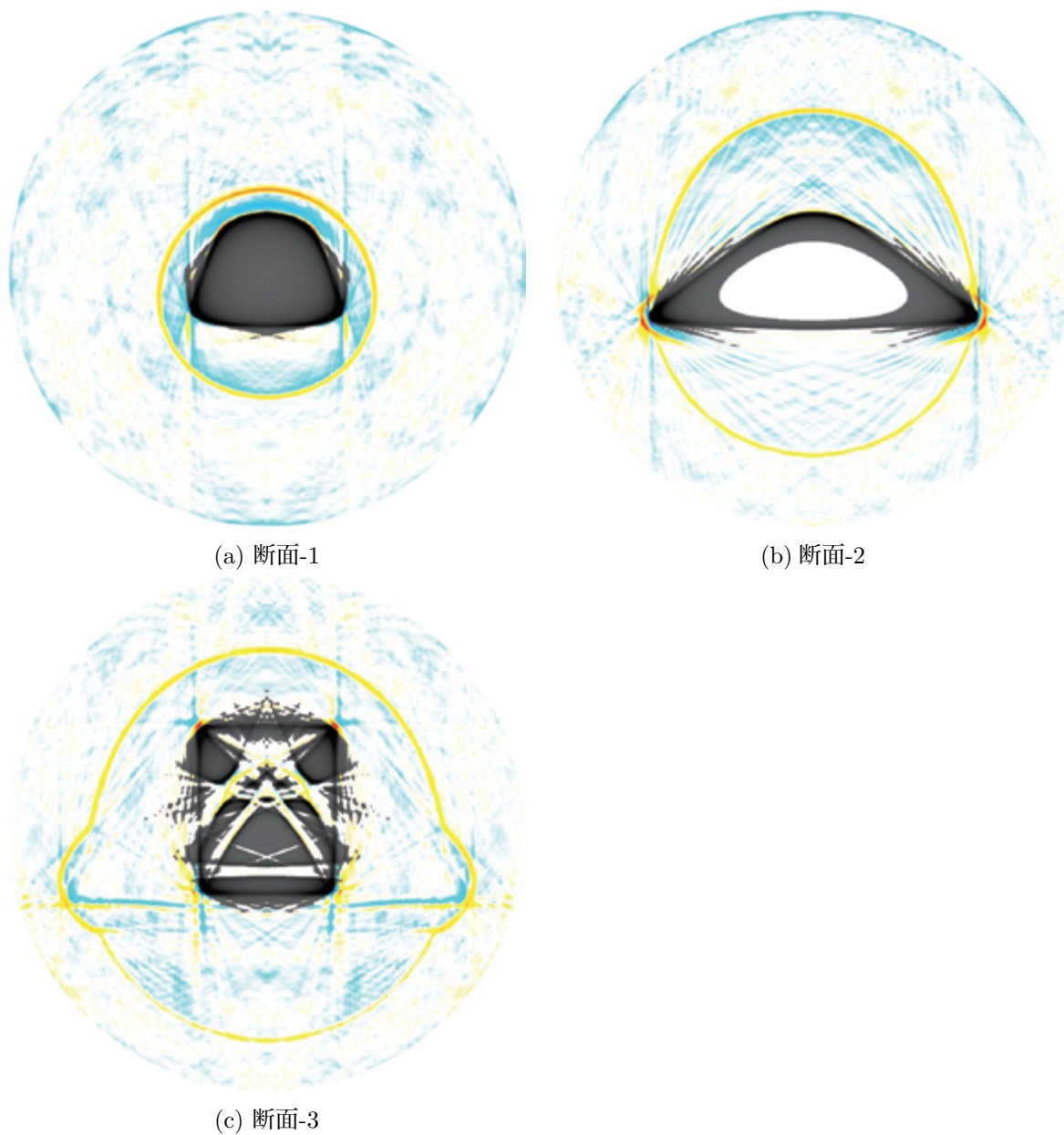


図 18: FY11 HOPE ($\alpha = 0\text{deg}$) CT 断層結果

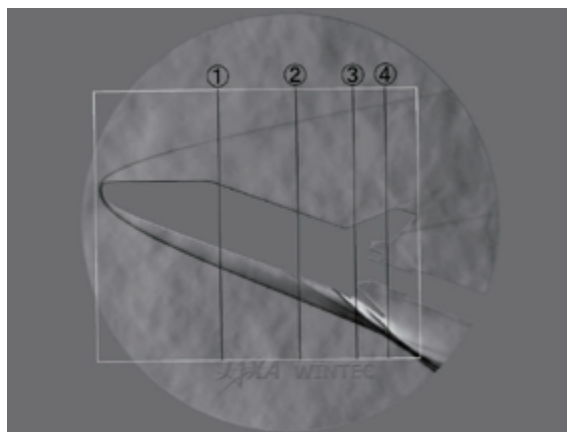
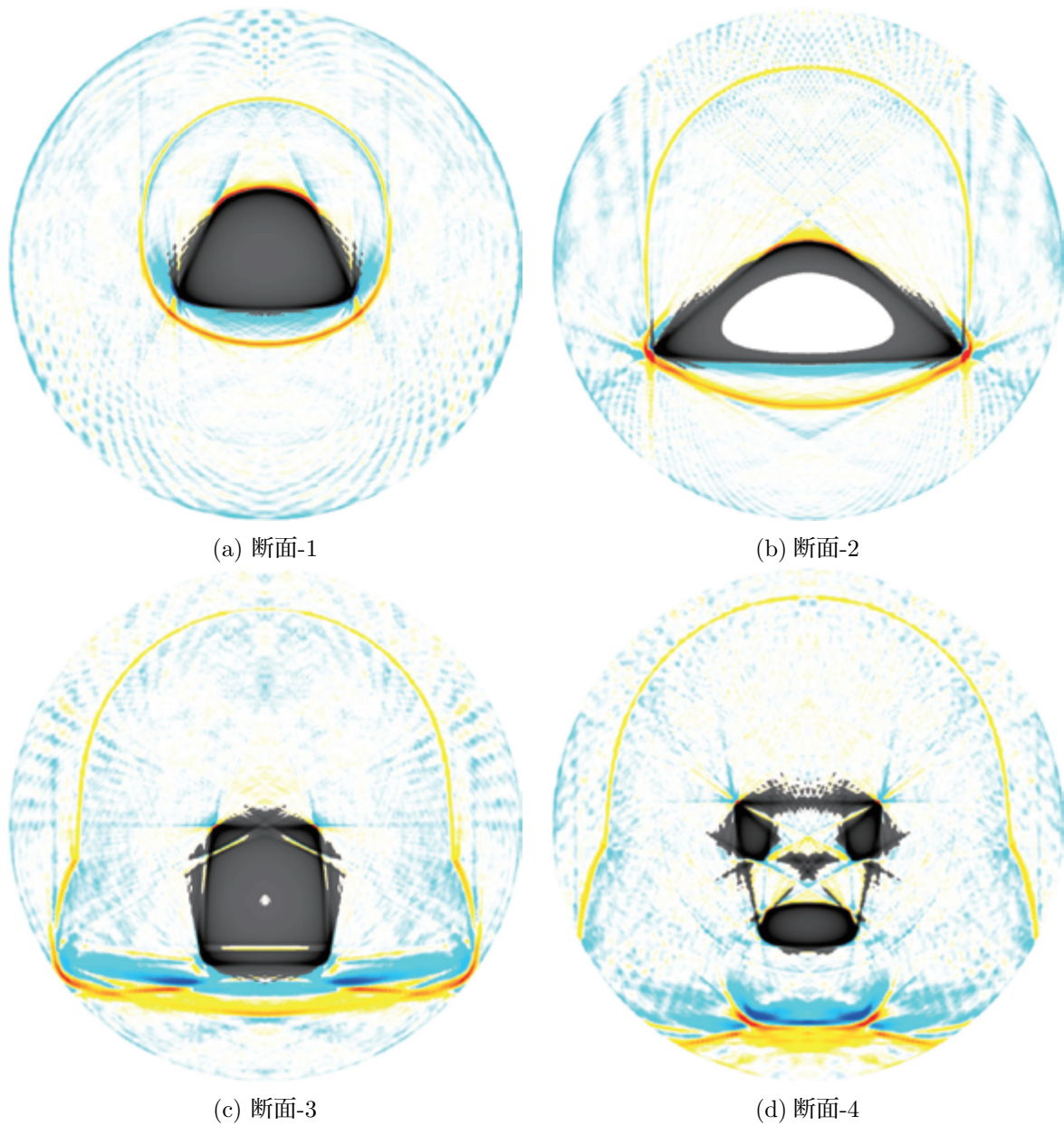


図 19: 通風・非通風差分画像 ($\alpha = 20\text{deg}$, $\phi = 0\text{deg}$)

図 20: FY11 HOPE ($\alpha = 20\text{deg}$) CT 断層結果

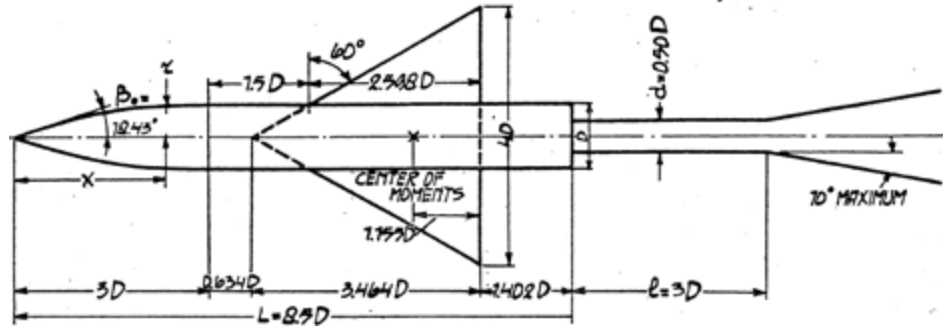
4.3 AGARD-B 模型 SWT1 試験

ここまでで 1.27 m 極超音速風洞においては大きな改修や計測系の変更を伴わずに定性的ながらもシュリーレン画像を利用した断層画像の再構成が可能である見通しを得た。そこで他の風洞における適用是非について検討するため、JAXA 1 m×1 m 超音速風洞 (SWT1) における D-SEND2 基本全機超音速風洞試験において行われた試験への適用を試行した。模型は AGARD-B 標準模型 (図 21) であり、適当な曲がりスティングがなかったため $\alpha=0$ deg、また気流条件は、 $M=2.0$ 、 $p_o=220$ kPa である。ここで JAXA 1m×1m 超音速風洞のシュリーレン系においては通常ナイフエッジの変わりにカラーフィルターを用いているが、今回はナイフエッジを縦切方向に設置し、気流方向密度勾配に対して感度を持つ様に設定した。シュリーレン撮影は高速度カメラ Phantom V7.3、フレームサイズ 512×512、200frm/s、7 μ m 露光で計測した。超音速風洞の 32.5s 間の通風時間中、気流の安定する時間を待ち、 $t=7.5$ s からロール変角を開始、5deg/s のレートで $\phi=0$ deg ~ 90 deg までスイープ変角させた。高速度カメラ画像とロール角との対応は風洞設備からのロール角信号を、アナログ同時計測ユニット VRI-DAQ-DT9802 に取り込むことで行った。ロール角スイープをさせているため、CT 処理のための画像として、 $\Delta\phi=\pm 0.5$ deg の範囲の画像を平均処理し、ロール角 1deg 刻み、91 枚の画像を用いた。更に左右対称性を仮定し、 $\phi=90$ deg ~ 180 deg に対応する画像を上下反転させ合成した。光量の不均一性などを相殺させるための参照画像は、通風の直前に、通風と同様の模型動作・計測を実施することで取得し、通風時画像と組み合わせることで CT 処理を行った。

ロール角 $\phi=0$ deg 及び 90 deg におけるシュリーレン画像 (縦切り設定) を図 22 に示す。断面 1 は主翼後縁付近における断面であり、断面 2 は胴体がなくなり、スティングとなっている断面である。それぞれの断面に相当する FBP による CT 画像を図 23 に示す。断面 1 においてはノーズから発生する衝撃波はほぼ円形に広がっていく様子がはっきり確認されるが、その衝撃波は内側に強い膨張領域 (青色) を伴っているかのような結果となっている。一樣流静圧が大きく異なることから超音速風洞における衝撃波における密度勾配は、極超音速風洞における密度勾配と比べ、非常に大きいため、通常のシュリーレン系においてはナイフエッジ部における移動量が大きなものとなると予測される。そこでの焦点を結ぶところの領域の大きさに比べ大きな移動量が発生すると、変位角と画像上の輝度値との間の関係の非線型性は顕著なものとなる。ここで見られたような、衝撃波背後の膨張波の様な領域に関しては、このような非線型の関係によって引き起こされたものと考えられる。実際、その効果を確認するために、軸対称の $r=0.9\sim r=1.0$ の範囲で図 24 “given $f(r)$ ” に示されるように吸収帯 $f(r)$ があつたとき、その投影結果は図 25 “ $g(y)$ ” の様に計算される。そこでそれをある閾値で二値化して “digitized $g(y)$ ”、その量を元に再構成を試みると、図 24 “ $f(r)$ from digitized $g(y)$ ” に示される様に吸収帯の内側に発光帯が見られる結果となる。そのためこれと同様のことが、超音速風洞におけるシュリーレンで発生している可能性が考えられる。

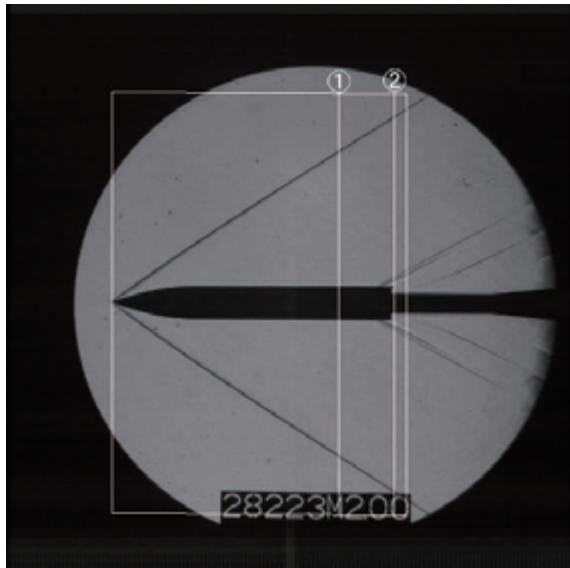
主翼前縁からの衝撃波は断面 1,2 ともその形状が再構成されていることが分かるが、ここでも衝撃波が強いため衝撃波背後においてあたかも膨張波が強く発生しているかのような結果となっている。なお、主翼後縁で発生する主翼にほぼ平行の衝撃波は、胴体影部の影響がなくなる断面 2 以降で確認することができた。

以上から、JAXA 1m×1m 超音速風洞 (SWT1) において、迎角 $\alpha=0$ deg に限り衝撃波構造を 1Run 中にロール角スイープすることで再構成できることを確認した。但し、本設備の場合、おそらくシュリーレン画像の明るさにおける非線型性のためと考えられる原因により強い衝撃波背後にあたかも膨張波が存在するかのような画像が得られることが分かった。定量性を確保するためには投影画像における非線型性に関して対策をとる必要がある。対策の一つとしてはナイフエッジによるシュリーレン系ではなく、光路移動量に相当した領域で線形に透過率を変化させたフィルターによる光学系に変更することが考えられる。

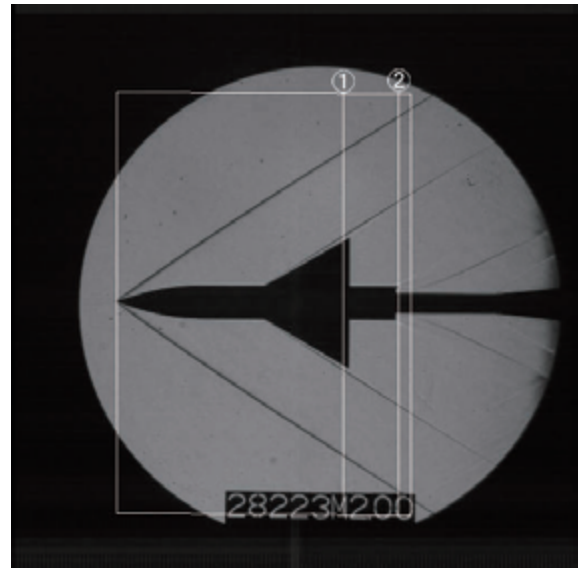


where the wing profile is defined as the symmetrical circular arc section with the thickness ratio of 0.04. and the nose radius as: $r = \frac{\pi}{3} \left(1 - \frac{1}{9} \left(\frac{x}{D} \right)^2 + \frac{1}{54} \left(\frac{x}{D} \right)^3 \right)$ Radii of nose and wing leading edges should be $D/500$.

図 21: AGARD-B 標準模型 (reproduction from ref. [19])



(a) $\phi=0$ deg



(b) $\phi=90$ deg

図 22: AGARD-B シュリーレン画像、処理範囲及び断面①、②位置を示す。

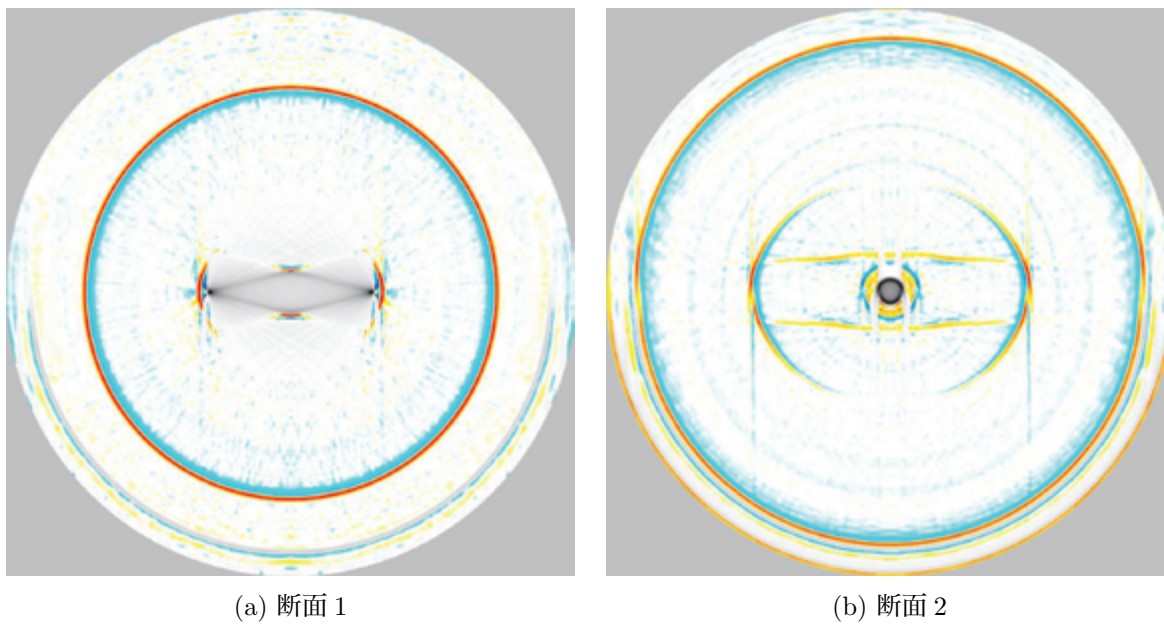


図 23: AGARD-B シュリーレン断層画像

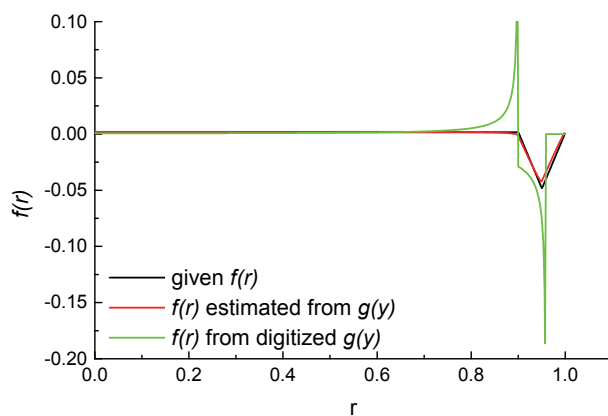


図 24: 吸収分布 (仮定・再構成)

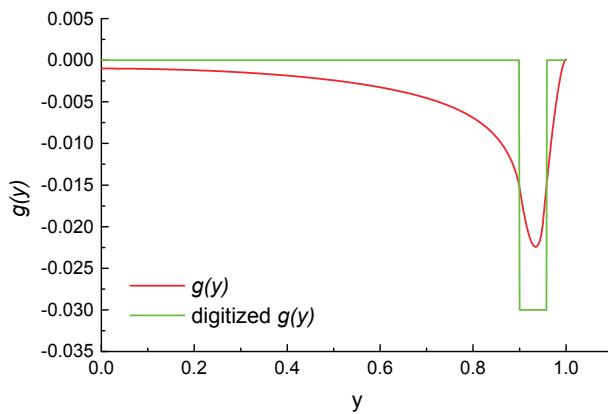
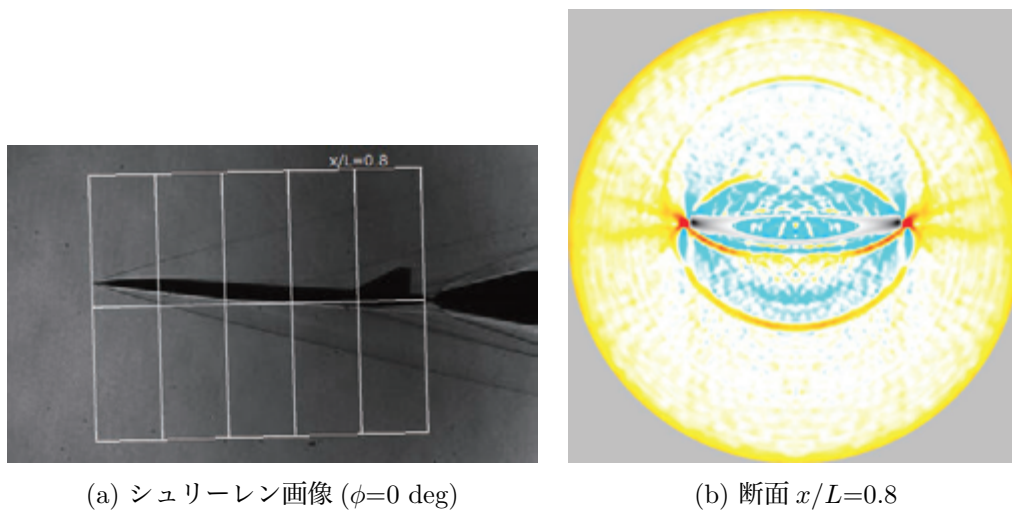


図 25: 投影分布 (計算結果・二値化結果)



図 26: 極超音速機模型

図 27: 極超音速機試験結果 ($M=5$, $\alpha=5$ deg)

4.4 HST 模型 HWT1 試験

シュリーレン系による画像強度の非線型性により、定量性に課題の見受けられる状況が確認されたものの、衝撃波構造などの定性的理解には、シュリーレン画像の CT 処理の有効性が確認できたと考えられる。そこで JAXA において現在検討の進められている巡航 Mach 数 5 程度の極超音速機の研究開発に本手法の適用を検討した。試験設備は $M=5$ のノズルを持つ JAXA 0.5m 極超音速風洞 (HWT1) で、気流条件 $M=5$ 、澱み点圧力 $p_o=1\text{MPa}$ 、基準澱み点温度 $T_o=700\text{K}$ で行った。本試験模型 HYTEX 模型胴体は、再突入体やロケット形態と異なり薄いため、風洞において標準的に使用している天秤を模型内部に内挿することができず、模型後端を、天秤アダプターを介して天秤に固定し、露出した天秤を天秤カバーで保護する構造で試験を行った。そのため HYTEX 巡航計画迎角 $\alpha=5\text{deg}$ にあわせ、天秤アダプター取り付け角を 5deg としたものを製作し、ロール回転軸 (= 一様流方向) とのなす角を 5deg となる状況とした (図 26)。そこで、CT 処理を行うため $\Delta\phi=2\text{deg}$ のピッチアンドポーズ方式によりロール角 $\phi=0\text{deg}\sim 90\text{deg}$ まで変角したシュリーレン画像を 1 Run 中に取得した (図 27(a))。ここで画像はこれまでと同様に Phantom V710 高速度カメラにより、 300frm/s 、 $4\mu\text{s}$ 露出で取得し、一定ロール角の範囲で画像平均によりノイズ低減を行っている。これにより、HWT1 風洞においても図 27(b) に示される通りシュリーレン画像から衝撃波構造が見られる断層画像を得ることが示された。衝撃波の弱いスレンダーな形状周りの流れ場に対しても衝撃波構造を得ることができるため、今後ウェブライド形状をはじめとして CFD 検証のためにも有効であることがわかった。

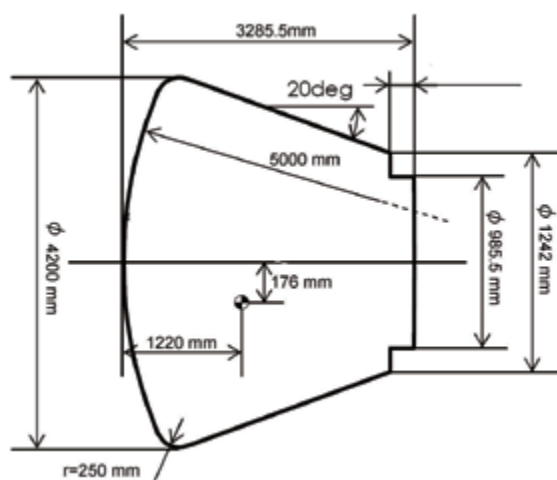


図 28: HRV 実機寸度

4.5 HRV 模型 HWT2RCS 試験

これまで $\phi 1.27\text{m}$ HWT、 $\phi 0.5\text{m}$ HWT 及び $1\text{m} \times 1\text{m}$ SWT において CT 処理のシュリーレン画像への適用による流れ場可視化の実証を行い、それぞれ課題があるもののその有効性を示すことができた。ここで、通常シュリーレン画像を用いる際に生じる原理的課題である模型影部が大きく影響すると考えられる模型近傍における CT 再構成について、現行手法でどの程度の結果が得られるかを確認するための試験を $\phi 1.27\text{m}$ HWT において実施した。ここで、Reaction-Control-System(RCS) ガスジェット干渉場の CT 再構成を 4.8% HRV 模型を用いて、 $M=9.6$, $\alpha=20\text{ deg}$, $p_o=6\text{ MPa}$, $T_o \approx 1040\text{ K}$, $p_{o,\text{Jet}}=1\text{ MPa}$ において試験を行った。HRV は $D = \phi = 4.2\text{ m}$ の回収機能付加型 HTV(HTV-R) の帰還カプセルモジュールであり、図 28 に示される形状である。この風洞試験では、想定されるロール変角用 RCS($x = 980\text{ mm}$ 位置) を想定し、対称面より 45 deg の角度を持った軸方向にそった半頂角 12 deg のコニカルノズルにより噴出されるジェットによる干渉場を空間的にとらえることとした。シュリーレン撮影は高速度カメラ Phantom V7.3、フレームサイズ 256×600 、 1000frm/s 、 $9\mu\text{s}$ 露光での撮影とした。ロール変角用の RCS ジェットであり左右非対称の流れ場となるためロール変角範囲を $-90\text{deg} \sim +90\text{deg}$ とする必要がある。そのため、通風時間内に変角を完了させるため pitch & pose での変角パターンではなく、sweep パターンでの変角を実施、 $\Delta\phi = 0.5\text{deg}$ 刻みでシュリーレン画像のセットを用いた。今回のターゲットは前述の通り模型近傍の流れ場であるため、CT 再構成のアルゴリズムとして、空間全体の情報を解析的に解く FBP 法に代わり、欠落情報の伝播範囲が限定的となる数値的再構成手法である ART 法によって処理することとした。また、ノイズ除去として、3.3 節に示される通り背景ノイズの位相速度を特定する手法を試みた。図 29(a) 破線により示される RCS ジェットを含む断面における断層結果として、3.3 節によるノイズ除去手法を施さないケース (b) においては、ジェットによる構造と、周辺のノイズとを分離させることが困難であったのに対し、除去手法を適用したケース (c) では、明確に判別できることがわかった。

本試験は本来、対応 CFD との比較を行う検証データを取得することを目的としており、ノズル位置における干渉場をより詳細に確認した結果を図 30 及び図 32 に示す。ノズルから噴出したジェット内の衝撃波が明確に観察されることがわかる。さらに、ノイズ低減処理のため、ジェット周りに生じる主流衝撃波も弱いながらも確認でき、本計測とは別に実施した空力加熱率分布計測結果と本結果とを比較すると、衝撃波位置の整合もとれていることがわかる。これにより、ジェットパラメータを変化させ干渉の影響領域を空間として確認できる能力のあることがわかった。しかしながら、模型表面の近傍において模型影による影響と考えられる見かけ上強い密度勾配の層が確認されること、また $x = 35 \sim 37\text{ mm}$ で期待される主流衝撃波が明確でないことなど、模型の影及びノイズによる本手法の限界もまた示されている。

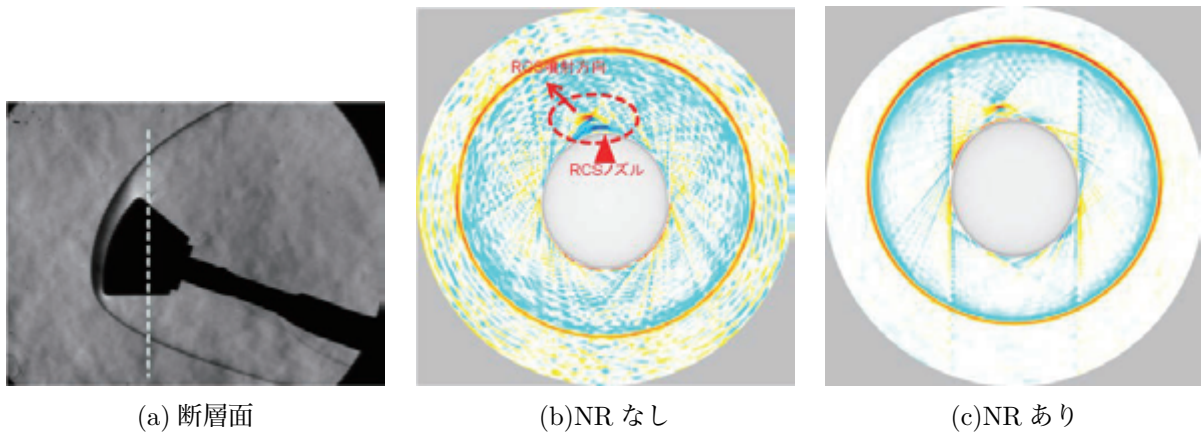


図 29: ノイズ除去手法 (3.3 節) の効果

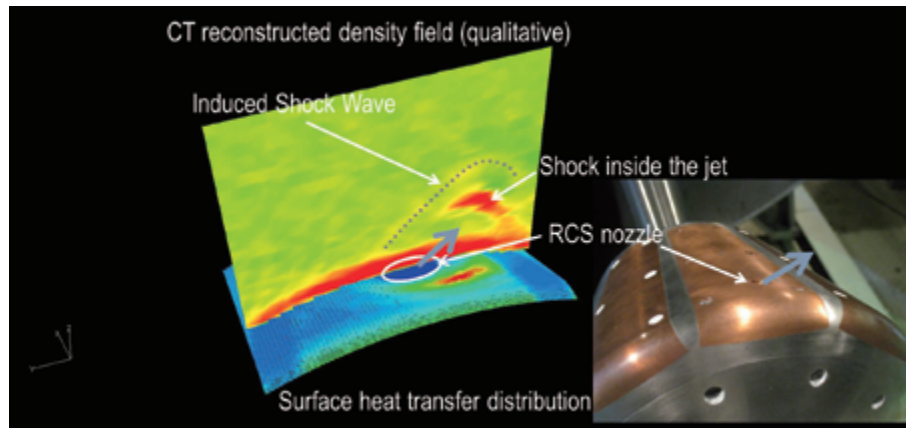


図 30: CT 再構成による衝撃波構造及び表面加熱率分布

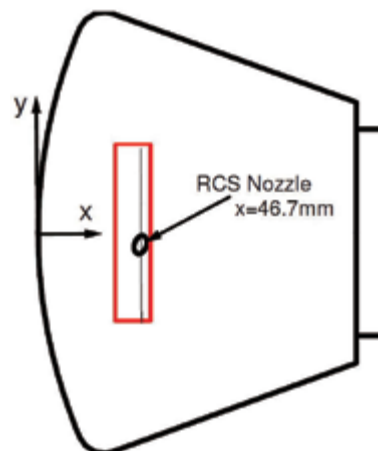


図 31: RCS ノズルと CT 結果表示範囲 (赤枠内)

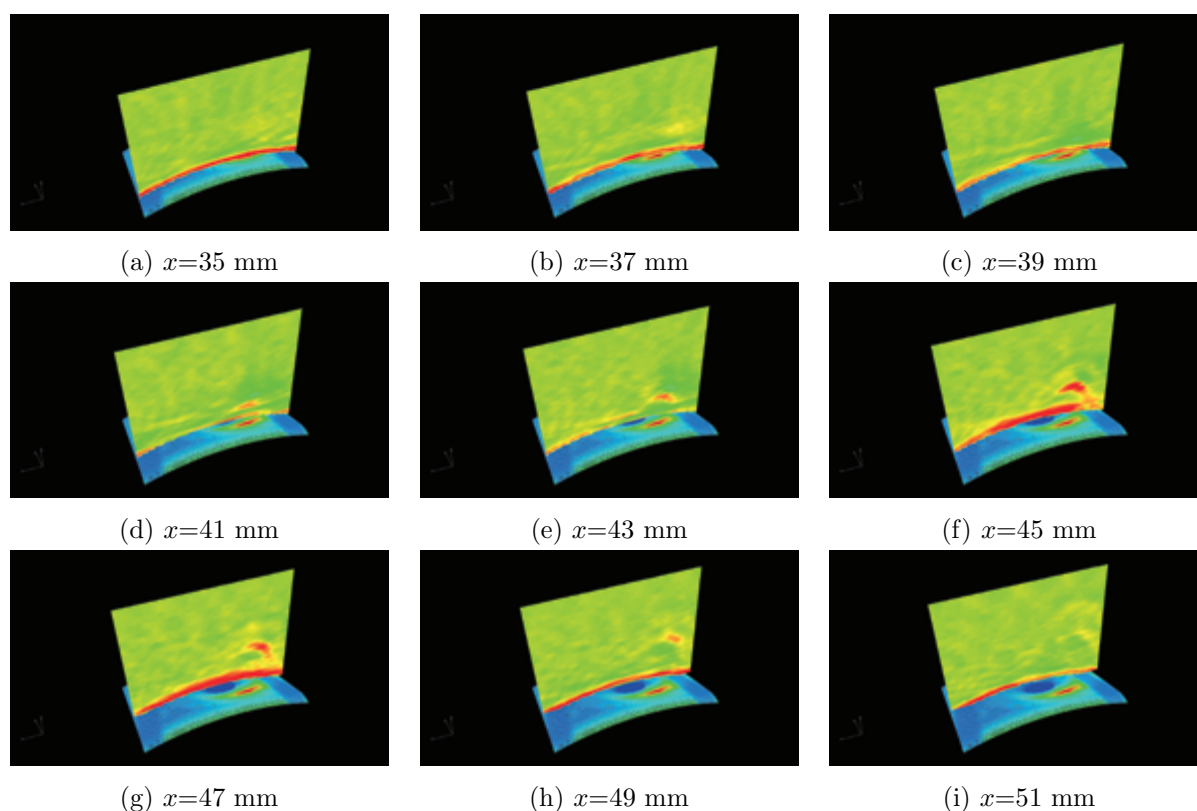


図 32: x -const 面における CT 再構成結果。ノズル中心は $x \approx 46.7$ mm 位置。

5 まとめ / 今後の展望

遷音速以上の実用高速風洞においてほぼ標準的に広く活用されているシュリーレン装置による画像に、医学分野・産業分野において実用化されている Computerized Tomography(CT) アルゴリズムを適用することで衝撃波構造などを 3 次元的に可視化することを行った。JAXA 1.27 m/0.5 m 極超音速風洞および JAXA 1 m×1 m 超音速風洞における一連の確認風洞試験に先立ち、CT 処理に関する手法の調査／特徴の整理を行い、公開されているアルゴリズムを基にインハウスでコーディングした。シュリーレン画像に CT アルゴリズムを適用する際、気流方向（すなわちロール回転軸方向）の密度勾配に感度のある「縦切り」シュリーレン画像以外に「横切り」シュリーレンを用いた数学的に整合のとれる手法に関しての検討も合わせて行ったが、今回の結果処理においては「縦切り」形態のもののみを実行・評価した。

本手法の評価のため、上記 JAXA 極超音速風洞・超音速風洞において確認試験を実施した。その際、0.5 m 極超音速風洞には通風中にロール角を変角する機構を新規に設計製作したが、本手法適用に当たりそれ以外の改修等を行うことなく既存設備・機材のみで適用できることがわかった。

1.27 m 極超音速風洞において、軸対称形状の HB-2 標準模型周りの衝撃波三次元構造を迎角 30deg において再構成した。風洞に常設してある汎用一眼レフデジタルカメラを用いて通風中、気流軸方向ロール角を 0deg~90deg にステップ的に変角することで、1 ケースのデータを 2Run にまたがり取得することができた。その際、ロール角刻みとして 2.5deg であれば十分な空間解像度の断面画像が得られることがわかった。更に迎角 20deg の 3 次元有翼形状である FY11HOPE 模型回りの流れ場を、高速度カメラを用い、1Run 中で 1 ケースのデータを取得、十分な解像度の 3 次元構造を確認できることがわかった。いずれのケースでも、曲りスティングを使用していること以外、通常の風洞試験中に実施できる程度の労力・機材で実行できることが確認された。

1 m×1 m 超音速風洞では適当な曲りスティングがないため迎角 0deg のケースのみであったが、AGARD-B 標準模型による確認試験を実施した。シュリーレン系をカラーフィルターから縦切りナイフエッジに変更

し、ロール角を 0 deg~90 deg の範囲で 1Run 中にステップ的に変角することで、衝撃波の 3 次元的構造の可視化を得ることができた。しかしながら衝撃波の内側に見かけ上強い膨張波を伴っているような結果が得られた。これは通常のナイフエッジによるシュリーレンで移動量が大きすぎるために生じる非線形的な現象によるものと考えられ、今後大きな密度勾配を持つ衝撃波構造の解釈には注意を要することがわかった。

0.5 m 極超音速風洞における確認試験では迎角 5deg の HST 模型周りの流れ場に関して実施し、6 分力試験と併行して実施できることを確認できた。更にこのようなスレンダーな形状での衝撃波構造の可視化もできることから、CFD 検証のためにも本手法が有効であるものと考えられる。

最後に行った再突入カプセル形態の RCS 干渉場計測に関して、ノイズに対し弱い衝撃波構造であることから、位相速度でフィルターをする新たな 2 次元ノイズ低減処理を適用し、また壁近傍での流れ場であることから、FBP 法に代わり metal artifact に対して対応しやすい ART 法による処理に変更し確認試験を実施した。その結果、RCS ジェット内部の衝撃波のみでなく干渉により生じた主流衝撃波も確認できるほど S/N 特性を向上させることができた。しかし、模型近傍における見かけの高密度勾配層や、主流衝撃波の一部が確認できないことなど、模型の影による本手法の限界も確認できた。

本手法の特徴である簡便性を保持・向上させることと共に、より定量性を求めるケースに対応するため通常シュリーレンに代わり Background-Oriented-Schlieren(BOS)法の適用が今後の展望の一つとして考えられる。その場合、これまで平行光線を仮定した CT 処理に代わり、回転軸に直行しない断面の処理についてアルゴリズムの変更が必要となる。そこにおいて、2.2 節で示した「横切り」シュリーレン画像処理に用いるべき手法により、三次元的に空間の再構成を行う必要がある。また、模型影部による可視化限界を克服するための一案として、模型表面を背景とした BOS を用いることも今後の重要な展望の一つとして考えられる。

参考文献

- [1] H. Kato, S. Watanabe, T. Hashimoto, K. Fujii, T. Ito, and K. Yamamoto. Piv measurement of a high-lift-device model in JAXA 6.5m×5.5m low-speed wind tunnel. AIAA Paper 2007-1064, 2007. (45th Aerospace Sciences Meeting Jan. 8-11, Reno, Nevada, USA).
- [2] 穂積弘一, 津田尚一, 小山忠勇, 平林則明, 関根英雄, and 安木政史. フィルター／レーレ散乱法による極超音速・速度場計測の試み. 日本航空宇宙学会第 34 期年会講演会前刷集, pp.264-267, 2003.
- [3] C.T. Johansen, P.M. Danehy, S.W. Ashcraft, B.F. Bathel, J.A. Inman, and S.B. Jones. Pllif study of Mars Science Laboratory capsule reaction control system jets. AIAA Paper 2011-3890, 2011. (41st Fluid Dynamics Conference June 27-30, Honolulu, Hawaii, USA).
- [4] M. Ota, K. Hamada, H. Kato, R. Sakamoto, and K. Maeno. Three-dimensional density measurement and reconstruction of asymmetric flow field by colored grid background oriented schlieren (CGBOS) technique. AIAA Paper 2011-3654, 2011. (29th Applied Aerodynamics Conference June 27-30, Honolulu, Hawaii, USA).
- [5] G.T. Herman. *Fundamentals of Computerized Tomography*. Springer-Verlag London limited, 2nd edition, 2009.
- [6] 日本エム・イー学会. *X線イメージング*. コロナ社, 2001.
- [7] 橋本康隆, 中川宗敬, 藤井啓介, and 亀田正治. シュリーレン可視化を用いた三次元再構成に与える模型部分の影響. 日本航空宇宙学会第 42 期年会講演会前刷集 C11, 2011.
- [8] 極超音速風洞建設グループ. 50cm 極超音速風洞の計画と構造. Technical Report NAL TR-116, 航空宇宙技術研究所, 1966.
- [9] 空気力学部. 大型極超音速風洞の計画と構造 -大型極超音速風洞システムの概要-. Technical Report NAL TR-1261, 航空宇宙技術研究所, 1995.
- [10] 関根英夫, 平林則明, 小山忠勇, 津田尚一, 永井伸治, 穂積弘一, and 渡利實. 0.5m 極超音速風洞マッハ数 5 及び 7 ノズル校正試験. Technical Report JAXA-RR-05-043, 宇宙航空研究開発機構, 2 2006.
- [11] 小山忠勇, 永井伸治, 津田尚一, 平林則明, 関根英夫, 穂積弘一, and 渡利實. 1.27m 極超音速風洞マッハ数校正試験. Technical Report JAXA-RR-05-041, 日本航空宇宙学会, 2 2006.
- [12] 空気力学第二部. 1m × 1m 吹出式超音速風洞の計画と構造. Technical Report NAL TR-29, 航空宇宙技術研究所, 1962.
- [13] 渡辺光則, 楯篤志, 浜本滋, 酒井謙二, 外立政隆, 野田順一, 近藤洋史, and 原亘利. 1m×1m 超音速風洞の改修と風洞性能. Technical Report JAXA-RR-05-024, 宇宙航空研究開発機構, 2006.
- [14] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery. *Numerical recipes in C*. Cambridge university press, 2nd edition, 1992.
- [15] J.D. Gray. Summary report on aerodynamic characteristics of standard models HB-1 and HB-2. Technical Report AEDC-TDR-64-137, AEDC, July 1964.
- [16] S. Kuchiishi, S. Watanabe, S. Nagai, S. Tsuda, T. Koyama, N. Hirabayashi, H. Sekine, and K. Hozumi. Comparative force/heat flux measurements between JAXA hypersonic test facilities using standard model HB-2 (part 1: 1.27 m hypersonic wind tunnel results). Technical Report JAXA-RR-04-035E, JAXA, March 2005.

- [17] 工藤 博幸 and 斉藤 恒雄. 凸射影法による不完全な投影データからの CT 画像再構成. 電子情報通信学会論文誌 *D-II*, (12):2137–2145, 1989.
- [18] S. Nagai, S. Tsuda, T. Koyama, N. Hirabayashi, H. Sekine, and K. Hozumi. Validity of statistical uncertainty in comparison of winged vehicle force data at hypersonic wind tunnels. In D.E. Zeitoun, J. Périaux, J.A. Désidéri, and M. Marini, editors, *West East High Speed Flow Fields - Aerospace applications from high subsonic to hypersonic regime*, pages 136–143. International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), 2002.
- [19] J.P. Hertzuike. A review of measurements on AGARD calibration model B in the Mach number range from 1.4 to 8. In *A review of measurements on AGARD calibration models*, AGARDograph 64, Part III, pages 95–136, 1961.

Appendix

CT 処理をするためインハウスで作成したプログラムを参考のため付録として掲載する。ここで、CTdeconvL は、FBP (Filtered Back-Projection) のためのサブルーチンで、CTdeconvL(& fast,pimage0,qcf,Nr,Mp) とした時、fast[nr][mp] は求めるべき分布関数 ($f(r, \theta)$) であり、極座標表示である ($Nr \times Mp$)。pimage0[i][iph] は計測された Projection data で、qcf[4N+1] は式 (10) で定義される $q(t)$ 。

ConvFc(& qcf,alp,N) は上記 $q(u)$ を計算するサブルーチン。

CTdeconvART(& fast, pimage0, & u, s0, ds, ph0, dph, I0, I1, L, r, lambda) は ART による CT 処理サブルーチンで、fast、pimage0 は FBP サブルーチンと同様 (ただし極座標ではない)。

1. CT 処理ルーチンヘッダ (CTdeconvP.h) :

```
// program CTdeconvP.h
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <vector>

using std::vector;

const double pi_rC = 3.141592654;

int CTdeconvL(vector<vector<float>> & ,vector<vector<float>> > ,vector<float>>
              ,int ,int);
// FBP (Filtered Back-Projection) subroutine for CT
// CTdeconvL(&fast,pimage0,qcf,Nr,Mp)
// fast[nr][mp] : f-distribution to solve. Polar co-ordinate sense.
// it will be defined in this subroutine as (Nr x Mp) vector.
// fast[0][mp] means f-val at r=0.. singular point, so called.
// pimage0[i][iph] : Projection data measured in equally spaced roll angles
// i-size should be 2N+1, iph-size should be M (albitrary)
// qcf[4N+1] : integral function of FA window function, which should be
// prepared in advance by ConvFc subroutine.

int ConvFc(vector<float> & ,float ,int);
// ConvFc(&qcf,alp,N)
// qcf : will be resized in this subroutine (4N+1)
// alp : shape defining parameter, which is usually set as 0.54

int CTdeconvART(vector<vector<float>> & , vector<vector<float>> >
               , vector<vector<float>> > & , float, float, float, float
               , int, int, float, float, float );
// ART (Algebraic Reconstruction Technique) subroutine for CT process
// CTdeconvART(&fast, pimage0, &u, s0, ds, ph0, dph, I0, I1, L, r, lambda)
// fast: f-distribution to solve, which is defined in 2N x 2N square region.
// pimage0[i][iph] : Projection data (data of "i" from I0 to I1 is used)
// u[m][n]: error distribution defined in 2N x 2N region again.
// s0 : Distance of I0-th ray from the axis of rotation
// ds : Distance between rays in projection image.
// ph0, dph : initial rotation angle and its increment
// I0,I1 : Defining the range in "i" parameter to use.
// L : Length scale of one pixel
// r : small r = prior knowledge important, large = measurement important
// lambda : convergence parameter, usually set as 0.05
```

2. CT 処理ルーチン (CTdeconvP.cpp) :

```
// program CTdeconvP.cpp
#include "CTdeconvP.h"

int CTdeconvL(vector<vector<float>> & fast, vector<vector<float>> > pimage0
              , vector<float> qcf, int Nr, int Mp) {
    vector<vector<float>> > pc;
    float d,Dlt,l,theta,r,phi,dr,dphi;
    int n,m,N,M,nd,nr,mp;

    N = (int)(0.5*(pimage0.size()-1));
    M = pimage0[0].size();
    d = 1./N;
    Dlt = pi_rC/M;
    dr = 1./(Nr-1.);
    dphi= 2.*pi_rC/Mp;

    pc.resize(2*N+1);
    for (nd=0; nd<2*N+1; nd++) {
        pc[nd].resize(M);
        for (m=0; m<M; m++) {
            pc[nd][m] = 0.;
            for (n=0; n<2*N+1; n++)
```



```

        pc[nd][m] += pimage0[n][m]*qcf[nd-n+2*N];
    }
}
fast.resize(Nr);
for (nr=0; nr<Nr; nr++) {
    r = nr*dr;
    fast[nr].resize(Mp);
    for (mp=0; mp<Mp; mp++) {
        phi =mp*dphi;
        fast[nr][mp] = 0.;
        for (m=0; m<M; m++) {
            l = r*cos(m*Dlt-phi);
            n = 0;
            while ( ((n-N)*d<l)&&(n<2*N) ) n++;
            if (n!=0) n--;
            fast[nr][mp] += Dlt*( ((n-N+1)*d-1)*pc[n][m]
                                +(1-(n-N)*d)*pc[n+1][m] )/d;
        }
    }
}
return 0;
}

int ConvFc(vector<float> &qcf, float alp, int N) {
    float Fau;
    int n,nd,Nd;
    Nd = (int)(1.5*N);
    qcf.resize(4*N+1);
    for (n=0; n<2*N+1; n++) {
        qcf[n+2*N] = 0.;
        for (nd=0; nd<Nd+1; nd++) {
            if (nd==Nd) Fau = 0.;
            else Fau = alp+(1-alp)*cos(pi_rC*nd/Nd);
            qcf[n+2*N] += (0.5*nd/(Nd*Nd))*Fau*cos(pi_rC*nd*n/Nd);
        }
        if (n!=0)
            qcf[-n+2*N] = qcf[n+2*N];
    }
    return 0;
}

int CTdeconvART(vector<vector<float> > &fast
                , vector<vector<float> > pimage0, vector<vector<float> > &u
                , float s0, float ds , float ph0, float dph, int I0, int I1
                , float L, float r, float lambda ) {
    vector<double> lk,mk,nk,snp,cnp,tnp;
    double ck,mp0,mp2N,mm0,mmN,s,m0,m1,Lic,Lis,normr2,iprx,slk;
    int N,i,j,k,Ip0,Ip,Jp,ip,jp,im0,im1,n0,n1,m,n,k0,k1,ke;

    N = fast.size()>>1;
    lk.resize(4*N); mk.resize(4*N); nk.resize(4*N);
    Ip0 = pimage0.size();
    Jp = pimage0[0].size();
    printf("Ip,Jp=%d,%d\n",Ip0,Jp);
    snp.resize(Jp); cnp.resize(Jp); tnp.resize(Jp);
    for (jp=0; jp<Jp; jp++) {
        snp[jp] = sin(dph*jp+ph0);
        cnp[jp] = cos(dph*jp+ph0);
        if (cnp[jp]<0.) {
            cnp[jp] *= -1.;
            snp[jp] *= -1.;
        }
        tnp[jp] = snp[jp]/cnp[jp];
    }
    for (jp=0; jp<Jp; jp++) {
        //printf("jp:%d, phi=%f\n",jp,180.*(dph*jp+ph0)/pi_rC);
        //scanf("%c");
        if (cnp[jp]!=0) {
            mm0 = ((float)N-0.5)*(1.+tnp[jp]);
            mmN = ((float)N+0.5)*(1.-tnp[jp])-1.;
            Lic = L/cnp[jp];
            if (snp[jp]!=0.)
                Lis = L/snp[jp];
            //printf("Lic,Lis=%f,%f\n",Lic,Lis);
            for (ip=I0; ip<I1+I0; ip++) {
                s = -ds*(ip-I0) +s0;
                k0 = 0;
                n0 = 0;
                n1 = 2*N-1;
                mp0 = mm0 -s/cnp[jp];
                mp2N = mmN -s/cnp[jp];
                m0 = mp0;
                im0 = (int)m0;
                if (mp0<0) {
                    n0 = (int)( -s/snp[jp] +(N-0.5)*(1./tnp[jp] +1.) );

```

```

    m0 = 0.;
    im0 = 0;
}
if (mp0>=2*N) {
    n0 = (int)( -s/snp[jp] -(N+0.5)*(1./tnp[jp] -1.)-1. );
    m0 = 2*N;
    im0 = 2*N-1;
}
if (mp2N<0) n1 = (int)( -s/snp[jp] +(N-0.5)*(1./tnp[jp]+1.) );
if (mp2N>=2*N) n1 = (int)( -s/snp[jp] -(N+0.5)*(1./tnp[jp]-1.)-1. );

//printf("m0,n0,n1=%f,%d,%d\n",m0,n0,n1);
for (n=n0; n<n1+1; n++) {
    m1 = mp0 -(n+1.)*tnp[jp];
    im1 = (int)m1;
    if (m1>=2*N) { m1 = 2*N; im1 = 2*N-1; }
    else if (m1<0) { m1 = 0; im1 = 0; }
    if (im0==im1) {
        lk[k0] = Lis;
        mk[k0] = im0;
        nk[k0] = n;
        k0 ++;
    } else if (im0>im1) {
        lk[k0] = Lis*(m0-im0);
        mk[k0] = im0;
        nk[k0] = n;
        lk[k0+im0-im1] = Lis*(im1+1.-m1);
        mk[k0+im0-im1] = im1;
        nk[k0+im0-im1] = n;
        for (k1=1; k1<im0-im1; k1++) {
            lk[k0+k1] = Lis;
            mk[k0+k1] = im0-k1;
            nk[k0+k1] = n;
        }
        k0 += im0-im1+1;
    } else if (im0<im1) {
        lk[k0] = -Lis*(im0+1.-m0);
        mk[k0] = im0;
        nk[k0] = n;
        lk[k0+im1-im0] = -Lis*(m1-im1);
        mk[k0+im1-im0] = im1;
        nk[k0+im1-im0] = n;
        for (k1=1; k1<im1-im0; k1++) {
            lk[k0+k1] = -Lis;
            mk[k0+k1] = im0+k1;
            nk[k0+k1] = n;
        }
        k0 += im1-im0+1;
    } else printf("    im0=%d, im1=%d\n",im0,im1);
    m0 = m1;
    im0 = im1;
}
ke = k0;

slk = 0.;
normr2 = 0.;
iprx = 0.;
for (k=0; k<ke; k++) {
    slk += lk[k];
    normr2 += lk[k]*lk[k];
    iprx += lk[k]*fast[mk[k]][nk[k]];
}
ck = lambda*(r*(pimage0[ip][jp]-iprx)-u[ip][jp])/(1.+r*r*normr2);
u[ip][jp] += ck;
for (k=0; k<ke; k++)
    fast[mk[k]][nk[k]] += r*ck*lk[k];
//printf("    s=%8.2f, slk[%d]=%7.2f, ck=%15.4e\n"
//        ,s,ip,slk,ck );
}
} else {
    for (ip=I0; ip<I1+I0; ip++) {
        s = -ds*ip +s0;
        n = (int)( -s/snp[jp] +N-0.5 );
        ke = 2*N;
        slk = 0.;
        normr2 = 0.;
        iprx = 0.;
        for (k=0; k<ke; k++) lk[k] = 1.; // Corrected by Hashimoto Dec.'13
        for ( k=0; k<ke; k++) {
            slk += lk[k];
            normr2 += lk[k]*lk[k];
            iprx += lk[k]*fast[k][n];
        }
        ck = lambda*(r*(pimage0[ip][jp]-iprx)-u[ip][jp])/(1.+r*r*normr2);
        // Corrected by Hashimoto Dec.'13
    }
}

```

