

# 宇宙航空研究開発機構研究開発報告

## JAXA Research and Development Report

---

デルタシグマDACを応用した衛星搭載用  
高精度デジタル方式フラックスゲート磁力計の開発

井口 恭介, 松岡 彩子

2013年3月

宇宙航空研究開発機構

Japan Aerospace Exploration Agency

# 目 次

## 概要

1 序論 .....	5
1.1 磁気圏探査 .....	5
1.2 フラックスゲート磁力計 .....	9
2 S-310-40 号機搭載フラックスゲート磁力計 .....	16
2.1 デルタシグマ DAC を用いたデジタル磁力計の全体構成 .....	17
2.2 デルタシグマ DAC の動作原理 .....	19
2.3 BBM と DFG に組み込んだデルタシグマ DAC の仕様及び性能 .....	20
3 性能評価試験 .....	27
3.1 周波数特性の評価 .....	27
3.2 分解能の評価 .....	30
3.3 線形性の評価 .....	35
3.4 校正試験 .....	39
4 ロケットの姿勢解析 .....	44
4.1 スピン周波数と地磁気姿勢角の解析方法 .....	44
4.2 解析結果 .....	51
4.3 解析結果のまとめ .....	60
5 結論 .....	61
謝辞 .....	64
参考文献 .....	65
Appendix A 姿勢解析で使用した計算式の導出 .....	68

# デルタシグマ DAC を応用した衛星搭載用 高精度デジタル方式フラックスゲート磁力計の開発\*

井口 恭介<sup>\*1, \*2</sup>, 松岡 彩子<sup>\*2</sup>

## Development of a Digital Fluxgate Magnetometer using a Sigma-Delta DAC for Spacecraft Applications\*

Kyosuke IGUCHI<sup>\*1, \*2</sup>, Ayako MATSUOKA<sup>\*2</sup>

### Abstract

Fluxgate magnetometers are most widely used for space science missions to measure the Earth, planetary and interplanetary magnetic field. For future missions (e.g., the cross-Scale COUpling in the Plasma universE (SCOPE) mission), it is required to further reduce the resources of instruments as well as to improve the resolution (>20 bits) of the existing magnetometers. The digital-type fluxgate magnetometer has more advantage of being small, light-weight and low power consumption than the conventional types. Its accuracy is determined by the accuracy of the Digital-to-Analog Converter (DAC) in the electronics circuit. The commercial DAC for the space applications does not have better resolution than 12 bits, and is not applicable for the high-resolution digital-type fluxgate magnetometers.

As the interim goal for future missions, we designed a 16-bit sigma-delta DAC, in order to improve the accuracy of the digital-type fluxgate magnetometer. The resolution of the sigma-delta DAC depends on the design of the sigma-delta modulator and the performance of the analog low-pass filter. It is important to optimize the sigma-delta DAC's design by numerical simulation to achieve the 16-bit resolution. The optimized design of the sigma-delta DAC is described as;

- 2nd-order 1-bit Boser-Wooley type sigma-delta modulator
- 4th-order, Butterworth type analog low-pass filter
- Over Sampling Ratio is 677

The sigma-delta DAC circuit was built using space-use or equivalent parts, and its performance was evaluated experimentally. The resolution of the sigma-delta DAC was approximately 18 bits.

---

\* 平成 25 年 1 月 21 日受付 (Received 21 January 2013)

\*1 総合研究大学院大学 物理科学研究科 宇宙科学専攻

\*2 宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究所

The linearity error was better than 0.01 %F.S. The cut-off frequency was 67 Hz. A Digital-type FluxGate magnetometer (DFG) was built using the developed sigma-delta DAC. The resolution of DFG was 0.79 nT which corresponds to the 17.1-bit resolution and satisfies the interim goal resolution (16 bits). The sensitivity and measurement alignment of DFG were accurately calibrated in the magnetic observatory.

DFG was installed on the sounding rocket S-310-40 to determine the spin frequency of the rocket and the magnetic field direction with respect to the rocket spin axis. DFG worked successfully and the spin frequency was well determined through the flight of the rocket. However, in the process to derive the angle between the magnetic field and the rocket spin axis, significant (1800 nT) variation of the calculated magnetic offset along the spin axis was found. Since such a large variation of the offset during the flight is improbable, the sensitivity of DFG was calibrated again using the flight data. Based on a comparison of the sensitivity parameters between ground calibration and the flight data, in the case of the S-310-40 experiment, the accuracy of the determined magnetic angle was 5 degrees which does not satisfy the required accuracy (2 degrees). There are several possible reasons why the sensitivity varied after the ground calibration test; e.g. the temperature characteristics of parts used for DFG. The drift of the sensitivity should be reduced for more accurate measurement of the magnetic angle. The temperature characteristics of the sigma-delta DAC should be examined in detail for the development of the magnetometer for future space missions.

**Keyword** : fluxgate magnetometer, sigma-delta DAC, plasma physics, The sounding rocket mission, S-310-40, The SCOPE mission

## 概要

人工衛星搭載フラックスゲート磁力計を用いた磁場の「その場観測」は、宇宙プラズマの研究に必要不可欠である。複数衛星による同時多点観測ミッションや木星などの磁気圏探査ミッションでは、搭載機器の重量や電力に厳しい制限がある。磁力計を小型軽量・省電力化するために、1990年代にはデジタル方式フラックスゲート磁力計（以下、デジタル磁力計と呼ぶ）が開発された。

地球磁気圏内外における宇宙プラズマのスケール間結合の解明を目的として複数衛星による同時多点、マルチスケール観測計画（the cross-Scale COupling in the Plasma universE (SCOPE) 計画）が進められている。将来の惑星磁気圏探査衛星に搭載するデジタル磁力計にはこれまで以上の磁場分解能（20 ビット）が要求されている。デジタル磁力計の分解能は信号処理回路に組み込まれる DAC (Digital-to-Analog Converter)の分解能によって制限される。市販の宇宙用 DAC は分解能 12 ビットまでしか製造されておらず、将来ミッションを達成するための高精度デジタル磁力計に市販の宇宙用 DAC を用いることは適切でない。

本研究ではデジタル磁力計の磁場測定精度を向上させるために、宇宙で使用可能な FPGA (Field Programmable Gate Array) とオペアンプを用いて高精度なデルタシグマ DAC を独自に設計、開発し、それをデジタル磁力計に組み込むことで精度を向上させた。将来のミッションのために、中間目標として性能 (分解能 16 ビット) を設定し、これを満足するデジタル磁力計を開発した。まず、デルタシグマ DAC の設計、開発を行い、実験により性能を評価した。次に、その DAC を組み込んだデジタル磁力計 (DFG: Digital-type FluxGate magnetometer) を開発し、実験による性能評価によって、デルタシグマ DAC を組み込んだデジタル磁力計の設計の妥当性を検証した。

数値シミュレーションにより分解能 16 ビットを満足するデルタシグマ DAC のパラメータを求めた。その結果、オーバーサンプリング比を 677 とし、変調器に 2 次型 1 ビットデルタシグマ変調器、後置フィルタに 4 次型アナログローパスフィルタを採用することでデルタシグマ DAC の分解能が 16 ビットを満足することが分かった。性能評価試験によって、デルタシグマ DAC の分解能が 18 ビットであり、設計値の 16 ビットを達成していることがわかった。

DFG のノイズレベルを測定した結果、ノイズレベルが 0.79 nT (17.1 ビット相当) であることがわかった。開発した磁力計の分解能は、設計値 16 ビットを満足する結果が得られたことから、デルタシグマ DAC を組み込んだデジタル磁力計の設計が妥当であるということが実証できた。また、柿岡地磁気観測所における校正試験では、DFG の感度とオフセット、直交度を精度よく求めることができた。

DFG を科学観測ロケット S-310-40 号機に搭載し、実証試験を行った。観測ロケット実験における DFG の役割は、ロケットのスピン周波数を求めること及び地磁気姿勢角 (ロケットのスピン軸と磁場のなす角) を求めることである。DFG は、ロケットの打上げからテレメータがロックオフするまでの全期間にわたりデータを取得でき、ロケットのスピン周波数を正確に導出することに成功した。一方、地上校正試験により得られた感度を用いて解析を行い、地磁気姿勢角を算出したが、解析過程においてスピン軸方向の人工的な磁場オフセットが観測期間中に 1800 nT 異なる結果が得られた。しかし、磁場オフセットは時間経過に伴って 1800 nT も変化しないと考えられるので、フライトデータを用いた感度の校正を行った。地上校正試験で得られた感度とフライトデータを用いて校正した感度から地磁気姿勢角を 5° 以内の精度で求めることができたが、ロケット実験で要求される 2° の精度を下回る結果となった。要求精度を下回った原因として、地上校正試験以降に感度に変化したことが考えられる。DFG を構成する電子部品の温度特性によって DFG の感度は変化する。地磁気姿勢角を精度良く決定するために感度の温度特性を低減すべきである。今後、デルタシグマ DAC 等の温度特性を実験により定量的に評価することが将来の探査計画の科学目標を達成する上で重要である。

# 1 序論

## 1.1 磁気圏探査

### 1.1.1 惑星磁気圏

地球は棒磁石のように固有の磁場を持っており、地球近傍（数  $R_E$ ,  $R_E$  : 地球半径）の磁場は地球中心にモーメントがある双極子磁場にほぼ一致する。一方、太陽から噴出したプラズマ（太陽風）とそのプラズマに凍結された惑星間空間磁場は太陽系の中を放射状に広がっている。地球周辺では地球起源の磁場が太陽風プラズマをさえぎり、地球近傍への侵入を防いでいる。地球起源の磁場が及ぶ範囲は地球磁気圏と呼ばれている。地磁気と惑星間空間のプラズマや電磁場が相互作用し、磁気圏内部では様々なプラズマの物理現象が観測されている。

図 1.1.1 は地球磁気圏の磁場構造と電流構造の描像を示している。磁気圏前面は約  $10 R_E$  程度に広がり、境界面では磁気圏境界面電流が流れている。また、地球から境界面までの距離は太陽風の動圧に依存して大きくなったり、小さくなったりする。地球近傍では  $1 \text{ eV}$  程度の冷たいプラズマは電場ドリフトによって東向きに運動する。一方、熱いプラズマは磁場勾配ドリフトによって正電荷は西向き、負電荷は東向きに運動し、リングカレントと呼ばれる電流が流れている。磁気圏尾部では太陽風によって磁場が夜側に長く引き伸ばされている。尾部赤道域ではプラズマシートと呼ばれる領域が存在し、密度  $0.1$  から  $1 \text{ 個/cm}^3$ 、エネルギー  $10 \text{ keV}$  から  $100 \text{ keV}$  のプラズマが溜まっている。尾部の磁場構造を維持するためにプラズマシート中を dusk 向きの磁気圏中性面電流が流れ、尾部境界面を尾部電流が流れている。これらの構造は電磁場と荷電粒子の相互作用によって形成される。

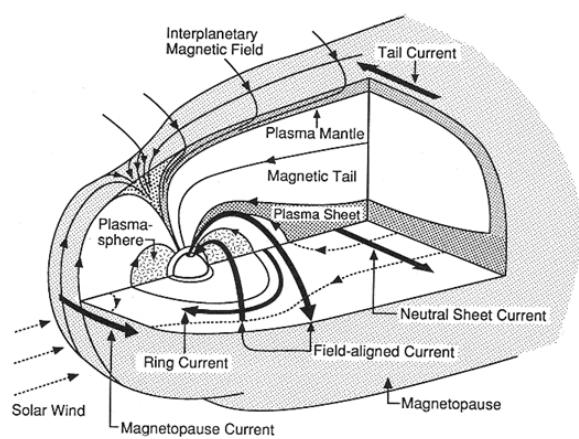


図 1.1.1 磁気圏の磁場構造と電流構造[Kivelson and Russell, 1995].

### 1.1.2 SCOPE 計画

SCOPE 計画は 5 機の衛星による地球磁気圏の同時多点・マルチスケール観測計画である[Fujimoto et al., 2009]. 同時多点観測は磁気圏の現象を同時に異なる場所で観測することで現象の時間変化と空間変化を切り分ける手法である. 磁気圏の同時多点観測衛星には米国の THEMIS 衛星[Burch and Angelopoulos, 2008]や欧州の CLUSTER 衛星[Escoubet et al., 1997]等がある. これらのプロジェクトでは電磁流体スケール(10 万 km オーダー)及びイオンのスケール(1000 km オーダー)での同時多点観測は行われてきたが, SCOPE 計画では更に電子スケール(10 km オーダー)にまで迫ってマルチスケールの観測を同時に行い, 宇宙プラズマの物理解明に迫る. SCOPE 衛星は特にスケール間結合が重要となる衝撃波, 乱流, リコネクション領域を探索する.

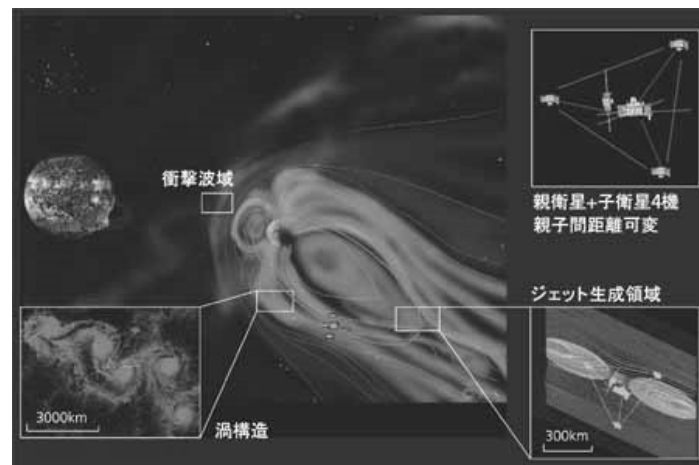


図 1.1.2 SCOPE 計画のイメージ図[SCOPE 計画提案書, 2008].

SCOPE 衛星の親機には 2 台, 子機には 1 台のフラックスゲート磁力計が搭載される. フラックスゲート磁力計は DC から 128 Hz までの低周波磁場変動を測定する.

これまでフラックスゲート磁力計は多くのロケットや衛星に搭載されてきた (e.g., Acuna, 2002). その役割は主に飛行体の姿勢計測と科学観測を目的とした磁場測定である. 日本では科学観測ロケット (S-210, S-310, S-520) や科学観測衛星「あけぼの」, 「GEOTAIL」, 「のぞみ」, 「かぐや」等に搭載された[Tohyama, 1981; Fukunishi et al., 1990; Kokubun et al., 1994; PLANET-B Prelaunch Report, 1998; Takahashi et al., 2009]. また, 現在進行, 計画中の「BepiColombo」や「ERG」にも搭載される[Baumjohann et al., 2010; 小型衛星計画 ERG 提案書, 2008]. 海外では「Mariner 10」, 「Voyager 1」, 「Voyager 2」をはじめ, 「Galileo」, 「Cassini」等の太陽系惑星探査機にも搭載された[Behannon et al., 1977; Kivelson et al., 1992; Dougherty et al., 2004].

SCOPE 衛星に搭載するフラックスゲート磁力計では DC 磁場測定によって①磁気圏の構造を捉えること及び②プラズマ粒子の分布関数の非等方性を知るために磁場の方向を正確に測定することが要求されている。また、約 100 Hz（電子スケール時間）での磁場測定が要求されている。これは③イオンや電子の加速、加熱過程を解明すること及び④リコネクションの発生、発達する過程を解明することを目的としているためである。加速過程はサイクロトロン周波数付近の波動や電磁流体波動の 1 つであるアルフヴェン波等に伴う波動粒子相互作用、衝撃波、境界層遷移領域内部での磁場擾乱によって起こるとされている。

表 1.1.1 に SCOPE 衛星搭載フラックスゲート磁力計の仕様を示す。SCOPE 衛星の観測領域 ( $5 R_E \sim 25 R_E$ ) で、磁力計は磁場を測定できる十分広いダイナミックレンジ ( $\pm 512 \text{ nT}$ ) を必要とする。一方、波動粒子相互作用に伴う振幅  $0.1 \text{ nT}$  オーダーの電磁波動を検出するために、 $8 \text{ pT}$  ( $17 \text{ ビット}$ ) 以上の分解能が必要となる。さらに、フラックスゲートセンサのノイズも分解能と同程度まで抑えなければならない。

プラズマシートなどの弱磁場 ( $10 \text{ nT}$  以下) 中で磁場の方向を精度よく決定するために、磁力計には高い線形精度が要求される。背景磁場が  $10 \text{ nT}$  のとき  $0.5^\circ$  以上の精度で磁場方向を決定するために、線形精度の目標値を  $14 \text{ ビット}$  とした。ただし、磁力計は自然界の磁場と磁力計自身の持つノイズ及び衛星から発生する磁場との和を測定するため、測定した DC 磁場には人工的なオフセットが含まれる。DC オフセット精度は磁力計の持つオフセットだけでなく、衛星から発生する磁場も考慮したオフセットの決定精度である。

表 1.1.1 SCOPE 衛星搭載フラックスゲート磁力計の仕様

要求項目	要求値
ダイナミックレンジ	$\pm 512 \text{ nT}$
分解能	$8 \text{ pT}$ , $17 \text{ ビット}$
ノイズレベル	$10 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ @ $1 \text{ Hz}$
測定周波数範囲	DC- $128 \text{ Hz}$
線形精度	$14 \text{ ビット}$
DCオフセット決定精度	$1 \text{ nT}$

### 1.1.3 科学観測ロケット S-310-40 号機への搭載

観測ロケット S-310 は 1975 年から打ち上げられている日本の科学観測ロケットである。図 1.1.3 は、本研究で開発した磁力計を搭載した S-310-40 号機の打ち上げ直前の写真である。





図 1.1.3 科学観測ロケット S-310-40 号機の打ち上げ直前の様子.

我々は SCOPE 計画の前段階としてここで報告する磁力計を S-310-40 号機に搭載して、実証試験を行った。図 1.1.4 に S-310-40 号機の実験概要[S-310-40 号機飛翔実験計画書, 2011]を示す。S-310-40 号機の目的は「夜間中緯度電離圏領域における電波伝搬解析」であり、電離層 D, E 層が観測領域である。

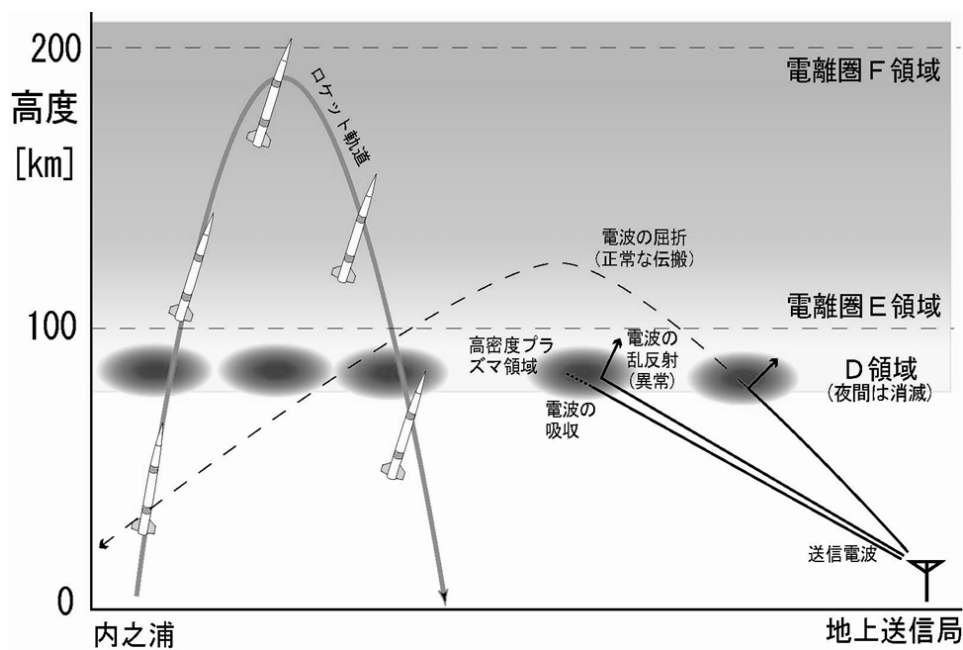


図 1.1.4 科学観測ロケット S-310-40 号機の実験概要.

鹿児島県内之浦では昼間に遠距離にある放送局からの中波帯電波は受信されないが、夜間には電波が E 層により反射されるため受信可能となる。ところが夜半過ぎに突然受信できなくなることがある。これは、電離層領域に局所的に電子密度が増加するスポラディック E 層または D 層が発生するためとされている。このスポラディック E 層または D 層の発生機構は未解明である。それを解明するためにループアンテナ等の観測機器を搭載し電離圏環境の取得およびスポラディック E, D 層の解明を目指す。

ミッション機器のループアンテナは 3 成分の電界強度を測定できる。磁力計と地平線センサからロケットの姿勢を提供することで電界 3 成分の方向を決定することが可能となり、正確な電波伝搬解析を行うことができる。そのため、磁力計によるロケットの正確な姿勢測定は本ミッションの目的達成のために重要である。要求される姿勢決定精度は 2° であり、それを満たすためのフラックスゲート磁力計の測定精度は 1500 nT に相当する。他に、地磁気を測定できるダイナミックレンジを持つこととロケットのスパイン周波数約 1 Hz を測定できる周波数帯域を持つことが求められる。表 1.1.2 にロケット実験において磁力計に要求される性能を示す。

表 1.1.2 S-310-40 号機搭載用磁力計の要求性能

要求項目	要求値
ダイナミックレンジ	±45000 nT以上
磁場測定精度	1500 nT以上
測定周波数範囲	DC-10 Hz

## 1.2 フラックスゲート磁力計

### 1.2.1 従来のアナログ方式フラックスゲート磁力計の原理

フラックスゲート磁力計はセンサ部と電気回路部（センサ励磁回路及び信号処理回路）で構成されている。センサ部は、励磁コイルと検出（ピックアップ）コイル、フィードバックコイルから成る。図 1.2.1 は磁力計の信号の流れを示したブロック図である。センサは励磁周波数  $f_0$  の 2 倍の周波数を持ち、外部磁場に比例した振幅の信号を出力する [Primdahl, 1979]。センサで検出された信号はアンプで増幅され、バンドパスフィルタ（BPF : Band-Pass Filter）で信号周波数以外の成分をカットされる。次に、検出された信号は位相検波回路で外部磁場に比例した直流電圧に変換される。その後、積分されて電圧-電流変換回路で電圧に比例した電流に変換される。変換された電流はフィードバックコイルへ流れ、センサ内部に外部磁場とは逆向きの磁場を発生させる。この磁場は負のフィードバックループによって外部磁場をキャンセルするように制御される。

フィードバック磁場が外部磁場を正確にキャンセルするときには、フィードバック磁場は外部磁場と同じ強度で向きが反対となり、センサ内部における検出磁場はゼロになる。したがって、キャンセル磁場を作りだすフィードバック電圧を計測すれば外部磁場を測定できる。

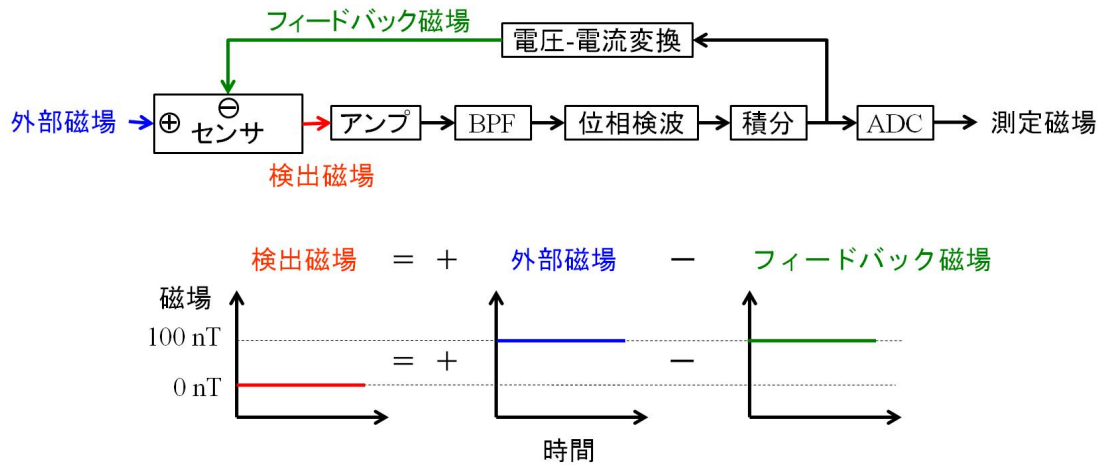


図 1.2.1 アナログ方式フラックスゲート磁力計の信号の流れ（上）とセンサ内部における検出磁場と外部磁場，フィードバック磁場の関係（下）．外部磁場とフィードバック磁場の差がセンサで検出され，信号処理回路を通してセンサへフィードバックされる．フィードバック磁場は検出磁場をゼロ磁場にするように制御される．そのため，フィードバック磁場を測定することは外部磁場を測定することに等しい．

- ・ フィードバックループの周波数特性

図 1.2.2 の青破線で示すように時刻  $t_1$  で外部磁場が急激に変動する場合を考える．外部磁場が変動する時刻  $t_1$  以前ではフィードバック磁場（図 1.2.2 の緑線）が定常な外部磁場（図 1.2.2 の青線）を正確にキャンセルしているため検出磁場（図 1.2.2 の赤線）はゼロ磁場である．しかし，外部磁場が変動した時刻  $t_1$  では，フィードバック磁場が外部磁場を正確にキャンセルできておらず，外部磁場の変動が検出される．フィードバックループによって検出磁場をゼロ磁場にするようにフィードバック磁場が制御されるため，フィードバック磁場は外部磁場に追従するように時間的に変化し，検出磁場は時間経過とともにゼロ磁場に戻る．フィードバック磁場が外部磁場に追い付き，再び検出磁場がゼロ磁場になる特性時間は磁力計の応答周波数に相当し，磁力計の性能を示す重要なパラメータの 1 つである．この特性時間よりも外部磁場の時間変動の方が早い場合には，精度良く外部磁場を測定できないことがわかる．

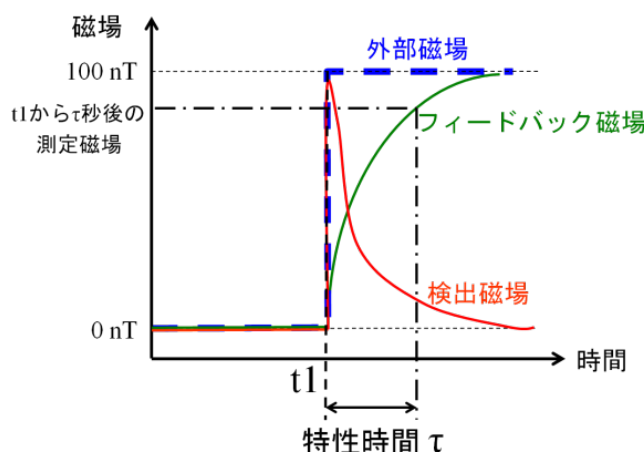


図 1.2.2 外部磁場が時間変化したときの検出磁場とフィードバック磁場の時間変化. 時刻  $t_1$  で外部磁場が変化するとき, 検出磁場をゼロ磁場にできるようにフィードバック磁場が制御され, 時間とともに外部磁場に近づく.

- ・ 磁力計のノイズとフィードバック回路のノイズの関係

フィードバック回路の電気的なノイズもセンサへフィードバックされる. そのため, 電気的なノイズは外部磁場の変動としてセンサで検出され, 信号処理回路を通して測定磁場に現れる. したがって, 低ノイズのフラックスゲート磁力計を開発するためにはフィードバック回路のノイズを低減することが重要である.

### 1.2.2 将来の磁気圏探査計画における課題

ここでは, 将来の磁気圏探査衛星に搭載する磁力計の課題を挙げて, 先行研究でとられた解決方策について述べる.

- ・ リソースの削減

現在, 実施または計画されている磁気圏探査衛星を開発する上で大きな課題となるのがリソースの削減である. たとえば, SCOPE 計画では複数衛星の同時打上げのために, 衛星のサイズや重量は厳しく制限される. 他にも太陽から離れた外惑星における磁気圏探査では電力の確保が地球周回衛星に比べて困難である.

衛星のリソースの削減はミッション機器である科学観測機器にも適用される. フラックスゲート磁力計においても, 「小型軽量・省電力化」を実施しなければならない. 制限されたリソースで観測機器が従来と同等以上の性能を持つためには, 将来の磁気圏探査衛星への搭載を考慮した新しい方式の観測機器が望まれる.

- ・ 放射線耐性の向上

地球と同じように木星や土星には放射線帯があり, その中には高エネルギー粒子が捕捉されている. 衛星に搭載された観測機器の半導体デバイスに高エネルギー粒子が当たり, シングルイベント・アップセットやシングルイベント・ラッチアップ, トータルド

ーズ効果等が発生する。特にシングルイベント・ラッチアップでは回路に過大な電流が流れて、最悪の場合には観測機器が故障する。したがって、将来の磁気圏探査計画において放射線への対策は避けられない課題である。投入される軌道やミッション期間にも依存するが、木星や土星の磁気圏探査で使用する半導体デバイスには「100 krad もしくはそれ以上の放射線耐性」または「金属を用いたシールドによってデバイスの放射線耐性を補うという対策」が必要である。しかし、金属を用いたシールドでは重量が重くなり、衛星の重量に深刻な影響を与えてしまう。

### 1.2.3 先行研究における課題の解決方策

デジタル方式フラックスゲート磁力計はアナログ回路で構成されていた信号処理回路をデジタル回路に置き換えたものである。1990年代中ごろから人工衛星への搭載に向けてフラックスゲート磁力計のデジタル化が提案された[Primdahl et al., 1994; Auster et al., 1995; Piil-Henriksen et al., 1996]。欧州では Astrid-2(1998年打上げ)[Pedersen et al., 1999]や ROSETTA(2003年打上げ)[Glassmeier et al., 2007; Auster et al., 2007]等の人工衛星に搭載され、現在では他にも多くの衛星に搭載され始めている。

デジタル方式の基本的な構成を図 1.2.3 に示す。デジタル方式の信号処理回路では検出されたアナログ信号をデジタル信号に変換するアナログ-デジタル変換器(ADC: Analog-to-Digital Converter)をBPFの後段に配置する。AD変換されたデジタルデータはプロセッサのFPGA(Field Programmable Gate Array)に取り込まれる。取り込まれたデータをもとにFPGAの演算処理で検出磁場を求めて、積分を行う。積分値をデジタル-アナログ変換器(DAC: Digital-to-Analog Converter)に送信し、アナログ値に変換された信号(電圧)は抵抗を通してフィードバックコイルに電流を流す。

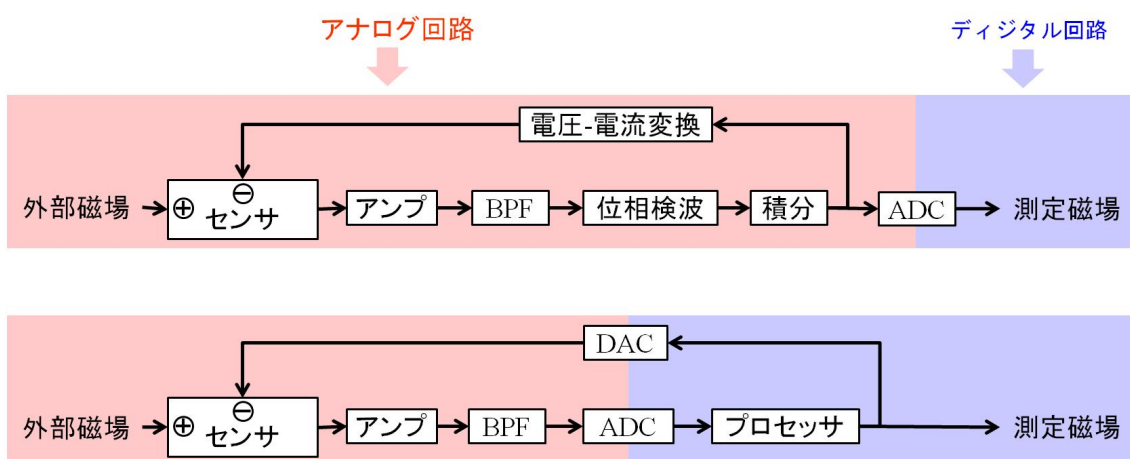


図 1.2.3 アナログ方式 (上) とデジタル方式 (下) フラックスゲート磁力計のブロック図。アナログ方式ではほぼ全ての回路がアナログ回路で構成されているのに対して、デジタル方式ではプロセッサを用いてアナログ回路をデジタル化することで小型軽量・省電力化を図る。

デジタル方式の特徴

・ 小型軽量・省電力化

デジタル方式は従来のアナログ回路をプロセッサに置き換えることで小型軽量・省電力化を図ることができる。図 1.2.4 はこれまでに衛星に搭載された磁力計の重量を縦軸に、電力を横軸に示した図である。●は従来のアナログ方式、▲はデジタル方式を表す。デジタル方式はアナログ方式に比べて、重量も電力も半分以下になることがわかる。このようにデジタル化は小型軽量・省電力化を可能にする。

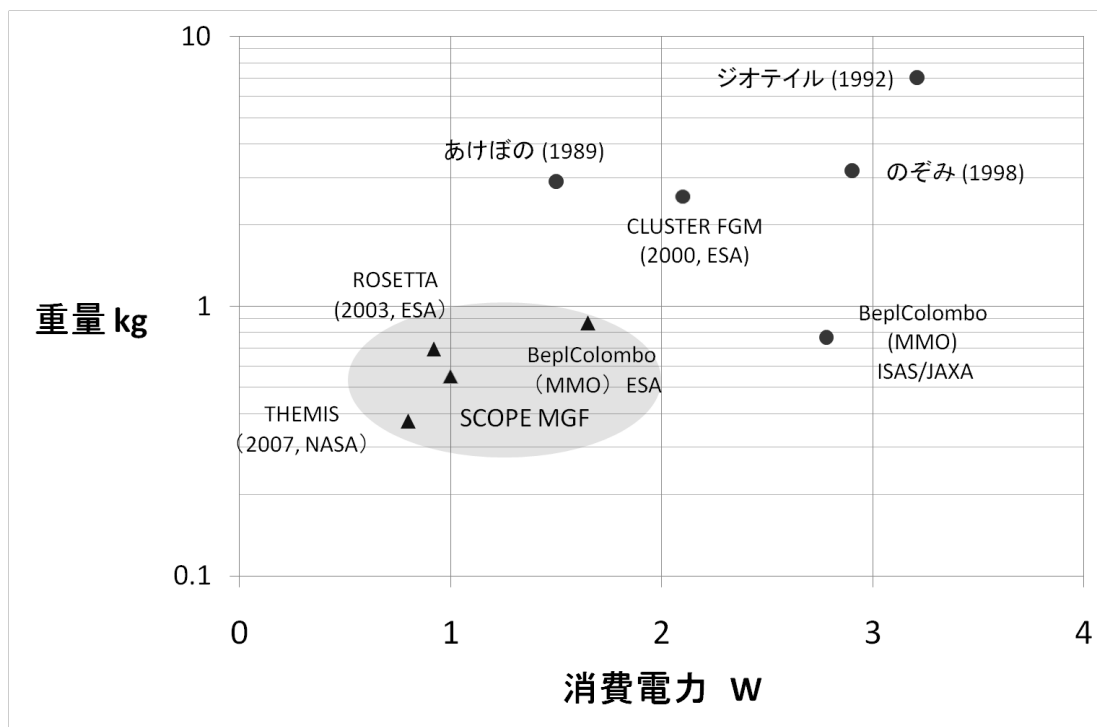


図 1.2.4 衛星搭載磁力計の重量と電力. 横軸は磁力計の消費電力, 縦軸は磁力計の重量を表す。●は従来のアナログ方式を表し, ▲はデジタル方式を表す。フラックスゲート磁力計はそれぞれの衛星計画に合わせて開発されているため, アナログ方式とデジタル方式のリソースについて厳密な比較をすることは難しいが, デジタル方式 (▲) の方が比較的リソースを抑えられていることがわかる。[Fukunishi et al., 1990; Kokubun et al., 1994; PLANET-B Prelaunch Report, 1998; Baumjohann et al., 2010; Auster et al., 2008; Balogh et al., 1997; Auster et al., 2007]

・ 経年変化, 温度変化の抑制

アナログ方式には回路に多くの抵抗やコンデンサを使用している。一方, デジタル方式ではこれらを大幅に削減することができ, 抵抗値やコンデンサ容量の経年変化及び温度変化に伴う磁力計の特性変化を抑えることができる。

- ・ 部品の入手性

オペアンプやアナログスイッチ等のアナログ部品は常に新しいものになっていくため、過去に使用した部品を入手することは難しく、開発のたびに部品を選定し、それに合わせて回路設計を変更する必要がある。特に耐放射線性部品は納期の観点からも入手が困難であることが多い。アナログ部品を多く取り扱うことは費用や製造の面で不利である。デジタル方式は1つのプロセッサで磁場を計算でき、ソフトウェアをプロセッサに合わせて書き換える作業だけで同じ性能を持つ磁力計を製作できるという利点を持つ。

### デジタル方式の課題

前述のとおり、磁力計の測定精度はフィードバックの精度に強く依存する。そのためフィードバックに用いる DAC の分解能がそのまま磁力計の分解能に相当することがわかる。SCOPE 計画では 17 ビット (8 pT/ビット) の DAC が必要となる。しかし、SCOPE 計画で必要とされる耐放射線性があり、かつ磁力計に適した高分解能 DAC デバイスは現在製造されていないという問題がある。

欧州や米国では既にデジタル方式フラックスゲート磁力計が開発され、人工衛星への搭載実績がある。たとえば米国の THEMIS 衛星に搭載されたデジタル方式フラックスゲート磁力計[Auster et al., 2008]が挙げられる。

THEMIS 衛星に搭載された磁力計は、図 1.2.5 に示すとおりフィードバックが 12 ビットと 6 ビットの DAC で構成されている。磁場測定範囲が  $\pm 25000$  nT なので、6 ビット DAC の量子化値は 780 nT に相当する。12 ビット DAC は 6 ビット DAC の量子化値である 780 nT を 12 ビットで量子化するので、量子化値は 0.19 nT に相当する。したがって、分解能は 18 ビット (12 ビット+6 ビット) になる。

上記のような動作をすることで、 $-390$  nT $\sim$  $+390$  nT の範囲では、6 ビット DAC の出力値は変化せず 12 ビット DAC の出力値だけが変わることがわかる。そのため、フィードバックの精度は 12 ビット DAC の性能だけで決まる。 $-390$  nT $\sim$  $+390$  nT では、磁場分解能は 0.19 nT、線形性誤差は 0.0056% (0.23 LSB 相当) である[Auster et al., 2008]。この方法の問題点は以下の 3 つである。

- ・ 測定磁場が大きくなった場合、DAC の量子化値 (1 LSB) に対する磁場が大きくなるので線形性誤差が大きくなる。
- ・ 磁力計を開発するたびに試験によって最も線形性誤差の小さい DAC を選別しなければならぬため、開発時間や開発費用の増加につながる。
- ・ 放射線耐性のある DAC デバイスの供給状況に応じて、使用できる DAC が制限される。

本研究では、高分解能、高線形性のデジタル磁力計を開発するために、フィードバック回路に1ビットデルタシグマ DAC を採用した。2章では開発した S-310-40 号機搭載磁力計の概要を、3章ではその性能評価結果を示す。4章では、S-310-40 号機のフライトデータを解析した結果を示す。

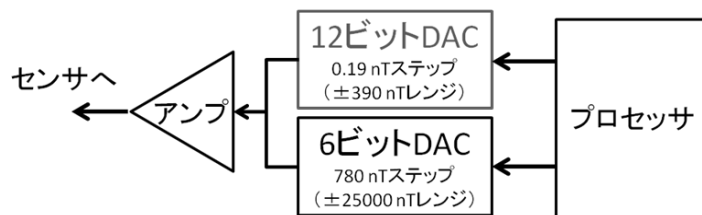


図 1.2.5 THEMIS 衛星搭載磁力計の回路[Auster et al., 2008].



## 2 S-310-40号機搭載フラックスゲート磁力計

1章で述べたようにデジタル磁力計において、フィードバックに配置されるDACの特性は、高精度な磁場測定を行う上で重要である。本章ではS-310-40号機搭載磁力計（以下、DFG : Digital-type FluxGate magnetometer）のために開発したデルタシグマDACについて述べる。2.1節ではDFGの全体構成について、2.2節と2.3節ではデルタシグマDACの動作原理や構成、性能について述べる。

本研究の特徴はデジタルプロセッサとオペアンプを用いて、高精度なデルタシグマDACを独自に開発し、これを磁力計に組み込むことで高精度なデジタル磁力計を開発することである。SCOPE計画や将来の磁気圏探査計画において分解能20ビット、線形精度14ビット以上のデジタル磁力計を実現するためには、この分解能と線形精度を満たすDACが必要である。しかし、これらの要求を満たす宇宙用の市販DACは製造されていない。

本研究では、将来の磁気圏探査衛星搭載への中間目標として、分解能16ビット以上の磁力計の開発を目指す。分解能16ビット（1.7 nT相当）は、ロケット実験の要求である精度1500 nTを十分満たしていることがわかる。

まず、数値シミュレーションにより、デルタシグマDACの動作機能を再現し、分解能を評価した。デルタシグマDACは、回路設計や演算方法を特徴づける複数の性能パラメータを持ち、どのようなパラメータを選択するかによって分解能が大きく左右される。性能パラメータの詳細については2.2節と2.3節で述べる。シミュレーションでは、これらの性能パラメータを変化させて計算を行い、分解能16ビットを実現するパラメータを調べた。ただし、FPGAやオペアンプなどのデバイスが持つ電気的特性（ノイズレベルなど）についてはこの数値シミュレーションで考慮していない。

次に、デルタシグマDAC BreadBoard Model(以下、BBM)を製作し、実験により性能を評価した。このBBMでは、数値シミュレーションで得られた分解能16ビットを実現するケース以外のパラメータについても性能を評価できるようになっている。16ビットを実現するパラメータで性能評価実験を行った結果について2.3節で述べるが、数値シミュレーション及びBBMを用いた実験による詳細な性能評価結果については、別の論文にまとめる予定である。

BBMの性能評価実験の結果に基づいて、分解能16ビットを実現するデルタシグマDACをDFGに組み込み、DFGの性能を評価した。DFGの性能評価結果については、3章で述べる。

## 2.1 デルタシグマ DAC を用いたデジタル磁力計の全体構成

DFG の電気回路部の構成を図 2.1.1 に示す．電気回路部はアンプ，バンドパスフィルタ (BPF)，ADC，デジタルプロセッサ (FPGA，ザイリンクス社，XCM-301-200)，デルタシグマ DAC で構成されている．デルタシグマ DAC はプロセッサに実装されたデルタシグマ変調器と後段のアナログローパスフィルタからなる．FPGA の磁場計算モジュールによって，ADC でデジタル値に変換されたセンサの検出信号から検出磁場が励磁周波数  $f_0$  (11 kHz) 毎に算出され，積分される．積分値は外部磁場に相当し，デルタシグマ DAC とテレメータに送信される．DFG では，分解能 16 ビットを満たすためにデルタシグマ変調器への入力を 17 ビットとした．デルタシグマ変調器から出力される 1 ビット変調出力はアナログローパスフィルタを通して，アナログ出力に変換される．センサ (検出コイル) では，アナログ出力に対応するキャンセル磁場が作られる．

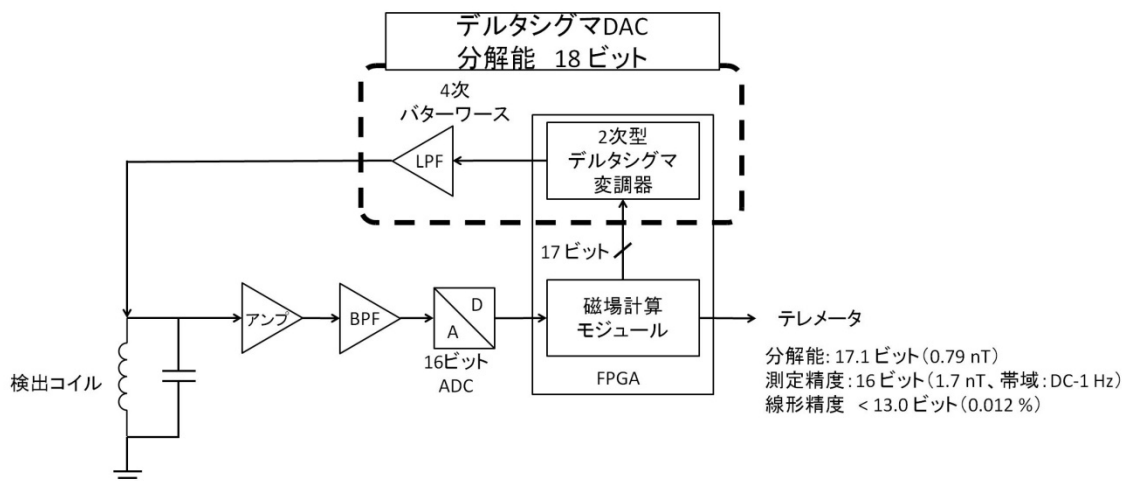


図 2.1.1 デルタシグマ DAC を用いた S-310-40 号機搭載磁力計 (X 軸) のブロック図 (1 軸分のみを表記)．破線で囲まれた箇所がデルタシグマ DAC である．

DFG では，直交 3 成分の磁場を測定する．3 成分はそれぞれ独立した信号処理回路を持つ．ただし，デジタルプロセッサ (FPGA) で実行される磁場計算は 3 軸とも同じ計算方法であるため，FPGA 内の 1 つのモジュールを共有している．デルタシグマ変調器も磁場計算と同じ FPGA 内に実装した．デルタシグマ DAC は 3 成分のうち 1 成分 (X 軸) にだけ用いた．残りの 2 成分 (Y 軸と Z 軸) には市販の 16 ビット DAC (アナログデバイス社，AD766) が組み込まれている．Y 軸と Z 軸の回路構成は S-310-38 号機に搭載したデジタル磁力計の回路構成と同じである [飛翔実験報告書, 2009]．

図 2.1.2 (a) は DFG のセンサ部と電気回路部の写真である．右側の白いケースにセンサが収められている．プロセッサとその周辺回路基板の写真を (b)，ドライブ回路とプロセッサ以外の信号処理回路基板の写真を (c) に示す．デルタシグマ変調は (b) の四角 (水色) で囲まれたプロセッサで実行される．図 2.1.2 (c) の四角で囲まれた領域

はデルタシグマ DAC を構成するアナログローパスフィルタの回路（黄色，実線）と市販の 16 ビット DAC とその周辺回路（紫色，破線）を示している．アナログローパスフィルタが占める面積は市販の DAC が占める面積に比べてやや大きいものの顕著な差はない．

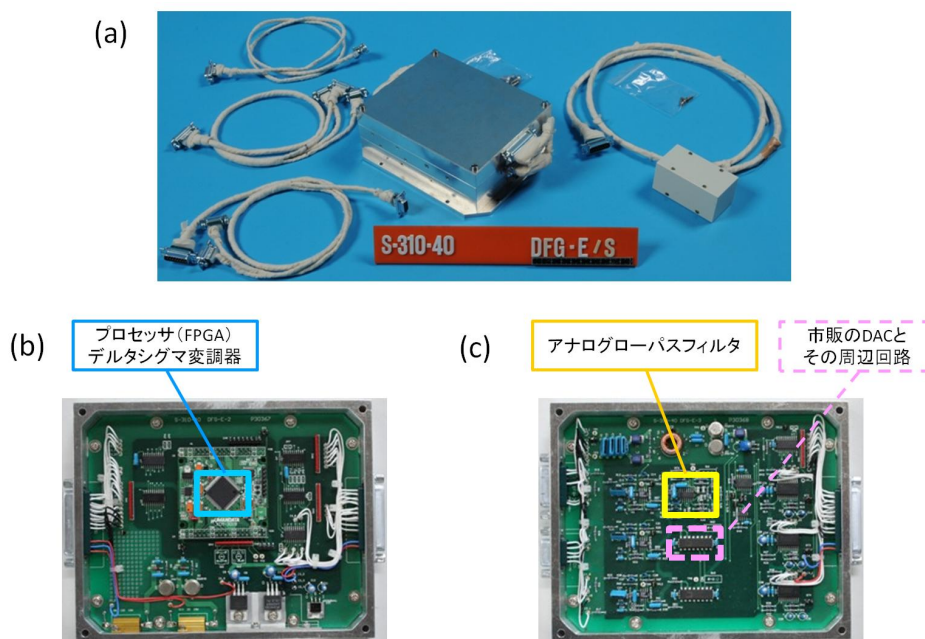


図 2.1.2 デルタシグマ DAC を用いたデジタル方式フラックスゲート磁力計 (S-310-40 号機搭載 DFG)．(a) 右から，フラックスゲートセンサ，電気回路部，ロケットのテレメータや集中電源と電気回路部をつなぐケーブル．(b) プロセッサ (FPGA) とその周辺回路基板．(c) ドライブ回路とプロセッサ以外の信号処理回路基板．

表 2.1.1 に DFG の仕様を示す．表 2.1.2 には，観測ロケット実験において姿勢決定精度  $2^\circ$  を満たすために磁力計に要求される性能と，設定した中間目標性能，性能評価実験で実際に得られた性能を比較して示している．将来ミッションへの中間目標として，測定磁場分解能 16 ビット，周波数帯域 DC-65 Hz を設定した．表 2.1.2 から DFG の性能がロケット実験の要求を満足していることがわかる．

表 2.1.1 S-310-40 号機搭載 DFG の仕様

センサ部	寸法	80 mm × 40 mm × 40 mm
	重量	0.225 kg
電気回路部	寸法	180 mm × 140 mm × 60 mm
	重量	1.737 kg
	電源電圧	28 V
	消費電流	140 mA@25°C

表 2.1.2 観測ロケット実験において磁力計に要求される性能及び将来ミッションのための中間目標性能, S-310-40 号機搭載 DFG の性能

要求項目	観測ロケット実験における要求値	中間目標	開発した磁力計の性能
磁場の測定精度・分解能	精度 1500 nT (4.9 ビット相当、 ±45000 nTレンジ)	分解能 1.7 nT (16 ビット相当、 ±57000 nTレンジ)	分解能: 17.1 ビット (0.79 nT、±57000 nTレンジ) 精度: 16 ビット (1.7 nT、帯域: DC- 1 Hz) 線形精度: 13.0 ビット (0.012 %)
測定周波数帯域	DC-10 Hz	DC-65 Hz	DC-14 Hz

## 2.2 デルタシグマ DAC の動作原理

デルタシグマ変調技術[Inose et al., 1963; Candy et al., 1985]を利用したデルタシグマ DAC は、抵抗ラダー型や電流出力型等の DAC に比べて高分解能・高精度（16 ビット以上）という特徴を持つ。デルタシグマ DAC はデルタシグマ変調器と後段に配置されたアナログローパスフィルタから成る。図 2.2.1 に 1 次型 1 ビットデルタシグマ変調器の z 変換モデルを示す[Norsworthy et al., 1996].

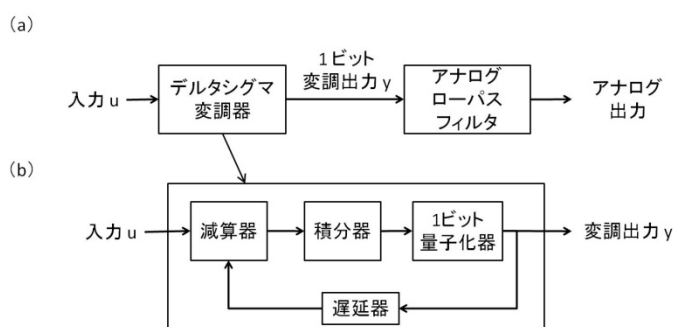


図 2.2.1 1 次型 1 ビットデルタシグマ変調器のブロック図. (a)デルタシグマ DAC はデルタシグマ変調器とアナログローパスフィルタから成る. (b)1 次型 1 ビットデルタシグマ変調器の機能ブロック図. 変調器は減算器と積分器, 1 ビットの量子化器, 遅延器から成る.

デルタシグマ変調では、遅延器を通して得られるひとつ前の出力と入力  $u$  の差を取り、積分し、1 ビットに量子化したものを新しい出力  $y$  とする。量子化に伴って生じる量子化誤差  $e$  は時間微分されることにより、量子化雑音の周波数スペクトルは高い周波数に偏って分布する。これはノイズシェーピング効果と呼ばれ、デルタシグマ変調の最大の特徴である。高周波域の量子化雑音は、後段のアナログローパスフィルタで遮断されるので、デルタシグマ DAC は高い分解能を実現できる。

オーバーサンプリング比 (OSR : Over Sampling Ratio) とデルタシグマ変調器のカットオフ周波数はデルタシグマ DAC の分解能を決める重要なパラメータである。デルタシグマ DAC における OSR は式(2.1)のように定義される。

$$OSR = \frac{f_m}{2fc} \tag{2.1}$$

ここで、 $f_m$  はデルタシグマ変調器の演算を行う周波数（変調周波数）、 $f_c$  はアナログローパスフィルタのカットオフ周波数である。変調周波数  $f_m$  を高くすると、量子化誤差の帯域が高周波域に広がり、低周波域のパワーが小さくなるので、デルタシグマ DAC の分解能が高くなる。OSR を大きくするために変調周波数  $f_m$  を高くするには、変調器が実装される FPGA の動作周波数を上げる必要がある。そのため、変調周波数  $f_m$  を FPGA の能力の限界以上に上げることはできない。また、能力として可能であっても、演算回数の増加は消費電力の増加につながる等の問題がある。デルタシグマ DAC の設計では、要求分解能に相当する OSR を満たし、かつデルタシグマ DAC を実現させるハードウェアやソフトウェアの能力を考慮した最適化を行うことが重要である。

例えば、1 次型の変調器では、SCOPE 計画の要求を実現するために理論上必要な変調周波数  $f_m$  が 8 MHz であり、この変調周波数の変調器を FPGA に実装することは多大な困難を伴うことが予想される。そのため、1 次型の変調器を用いて実現することは困難である。積分器を 2 つ有する 2 次型 1 ビットデルタシグマ変調器では、量子化ノイズが 2 階微分される[Candy, 1985]。そのため、量子化ノイズのパワースペクトル密度は 1 次型に比べて、低周波域ではより小さくなるので、デルタシグマ DAC の分解能が高くなる。2 次型の変調器は、1 次型の変調器に比べて、低い変調周波数  $f_m$  で高分解能を実現できることがわかる。

## 2.3 BBM と DFG に組み込んだデルタシグマ DAC の仕様及び性能

### 2.3.1 BBM の仕様

デルタシグマ DAC を組み込んだデジタル磁力計を開発するにあたり、デルタシグマ DAC 単体の性能を評価するための BBM を製作した。前述のとおり、デルタシグマ DAC の性能は OSR や変調器の次数等に左右される。BBM では、表 2.3.1 に示す様々なパラメータでデルタシグマ DAC の性能を評価できるようにした。BBM の写真を図 2.3.1 に示す。この論文では、DFG に組み込んだデルタシグマ DAC と同じパラメータにおける性能について結果を示す。

表 2.3.1 BBM の仕様

		パラメータ
変調周波数 [kHz]	$f_m$	11、22、44、88
ALPF カットオフ周波数 [Hz]	$f_c$	65
オーバーサンプリング比	OSR	84、169、338、677
ALPFの次数		1~4次(バターワース型)

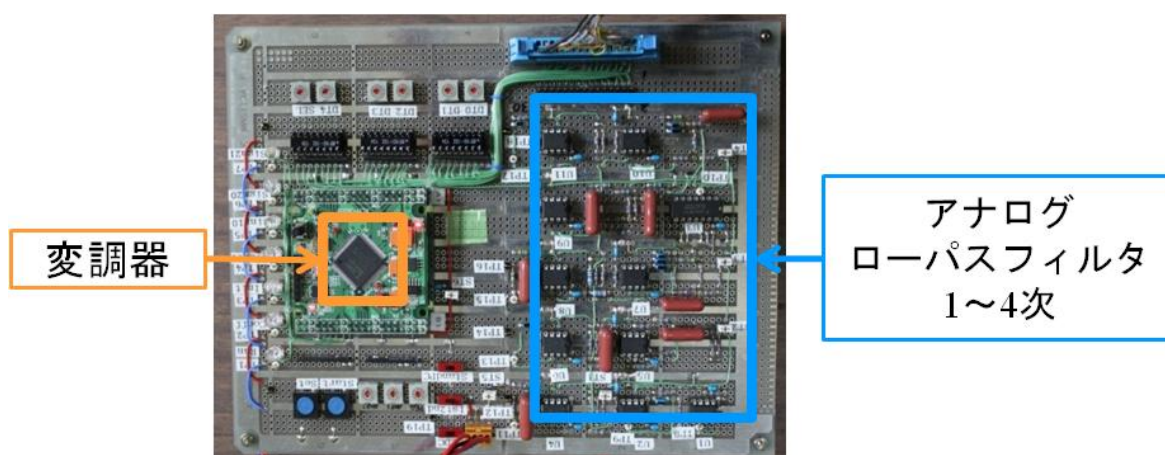


図 2.3.1 製作した BBM. 左側のオレンジ色で囲まれた領域が変調器を実装した FPGA, 右側の青色で囲まれた領域が 4 種類 (1~4 次) のアナログローパスフィルタである.

- ・ 変調周波数  $f_m$  とアナログローパスフィルタのカットオフ周波数  $f_c$   
 小型軽量・省電力化を目指すデジタル磁力計では,  $f_m$  を高くすることにより OSR を調整することが望まれる. そこで, BBM では  $f_c$  を 65 Hz に固定し,  $f_m$  を変えることにより OSR を変更する方針とした. 前述のとおり, 磁場計算モジュールでは  $f_0$  (11 kHz) の周波数で外部磁場が求められ, これが DAC への入力となるので, 変調周波数  $f_m$  として  $f_0$  の 2 のべき乗倍 (11, 22, 44, 88 kHz) を検討した.

- ・ 変調器の次数  
 2.2 節で述べたとおり, 1 次型の変調器では, 分解能 16 ビット以上を達成することは困難である. 2 次型のデルタシグマ変調器で, 変調周波数  $f_m$  を最大の 88 kHz, アナログローパスフィルタのカットオフ周波数を 65 Hz, OSR を 677 とすれば, 理論上のノイズレベル計算[Norsworthy et al., 1996]では, このパラメータで 20 ビットを満足する.

### 2.3.2 BBM の性能

本項では, BBM の性能評価結果のうち, DFG に組み込んだデルタシグマ DAC と同じパラメータを採用した場合の性能評価結果を示す. DFG に組み込んだデルタシグマ DAC の構成を図 2.3.2 に示す. この DAC で用いたパラメータを表 2.3.2 に示す. 前述のとおり, 変調周波数  $f_m$  を 88 kHz, カットオフ周波数  $f_c$  を 65 Hz とすることで, OSR は 677 となる.

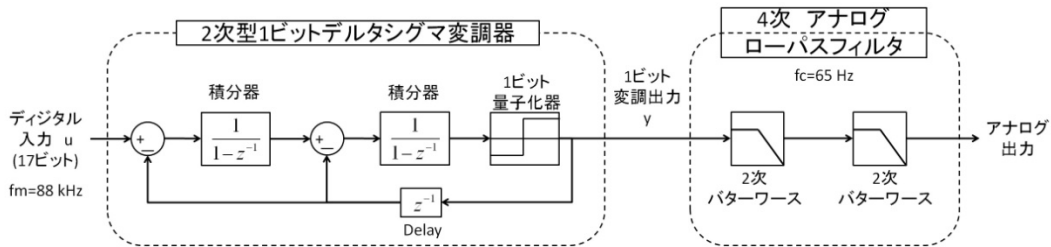


図 2.3.2 S-310-40 号機搭載 DFG に組み込んだデルタシグマ DAC の構成. 2 次型 1 ビットデルタシグマ変調器と 4 次バターワース型アナログローパスフィルタで構成される.

表 2.3.2 S-310-40 号機搭載 DFG のために開発したデルタシグマ DAC の仕様

変調方式	1 ビット、Boser-Wooley型、2次型
変調周波数	88 kHz
アナログフィルタ	4次、バターワース型
デルタ-シグマDACのカットオフ周波数 (アナログフィルタのカットオフ周波数)	65 Hz
オーバーサンプリング比	677

図 2.3.3 にデルタシグマ DAC の性能評価方法を示す. PC を使ってデルタシグマ DAC にデジタル値を入力する. アナログ出力を ADC ボード (インターフェース社, PEX320724) でデジタル値に変換して, PC に取り込む. この ADC の分解能は 24 ビットで, ADC を含めた測定系がもつノイズレベルは  $13 \mu\text{Vrms}$  (分解能 18.6 ビット) 程度であるため, 中間目標の分解能 16 ビットを十分に評価できる. デジタル入力とデジタル出力を比較することでデルタシグマ DAC の諸特性を評価した.

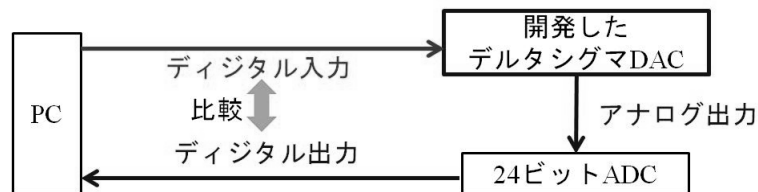


図 2.3.3 デルタシグマ DAC の評価システム.

図 2.3.4 に測定データの一例として, DC (0.5 F.S.) を入力したときのデジタル出力値を示す. このデジタル出力にはデルタ-シグマ DAC のノイズと測定系のノイズが含まれている. 分解能および線形性誤差の評価実験では, サンプリング周波数 128 Hz のデータを 4 秒間取得し, 評価に用いた. 分解能評価実験では, 出力値から計算される標準偏差が分解能であるとした. 線形性誤差の評価実験では, 出力の平均値を出力の代表値とした.

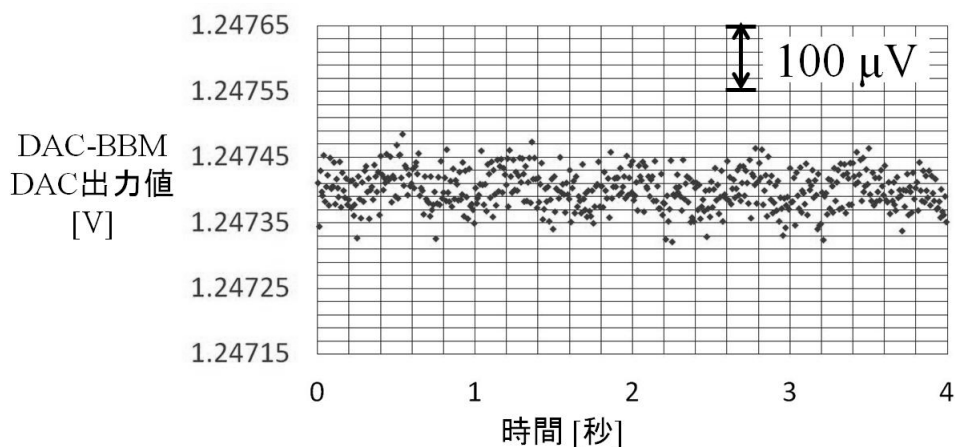


図 2.3.4 BBMにDCのデジタル値(0.5 F.S.)を入力したときの出力電圧. 横軸は時間, 縦軸は測定電圧である.

入出力特性と線形性誤差の評価結果

図 2.3.5 にデルタシグマ DAC の入出力特性を示す. 図 2.3.5 の測定結果を直線で近似し, 近似直線と測定結果のずれを線形性誤差として評価した. 下に凸に湾曲した線が近似直線と測定結果の差である. この曲線の最大値と最小値の差が  $500 \mu V$  なので, フルスケール約  $5 V$  に対して線形性誤差はフルスケールの  $0.01 \%$  以下 (線形精度 13.3 ビットに相当) であることがわかる.

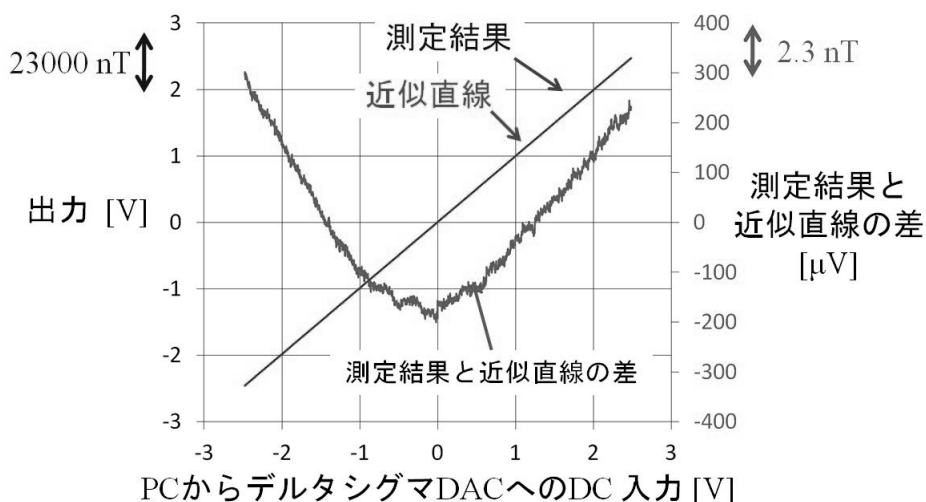


図 2.3.5 デルタシグマ DAC の入出力特性. 横軸は PC から DAC への入力値. 測定結果 (出力の代表値) と近似直線の縦軸は左, 近似直線と測定結果の差の縦軸は右に取っている.



## 分解能の評価結果

DC 入力値を変えて出力のノイズを測定した。図 2.3.6 に出力値から計算した標準偏差（青線）を示す。測定系がもつノイズによって、18.6 ビットよりも高い分解能（図 2.3.6 のノイズレベル  $13 \mu\text{V}$  以下の塗りつぶされた領域）は評価できない。しかし、観測ロケットで要求される分解能 16 ビット（ $80 \mu\text{V}$  相当）を評価するには十分な精度を持つことがわかる。観測ロケットで実際に測定する磁場範囲（ $\pm 45000 \text{ nT}$ , 0.8 F.S. 以下）において、ノイズの標準偏差は約  $20\text{-}30 \mu\text{V}$  であり、これは、およそ 18 ビットに相当する。したがって、開発した DAC は中間目標である分解能  $80 \mu\text{V}$ （16 ビット,  $1.7 \text{ nT}$ ）を満足している。

デルタシグマ DAC は入力値に依存した特定周波数のトーンノイズを発生させる [Gray, 1989]。0 V 付近と 0.8 V 付近を入力したときの出力値には、アナログローパスフィルタ以下の低周波トーンノイズが表れたため、分解能が低下している。実際の磁場観測では、外部磁場の変動やセンサ自身を持つノイズによってトーンノイズは抑えられる。トーンノイズに関する詳細な評価実験については、別の論文で報告する予定である。図 2.3.6 の赤線は BBM の測定結果（青線）と同じパラメータをもちいて数値シミュレーションにより分解能を計算した結果である。測定結果と同様に、入力値が最大または最小値に近いほどノイズが大きくなる結果が得られている。しかし、以下の 2 点については数値シミュレーション結果と測定結果が異なる。

1 入力値が最大または最小付近のとき、シミュレーション結果のノイズよりも測定結果のノイズの方が小さい。

2 入力値が 2 V から -2 V のときのシミュレーション結果では、分解能が最高で 20 ビットに達しているが、測定結果では分解能が 18 ビット程度である。これらの原因については、現在のシミュレーションの妥当性を再度検討する予定である。

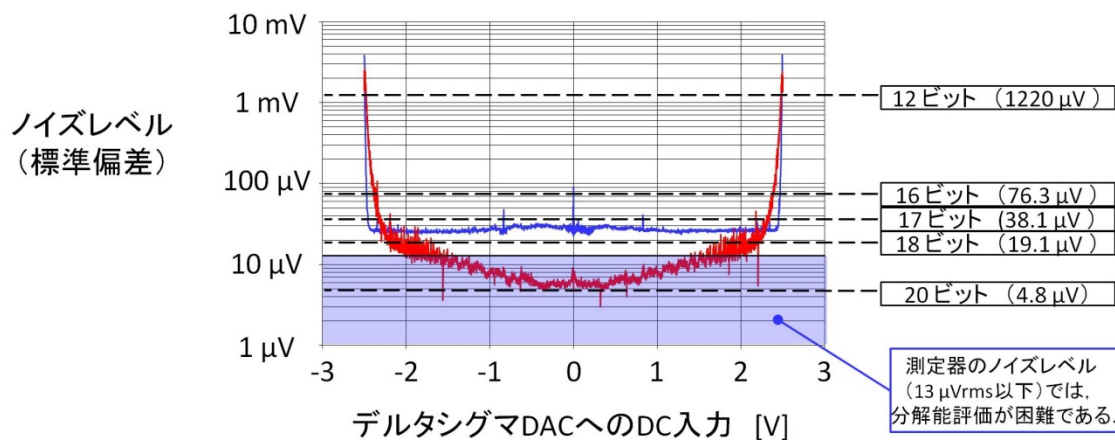


図 2.3.6 BBM のノイズレベルと分解能。横軸は PC から DAC への入力値、縦軸は出力値から計算した標準偏差である。観測ロケットで実際に測定する磁場範囲（ $\pm 45000 \text{ nT}$ , 0.8 F.S. 以下）において、BBM の分解能は要求値（ $80 \mu\text{V}$ , 16 ビット）を満足している。

### 周波数特性の評価結果

デルタシグマ DAC の測定帯域における周波数特性は、後段のアナログローパスフィルタによって決まる。カットオフ周波数 65 Hz で設計したアナログローパスフィルタの特性を評価するために、BBM に 1 Hz から 80 Hz の正弦波を入力し、出力値から振幅を求め、出力振幅特性を調べた。ロケット実験で観測される正弦波振幅の最大値は地磁気の全磁力であるため、内之浦における全磁力に相当する 0.8 F.S. を入力振幅とした。図 2.3.7 に出力振幅特性の結果を示す。振幅比が -3 dB になるカットオフ周波数は 67 Hz であり、設計値の 65 Hz とほぼ等しい。観測ロケットで要求されている測定周波数帯域 DC-10 Hz よりも十分高いカットオフ周波数であることがわかる。

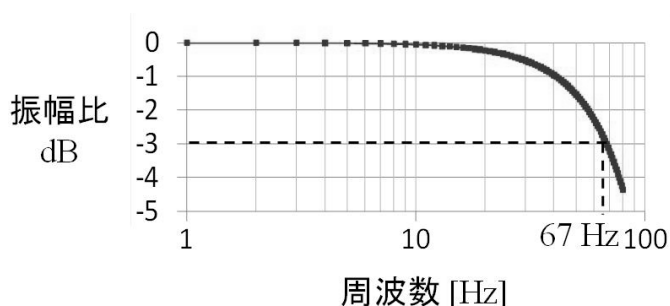


図 2.3.7 振幅が 0.8 F.S. のときの出力振幅特性。縦軸は振幅比[dB]、横軸は入力した周波数である。

### BBM と DFG に組み込んだデルタシグマ DAC の比較

表 2.3.2 に示したデルタシグマ DAC のパラメータを用いて、BBM の性能評価結果を表 2.3.3 にまとめた。このパラメータを持つデルタシグマ DAC を組み込んだ DFG を開発した。

表 2.3.3 DFG に組み込んだデルタシグマ DAC と同じパラメータを持つ BBM の性能

分解能	約18 ビット
線形精度	13.3 ビット
周波数帯域	DC-67 Hz

BBM のアナログ出力電圧範囲 ( $\pm 2.5 \text{ V}$ ) と DFG に組み込んだデルタシグマ DAC のアナログ出力電圧範囲 ( $\pm 3.0 \text{ V}$ ) は異なる. アナログローパスフィルタ回路の回路定数を変えることにより, 出力電圧範囲を変更したが, フィルタの周波数特性を変えないように回路定数を調整したため, デルタシグマ DAC の OSR は変わらない.

他にも DFG に組み込んだデルタシグマ DAC と BBM の DAC が異なる点として電源回路が挙げられる. BBM ではバッテリーまたは, 安定化電源を直接接続する回路になっているが, DFG の電源回路は DC-DC コンバータと三端子レギュレータを内蔵している. このような電子回路の違いから, DFG に組み込んだデルタシグマ DAC が BBM と同程度の性能を達成できていることを調べる必要がある. そこで, DFG のデルタシグマ変調器モジュールに DC 入力 ( $0.5 \text{ F.S.}$ ) を与え, BBM での測定結果と比較した.

測定結果を図 2.3.8 に示す. DFG に組み込んだデルタシグマ DAC の出力値から計算した標準偏差は  $43 \mu\text{V}$  ( $17.1$  ビット相当) で, BBM での標準偏差  $29 \mu\text{V}$  ( $17.4$  ビット相当) にほぼ等しい. DFG に組み込んだデルタシグマ DAC は BBM と同程度の分解能を有していることを確認できた.

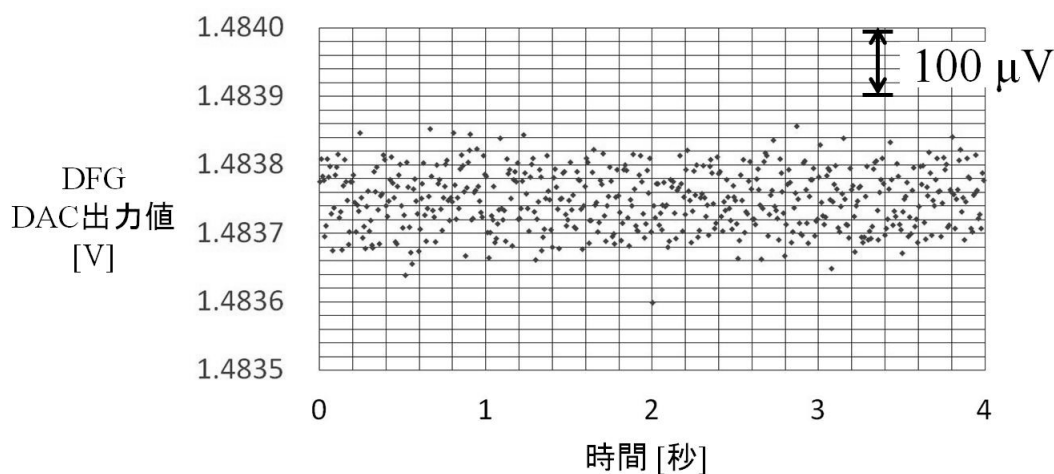


図 2.3.8 DFG に組み込んだデルタシグマ DAC の出力値の時系列プロット. DAC に DC のデジタル値 ( $0.5 \text{ F.S.}$ ) を入力したときの出力電圧値を示している.

## 3 性能評価試験

### 3.1 周波数特性の評価

フラックスゲート磁力計の周波数特性はフィードバックループの周波数特性によって決まり、フィードバックループの周波数特性はフィードバックループ中の信号の増幅率に依存する。S-310-40 号機では FPGA 内で計算された磁場にゲインパラメータ  $G_{\text{FPGA}}$  を乗算して増幅率を変えられる。要求される磁力計の周波数帯域 DC-10 Hz を測定できるようにゲインパラメータ  $G_{\text{FPGA}}$  を調整し、周波数特性を評価した。

#### 3.1.1 試験方法と測定システム

外部磁場の周波数が磁力計のフィードバックの持つ特性周波数より低ければ、外部磁場はフィードバック磁場によってセンサで正確に打ち消され、出力値は正確に外部磁場となる。しかし、外部磁場の周波数がフィードバックの特性周波数より高い場合には、外部磁場を打ち消すフィードバック磁場が高周波の磁場変動に追い付けず、振幅が小さくなったり、位相が遅れたりする。そのため、出力値の振幅も印加磁場の振幅より小さくなる。

磁力計の周波数応答は、磁力計のセンサへの印加磁場に対する出力値を計測することによって得られる。

まず、FPGA の磁場計算モジュール内で信号の増幅率を変えるゲインパラメータ  $G_{\text{FPGA}}$  を変えて、振幅比が  $-3$  dB となるカットオフ周波数を調べ、ロケット搭載時に採用する  $G_{\text{FPGA}}$  を決めた。観測ロケット S-310-40 号機の観測時のスピン周波数は約 1 Hz で設計されており、この周波数に伴う磁場変動を正確に測定するために、採用する  $G_{\text{FPGA}}$  を①カットオフ周波数が 10 Hz 以上になる値とした。また、後述するように増幅率  $G_{\text{FPGA}}$  が大きすぎるとフィードバックが過多となり、フィードバックループが不安定になる現象が発生した。そのため、ループレスポンスの安定度を維持できるように①の条件を満たす  $G_{\text{FPGA}}$  のうち、②最小の  $G_{\text{FPGA}}$  を採用する。

次に、採用した  $G_{\text{FPGA}}$  で周波数応答を測定した。印加する磁場はロケットの飛行中に観測される最大磁場強度 45000 nT の振幅を持つ正弦波で、周波数を 1 Hz から 100 Hz まで変化させた。

実験室における 10 nT~100 nT 程度の外乱磁場が計測に与える影響を無視できるようにするため、宇宙科学研究所の磁気シールド室内で周波数特性の評価を行った。この磁気シールド室では、室外の直流磁場を約 60 dB 減衰させられるので外乱磁場は 0.01nT~0.1 nT 程度となり、外乱磁場が目標分解能 1.7 nT より十分小さい。磁気シールド室内にはデータを取得するためのパソコン等を設置しなければならないので、それらから発生する磁場ノイズ (10 nT 程度) の影響を目標磁場分解能 1.7 nT より小さくするために、外部磁場を約

40 dB 減衰させる円筒型 3 層構造の磁気シールドケースを磁気シールド室内に設置した。シールドケースの中に磁場印加用コイルを入れ、コイルの中心にフラックスゲートセンサを置いた。

測定システムは図 3.1.1 のように 2 つに分かれる。一つはセンサに磁場を印加し、その印加磁場を測定するシステム、もう一つは磁力計で測定された磁場データを収集するシステムである。磁場印加回路は Signal Generator (SG, Tabor Electronics 社, Waveform/Function Generator 8023) と磁場印加用コイル、抵抗を直列接続し、SG でコイルに正弦波電圧を印加してセンサに磁場を与える。抵抗側の電圧を測定することでコイルに流れる電流を計算し、コイル定数  $1005.31 \text{ nT/mA}$  を用いて印加磁場の振幅を求める。印加磁場の測定精度が磁力計の測定磁場分解能 16 ビットを満たすために、BBM の性能評価試験で使用した ADC ボードで抵抗側の電圧を測定した。

磁力計で測定された磁場データはインターフェース (I/F: InterFace) 装置によって収集され、テレメータデータにフォーマットして LAN 経由でデータ収集 PC に配信される。磁力計のデータを収集する PC では、配信されたデータの受信と保存を行う。磁力計の電源には安定化電源 (KIKUSUI 社, PMM25-1TR) を使用した。

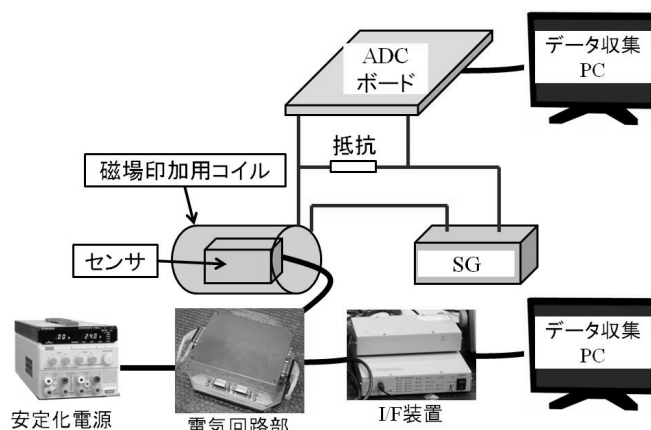


図 3.1.1 周波数特性試験の測定システム。Signal Generator (SG) で 1 Hz から 100 Hz の正弦波信号を磁場印加用コイルにかけてセンサに磁場を与える。磁場印加回路中の抵抗端電圧を測定し、コイルに流れる電流から印加磁場を求める。抵抗端電圧の測定と同時に磁力計で磁場を測定し、磁場データを収集する。2 つの振幅比から周波数特性を評価する。

### 3.1.2 結果及び考察

図 3.1.2 には横軸をゲインパラメータ  $G_{\text{FPGA}}$  として、カットオフ周波数を示している。図 3.1.2 から  $G_{\text{FPGA}}$  が大きいとカットオフ周波数が高くなることが分かる。これは、ゲインが大きくなるとフィードバック量も大きくなり、磁場振幅の大きな信号や高い周波数の信号にも応答できるようになるためである。一方で  $G_{\text{FPGA}}$  が大きすぎるとフィードバックが多くなり、不安定になってフィードバックの機能を果たすことができなくなる現象が発生した。図 3.1.2 から  $G_{\text{FPGA}}$  が  $-25$  のとき、カットオフ周波数が 10 Hz 以上で、最も  $G_{\text{FPGA}}$

が小さいことから、ロケットへ搭載するにあたり適切な  $G_{FPGA}$  であることがわかる。したがって、 $G_{FPGA}$  には -25 を採用した。

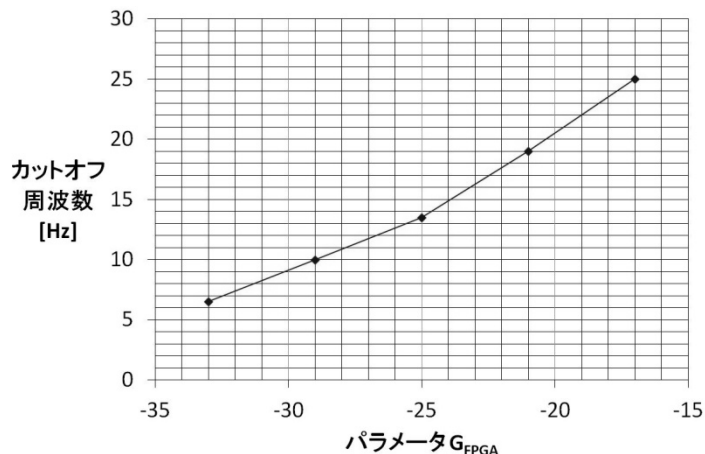


図 3.1.2 ゲインパラメータ  $G_{FPGA}$  を変化させたときのカットオフ周波数の測定結果.  $G_{FPGA}$  が大きいほどフィードバックの量が大きくなり、カットオフ周波数が高くなる。

図 3.1.3 にゲインパラメータ  $G_{FPGA}$  が -25 のときの周波数特性を示す。横軸が印加磁場の周波数 [Hz]、縦軸が振幅比 [dB] である。図 3.1.3 から 10 Hz 以下の周波数では振幅比が 0 dB なので、減衰なく正確に磁場振幅を測定できていることがわかる。10 Hz 以上の周波数では、周波数が高くなるほど振幅比は小さくなる。図 3.1.3 の直線は 10 Hz から 100 Hz までの測定結果を直線で近似したもので、この直線に基づくカットオフ周波数 (-3 dB) は 14 Hz であった。したがって採用した  $G_{FPGA}$  でロケットのスピン周波数 (約 1 Hz) に伴う磁場変動を測定できることがわかる。

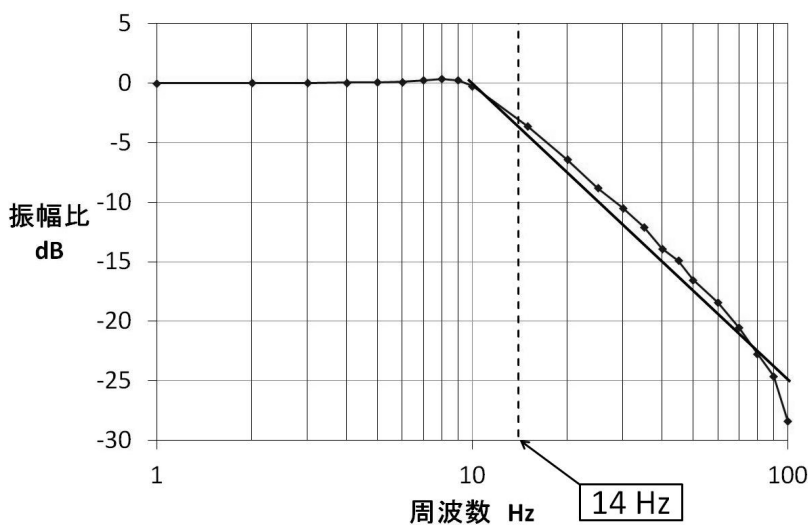


図 3.1.3 ゲインパラメータ  $G_{FPGA}$  が -25 のときの磁力計の周波数特性. 点は測定データから計算した振幅比, 直線 (実線) は 10 Hz から 100 Hz までの振幅比のデータを近似した結果を表す. カットオフ周波数 (-3 dB) は 14 Hz (破線) である。

## 3.2 分解能の評価

微小な磁場の測定が要求される磁力計にとって、分解能の評価は必要不可欠である。本節では開発した磁力計の分解能の評価結果を示す。

### 3.2.1 ノイズ評価のための指標

ノイズの評価は、外乱磁場が小さな場所で磁力計が測定した磁場を磁力計がもつノイズであるとして評価した。ノイズの指標として以下の 3 つを測定磁場から計算し、分解能を評価した。

- 1) 0.1~10 Hz の帯域における測定磁場の標準偏差
- 2) 1 Hz におけるノイズスペクトル密度[pT/√Hz]
- 3) ノイズの分布

1)と 2)はフラックスゲート磁力計のノイズの指標としてよく用いられる[Primdahl, 1979]。ここでは、測定したデータに 0.1 Hz から 10 Hz のバンドパスフィルタをかけたデータの標準偏差を計算した。また、2) 1 Hz におけるノイズスペクトル密度についても計算した。本研究では、フィードバックにデルタシグマ DAC を組み込んでいる。このデルタシグマ DAC はデルタシグマ変調器において、トーンノイズと呼ばれる周期的なノイズを発生させる。トーンノイズが磁力計のノイズに与える影響を調べるために 3)磁力計のノイズの分布を調べた。

### 3.2.2 試験方法と測定システム

実験室の装置や商用電源から発生する外乱磁場（10~100 nT 程度）は、目標とする磁場分解能 1.7 nT より大きい。この外乱磁場と磁力計のノイズを切り分けるために磁気シールド室内で磁力計のもつノイズを測定した。さらに磁気シールド室に持ち込むパソコンや安定化電源などの外乱磁場と磁力計のもつノイズを切り分けるために、円筒型 3 層構造の磁気シールドケースの中にセンサを置いた。円筒型磁気シールドケースの開口方向の磁場減衰率は開口方向に対して垂直な方向の磁場減衰率に比べて低いので、開口方向の感度軸は他の 2 軸に比べて外乱磁場の影響を受けやすい。そのため、ノイズを評価するセンサの感度軸を磁気シールドケースの開口方向に対して垂直に向けて 1 軸毎に磁場を測定し、分解能を評価した。

測定システムを図 3.2.1 に示す。分解能評価では、磁場を 150 秒間測定した。周波数特性試験と同様に、I/F 装置を介して磁力計のデータを収集する。

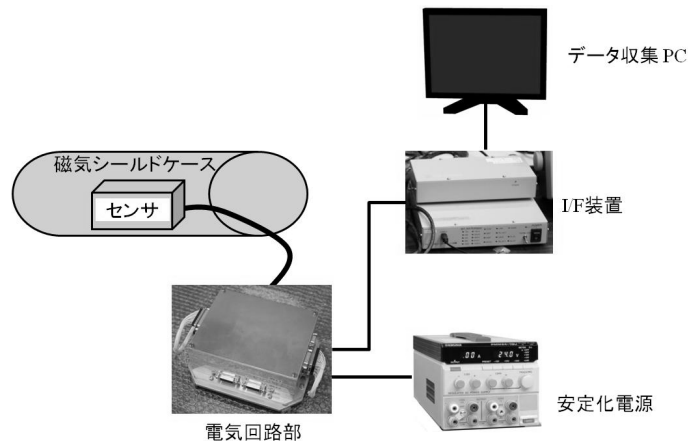


図 3.2.1 分解能を評価するためのノイズ測定システム. 測定した磁場データは電気回路部中の FPGA から I/F 装置に送られる. I/F 装置に蓄積されたデータは LAN 経由でデータ収集 PC に配信される. データ収集 PC でデータの受信と保存を行う.

### 3.2.3 結果と考察

図 3.2.2 に測定した磁場データの 1 例を示す.

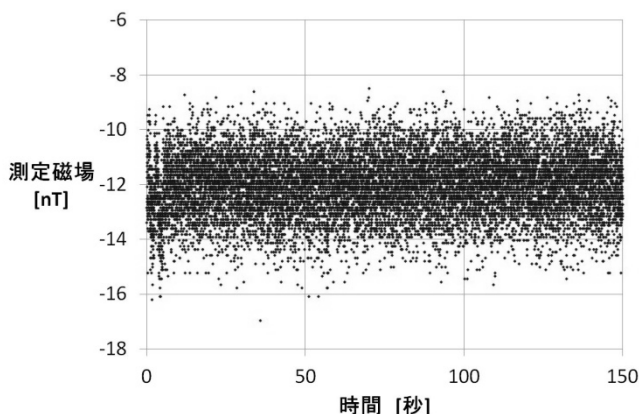


図 3.2.2 開発した磁力計の出力ノイズ. 横軸は時間[秒], 縦軸は測定磁場[nT]である. 150 秒間磁場を測定した. 取得データのサンプリング周波数は 200 Hz である. 測定データは I/F 装置から 20 ビットで出力されるので測定磁場の量子化値は約 0.01 nT/digit である.

#### 1) 0.1~10 Hz の帯域における測定磁場の標準偏差

図 3.2.2 に示した測定磁場をフーリエ変換し, 変換したデータの帯域外(0.1 Hz から 10 Hz 以外) の成分を全て 0 にすることによってバンドパスフィルタをかける. フィルタリングしたデータを逆フーリエ変換すると 0.1 Hz から 10 Hz に帯域制限された時系列の磁場データを得る. フーリエ変換を行う前にフーリエ変換のウィンドウ (測定時間 150 秒) よりも



長周期の磁場変動を取り除く．そのために図 3.2.2 に示した測定磁場の時間に対する磁場の変化率を最小二乗法により計算し，以下の式を用いて測定磁場を補正した．

補正值 (図 3.2.3) = 測定値 (図 3.2.2) - 変化率 × 時間 - 測定値 (図 3.2.2) の平均値

図 3.2.3 に長周期の磁場変化を取り除いた補正データ (青点) とバンドパスフィルタをかけた後のデータ (緑点) を示す．試験を 4 回行った結果，標準偏差の平均値は 0.79 nT で，標準偏差の最大値と最小値の差は 0.20 nT であった．この結果からノイズの標準偏差が目標分解能 1.7 nT より小さいので，要求を満たしている事がわかる．

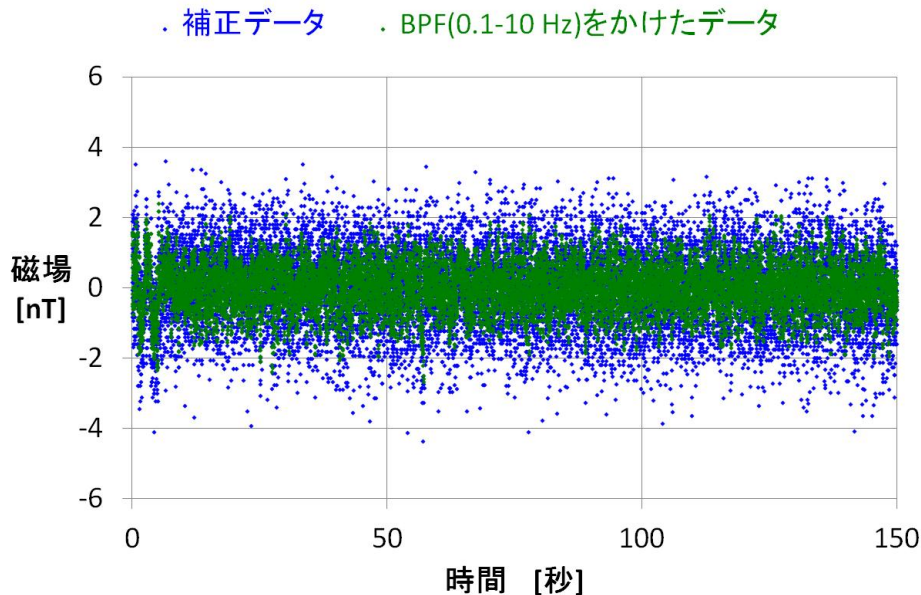


図 3.2.3 バンドパスフィルタをかけた後の時系列データ (緑点)．横軸は時間[秒]，縦軸は測定磁場[nT]，サンプリング周波数は 200 Hz である．青点はバンドパスフィルタをかける前の長周期変動を取り除いた補正データである．

## 2) 1 Hz におけるノイズスペクトル密度

フーリエ変換した補正データのノイズスペクトル密度 [ $\text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ ] を図 3.2.4 に示す．図 3.2.4 の縦軸はパワースペクトル密度である．周波数に対するノイズスペクトル密度の傾きは約 10 Hz を境に大きく異なる．低周波域のノイズスペクトル密度は 100-300  $\text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$  であり，周波数の変化に対して大きな変化はない．一方，10 Hz 以上の高周波域ではノイズスペクトル密度が 25 dB/dec で減衰している．このノイズスペクトルは磁力計の周波数特性を反映している．1 Hz 付近でのノイズスペクトル密度は約 200  $\text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$  であった．

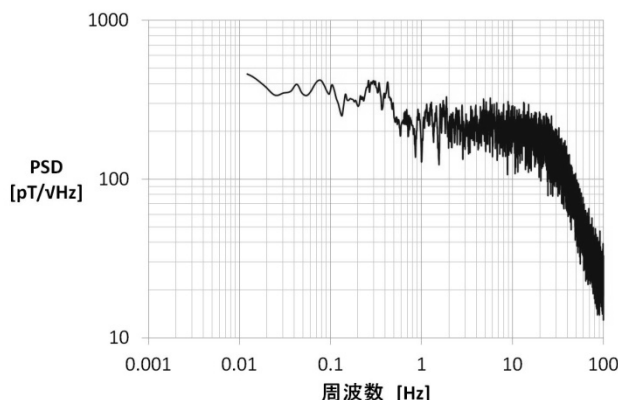


図 3.2.4 測定したデータのパワースペクトル密度  
横軸は周波数[Hz]，縦軸はパワースペクトル密度[pT/√Hz]を表す。

1)及び 2)の結果と先行研究の比較

フラックスゲート磁力計のノイズはセンサに起因するノイズと電気回路に起因するノイズの 2 種類に分けられる。表 3.2.1 に[Primdahl, 1979]でまとめられたノイズの値の一部を示す。本研究で使用したフラックスゲート磁力計のセンサも表 3.2.1 に示したセンサと同じリングコア型であり性能はほぼ同等である。表 3.2.1 の先行研究から、センサノイズの標準偏差は 20 pT 以下，ノイズスペクトル密度は 10 pT/√Hz @ 1 Hz 以下である。これに対して、実際の測定で得られた標準偏差は 0.79 nT，ノイズスペクトル密度は 200 pT/√Hz と大きい。

表 3.2.1 センサのノイズ[Dyal and Gordon, 1973; Snare and McPherron, 1973; Acuna, 1974]

Reference	ノイズスペクトル密度 pT/√Hz @ 1 Hz	標準偏差 pT (0.1-10 Hz)
Dyal and Gordon (1973)	8.1	19.6
Snare and McPherron(1973)	3	7.9
Acuna(1974)	8.2 (注:@2.5 Hz)	10.8

以上のことから、測定されたノイズの主な要因は電気回路部であると考えられる。磁力計は外部磁場とフィードバック磁場の差を検出し、その差の積分値をセンサへフィードバックする。そのため、磁力計のノイズレベルはフィードバック磁場の精度で決まり、フィードバック磁場の精度はデルタシグマ DAC の精度で決まる。しかし、デルタシグマ DAC への入力値の量子化ビット数がデルタシグマ DAC の精度より低ければ、フィードバック磁場の精度はデルタシグマ DAC への入力値の量子化ビット数に制限される。開発したデルタシグマ DAC の精度が 18 ビットであるのに対し、DAC への入力値の量子化ビット数は 17 ビットである。したがって、開発した磁力計では 17 ビットの 1 LSB に相当する磁場がノイズになると考えられる。校正試験で得たダイナミックレンジ (±57766.5 nT) から、17 ビットの 1 LSB は 0.86 nT に相当する。1 LSB に相当する磁場 (0.86 nT) と測定した磁場の

標準偏差 (0.79 nT) がほぼ等しいことから、開発した磁力計のノイズレベルはデルタシグマ DAC の精度だけではなく、DAC への入力値の量子化ビット数で決まっていると考えるのが妥当である、

- ・ SCOPE 衛星や将来の磁気圏探査衛星搭載磁力計の目標分解能との比較

フィードバックに配置した抵抗値とデルタシグマ DAC の分解能はそれぞれダイナミックレンジとフィードバックの分解能を決定する。抵抗値を小さくしてダイナミックレンジを絞れば、フィードバックの磁場分解能を小さくすることができる。科学観測ロケットのダイナミックレンジ±57766.5 nT は SCOPE 衛星の観測モード時のダイナミックレンジ±512 nT に比べて約 100 倍大きい。抵抗値を変えて SCOPE 衛星のダイナミックレンジ (±512 nT) にすれば、フィードバックの分解能も 100 分の 1 の 0.0079 nT になるので、SCOPE での分解能をほぼ実現できる。

しかし、将来の磁気圏探査衛星では、より広いダイナミックレンジを持ち、同程度の分解能が必要となる。前述の通り、デジタルプロセッサで求めるデルタシグマ DAC への入力値の量子化ビット数を将来ミッションで目標とする精度 (20 ビット) 以上にすることが前提であるが、デルタシグマ DAC の精度向上が必須である。さらに開発を進めて、デルタシグマ DAC の分解能を、たとえば 3 ビット上げることができれば±4096 nT のダイナミックレンジを持ちながら、磁場分解能 0.0079 nT を維持できる。DAC の分解能が向上し、センサのバルクハウゼンノイズより小さくなれば、磁力計のノイズの主な要因はセンサのノイズとなる。

### 3) ノイズの分布

バンドパスフィルタをかけたデータ (図 3.2.3 の緑点) の分布を図 3.2.5 に示す。ノイズの分布は中心 (0 nT) 付近のデータ数が多く、正規分布に近いことが分かる。

開発した磁力計のように、フィードバックのノイズレベル (18 ビットデルタシグマ DAC の 1 LSB) が DAC への入力値の精度 (デルタシグマ DAC への入力値 17 ビットの 1 LSB) に対して小さい磁力計に DC 磁場が与えられた場合を考える。フラックスゲート磁力計はセンサで検出された磁場を打ち消すようにフィードバック値を制御するため、フィードバックの波形は DC 磁場を相殺するのに最も近い 2 値 (DC 磁場よりわずかに大きいフィードバック磁場とわずかに小さいフィードバック磁場) を行き来する波形となる。フィードバック値は 11 kHz で更新されるため、フィードバックの波形は DC 磁場に比べて高い周波数である。このフィードバックの分布を図 3.2.5 のように表せば、DC 磁場を相殺するのに最も近い 2 値でそれぞれピークを持つ形となる。しかし、実際の磁力計のフィードバックループのカットオフ周波数が 14 Hz であることやデルタシグマ DAC のローパスフィルタによってフィードバックの信号帯域が DC から 65 Hz に制限されていること、さらに電気回路部中の FPGA で求められた 11000 vector/sec の磁場データにカットオフ周波数約 73 Hz の

FIR を掛けた磁場データ (200 Hz) がテレメータへ出力されていることから、フィードバックの高周波成分はカットされて低周波成分が残り、測定磁場の分布が正規分布のようになっていると考えられる。

これまで述べた通り、磁力計の分解能はデルタシグマ DAC への入力値の量子化ビット数により制限されているため、開発した磁力計のノイズ分布ではデルタシグマ DAC のトーンノイズが磁力計のノイズ分布に与える影響は見られなかった。磁力計のノイズの主要因がデルタシグマ DAC のノイズであれば、標準偏差やノイズスペクトルだけではなく、ノイズの分布を考慮して分解能を評価する必要が生じる。

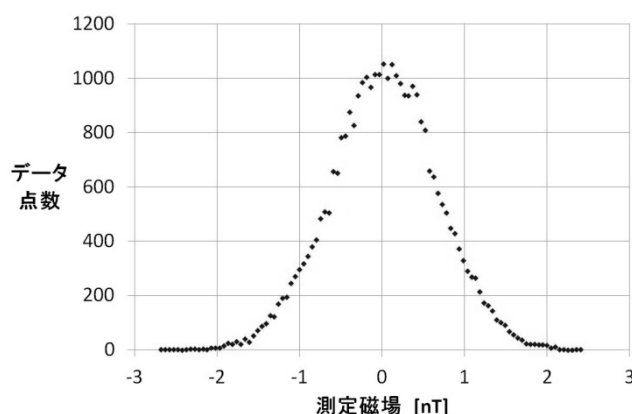


図 3.2.5 図 3.2.3 に示した補正データ (緑点) の分布. 横軸は測定磁場[nT], 縦軸はデータ点数を表す. ノイズの分布は正規分布のように中心 (0 nT) 付近のデータ数が多い.

### 3.3 線形性の評価

ネガティブフィードバックによって高い線形性をもつフラックスゲート磁力計の測定磁場は感度とオフセットによって直線で近似できる。しかし、フィードバック経路に配置された DAC が積分非線形性を持つとデジタル磁力計の線形性が損なわれる。本節では、磁力計の線形性について評価した結果を示す。

#### 3.3.1 試験方法

分解能評価試験と同様、磁気シールド室内で試験を行った。磁気シールド室内に設置した円筒型 3 層構造の磁気シールドケースに磁場印加用のコイルを入れ、コイルの中心にフラックスゲートセンサを配置した。センサに印加する DC 磁場の強度を変えて、その都度磁力計で印加磁場を測定する。印加磁場に対して測定磁場を直線で近似し、測定磁場と近似直線の差から線形性誤差を求める。

### 3.3.2 測定システム

測定システムは図 3.3.1 のように 2 つに分かれる。一つは印加磁場を測定するためのシステム、もう一つは磁力計で測定した磁場を収集するシステムである。

センサに磁場を印加する回路は 12 V の蓄電池と磁場印加用のコイル、 $68\Omega$  の抵抗、抵抗  $R$  を直列に接続した回路になっている。抵抗  $R$  を変えることでコイルに流れる電流を変えて、センサに印加する磁場強度を変える。抵抗  $R$  には 14 種類の抵抗値を用意し、蓄電池の極性を変えることで 28 ステップの磁場を印加した。 $68\Omega$  の抵抗端の電圧を ADC ボードで測定し、回路に流れる電流値とコイル定数 ( $1005.31\text{ nT/mA}$ ) から印加磁場を求めた。印加磁場の測定精度が磁力計の測定磁場分解能 16 ビットを満たすように分解能評価試験で用いた ADC ボードを使用した。この ADC ボードは 0.002 % の線形性誤差を持つが、ロケット実験では  $1500\text{ nT}$  (フルスケールに対して約 1.3 %) の磁場測定誤差が許容されるため、十分な精度で印加磁場を求めることができる。磁力計のデータ収集システムは 3.1 節の分解能評価と同様である。線形性評価試験では  $68\Omega$  の抵抗端の電圧を 10 秒間測定し、同時に磁力計のデータを取得した。

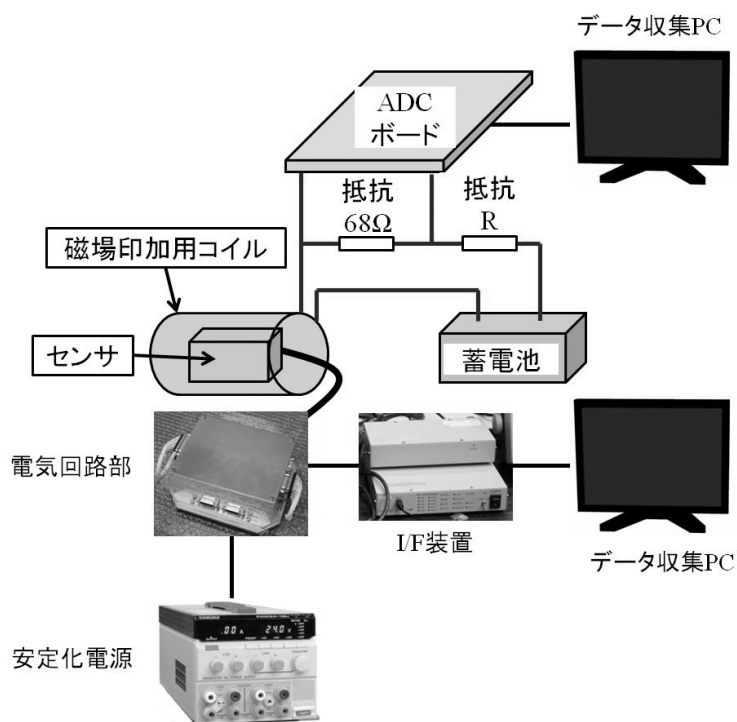


図 3.3.1 線形性の評価方法と測定システム。センサに磁場を印加する回路は 12 V の蓄電池と磁場印加用のコイル、 $68\Omega$  の抵抗、抵抗  $R$  を直列に接続した回路になっている。抵抗  $R$  を変えることでコイルに流す電流値を変え、 $68\Omega$  の抵抗端電圧から回路に流れる電流値を計算し、コイル定数 ( $1005.31\text{ nT/mA}$ ) を用いて印加磁場を求める。磁力計のデータ収集システムについては分解能評価と同様で、I/F 装置を介して測定磁場を取得する。

### 3.3.3 結果及び考察

図 3.3.2 に抵抗端の電圧から求めた印加磁場と磁力計で測定した磁場の平均値をプロットした結果を示す。測定磁場を直線で近似して、その直線から測定磁場を引いた結果、図 3.3.2 の△マークのように 0 nT 付近を原点对称にした波型の線形性誤差がみられた。この差の最大値は 24.1 nT であり、測定した磁場範囲±42000 nT に対して 0.0287 %の線形性誤差があることがわかった。ロケットの地磁気姿勢角を 2°の精度で決定するためには、磁場測定誤差は 1.3 %以下でなければならない。線形性誤差 0.0287 %はこの要求に対して 1/50 程度であるため、十分小さいといえる。

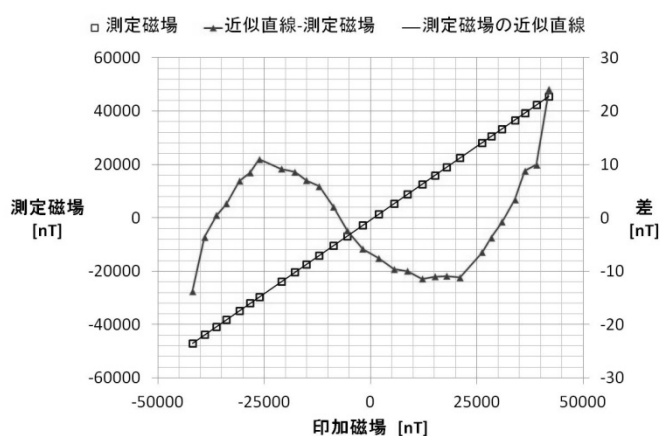


図 3.3.2 抵抗端電圧から計算した印加磁場と測定磁場の関係。横軸は印加磁場[nT]である。測定磁場を□マーク（左縦軸[nT]）、測定磁場の近似直線（実線）と測定磁場の差を△マーク（右縦軸[nT]）で示す。

前述の通り、磁力計の線形性は DAC の線形性に依存する。新規に開発したデルタシグマ DAC の線形性誤差は 0.01 %F.S.以下であるため、線形性誤差は図 3.3.2 の結果の 1/3 程度小さいことが期待される。

従来の 16 ビット DAC (AD766) を搭載した他の 2 軸についても磁力計の線形性誤差は 0.03%で、波型の線形性誤差がみられた。そのため、この線形性誤差の主な要因は線形性評価システムにあると考えた。そこで、S-310-40 号機のロケット実験終了後に過去に開発した従来の 16 ビット DAC (AD766) を組み込んだ実験室モデルを用いて線形性誤差の再評価を行った。

その結果、磁場印加回路に流れる電流によって図 3.3.1 に示した 68 Ω のセメント抵抗が発熱し、その温度変化によって抵抗値が変わることがわかった。印加磁場の最大値約 57000 nT に相当する最大の電流 (50 mA) を流す前と流した後の抵抗値を LCR メーターで測定すると、電流を流した後の抵抗値は 3%も大きくなっていった。磁場印加回路に流す電流が大きいほど抵抗値は大きくなるので、印加磁場は抵抗値が変わらない場合に比べて小さくなる。

印加磁場を強くするほど抵抗の温度が上昇して抵抗値が大きくなった場合の測定磁場（破線）と抵抗値が温度によって変化しない理想的な測定磁場（実線）の模式図を図 3.3.3 に示す。抵抗値が印加磁場に依存して大きくなると、抵抗値が変わらないときに比べて印加磁場を大きく見積もっている事になり、抵抗値変化がない実線の測定磁場に比べて測定磁場の絶対値が小さくなる。抵抗値が大きくなったときの測定磁場（破線）を直線で近似すると 2 点鎖線のようになり、その差をとると図 3.3.2 と同じような波型の線形性誤差（細い実線）が表れる。

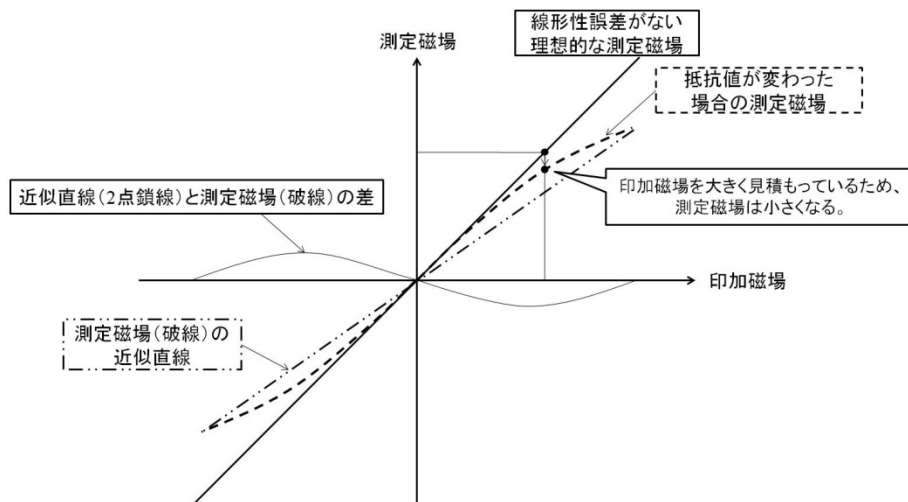


図 3.3.3 抵抗の温度に依存して抵抗値が大きくなったときの印加磁場と測定磁場の関係。横軸は印加磁場、縦軸は測定磁場、実線は抵抗値が変化しない理想的な測定磁場である。磁場印加回路を流れる電流によって  $68\Omega$  のセメント抵抗が発熱し、その電流の大きさに依存して抵抗値が大きくなった場合の測定磁場を破線で表す。抵抗値が大きくなると、印加磁場を大きく見積もっている事になり、線形性誤差のない実線に比べて測定磁場の絶対値が小さくなる。抵抗値が大きくなったときの測定磁場（破線）とそれを直線で近似した 2 点鎖線の差は細い実線のように波型になる。

図 3.3.1 に示したセメント抵抗  $68\Omega$  を温度係数の小さな抵抗（アルファエレクトロニクス社、PDY100R00A,  $2.5\text{ ppm}/^\circ\text{C}$ ）に変えて、過去に開発した実験室モデルの磁力計で線形性を再評価した。この磁力計の DAC はデルタシグマ DAC ではなく、従来の 16 ビット DAC（AD766）が組み込まれた磁力計である。試験の結果を図 3.3.4 に示す。図 3.3.2 と同様に  $\square$  マークは測定磁場、 $\triangle$  マークは近似直線と測定磁場の差を示している。近似直線と測定磁場の差から図 3.3.2 のような波型の線形性誤差が消え、差の最大値は  $10\text{ nT}$  と小さくなり、線形性誤差は  $0.012\%$  になった。したがって、ロケット搭載磁力計の線形性誤差も  $0.012\%$  と同程度またはそれ以下であったと考えられる。

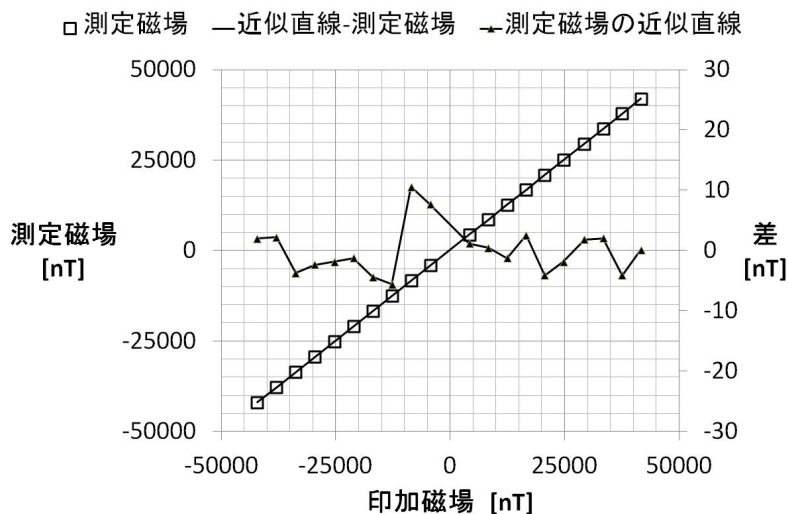


図 3.3.4 温度係数の小さな抵抗で測定した印加磁場と測定磁場の関係。横軸は印加磁場[nT]である。測定磁場を□マーク（左縦軸[nT]），測定磁場の近似直線（実線）と測定磁場の差を△マーク（右縦軸[nT]）で示す。線形性誤差は 0.012 %で，図 3.3.2 の線形性誤差の半分以下になった。

### SCOPE 衛星搭載磁力計の目標線形性誤差との比較

線形性誤差が小さくなれば，磁力計の線形性誤差を評価しているのか，評価システムの線形性誤差が表れているだけなのか区別が困難になる。たとえば，評価システムに組み込まれている DAC は 0.002 %の積分非線形性を持ち，磁力計のフィードバック回路に組み込まれている抵抗値は 1℃の温度変化で 0.005 %変化する。したがって，線形性誤差 0.012 %には磁力計と評価システムの線形性誤差が混在していると考えられる。

SCOPE 衛星の目標線形性誤差は 14 ビット（約 0.005 %に相当）と小さいので，今後はデルタシグマ DAC の線形性を向上させつつ，線形性誤差を評価するシステムの線形性も向上させなければならない。

## 3.4 校正試験

柿岡にある気象庁地磁気観測所で観測される正確な地磁気データをもとに磁力計の感度，オフセット，感度軸間のなす角度（アライメント）の校正を行った。

### 3.4.1 感度，オフセット，アライメントの求め方

磁力計のある特定の感度軸について感度を  $S[\text{nT}/\text{digit}]$ ，測定値を  $V[\text{digit}]$ ，オフセットを  $C[\text{nT}]$ とするとその軸方向の磁場  $F[\text{nT}]$ は式(2.1)から求められる。

$$S[\text{nT} / \text{digit}] * V[\text{digit}] - C[\text{nT}] = F[\text{nT}] \quad (3.1)$$

この試験ではテレメータデータから  $V$  を計算し，校正値となる全磁力  $F$  には観測所のデ



ータを用いる。それらのデータから各軸の感度  $S$  とオフセット  $C$ , アライメント (図 3.4.1) を求めた。

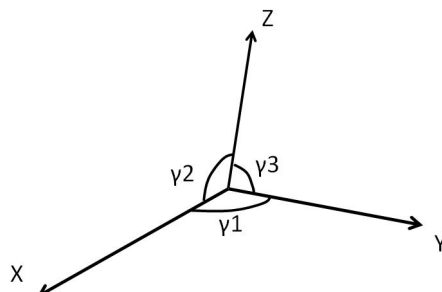


図 3.4.1 感度軸間のなす角度 (アライメント) の定義。

図 3.4.2 のようにセンサを回転架台に載せて、各感度軸を磁場に平行な方向と反平行方向に向けて磁場を測定する。

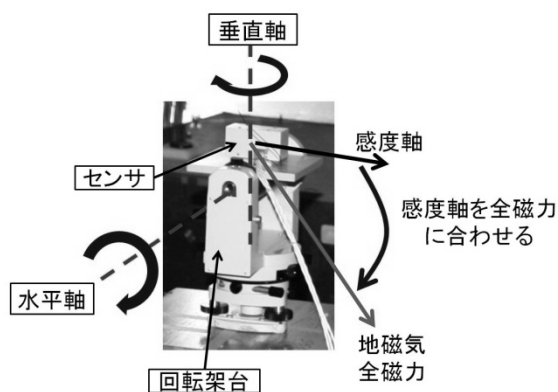


図 3.4.2 測定中のセンサの様子と回転架台の動作

$X$  軸を磁場に平行な方向に向けたとき、式(3.2)のような関係式が得られる。

$$\begin{aligned} S_x V_x + C_x &= F_1 \\ S_y V_y + C_y &= F_1 \cos \gamma_1 \\ S_z V_z + C_z &= F_1 \cos \gamma_2 \end{aligned} \quad (3.2)$$

ここで、 $F$  は観測所から提供される全磁力 [nT] で、添え字  $x, y, z$  は各軸を表し、添え字 1 は測定値を区別するための番号である。 $X$  軸を磁場に反平行な方向に向けると式(3.2)が得られる。

$$\begin{aligned} S_x V_x + C_x &= -F_2 \\ S_y V_y + C_y &= -F_2 \cos \gamma_1 \\ S_z V_z + C_z &= -F_2 \cos \gamma_2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

ここで、式(3.2)と式(3.3)の上段 (X 軸) から式(3.4), 式(3.5)のように感度  $S_x$  とオフセット  $C_x$  が得られる.

$$S_x = \frac{F_1 + F_2}{V_{x_1} - V_{x_2}} \quad (3.4)$$

$$C_x = F_1 - \frac{(F_1 + F_2)V_{x_1}}{V_{x_1} - V_{x_2}} \quad (3.5)$$

Y 軸, Z 軸についても同様の試験を行い, 感度  $S_y, S_z$  とオフセット  $C_y, C_z$  をそれぞれ求めた.  $S_y, S_z, C_y, C_z$  を式(3.2)の中段 (Y 軸) と下段 (Z 軸) に代入すると  $\gamma_1$  と  $\gamma_2$  が得られ, 同様の方法で  $\gamma_3$  も求められる.

### 3.4.2 試験方法

開発した磁力計の磁場測定を地磁気観測所校正室で行った. 図 3.4.2 のように回転架台上に開発した磁力計センサを取り付けた. I/F 装置やデータ収集用パソコン, 安定化電源等, 各機器からの外乱磁場がセンサで測定されると感度やオフセット, アライメントの誤差になるため, 外乱磁場が地磁気の変化量である数 nT に比べて十分小さくなるようにセンサから約 2 m 離れた場所に測定システムを設置した.

ある測定軸が磁場に平行な方向になるのは, その軸の測定磁場が最大になるときである. まず水平面内でセンサを回転させて最大値となる方位角を探す. 次に, 仰角を調整して磁場が最大となる方向を探す. 回転架台の回転軸は厳密には直交していないので, 仰角を維持したまま再度水平面内に回転して磁場が最大となる方向を探す. この状態で 60 秒間データ取得を行った. 試験を 2 回行い, その差によってこの校正試験の誤差を評価した.

### 3.4.3 結果及び考察

図 3.4.3 は観測所から提供された地磁気的全磁力を示しており, 灰色の期間が試験中のデータである. この図から試験期間中に約 10 から 15 nT 程度の磁場変化がおきたことがわかる. これは観測ロケットにおける感度の許容誤差 1500 nT(1.3 %相当)に対しては十分小さい.

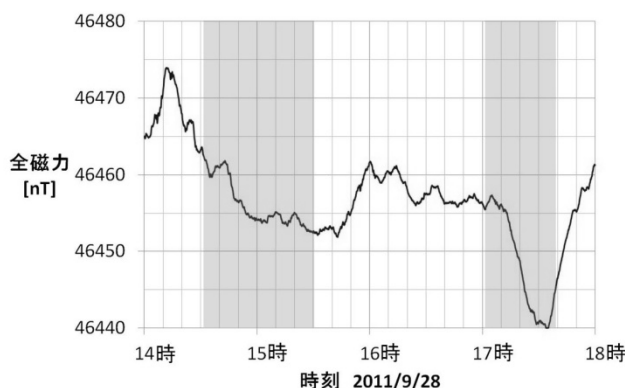


図 3.4.3 地磁気観測所で観測された全磁力データ。横軸は時刻，縦軸は全磁力[nT]である。灰色の領域は試験を行っていた時間帯である。

感度，オフセット，アライメントを計算するための  $F$  には観測所の全磁力データ 60 秒間の平均値を用いた。磁力計の測定値  $V$  も観測所データと同様，60 秒間の平均値を用いた。時刻については観測所に設置されている電波時計とデータ収集用パソコンの時刻を事前にあわせておき，磁力計のデータを取得した時刻と同時刻の観測所データを用いた。これらの値を用いて，計算した校正値を表 3.4.1 に示す。

表 3.4.1 校正試験から得られた感度，オフセット，アライメント

		1回目	2回目	1回目-2回目
感度	Sx [nT/digit]	0.108270	0.108277	-0.000007
	Sy [nT/digit]	0.116995	0.116985	0.000010
	Sz [nT/digit]	0.110368	0.110355	0.000013
オフセット	Cx [nT]	624.4	623.4	1.0
	Cy [nT]	71.1	58.3	12.8
	Cz [nT]	56.0	45.2	10.8
アライメント	$\gamma 1$ [°]	90.3	90.7	-0.4
	$\gamma 2$ [°]	89.1	88.8	0.3
	$\gamma 3$ [°]	90.1	90.0	0.1

感度は各軸とも 0.11 nT/digit 程度で，ダイナミックレンジは約±57000 nT となり，余裕を持って内之浦における地磁気を測定できる。1 回目の結果と 2 回目の結果の差は  $10^{-5}$  nT/digit 程度なのでダイナミックレンジの誤差は約 10 nT と評価される。この差は試験期間中における全磁力の変化量とほぼ同じことから感度の校正値の精度は妥当といえる。

Y, Z 軸のオフセットは約 50 nT で，2 回の試験の差が 10 nT 程度なので感度の結果と同様妥当な値である。X 軸については 2 回の測定結果の差が地磁気の変化量 10 nT に比べて小さいものの，Y 軸や Z 軸に比べてオフセットの値は 620 nT と大きい。これはデルタシグ

マ DAC を構成するオペアンプ (OP484) の入力バイアス電流によってオフセット電圧が発生し、センサへのフィードバック電流にオフセットがのったためであると考えられる。OP484 の最大バイアス電流は 450 nA である。バイアス電流によって発生する最大オフセット電圧を計算すると約 78 mV であり、これはフィードバック磁場に換算すると 1510 nT に相当する。X 軸のオフセット約 600 nT はオフセットとして取りうる値であるので校正試験の結果は妥当であるといえる。

感度軸の直交度はピックアップコイルを取り付ける台座の取り付け穴加工精度や取り付け時のずれで生じる。感度軸のなす角はお互いにほぼ直角であることが確認できた。要求姿勢決定精度  $2^\circ$  に対し、2 回の試験の差が  $0.4^\circ$  以下なので得られた  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$  の誤差は要求をみたしている。

フライトデータの解析では 2 回の試験の平均値を感度、オフセット、アライメントとした。

## 4 ロケットの姿勢解析

### 4.1 スピン周波数と地磁気姿勢角の解析方法

#### 4.1.1 地磁気姿勢角

観測ロケット S-310-40 号機は 2011 年 12 月 19 日 23:48(JST)に内之浦宇宙空間観測所から打ち上げられた。磁力計は正常に動作し、全期間にわたり良好な磁場データを取得できた。

このロケットには機軸まわりに 1 Hz 程度のスピンをかけて姿勢を安定させている。本実験における磁力計の観測データから、①「ロケットのスピンの周波数」と②「地磁気とスピン軸のなす角を  $2^\circ$  の精度で求めること」が要求されている。4.1 節ではスピンの周波数と地磁気姿勢角  $\theta$  の解析方法について、4.2 節では解析結果について述べる。

地磁気姿勢角の定義を図 4.1.1 に示す。地磁気ベクトルとスピン軸のなす角を地磁気姿勢角と呼ぶ。式(4.1)に示す通りスピン軸方向の地磁気成分  $B_z$  とスピン面内の地磁気成分  $A$  とのアークタングェントを計算することにより簡単に地磁気姿勢角を得られる。

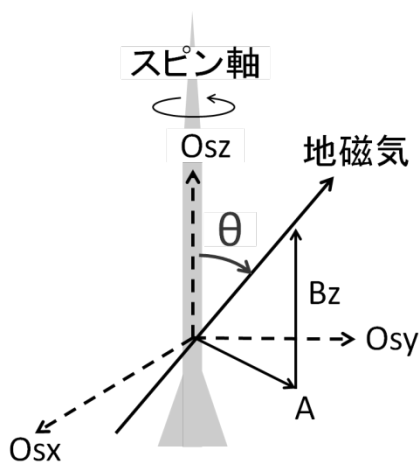


図 4.1.1 地磁気姿勢角の定義。  
ロケットのスピン軸と地磁気ベクトルのなす角を地磁気姿勢角  $\theta$  と呼ぶ。

$$\theta = \tan^{-1} \frac{A}{B_z} \quad (4.1)$$

A : 地磁気をスピン面 (Osx-Osy 面) に射影した成分

Bz : 地磁気をスピン軸 (Osz 軸) に射影した成分

3 軸フラックスゲートセンサ (XYZ 軸) はその XY 面がロケットのスピンの面におおよそ一致するように搭載しているが、厳密には一致していない。同じく、おおよそ機軸方向を向いた Z 軸 (図 4.1.2 Z 軸) がスピン軸に一致するとは限らない。したがって、図 4.1.2 に示したとおり、センサ各軸 (XYZ) で観測されたデータをスピン軸方向とそれに垂直なスピン面内の磁場に変換するための座標変換角  $\alpha$  及び  $\beta$  を求めなければならない。この  $\alpha$  と  $\beta$  を求める原理については 4.1.3.2 項で述べる。詳細な計算方法や式の導出については Appendix に示す。

さらに、観測データには磁力計自身が持つオフセットやロケットから発生する磁場オフセットが加わっているため、上述の座標変換を行ったとしてもそのままの観測データでは正確な地磁気姿勢角を求められない。そのため、観測データを地磁気と磁場オフセットに切り分ける必要がある。磁場オフセットの算出原理については、4.1.3.3 項で述べる。

#### 4.1.2 座標系の定義

観測データの解析にあたり、以下のように 3 つの座標系を定義する。図 4.1.2 に 3 つの座標系の関係を示す。

センサ座標系 (X, Y, Z) (非直交系)

…センサ X 軸, Y 軸, Z 軸の感度軸ベクトルで定義される座標系

Y 軸はロケットのランチャに対して概ね反対方向で、Z 軸は概ね機軸方向を向いている。

センサ直交座標系 (O1x, O1y, O1z) (直交系)

…センサ X 軸と O1x 軸が一致し、センサ Y 軸が O1x-O1y 面内にある座標系

校正試験で得たセンサの感度軸間のアライメント  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$  により、センサ座標系から O1 座標系へ変換できる。

スピン座標系 (Osx, Osy, Osz) (直交系)

…ロケットのスピン軸を Osz 軸とし、O1x 軸が Osx-Osz 面内にある座標系

Osy 軸と O1y 軸のなす角を  $\alpha$ , Osx 軸と O1x 軸のなす角を  $\beta$  とする。 $\alpha$  と  $\beta$  がわかれば、O1 座標系をスピン座標系に変換できる。

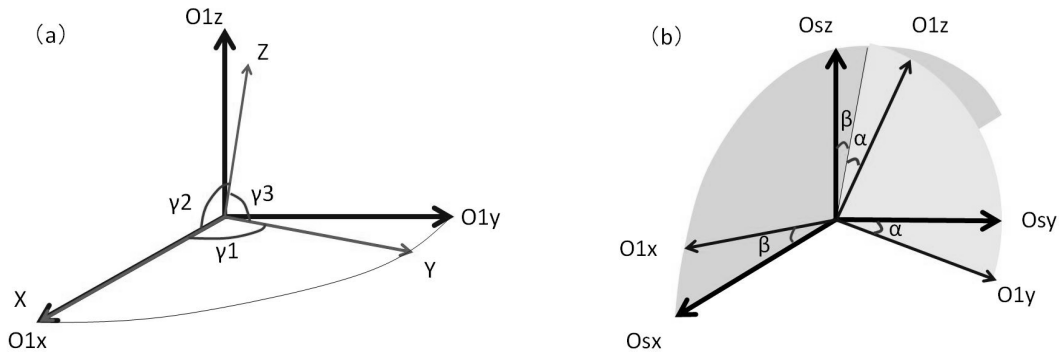


図 4.1.2 解析で用いる座標系の定義.

(a) センサ座標系と O1 座標系の関係. 校正試験で得られるセンサのアライメント  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$  により座標変換される. (b) O1 座標系とスピンの座標系 (Os) の関係. O1x 軸周りの回転角  $\alpha$  と O1y 軸周りの回転角  $\beta$  で座標変換される.

センサ座標系から O1 座標系への変換式を式(4.2)に示す. この変換行列は校正試験で得られたアライメント ( $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$ ) を用いて求めることができる. 計算式の詳細については Appendix に示す.

$$\begin{pmatrix} O1x \\ O1y \\ O1z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \eta_1 & \eta_2 & 0 \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

式(4.3)に O1 座標系からスピンの座標系への変換式を示す. 座標変換行列は座標変換角  $\alpha$  と  $\beta$  で表せる.

$$\begin{pmatrix} Osx \\ Osy \\ Osz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta & -\cos \alpha \sin \beta \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \beta & -\sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} O1x \\ O1y \\ O1z \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

### 4.1.3 スピン周波数と地磁気姿勢角の算出方法

#### 4.1.3.1 スピン周波数の求め方

図 4.1.3 にスピン周波数の求め方を示す. センサ座標系の X 軸と Y 軸はスピンに伴って磁場が正弦的に変化する. そこで, X 軸または Y 軸のデータが 0 nT を横切る前後の 2 点を取り出し, 時間に対して直線で補間する. 0 nT を横切る時間間隔をスピン周期としてスピン周波数を計算する.

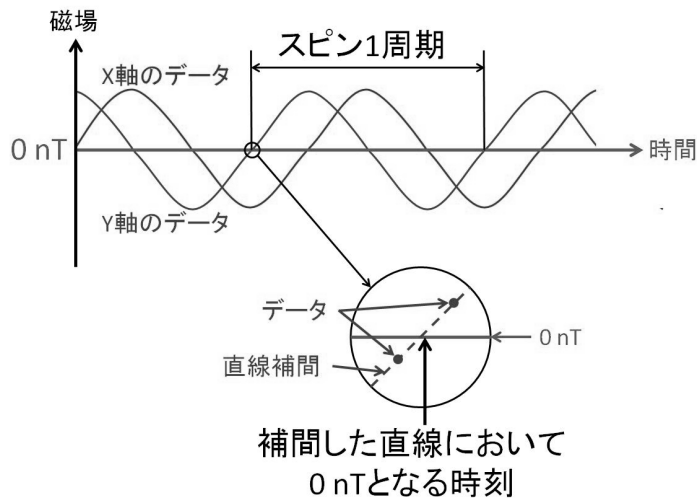


図 4.1.3 スピン周波数の求め方.  
 スピン面とのなす角が小さい X 軸と Y 軸の 2 成分について 0 nT を横切る時刻差から  
 スピン周波数を求める. 0 nT となる時刻は直線補間により求める.

4.1.3.2 スピン座標系への座標変換角  $\alpha$  と  $\beta$  の求め方

式(4.1)の地磁気のスピン面内成分  $A$  とスピン軸成分  $B_z$  を求めるためには、観測データを  
 センサ座標系からスピン座標系へ変換しなければならない. この解析では、以下の仮定を  
 おき、田中、[2002]の手法を用いて観測データからスピン座標系への座標変換角  $\alpha$  と  $\beta$  を求  
 める.

- 仮定 1 : 1 スピンの間に地磁気の磁場強度と方向が変化しない.
- 仮定 2 : 1 スピンの間にロケットの姿勢が変化しない.
- 仮定 3 : 1 スピンの間に磁場オフセットが変化しない.

上記の仮定によりスピン座標系  $O_s$  で観測される 1 周期分の磁場は式(4.4)のように書ける.  
 図 4.1.4 にスピン座標系に変換された磁場の特徴を太い破線で示す. スピン面内の  $O_{sx}$  と  
 $O_{sy}$  の磁場はスピン周期で正弦波的に変動する磁場とその他の成分に分けられる. スピン  
 周期で変動する磁場の振幅は地磁気のスピン面内成分  $A$  ( $=\sqrt{G^2+H^2}$ ) に等しい. その他  
 の成分 ( $C_x, C_y$ ) は主にロケットからの磁場オフセットである. また,  $O_{sx}$  と  $O_{sy}$  の正弦  
 波成分の位相は  $90^\circ$  異なる. スピン軸 ( $O_{sz}$  軸) 方向の磁場は地磁気を  $O_{sz}$  軸に射影した  
 成分  $B_z$  とロケットからの磁場オフセット  $C_z$  の和で表せる.  $O_{sz}$  軸はスピン軸なので,  $O_{sz}$   
 にはスピン周期の磁場変動が表れない.



$$\begin{pmatrix} O_{sx} \\ O_{sy} \\ O_{sz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G \sin \omega t + H \cos \omega t + C_x \\ G \cos \omega t - H \sin \omega t + C_y \\ B_z + C_z \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

G, H : スピンに伴う磁場変動の正弦項, 余弦項の振幅

B<sub>z</sub> : スピン軸方向の地磁気

C<sub>x</sub>, C<sub>y</sub>, C<sub>z</sub> : 各軸の磁場オフセット

ω : スピン角周波数

ロケットに搭載されたセンサの座標変換角 α や β はほとんど 0° ではあるが, 厳密に 0° ではない. 図 4.1.4 にセンサ直交座標系 O1 に変換された磁場の特徴を実線で示す. β が 0° でないとき, O1x 軸はスピン面からわずかに外れるので, O1x 軸の正弦波成分の振幅は O<sub>sx</sub> 軸の正弦波成分の振幅よりも小さくなる (図 4.1.4 上段). O1x 軸は O<sub>sx</sub>-O<sub>sz</sub> 面内にあると定義しているため, O1x 軸の正弦波成分の位相は O<sub>sx</sub> 軸の正弦波成分の位相と同じである. α が 0° でないとき, O1y 軸はスピン面からわずかに外れるので, O1y 軸の正弦波成分の振幅は O<sub>sy</sub> 軸の正弦波成分の振幅よりも小さくなり, 正弦波成分の位相は O1y 軸と O<sub>sy</sub> 軸で異なる (図 4.1.4 中段). O1z 軸が O<sub>sz</sub> 軸に一致しない限り, O1z 成分にもスピン周期の磁場変動が表れる (図 4.1.4 下段).

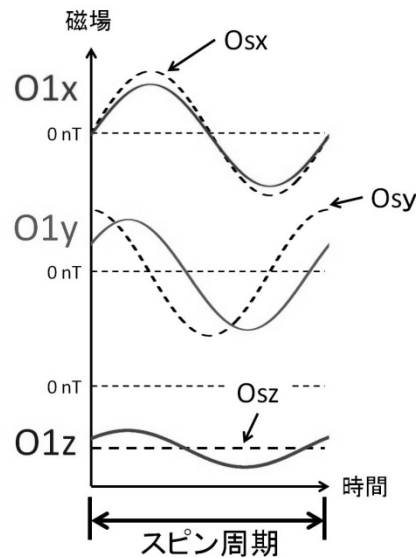


図 4.1.4 スピン座標系 O<sub>s</sub> に変換された磁場 (太い破線) とセンサ直交座標系 O1 に変換された磁場 (実線) の各成分の時間変化を模式的に表した図.

O1 座標系におけるスピン 1 周期分の磁場は式(4.5)のように書ける. 軸毎に  $a \cdot \sin \omega t + b \cdot \cos \omega t + c$  の形でフィッティングし, 未知数 a, b, c を求めれば, D1 から D9 の値を得られる.

$$\begin{pmatrix} O1x \\ O1y \\ O1z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D1 \sin \omega t + D2 \cos \omega t + D3 \\ D4 \sin \omega t + D5 \cos \omega t + D6 \\ D7 \sin \omega t + D8 \cos \omega t + D9 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

D1, D4, D7 : スピンに伴う磁場変動の正弦項の振幅  
 D2, D5, D8 : スピンに伴う磁場変動の余弦項の振幅  
 D3, D6, D9 : 各軸の磁場オフセット (DC 成分)

O1 座標系における磁場 (式(4.5)) は式(4.3)の座標変換行列を用いてスピン座標系 Os における磁場 (式(4.4)) に変換できる. この関係を式(4.6)に示す.

$$\begin{pmatrix} G \sin \omega t + H \cos \omega t + Cx \\ -H \sin \omega t + G \cos \omega t + Cy \\ Bz + Cz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta & -\cos \alpha \sin \beta \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \beta & -\sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D1 \sin \omega t + D2 \cos \omega t + D3 \\ D4 \sin \omega t + D5 \cos \omega t + D6 \\ D7 \sin \omega t + D8 \cos \omega t + D9 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

式(4.6)の各軸について, 左辺の正弦項の振幅と右辺の正弦項の振幅は等しくなるべきである. 余弦項の振幅についても同様である. したがって, 以下の式(4.7)が得られる.

$$\begin{aligned} G &= D1 \cos \beta + D4 \sin \alpha \sin \beta - D7 \cos \alpha \sin \beta \cdots \textcircled{1} \\ H &= D2 \cos \beta + D5 \sin \alpha \sin \beta - D8 \cos \alpha \sin \beta \cdots \textcircled{2} \\ -H &= D4 \cos \alpha + D7 \sin \alpha \cdots \textcircled{3} \\ G &= D5 \cos \alpha + D8 \sin \alpha \cdots \textcircled{4} \\ 0 &= D1 \sin \beta - D4 \sin \alpha \cos \beta + D7 \cos \alpha \cos \beta \cdots \textcircled{5} \\ 0 &= D2 \sin \beta - D5 \sin \alpha \cos \beta + D8 \cos \alpha \cos \beta \cdots \textcircled{6} \end{aligned} \quad (4.7)$$

式(4.7)における未知数は G, H,  $\alpha$ ,  $\beta$  の 4 つである. 6 本の式に対して, 未知数が 4 つなので, ①②③④と①②⑤⑥, ③④⑤⑥から 3 つの独立な解を解析的に求めることができ, 座標変換角  $\alpha$  と  $\beta$  が得られる.  $\alpha$ ,  $\beta$  の算出精度と D1 から D9 の誤差の関係については, Appendix に詳細を示す.

#### 4.1.3.3 磁場オフセットの算出原理

- ・ スピン面内成分 (O<sub>sx</sub>, O<sub>sy</sub>) の磁場オフセット

この解析で用いる仮定 1 と 2 から, スピン面内の 2 軸では, スピン面内の地磁気成分 A を振幅とし, スピン周期で正弦波的に変化する成分が観測される. また, 仮定 3 よりロケットやセンサからの人工的な DC 磁場オフセットも同時に観測されることがわかる. 地磁気はスピン周期で変動する成分, 人工的な磁場オフセットは DC 成分なので, 地磁気と磁場オフセットを前述の  $a \cdot \sin \omega t + b \cdot \cos \omega t + c$  のフィッティングにより切り分けることができる.

・ スピン軸（ $Osz$  軸）方向の地磁気成分  $Bz$  と磁場オフセット  $Cz$  の算出原理

式(4.4)で示したとおり， $Osz$  軸の観測磁場は地磁気と磁場オフセットを分離することが困難である．しかし，正確な地磁気姿勢角を得るためには磁場オフセットを求め，観測磁場から差し引かなければならない．

そこで，図 4.1.5 のようにスピン面内の地磁気成分  $A$  とスピン軸（ $Osz$  軸）方向の地磁気成分  $Bz$  から求められる磁場強度が IGRF モデル[Cain et al., 1965]（京大・地磁気世界資料解析センター，2010 モデル）の全磁力  $Figrf$  に等しいと仮定した．この仮定から式(4.8)が得られる．式(4.8)を変形した式(4.9)に 4.1.3.2 項で求めた  $A$  を代入すれば， $Osz$  の地磁気成分  $Bz$  が求められ，地磁気姿勢角  $\theta$  を計算できる．

$$Figrf^2 = Bz^2 + A^2 \quad (4.8)$$

$$Bz = \pm\sqrt{Figrf^2 - A^2} \quad (4.9)$$

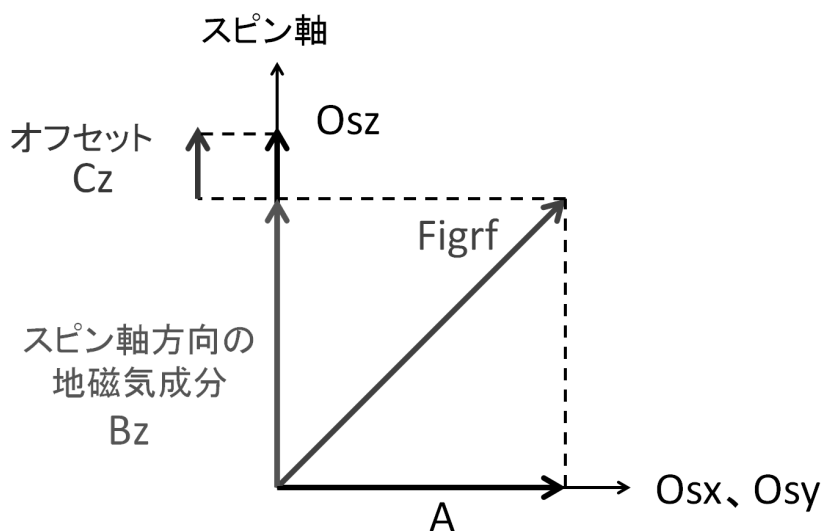


図 4.1.5 スピン軸方向のオフセット算出原理.

図はスピン軸を上向きにとったときのスピン座標系を表しており，スピン面は紙面に垂直である． $A$  はスピン面内磁場， $Figrf$  は IGRF モデルから計算した全磁力である．

4.1.3.2 項で求めた座標変換角  $\alpha$  と  $\beta$  を用いて， $O1$  座標系の磁場をスピン座標系の磁場に変換し，スピン軸方向の磁場  $Osz$  を求める． $Osz$  から上記で求めた  $Bz$  を引けば，式(4.10)のようにスピン軸方向の磁場オフセット  $Cz$  が求められる．

$$Cz = Osz - Bz = Osz \mp \sqrt{Figrf^2 - A^2} \quad (4.10)$$

## 4.2 解析結果

ロケットは打ち上げ後 55 秒（高度 70 km）でヨーヨーを展開し、60 秒から 63 秒にかけてノーズコーン開頭、ラングミュアプローブのガラス割り、インピーダンスプローブ伸展、固定バイアスプローブのセンサ展開、ラングミュアプローブ伸展が実施され、その後観測が開始された。ロケットは 210 秒で計画通り高度 180 km に達し、413 秒で着水した。

観測が開始された 63 秒（高度 77 km）から 357 秒（80 km）までのデータについてロケットの姿勢解析を行った結果を述べる。図 4.2.1 に打上げ直後からロックオフするまでの O1 座標系における磁力計の全データとロケットの高度（図 4.2.1(a)）を示す。O1x 軸（図 4.2.1(b)）と O1y 軸（図 4.2.1(c)）はほぼスピン面内にあるため、スピン周波数で正弦波的に変動する磁場がはっきりと観測されている。O1x 軸と O1y 軸の磁場データの包絡線の変化はロケットの姿勢変化に伴ってスピン周期で変動する磁場の振幅が変化していることを表している。125 秒あたりで O1x 軸と O1y 軸の磁場振幅が小さくなるのに合わせて、O1z 軸の磁場強度が大きくなっており、ロケットがより磁場に沿う姿勢になっている。一方 270 秒あたりで O1x 軸と O1y 軸の磁場振幅が大きくなるのに合わせて、O1z 軸の磁場強度が小さくなっており、ロケットの機軸と磁場ベクトルのなす角が大きくなっていることがわかる。360 秒以降では大気への再突入によりロケットの姿勢が大きく変化しているため、O1z 軸の磁場強度も数万 nT のオーダーで大きく変化している。

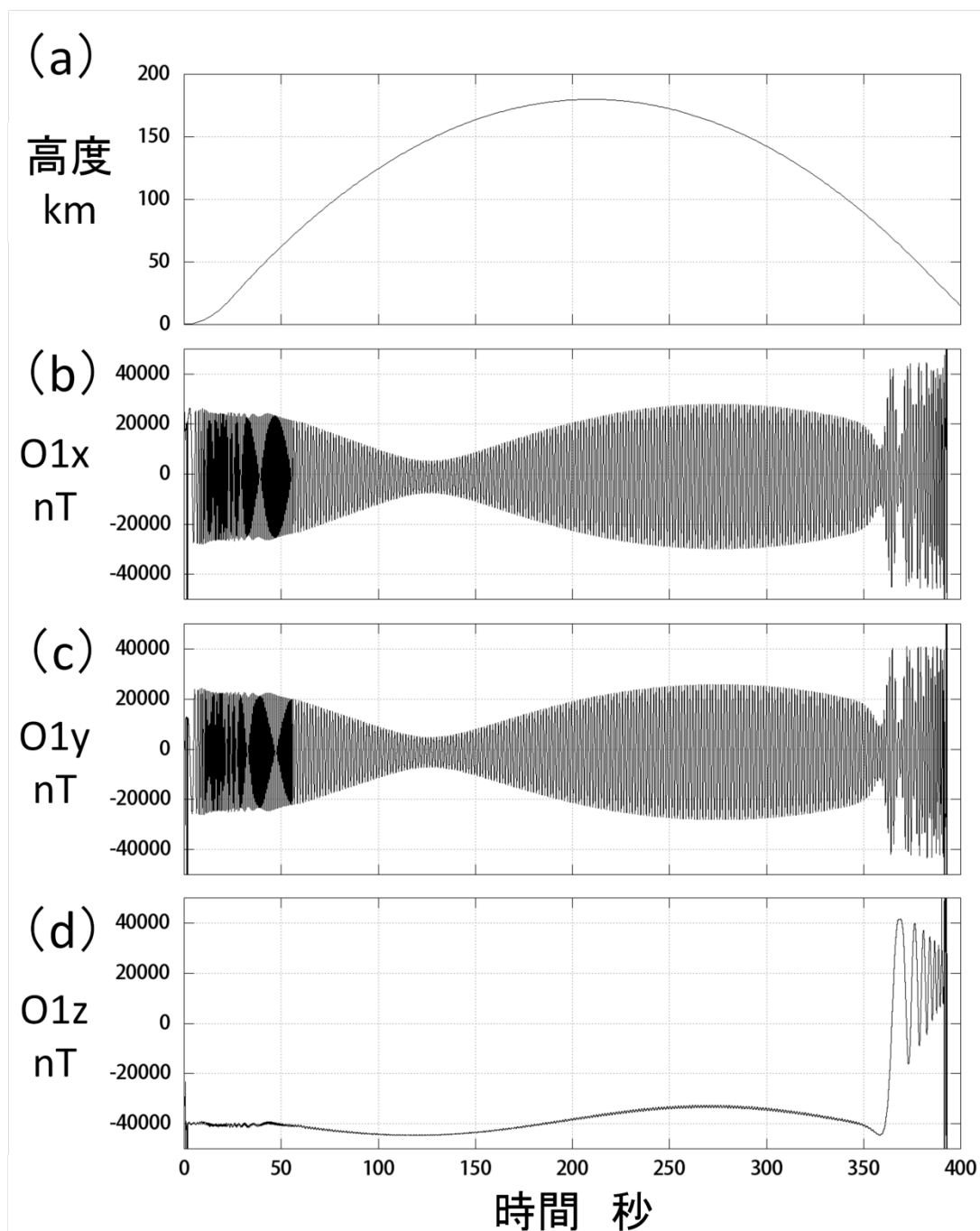


図 4.2.1 観測ロケット S-310-40 号機の高度と磁力計の観測データ。  
 (a)ロケットの高度, O1 座標系の(b)O1x 軸, (c)O1y 軸, (d)O1z 軸の磁場データ. 横軸の時間 0 秒が打上げの瞬間と一致する. O1x 軸と O1y 軸にはスピンに伴う磁場変化がみられる.

・ スピン周波数

図 4.2.2 に解析したスピン周波数を示す. センサ座標系の X 軸のデータから計算したスピン周波数 (実線) と Y 軸のデータから計算したスピン周波数 (破線) は良く一致していることがわかる. 打上げからデスピン前では 1.5 から 2 Hz でスピンし, ヨーヨー展開後では 0.7 Hz でスピンしていることがわかる.

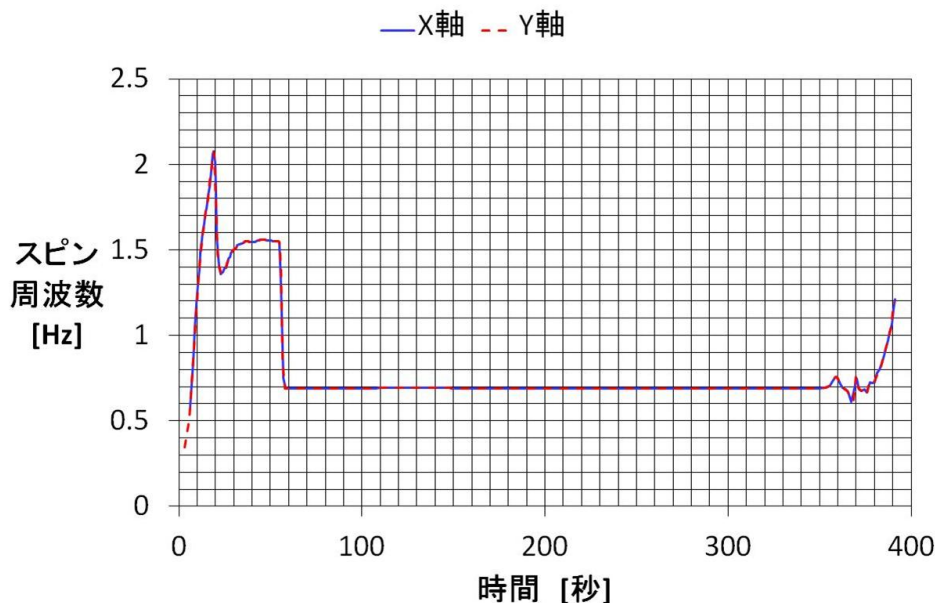


図 4.2.2 観測データから得られたスピン周波数.  
横軸は打ち上げからの時間, 縦軸はスピン周波数を示している. 打上げから 60 秒までは 2 Hz 程度でスピンし, ヨーヨー展開後では 0.7 Hz でスピンしていることがわかる.

・ 座標変換角  $\alpha$  と  $\beta$

4.1.3.2 項で示したように O1 座標系のデータをスピン座標系に変換する  $\alpha$  と  $\beta$  は独立な異なる 3 つの解法により求めることができる. 姿勢決定精度  $2^\circ$  を満たすためには  $\alpha$  と  $\beta$  の算出精度も  $2^\circ$  より良くなければならない.  $\alpha$  と  $\beta$  の算出精度はフィッティングにより得られる式(4.5)の D1 から D9 の算出精度に依存する. 仮定 1~3 よりスピン座標系で観測される磁場を式(4.4)のようにおいたが, 実際には 1 スピンの間にロケットの姿勢がわずかに変化することによって, スピン周期で正弦波的に変化する磁場の振幅は 1 スピンの間にも変化する. さらに, 1 スピンの間に高度が変わることによって地磁気の全磁力や向きが異なるので, 振幅が変化する. このように, 仮定と観測データの乖離がフィッティングの誤差を生む要因である. 以上のことから, ある瞬間における磁場振幅を観測データから厳密に求めることは困難である.

そこで, 1 スピンの間に振幅が変化する磁場データを仮定し, そのデータを振幅が時間変化しない関数 ( $a \cdot \sin \omega t + b \cdot \cos \omega t + c$ ) でフィッティングするシミュレーションを行った. 仮定した振幅の時間変化は図 4.2.1(b), (c)に示した O1x, O1y 軸の磁場データの包絡線と

した。フィッティングして得た残差の標準偏差をフィッティングにより得られた振幅で割った値をフィッティング誤差とし、フィッティング誤差に対する $\alpha$ 及び $\beta$ の算出精度を計算した結果、3つの解法のうち①②③④を用いた解法では、 $2^\circ$ の精度を満たすために、フィッティング誤差が0.1%より小さくしなければならないことがわかった。残り2つの解法では、 $2^\circ$ の精度を満たすために、10%のフィッティング誤差が許容されることがわかった。実際に観測データをフィッティングして得られたフィッティング誤差は最大で1%であった。したがって、 $\alpha$ と $\beta$ の算出には姿勢決定精度 $2^\circ$ を満たすために、①②⑤⑥と③④⑤⑥の解法を用いた。シミュレーションにより求めた $\alpha$ 、 $\beta$ の算出精度とD1からD9の誤差の関係については、Appendixに詳細を示す。

図4.2.3に計算した $\alpha$ と $\beta$ の結果を示す。③④⑤⑥から求めた解が解法1、①②⑤⑥から求めた解が解法2である。2つの解法間での差異は $0.1^\circ$ 未満であり、 $\alpha$ も $\beta$ もわずかな変動があるものの時間的にほぼ一定である。 $\alpha$ と $\beta$ の誤差が2つの解法間の差異と同程度の $0.1^\circ$ と見なせば、スピン座標系Osz成分に現れる誤差はスピン面内磁場が全磁力のとき最大となり、全磁力を45000 nTとすれば式(4.3)より誤差は78 nTとなる。78 nTの誤差は姿勢決定において許容される誤差約1500 nTに対して小さいため、十分な精度で座標変換角が得られたと結論できる。 $\alpha$ として $0.45^\circ$ を $\beta$ として $0.95^\circ$ を採用する。

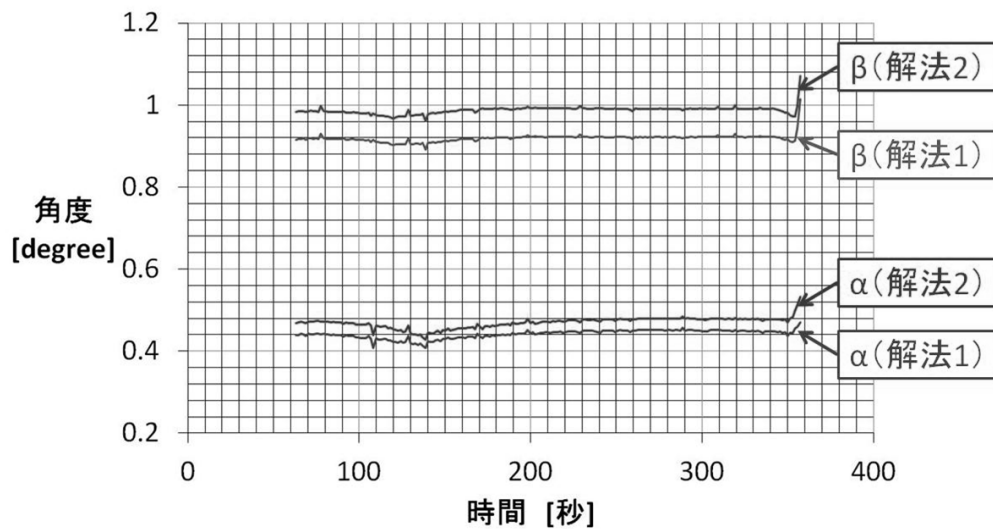


図 4.2.3 O1 座標系をスピン座標系に変換するための $\alpha$ と $\beta$ の計算結果。  
横軸は打ち上げからの時間、縦軸は角度[degree]を示している。 $\alpha$ は約 $0.45^\circ$ 、 $\beta$ は約 $0.95^\circ$ である。

・スピン軸方向の地磁気成分  $B_z$  と磁場オフセット  $C_z$

4.1.3.3 項で示した方法により求めたスピン軸方向の地磁気成分  $B_z$  と磁場オフセット  $C_z$  を図 4.2.4 に示す。図 4.2.4(a)は IGRF モデルの全磁力である。図 4.2.4(b)は式(4.7)の  $G$  と  $H$  から求めたスピン面内磁場  $A$  である。 $\alpha$ 、 $\beta$ と同様に  $G$  と  $H$  も2つの独立な解を持った

めスピン面内磁場  $A$  にも 2 つの独立な解が存在する. 図 4.2.4(c)はスピン軸方向の地磁気成分  $B_z$  である. 図 4.2.4(a)の IGRF モデルの全磁力と図 4.2.4(b)のスピン面内磁場  $A$  を式(4.9)に代入して  $B_z$  が得られる. 図 4.2.4(d)はスピン軸方向の磁場オフセット  $C_z$  である.  $\alpha$  と  $\beta$  を用いて式(4.3)から求めたスピン軸方向の磁場  $O_{sz}$  と図 4.2.4(c)の  $B_z$  を式(4.10)に代入して磁場オフセット  $C_z$  が得られる.

図 4.2.4(d)より, 解法 2 で得られた  $C_z$  は時間の経過とともに最大 1300 nT 変化していることがわかる. さらに, 2 つの解法間では  $C_z$  が最大 1800 nT 異なる. ノーズコーンを開頭し, 各センサが伸展した後では, ロケットの状態は変わらないので, ロケットのスピン軸方向の磁場オフセット  $C_z$  が時間とともに変化する要因はないと考えられる. そのため, この差はこれまでに述べた解析手法では考慮されていない何らかの誤差により生じていると考えるのが妥当であるため,  $C_z$  の誤差 (以下,  $\Delta C_z$  と呼ぶ) について誤差評価を行った.

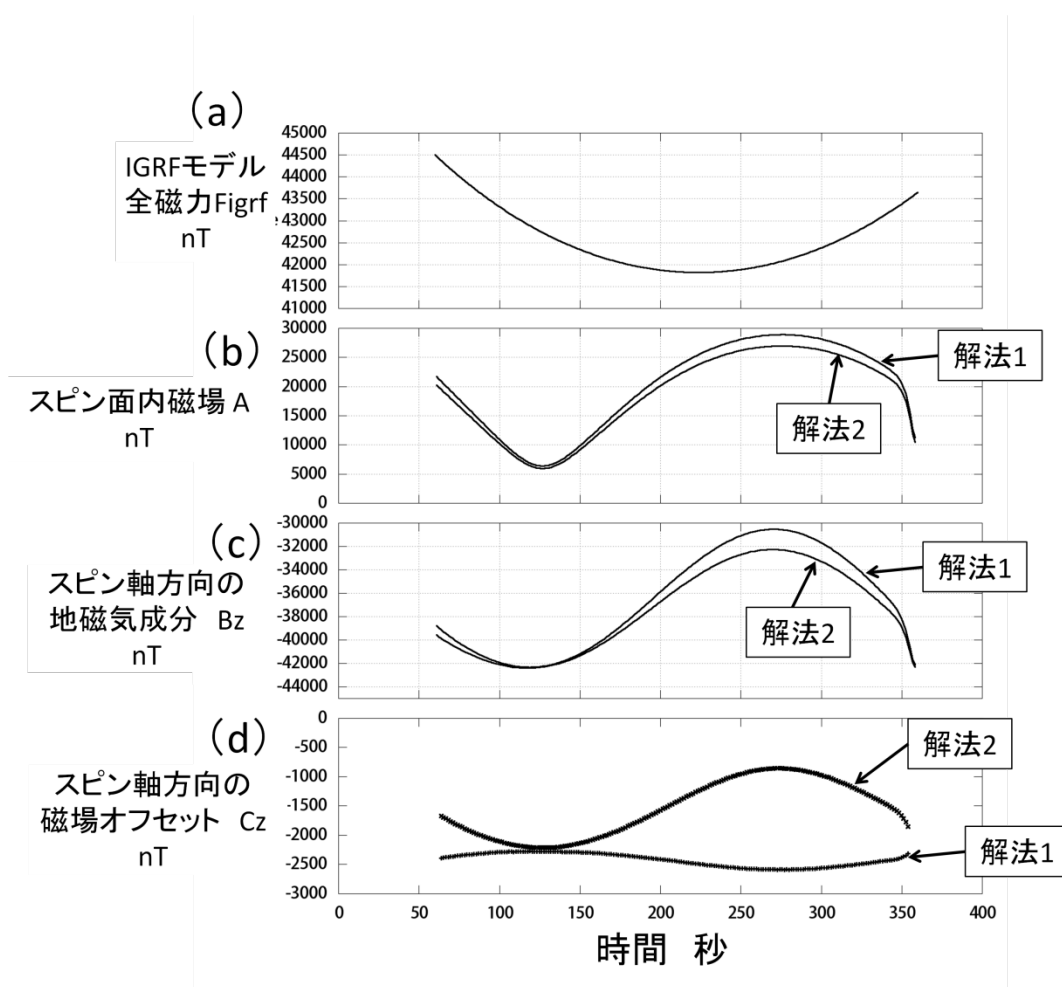


図 4.2.4 スピン軸方向の地磁気成分  $B_z$  と磁場オフセット  $C_z$ . (a)IGRF モデルの全磁力. (b)式(4.7)の  $G$  と  $H$  から求めたスピン面内磁場  $A$ . 2 本の線は独立な 2 つの解に対応する. (c)スピン軸方向の地磁気成分  $B_z$ . (d)スピン軸方向の磁場オフセット  $C_z$ .



・スピン軸方向の磁場オフセット  $C_z$  の誤差要因

この解析手法において生じる  $C_z$  の誤差要因を表 4.2.1 にまとめた。  $C_z$  の誤差  $\Delta C_z$  を生む原因としてスピン軸方向の観測磁場  $O_{sz}$  の誤差と地磁気成分  $B_z$  の誤差が考えられる。式 (4.7) で求めた  $\alpha$  と  $\beta$  の誤差は  $O_{sz}$  の誤差を生む要因となりえるが、前述のとおり  $\alpha$  と  $\beta$  の誤差が観測磁場に与える誤差は 100 nT 以下である。したがって、  $O_{sz}$  の誤差は 1800 nT の誤差  $\Delta C_z$  に対して十分小さく、  $O_{sz}$  の誤差が  $\Delta C_z$  の主要因であるとは考えられない。

$B_z$  の誤差を生む要因として IGRF モデルの全磁力の誤差とスピン面内磁場  $A$  の誤差が考えられる。 IGRF モデルは全地球的スケールでの標準磁場を表すモデルであるため、磁気嵐が起こった場合、 IGRF モデルにより計算された全磁力と地磁気的全磁力の差はより大きくなる。しかし、ロケットが打ち上げられた前後数日の Dst 指数は 20 nT 以下であり、磁気嵐が起こっていないことから、 IGRF モデルの全磁力を用いることは妥当であると考えられる。また、Matteo et. al., [2011] は、UARS 衛星や SAC-C 衛星、Ørsted 衛星などの低高度衛星（高度 200 km から 1000 km）の観測磁場と IGRF モデルにより計算される全磁力を 1991 年から 2010 年の 20 年間のデータについて比較している。この解析結果として、観測磁場と IGRF モデルの全磁力の差の絶対値の平均は 69.6 nT で、標準偏差が 116.7 nT であることが示された。打ち上げ前後の Dst 指数及び実際の観測と IGRF モデルを比較した解析結果から、 IGRF モデルの全磁力が持つ誤差は 100 nT 程度であると考えられる。このように、 IGRF モデルの全磁力の誤差も  $O_{sz}$  の誤差と同様に  $C_z$  の誤差 1800 nT に対して十分小さいので、この誤差が  $\Delta C_z$  の主要因であるとは考えられない。

スピン面内磁場  $A$  の誤差は  $G$  及び  $H$  の誤差によるものであり、  $G$  及び  $H$  の誤差はフィッティング誤差に依存する。  $\alpha$  と  $\beta$  が求められればスピン面内磁場  $A$  は式(4.6)上段または中段の式から求めることができる。  $\alpha$  と  $\beta$  はほぼ  $0^\circ$  なので、スピン面内磁場  $A$  は式(4.6)の上段を用いて近似的に式(4.11)のように書ける。式(4.11)を使って  $A + \Delta A$  を表したものをテイラー展開したものから式(4.12)を得る。

$$A = \sqrt{(D1 + D4\alpha\beta - D7\beta)^2 + (D2 + D5\alpha\beta - D8\beta)^2} \quad (4.11)$$

$$\Delta A = \Delta D1 + \Delta D2 + \Delta D4\alpha\beta + \Delta D5\alpha\beta - \Delta D7\beta - \Delta D8\beta \quad (4.12)$$

$\Delta A$  はスピン面内磁場  $A$  の誤差で、  $\Delta D1$ ,  $\Delta D2$ ,  $\Delta D4$ ,  $\Delta D5$ ,  $\Delta D7$ ,  $\Delta D8$  はそれぞれ  $D1$ ,  $D2$ ,  $D4$ ,  $D5$ ,  $D7$ ,  $D8$  のフィッティング誤差である。図 4.2.3 に示した結果から  $\alpha = 0.45^\circ$  (0.0079 rad),  $\beta = 0.95^\circ$  (0.017 rad) と非常に小さいので、スピン面内磁場の誤差  $\Delta A$  は  $D1$  と  $D2$  のフィッティング誤差と同程度であることがわかる。  $\Delta D1$  と  $\Delta D2$  が最大になるのはスピン面内磁場  $A$  が最大値をとり、  $D1$  と  $D2$  が等しいときである。スピン面内磁場  $A$  が 45000 nT で、  $D1$  と  $D2$  が等しいとき、  $\Delta A$  は 640 nT である。したがって、スピン面内磁場  $A$  の誤差も  $C_z$  の誤差 1800 nT に対して小さく、誤差の主要因とは考えに

く。以上より、この解析手法では、表 4.2.1 に示した誤差要因のどれか 1 つによって Cz の誤差 1800 nT は生じないと考えられる。

表 4.2.1 磁場オフセット Cz の誤差要因と誤差の見積もり

Cz の誤差要因		誤差
Osz	$\alpha$	100 nT 以下
	$\beta$	
Bz	IGRF の全磁力 Figrf	100 nT 以下
	スピン面内磁場 A	640 nT
	G H	

誤差の要因として残るものは磁力計の取得データを磁場に変換する感度、オフセット、直交度である。直交度の誤差が測定磁場に最も大きな誤差を与えるのは、地磁気がセンサの任意の 1 軸と平行になったときである。全磁力を 45000 nT とすれば、1800 nT は 2.3° の直交度誤差に相当する。校正試験における直交度の決定誤差は 0.4° で、約 300 nT に相当するため、Cz の誤差 1800 nT に比べて十分に小さい。したがって、直交度は誤差の要因ではないと考えられる。この解析では、ロケットの飛行中に磁力計の持つオフセットは変化しないと仮定しているが、もしも飛行中にオフセットが大きく変化すれば、それは誤差  $\Delta Cz$  を生む要因となる。しかし、約 1 年間の地上試験期間におけるオフセットの変動幅は 20 nT 程度であり、飛行中にオフセットが 1800 nT 変動したとは考えにくい。

Cz の誤差を生む要因として最後に考えられるものは、感度の誤差である。磁力計の感度が大きく変わる要因として以下の 3 つが挙げられる。

- 1) ピックアップコイルやボビンの熱膨張によるコイル定数の変化
- 2) フィードバック抵抗の温度特性や経年変化
- 3) フィードバックに配置された DAC のゲインの温度特性や経年変化

データシート等に記載された値をもとに 1) から 3) の誤差を評価した結果を表 4.2.2 に示す。測定される磁場を 45000 nT、20°C の温度変化があると仮定し、磁場に換算した誤差を求めた。いずれの要因による誤差も Cz の誤差 1800 nT 以下であり Cz の誤差要因としては考えにくい。ただし、2) や 3) の経年変化についてはデータシートに記載がないため誤差を評価することはできなかった。

表 4.2.2 感度の誤差要因と磁場に換算した誤差の見積もり

	誤差要因	磁場に換算した誤差
1	コイル定数の温度依存 銅の熱膨張率: 0.0017 %/°C ボビンの熱膨張率: 0.0020 %/°C	18 nT
2	フィードバック電流の温度依存 抵抗の温度係数: ±50 ppm/°C	90 nT
3	ゲインの温度依存 ①X軸: Δ Σ DAC: 0.04 %/°C ②Y、Z軸: 16ビットDAC (AD766): ±50 ppm/°C	① 360 nT ② 4.5 nT

表 4.2.2 で示した誤差は磁場オフセット  $C_z$  の誤差に比べて小さく、感度の温度依存性も誤差の主要因とは考えにくい。前述のとおり、オフセットや直交度によって 1800 nT の誤差が生じることは現実的に考えにくい。そのため、この解析ではこれまで考慮していなかった原因によって磁力計の感度が変化すると仮定して、磁場オフセット  $C_z$  に関する以下の条件を満たす感度（以下、補正感度と呼ぶ）をパラメータサーベイにより求めた。

条件 1：フライト中に  $C_z$  が一定である。

観測時間 63 秒から 357 秒までの  $C_z$  の標準偏差を求めて、全ての解法についてそれが表 4.2.1 と表 4.2.2 に示す最大誤差より小さくなる時、 $C_z$  が一定であると判定した。

条件 2：2 つの解法間の  $C_z$  の差が小さい。

観測時間 63 秒から 357 秒の間で、解法 1 と解法 2 の同時刻の  $C_z$  の差から計算した標準偏差が表 4.2.1 と表 4.2.2 に示す最大誤差より小さくなる時、この条件を満たすとした。

条件 1 と条件 2 で求められる標準偏差の和が最小となる感度を補正感度とした。表 4.2.3 に求めた補正感度を示す。補正感度は地上校正試験で得られた感度に対して約 10 %異なっていた。

表 4.2.3 補正感度と地上校正試験で得られた感度の比較

	補正感度 [nT/digit]	地上校正試験 [nT/digit]	比
X	0.111240	0.108273	1.0274
Y	0.128876	0.116990	1.1016
Z	0.120238	0.110361	1.0895

図 4.2.5(a)に地上校正試験で得られた感度を用いて求めた磁場オフセット  $C_z$  (図 4.2.4(d)) と補正感度を用いたときの  $C_z$  を示す。感度を補正した結果、解法毎の最大値と最小値の差は 400 nT 程度、標準偏差は 30 nT になった。図 4.2.5(b)に 2 つの解法から得られた  $C_z$  の差を示す。解法間での差は 20 nT 以下であった。したがって、上記の条件 1, 2 を満たす補正感度が得られた。

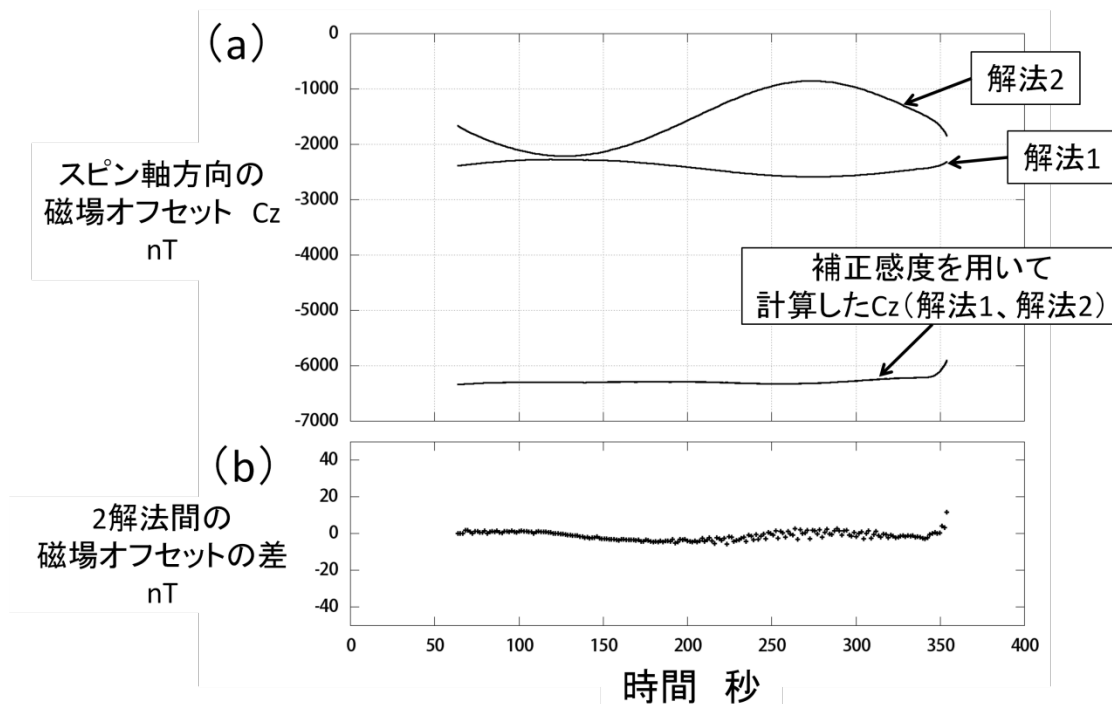


図 4.2.5 補正感度を用いて求めたスピン軸方向の磁場オフセット  $C_z$ . (a)地上校正試験で得られた感度を用いて求めた  $C_z$  と補正感度を用いて求めた  $C_z$ . (b)2つの解法間の差.

図 4.2.6 に地上校正試験で得られた感度を用いて計算した地磁気姿勢角  $\theta$  と補正感度を用いて計算した地磁気姿勢角  $\theta_{cal}$  を示す. 角度  $\theta$  と  $\theta_{cal}$  はスピン軸と反磁場方向のなす角である. 2つの解法の間で  $\theta_{cal}$  の差異が,  $\theta$  の差異に比べて小さいことは, スピン面内磁場  $A$  の 2つの解法間の差異が, 地上校正試験で得られた感度を用いたときには大きく, 補正感度を用いたときには小さいことを反映している. スピン面内磁場  $A$  が最大となる 270 秒あたりで 2つの解法から得られた  $\theta$  の差が最大 ( $3^\circ$ ) となる. 補正感度を用いて計算した地磁気姿勢角  $\theta_{cal}$  は 2つの異なる解法間で一致した.  $\theta$  と  $\theta_{cal}$  の差は最大  $5^\circ$  程度であった. 補正感度をフライト中の感度 (真値) とみなせば, 地磁気姿勢角の誤差は,  $\theta$  と  $\theta_{cal}$  の差よりも小さいと考えられる. したがって,  $5^\circ$  以内の精度で地磁気姿勢角が求められたといえる.

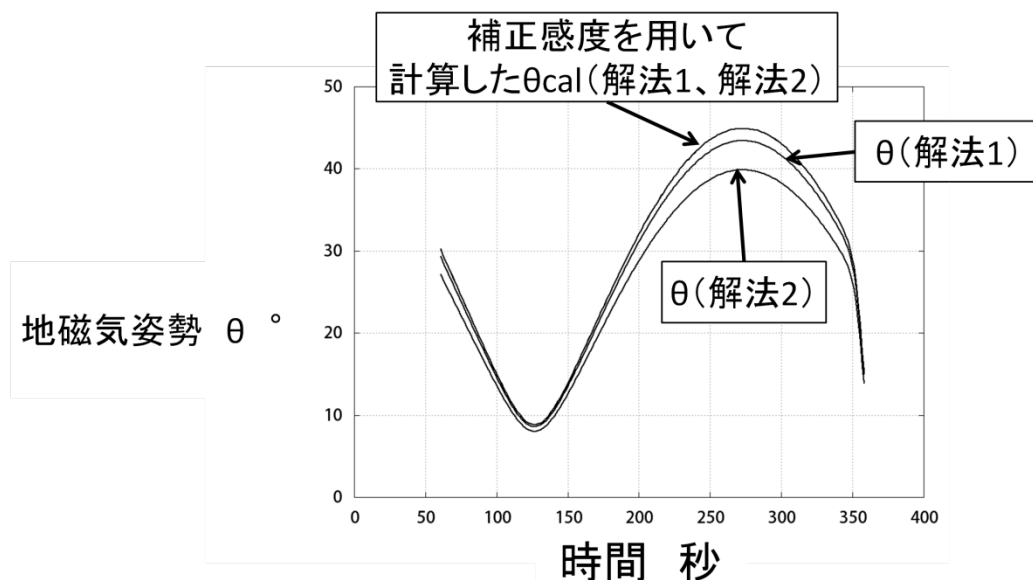


図 4.2.6 地上校正試験で得られた感度を用いて計算した地磁気姿勢角  $\theta$  と補正感度を用いて計算した地磁気姿勢角  $\theta_{cal}$ .

#### 4.3 解析結果のまとめ

フライトデータからスピン周波数を求めた結果、ロケットは観測時に約 0.7 Hz でスピンしていることがわかった。地磁気姿勢角の算出過程において求めたスピン軸方向の磁場オフセット  $C_z$  の評価から、磁力計の感度が、地上校正試験後からフライトまでの間に、約 10 % 変化したことが示唆された。この感度の不確定性のために地磁気姿勢角の算出精度が約  $5^\circ$  となり、要求精度  $2^\circ$  を下回る結果となった。感度を変化させる可能性のある複数の要因についてそれぞれ誤差評価を行ったが、10 % の変化を説明できる要因を 1 つに断定することはできなかった。

- ・ 感度変化に関する今後の原因究明の方策

感度変化の原因を特定し、対策を講じることは将来の磁気圏探衛星搭載磁力計にとって重要な課題である。まずは、特に感度の変化が大きかった市販の 16 ビット DAC を用いた方式について評価するために、同じ 16 ビット DAC を用いた実験室モデルのデジタル磁力計を用いて、センサや電気回路部の温度特性を評価する必要があると考える。特に重要なことは、DAC デバイスの温度特性を実験により評価して感度が変わらないことを確認することである。

また、データシートに記載されている性能から評価すると、デルタシグマ DAC で数%の感度変化が起こることは考えにくいだが、上記と同様に感度の安定度や再現性、温度特性を実験により評価することは重要である。①変調出力レベルの安定度や再現性、温度特性、②アナログローパスフィルタを構成する電子部品（主に抵抗）の温度特性によるゲインの変化は感度変化に直結するため重要な評価項目である。

## 5 結論

本研究では、宇宙で使用できるプロセッサ（FPGA）とオペアンプを用いて 16 ビット以上の高分解能・高精度なデルタシグマ DAC を設計・開発し、これをデジタル磁力計に組み込むことで将来ミッションへの搭載に適したデジタル磁力計の開発を行った。

### ・ デルタシグマ DAC の設計と開発

まず、デジタル磁力計に組み込むデルタシグマ DAC の設計・開発を行った。本研究では、2 次型 1 ビットデルタシグマ変調器と 4 次バターワース型アナログローパスフィルタでデルタシグマ DAC を構成した。変調周波数を 88 kHz、アナログローパスフィルタのカットオフ周波数を 65 Hz とすることにより、デルタシグマ DAC の分解能を決めるオーバーサンプリング比を 677 とした。このパラメータでは、ランダムな量子化誤差を仮定したときに原理上 20 ビットの分解能を達成できる。性能評価実験により、デルタシグマ DAC の分解能が性能評価システムの分解能である 18 ビットと同程度であることを確認した。科学観測ロケットにおける目標は分解能 16 ビットなので、目標を達成していることが示せた。

### ・ デルタシグマ DAC を組み込んだデジタル磁力計の性能評価結果

開発したデルタシグマ DAC を組み込んだ科学観測ロケット搭載デジタル磁力計を開発した。磁力計のフィードバックループの安定度確保のためにプロセッサの磁場計算モジュールにおける信号増幅率を変える等、パラメータの最適化を行った。性能評価実験を行った結果、分解能は 0.79 nT (17.1 ビット相当) であり、デルタシグマ DAC への入力値の精度 (17 ビット) とほぼ等しかった。

周波数応答については -3 dB となるカットオフ周波数が 14 Hz となり、目標とする帯域 DC-65 Hz を下回った。

### ・ デルタシグマ DAC とデジタル磁力計の線形精度

デルタシグマ DAC の性能評価の結果、線形精度は 13 ビットであった。一方、このデルタシグマ DAC を組み込んだデジタル磁力計の線形精度は 13.0 ビット (0.012 %, 13.7 nT 相当) であり、両者はほぼ等しかった。今回の開発では、線形精度について将来のミッションで目標とする 14 ビットを満たすように積極的な改修設計を行っていないが、目標に比較的近い値を得た。線形誤差の要因の 1 つは、1 ビット変調出力の立ち上がり波形と立下り波形の面積が異なるためであると考えられる。

- ・ 科学観測ロケット S-310-40 号機搭載デジタル磁力計のフライトデータの解析

S-310-40 号機に搭載したデジタル磁力計は、ロケットの打上げからテレメータがロックオフするまでの全期間にわたりデータを取得でき、ロケットのスピン周波数を正確に導出することに成功した。ロケット実験において観測対象となる期間（打上げ後約 60 秒から約 360 秒後）において、ロケットのスピン軸と地磁気のなす角（地磁気姿勢角）を求めた。地上校正試験により得られた感度を用いて解析を行い、地磁気姿勢角を算出したが、解析過程においてスピン軸方向の人工的な磁場オフセットが観測期間中に 1800 nT 異なる結果が得られた。磁場オフセットは時間経過に伴って 1800 nT も変化しないと考えられるので、解析手法や磁力計の感度、オフセット、直交度が磁場オフセットに与える誤差を評価した。評価の結果、どの誤差要因についても誤差 1800 nT を説明することはできなかったが、地上校正試験以降に、考慮していない何らかの原因により感度が変化すると仮定し、フライトデータを用いた感度の校正を行った。この校正により、磁場オフセットは解析手法で生じる誤差 640 nT 以下の 400 nT に抑えることができたが、求められた感度は地上校正試験で得られた感度に対して 10 % 異なった。地上校正試験で得られた感度とフライトデータを用いて校正した感度からそれぞれ求めた地磁気姿勢角の差は最大 5° であった。ロケット実験では、姿勢を 2° の精度で決定することが要求されていたので、要求を下回る結果となった。

- ・ 今後のデジタル磁力計開発で改善すべき項目

以上の結果を踏まえ、今後のデジタル磁力計開発における課題は主に以下の 3 つである。

- 1 測定周波数帯域の向上
- 2 線形精度の向上
- 3 感度変化の原因究明と改善

- 1 測定周波数帯域の向上

アナログローパスフィルタのカットオフ周波数を高くし、デルタシグマ変調器の次数をあげて量子化ノイズを低減することや磁場計算モジュールにおけるゲイン等のパラメータを調整することにより、フィードバックループの安定度を確保しつつ、周波数帯域の向上、分解能の維持、向上を目指す。

- 2 線形精度の向上

DAC の線形性誤差の温度特性や再現性を実験により評価する。取得した非線形性を含めて校正データとすることにより、DAC 自体の線形精度を 13 ビットとしたままで、測定精度の向上を図ることが可能である。

### 3 感度変化の原因究明と改善

S-310-40 号機ロケット実験において、感度に変化した原因を究明しなければならない。感度変化の要因を市販の DAC と開発したデルタシグマ DAC, その他の信号処理回路に切り分けて、実験により温度特性や安定度を定量的に評価し原因を究明する。次に、実験による評価結果をもとにデジタル磁力計が感度変化を起こさないような設計を検討する。



## 謝辞

宇宙科学研究所・太陽系科学研究系の先生方、先輩方には磁力計開発の初期段階から、セミナー等で数多くのご助言をいただきました。宇宙科学研究所の池田博一教授、京都大学・生存圏研究所の小嶋浩嗣准教授には、開発した磁力計の性能評価やデータ解析に関する考察について、様々なご助言をいただきました。ここに深謝いたします。開発した磁力計は、科学観測ロケット S-310-40 号機に搭載されました。実験主任である宇宙科学研究所の阿部琢美准教授をはじめ S-310-40 号機打上げ実験に関わった全ての実験班員に対して感謝いたします。デルタシグマ DAC 評価ボードとロケット搭載磁力計の回路設計、製造、環境試験では、明和システム株式会社の高野博氏、岩村貴志氏に大変お世話になりました。ここに厚くお礼申しあげます。

## 参考文献

- [1] Acuna, M. H., Fluxgate magnetometers for outer planets exploration, *IEEE Trans. Mag. MAG-10* 519-23, 1974.
- [2] Acuna, M. H., Space-based magnetometers, *REVIEW OF SCIENTIFIC INSTRUMENTS*, 73, 3717-3736, 2002.
- [3] Auster, H. -U., Lichopoj, A., Rustenbach J., Bitterlich, H., Fornacon, K. -H., Hillenmaier, O., Krause, R., Schen, H. J., and Auster, V., Concept and first results of a digital fluxgate magnetometer, *Meas. Sci. Technol.* 6 477-481, 1995.
- [4] Auster, H. -U., Apathy, I., Berghofer, G., Remizov, A., Roll, R., Fornacon, K. -H., Glassmeier, K. -H., Haerendel, G., Hejja, I., Kührt, E., Magnes, W., Moehlmann, D., Motschmann, U., Richter, I., Rosenbauer, H., Russell, C. T., Rustenbach, J., Sauer, K., Schwingenschuh, K., Szemerey, I., and Waesch, R., ROMAP: Rosetta Magnetometer and Plasma Monitor, *Space Sci. Rev.*, 128, 221–240, 2007.
- [5] Auster, H. -U., Glassmeier, K. -H., Magnes, W., Aydogar, O., Baumjohann, W., Constantinescu, D., Fischer, D., Fornacon, K. -H., Georgescu, E., and Harvey, P., The THEMIS Fluxgate Magnetometer, *Space Sci. Rev.*, 141, 235-264, 2008.
- [6] Balogh, A., Dunlop, M. W., Cowley, S. W. H., Southwood, D. J., Thomlinson, J. G., Glassmeier, K. -H., Musmann, G., LÜHR, H., Buchert, S., and Acuna, M. H., THE CLUSTER MAGNETIC FIELD INVESTIGATION, *Space Sci. Rev.*, 79, 65-91, 1997.
- [7] Baumjohann W., Matsuoka, A., Magnes, W., Glassmeier, K. -H., Nakamura R., Biernat H., Delva, M., Schwingenschuh, K., Zhang, T., Auster, H. -U., Fornacon, K. -H., Richter, I., Balogh, A., Cargill, P., Carr, C., Dougherty, M., Horbury, T. S., Lucek, E. A., Tohyama, F., Takahashi, T., Tanaka, M., Nagai, T., Tsunakawa, H., Matsushima, M., Kawano, H., Yoshikawa, A., Shibuya, H., Nakagawa, T., Hoshino, M., Tanaka, Y., Kataoka, R., Anderson, B. J., Russell, C. T., Motschmann, U., and Shinohara, M., Magnetic field investigation of Mercury's magnetosphere and the inner heliosphere by MMO/MGF, *Planetary and Space Science*, 58, 279–286, 2010.
- [8] Behannon K. W., Acuna, M. H., Burlaga, L. F., Lepping R. P., and Ness, N. F., Magnetic Field Experiment for Voyager 1 and 2, *Space Sci. Rev.*, 21, 235-257, 1977.
- [9] Burch, J. L. and Angelopoulos, V., *The THEMIS Mission*, Springer New York, 2008.
- [10] Cain, J. C., Hendricks, S. J., Langel, R. A., and Hudson, W. V., A Proposed Model for the International Geomagnetic Reference Field, *J. Geomag. Geoelectr.*, 19, 335, 1965.
- [11] Candy, J. C., A use of double integration in sigma delta modulation, *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-33, pp. 249-258, 1985.
- [12] Dougherty, M. K., Kellock, S., Southwood, D. J., Balogh, A., Smith, E. J., Tsurutani, B. T.,

- Gerlach, B., Glassmeier, K. -H. Gleim, F., and Russell, C. T., The Cassini Magnetic Field Investigation, *Space Sci. Rev.*, 114, 331-383, 2004.
- [13] Dyal, P. and Gordon, D. I., Lunar surface magnetometers, *IEEE Trans. Mag.*, MAG-9 226-31, 1973.
- [14] Escoubet, C. P., Schmidt, R., and Goldstein, M. L., CLUSTER – Science and Mission Overview, *Space Sci. Rev.*, 79, 11-32, 1997.
- [15] Fujimoto, M., Tsuda, Y., Saito, Y., Shinohara, I., Takashima, T., Matsuoka, A., Kojima, H., and Kasaba, Y., The SCOPE Mission, *AIP Conference Proceedings* 1144, 2009.
- [16] Fukunishi, H., Fujii, R., Kokubun, S., Hayashi, K., Tohyama, F., Tonegawa, Y., Okano, S., Sugiura, M., Yumoto, K., Aoyama, I., Sakurai, T., and Saito, T., Magnetic Field Observations on the Akebono(EXOS-D) Satellite, *J. Geomag. Geoelectr.*, 42, 385-409, 1990.
- [17] Glassmeier, K. -H., Richter, I., Diedrich, A., Musmann, G., Auster, U.-H., Motschmann, U., Balogh, A., Carr, C., Cupido, E., Coates, A., Rother, M., Schwingenschuh, K., Szegö, K., and Tsurutani, B., RPC-MAG The Fluxgate Magnetometer in the ROSETTA Plasma Consortium, *Space Sci. Rev.*, 128, 649-670, 2007.
- [18] Gray, R. M., Spectral Analysis of Quantization Noise in a Single-Loop Sigma-Delta Modulator with dc Input, *IEEE Trans. Commun.*, vol. 31, No. 6, pp. 588-599, 1989.
- [19] Inose, H. and Yasuda, Y., A unity bit coding method by negative feedback, *Proc. IEEE*, vol. 51, pp. 1524-1535, 1963.
- [20] Kivelson, M. G., Khurana, K. K., Means, J. D., Russell, C. T., and Snare, R. C., The Galileo magnetic field investigation, *Space Sci. Rev.*, 60, 357-383, 1992.
- [21] Kivelson, M. G. and Russell, C. T., *Introduction to space physics*, Cambridge University Press, 1995.
- [22] Kokubun, S., Yamamoto, T., Acuna, M. H., Hayashi, K., Shiokawa, K., and Kawano, H., The GEOTAIL Magnetic Field Experiment, *J. Geomag. Geoelectr.*, 46, 7-21, 1994.
- [23] Matteo, N. A. and Morton, Y. T., Ionosphere geomagnetic field: Comparison of IGRF model prediction and satellite measurements 1991–2010, *Radio Sci.*, vol. 46, RS4003, 2011.
- [24] Norsworthy, S. R., Schreier, R., and Temes G. C., *Delta-Sigma Data Converters: Theory, Design, and Simulation*, Wiley-IEEE Press, 1996.
- [25] Pedersen, E. B., Primdahl, F., Petersen, J. R., Merayo, J. M. G., Brauer, P., and Nielsen, O. V., Digital fluxgate magnetometer for the Astrid-2 satellite, *Meas. Sci. Technol.*, 10, 124-129, 1999.
- [26] Piil-Henriksen, J., Merayo, J. M. G., Nielsen, O. V., Petersen, H., Peterson, J. R., and Primdahl, F., Digital detection and feedback fluxgate magnetometer, *Meas. Sci. Technol.*, 7, 897-903, 1996.
- [27] Primdahl, F., The fluxgate magnetometer, *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, 12, 241-253, 1979.

- [28] Primdahl, F., Hernando, B., Petersen J. R., and Nielsen, O. V., Digital detection of the flux-gate sensor output signal, Meas. Sci. Technol., 5, 359-362, 1994.
- [29] Snare, R. C. and McPherron, R. L., Measurement of instrument noise spectra at frequencies below 1 hertz, IEEE Trans. Mag., MAG4 232-5, 1973.
- [30] Takahashi, F., Shimizu, H., Matsushima, M., Shibuya, H., Matsuoka, A., Nakazawa, S., Iijima, Y., Otake, H., and Tsunakawa H., In-orbit calibration of the lunar magnetometer onboard SELENE (KAGUYA), Earth, Planets, and Space, 61, 1269–1274, 2009.
- [31] Tohyama, F. and Aoyama, I., Attitude Determination of The IMS Antarctic Sounding Rockets, Memoirs of National Institute of Polar Research, Special Issue, 18, 261-274, 1981.
- [32] SES Data Center, PLANET-B PRELAUNCH REPORT, Institute of Space and Astronautical Science, 1998.
- [33] SES Data Center, 科学観測ロケット S-310-38 号機飛翔実験報告書, Institute of Space and Astronautical Science, 2009.
- [34] SES Data Center, 科学観測ロケット S-310-40 号機飛翔実験計画書, Institute of Space and Astronautical Science, 2011.
- [35] 小型衛星計画 ERG 提案書, ERG ワーキンググループ, 2008.
- [36] SCOPE 計画提案書, 2008.
- [37] 田中智規, 火星探査衛星「のぞみ」搭載磁力計センサーのアライメント解析, 東海大学修士論文, 2002 年度.
- [38] アルファ・エレクトロニクス株式会社, <http://www.alpha-elec.co.jp/>
- [39] アナログ・デバイセズ株式会社, <http://www.analog.com/en/index.html>
- [40] 京都大学大学院理学研究科附属地磁気世界資料解析センター, <http://wdc.kugi.kyoto-u.ac.jp/index-j.html>

## Appendix A 姿勢解析で使用した計算式の導出

### A.1 座標変換

本文 4.1 節で示した 3 つの座標系間の座標変換行列を求める。

- ・ センサ座標系から O1 座標系への変換

センサ座標系と O1 座標系の関係を図 A.1.1 (再掲) に示す。センサ座標系 X 軸は O1 座標系の O1x 軸と一致し、センサ座標系 Y 軸は O1x-O1y 面内にある。したがって、式(A.1.1)を用いてセンサ座標系の磁場を O1 座標系に変換できる。(X, Y, Z) はセンサ座標系, (O1x, O1y, O1z) は O1 座標系の各軸の値である。校正試験で得たセンサアライメント  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  を用いて  $\eta_1, \eta_2, \xi_1, \xi_2, \xi_3$  を導出する。

$$\begin{pmatrix} O1x \\ O1y \\ O1z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \eta_1 & \eta_2 & 0 \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (\text{A.1.1})$$

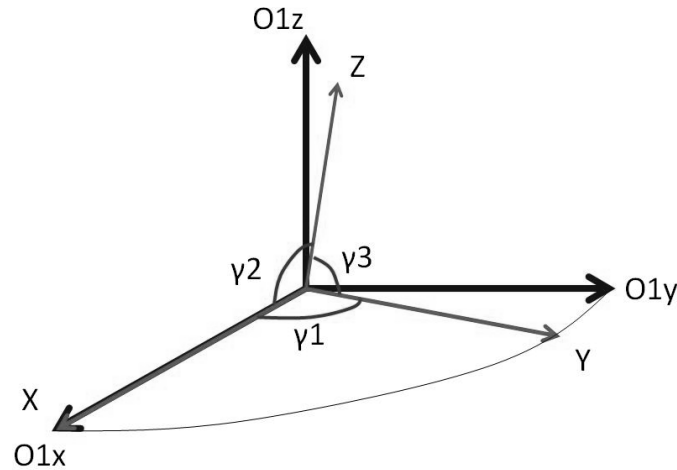


図 A.1.1 センサ座標系と O1 座標系の関係。校正試験で得たセンサのアライメントにより座標変換ができる。

図 A.1.1 に示す通り O1y 軸の単位ベクトルを  $\hat{O1y} = (0, 1, 0)$ , O1x 軸方向の単位ベクトルを  $\hat{O1x} = (1, 0, 0)$  とする。センサ座標系 X 軸の単位ベクトル  $\hat{X}$  は O1x 軸の単位ベクトル  $\hat{O1x}$  に一致するので、O1 座標系における  $\hat{X}$  の成分は  $(1, 0, 0)$  となる。Y 軸方向の単位ベクトル  $\hat{Y}$  の成分を  $(a, b, 0)$  とする。式(A.1.1)の  $O1y = \eta_1 X + \eta_2 Y$  を用いて各成分を比較すると式(A.1.2)と式(A.1.3)を得る。

$$0 = \eta_1 + \eta_2 a \tag{A.1.2}$$

$$1 = \eta_2 b \tag{A.1.3}$$

また、 $\hat{Y}$  は単位ベクトルなので式(A.1.4)を得る.

$$a^2 + b^2 = 1 \tag{A.1.4}$$

さらに、センサ座標系 X 軸と Y 軸のなす角が  $\gamma_1$  なので、その内積をとると式(A.1.5)を得る.

$$a = \cos \gamma_1 \tag{A.1.5}$$

式(A.1.2)から式(A.1.5)の 4 式より  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $a$ ,  $b$  が求められ、式(A.1.6) から式(A.1.9)を得る.

$$\eta_1 = -\frac{\cos \gamma_1}{\sin \gamma_1} \tag{A.1.6}$$

$$\eta_2 = \frac{1}{\sin \gamma_1} \tag{A.1.7}$$

$$a = \cos \gamma_1 \tag{A.1.8}$$

$$b = \sin \gamma_1 \tag{A.1.9}$$

次に  $\xi_1$ ,  $\xi_2$ ,  $\xi_3$  を求める.  $O_1$  座標系における  $O_1z$  軸の単位ベクトル  $\hat{O_1z}$  の成分は(0, 0, 1)である. センサ座標系 Z 軸の単位ベクトル  $\hat{Z}$  の成分を (d, e, f) とおく. 式(A.1.1)の  $O_1z = \xi_1 X + \xi_2 Y + \xi_3 Z$  より、各成分を比較すると式(A.1.10)から式(A.1.12)を得る.

$$0 = \xi_1 + \xi_2 \cos \gamma_1 + \xi_3 d \tag{A.1.10}$$

$$0 = \xi_2 \sin \gamma_1 + \xi_3 e \tag{A.1.11}$$

$$1 = \xi_3 f \tag{A.1.12}$$

また、 $\hat{Z}$  は単位ベクトルなので式(A.1.13)を得る.

$$d^2 + e^2 + f^2 = 1 \tag{A.1.13}$$

センサ座標系の X 軸と Z 軸のなす角は  $\gamma_2$  なので、その内積をとると式(A.1.14)を得る.

$$d = \cos \gamma_2 \tag{A.1.14}$$

センサ座標系の Y 軸と Z 軸のなす角は  $\gamma_3$  なので、その内積をとると式(A.1.15)を得る.

$$d \cos \gamma_1 + e \sin \gamma_1 = \cos \gamma_3 \tag{A.1.15}$$

式(A.1.10)から式(A.1.15)より、 $\xi_1$ ,  $\xi_2$ ,  $\xi_3$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$  が求められ、式(A.1.16)から式(1.21)を得る.

$$\xi_3 = \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \gamma_1}{1 - \cos^2 \gamma_1 - \cos^2 \gamma_2 - \cos^2 \gamma_3 + 2 \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \cos \gamma_3}} \quad (\text{A.1.16})$$

$$\xi_2 = \frac{\cos \gamma_1 \cos \gamma_2 - \cos \gamma_3}{1 - \cos^2 \gamma_1} \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \gamma_1}{1 - \cos^2 \gamma_1 - \cos^2 \gamma_2 - \cos^2 \gamma_3 + 2 \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \cos \gamma_3}} \quad (\text{A.1.17})$$

$$\xi_1 = \frac{\cos \gamma_1 \cos \gamma_3 - \cos \gamma_2}{1 - \cos^2 \gamma_1} \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \gamma_1}{1 - \cos^2 \gamma_1 - \cos^2 \gamma_2 - \cos^2 \gamma_3 + 2 \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \cos \gamma_3}} \quad (\text{A.1.18})$$

$$d = \cos \gamma_2 \quad (\text{A.1.19})$$

$$e = \frac{\cos \gamma_3 - \cos \gamma_1 \cos \gamma_2}{\sin \gamma_1} \quad (\text{A.1.20})$$

$$f = \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \gamma_1 - \cos^2 \gamma_2 - \cos^2 \gamma_3 + 2 \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \cos \gamma_3}{1 - \cos^2 \gamma_1}} \quad (\text{A.1.21})$$

以上の計算により、センサ座標系から O1 座標系への変換行列 M1  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \eta_1 & \eta_2 & 0 \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 \end{pmatrix}$  が得られた。

・ O1 座標系からスピン座標系への変換

O1 座標系とスピン座標系の定義を図 A.1.2 (再掲) に示す。O1 座標系の O1x 軸はスピン座標系 Os の Osx-Osz 面内にある。Osz 軸はロケットのスピン軸である。Osy 軸と O1y 軸のなす角を  $\alpha$ 、Osx 軸と O1x 軸のなす角を  $\beta$  とする。O1 座標系からスピン座標系への変換は  $\alpha$  と  $\beta$  を用いて変換できる。

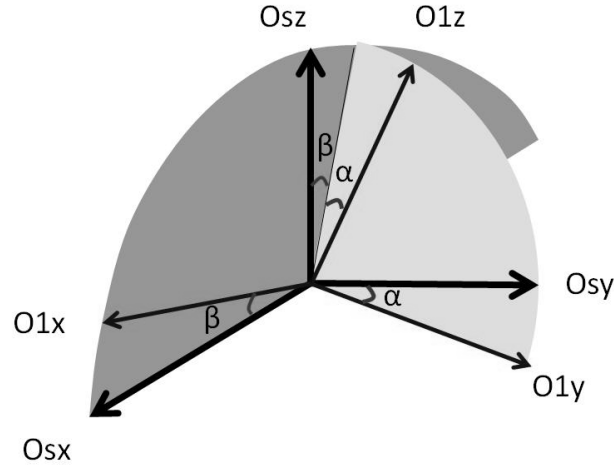


図 A.1.2 O1 座標系とスピンの座標系 Os の関係. O1x 軸周りの回転角  $\alpha$  と O1y 軸周りの回転角  $\beta$  で座標変換ができる.

O1 座標系をスピンの座標系に変換するには、まず O1 座標系を O1x 軸周りに  $\alpha$  回転させ、さらに O1y 軸周りに  $\beta$  回転させる. O1 座標系を O1x 軸周りに  $\alpha$  回転させると式(A.1.22)を得る.

$$\begin{pmatrix} O1x \\ O1y \\ O1z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \cos(90^\circ - \alpha) \\ 0 & \cos(90^\circ + \alpha) & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} O1x \\ O1y \\ O1z \end{pmatrix} \quad (\text{A.1.22})$$

この操作により O1y 軸がスピンの座標系の O1y 軸に一致し、O1z 軸が Osx-Osz 面内の Osz' に一致する. さらに、O1y 軸周りに  $\beta$  回転させると式(A.1.23)を得る.

$$\begin{pmatrix} O1x \\ O1y \\ O1z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \cos(90^\circ + \beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos(90^\circ - \beta) & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} O1x \\ O1y \\ O1z \end{pmatrix} \quad (\text{A.1.23})$$

以上の操作により O1 座標系はスピンの座標系に一致する. O1 座標系からスピンの座標系への変換は式(A.1.24)で求められる.

$$\begin{pmatrix} O1x \\ O1y \\ O1z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta & -\cos \alpha \sin \beta \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \beta & -\sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} O1x \\ O1y \\ O1z \end{pmatrix} \quad (\text{A.1.24})$$

$\alpha$  と  $\beta$  がわかれば変換行列 Ms  $\begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta & -\cos \alpha \sin \beta \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \beta & -\sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix}$  が求められる. ま



た、スピン座標系から O1 座標系に変換するための変換行列  $M_{s^{-1}}$  は

$$\begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ \sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \text{ となる.}$$

## A.2 座標変換角 $\alpha$ と $\beta$ の導出

4.1 節に示した通り、地磁気姿勢角を求めるためには、O1 座標系の磁場をセンサ座標系に変換するための  $\alpha$  と  $\beta$  を求めなければならない。

- ・ センサ座標系各軸で観測されるスピンに伴う磁場振幅 ( $A_x, A_y, A_z$ ) と位相 ( $\phi_x, \phi_y, \phi_z$ ) を 4 つの未知数 (スピン面内の磁場振幅  $A$ , 位相  $\phi$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ) で書き表す。

スピン面内磁場の時間変化を  $A \sin(2\pi ft + \phi)$  と仮定する。  $A$  はスピン面内の磁場、  $f$  はスピン周波数、  $t$  は時間、  $\phi$  は位相を表す。 まず、スピン面内磁場  $A \sin(2\pi ft + \phi)$  を座標変換角  $\alpha$  と  $\beta$  を用いて O1 座標系に変換する。 次に、校正試験で得たセンサのアライメント  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  を用いて O1 座標系の磁場をセンサ座標系の磁場に変換する。 以上より、センサ座標系で観測される磁場振幅 ( $A_x, A_y, A_z$ ) とその位相 ( $\phi_x, \phi_y, \phi_z$ ) を 4 つの未知数 ( $A, \phi, \alpha, \beta$ ) で表すことができる。

この解析では、ロケットが 1 スピンする間に地磁気的全磁力と向きが変化しないと仮定する。 この仮定により、スピン座標系で観測される各軸の磁場を式(A.2.1)、式(A.2.2)、式(A.2.3)のようにおく。

$$O_{sx} = A \sin(\omega t + \phi) + O_x = G \sin \omega t + H \cos \omega t + C_x \quad (\text{A.2.1})$$

$$O_{sy} = A \cos(\omega t + \phi) + O_y = G \cos \omega t - H \sin \omega t + C_y \quad (\text{A.2.2})$$

$$O_{sz} = B_z + C_z \quad (\text{A.2.3})$$

ここで、  $B_z$  はスピン軸方向の磁場、  $O_x, O_y, C_z$  はスピン座標系各軸の磁場オフセットを表す。 式(A.2.4)と式(A.2.5)に示すように  $A$  と  $\phi$  を正弦的变化する磁場振幅  $G$  と余弦的に変化する  $H$  に置き換える。

$$G = A \cos \phi \quad (\text{A.2.4})$$

$$H = A \sin \phi \quad (\text{A.2.5})$$

式(A.2.1)から式(A.2.3)のスピン座標系の磁場を A.1 節で求めた O1 座標系への変換行列  $M_{s^{-1}}$  を用いて変換すると式(A.2.6)を得る。

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} O1x \\ O1y \\ O1z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ \sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G \sin \omega t + H \cos \omega t + Cx \\ G \cos \omega t - H \sin \omega t + Cy \\ Bz + Cz \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} D1 \sin \omega t + D2 \cos \omega t + D3 \\ D4 \sin \omega t + D5 \cos \omega t + D6 \\ D7 \sin \omega t + D8 \cos \omega t + D9 \end{pmatrix} \tag{A.2.6}
 \end{aligned}$$

D1 から D9 は式(A.2.7)のようになる.

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad D1 &= G \cos \beta \\
 \textcircled{2} \quad D2 &= H \cos \beta \\
 \textcircled{3} \quad D3 &= Ox \cos \beta + (Bz + Cz) \sin \beta \\
 \textcircled{4} \quad D4 &= G \sin \alpha \sin \beta - H \cos \alpha \\
 \textcircled{5} \quad D5 &= H \sin \alpha \sin \beta + G \cos \alpha \\
 \textcircled{6} \quad D6 &= Ox \sin \alpha \sin \beta + Oy \cos \alpha - (Bz + Cz) \sin \alpha \cos \beta \\
 \textcircled{7} \quad D7 &= -G \cos \alpha \sin \beta - H \sin \alpha \\
 \textcircled{8} \quad D8 &= -H \cos \alpha \sin \beta + G \sin \alpha \\
 \textcircled{9} \quad D9 &= -Ox \cos \alpha \sin \beta + Oy \sin \alpha + (Bz + Cz) \cos \alpha \cos \beta
 \end{aligned} \tag{A.2.7}$$

式(A.2.7)から①, ②, ④, ⑤, ⑦, ⑧の6本の式を取り出し, 観測データから D1, D2, D4, D5, D7, D8 を求められれば, 方程式が6本, 未知数が4つ (G, H,  $\alpha$ ,  $\beta$ ) となり,  $\alpha$  と  $\beta$  を求められる. 方程式が6本なので, 3つの独立な解が得られる.

・ センサ座標系の磁場からスピンの伴う磁場振幅 ( $Ax^{obs}$ ,  $Ay^{obs}$ ,  $Az^{obs}$ ) とその位相 ( $\phi_{x^{obs}}$ ,  $\phi_{y^{obs}}$ ,  $\phi_{z^{obs}}$ ) を求める.

スピン1周期分の観測データを取り出し, 最小二乗法を用いて  $a \cdot \sin(2\pi ft + b) + c$  という形でフィッティングする, スピン周期で変動する磁場の振幅  $a$ , 位相  $b$ , オフセット  $c$  の3つの未知数を軸毎に求める. ここで,  $f$  はスピン周波数,  $t$  は時間である. センサ座標系での磁場 ( $Bx^{obs}$ ,  $By^{obs}$ ,  $Bz^{obs}$ ) は各軸の磁場振幅 ( $Ax^{obs}$ ,  $Ay^{obs}$ ,  $Az^{obs}$ ) と位相 ( $\phi_{x^{obs}}$ ,  $\phi_{y^{obs}}$ ,  $\phi_{z^{obs}}$ ), オフセット ( $Ox^{obs}$ ,  $Oy^{obs}$ ,  $Oz^{obs}$ ) を用いて式(A.2.8)のように表せる.

$$\begin{pmatrix} Bx^{obs} \\ By^{obs} \\ Bz^{obs} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Ax^{obs} \sin(\omega t + \phi_{x^{obs}}) + Cx^{obs} \\ Ay^{obs} \sin(\omega t + \phi_{y^{obs}}) + Cy^{obs} \\ Az^{obs} \sin(\omega t + \phi_{z^{obs}}) + Cz^{obs} \end{pmatrix} \tag{A.2.8}$$

O1座標系への変換行列 M1 を用いてセンサ座標系での磁場 ( $Bx^{obs}$ ,  $By^{obs}$ ,  $Bz^{obs}$ ) を O1座標系の磁場 ( $O1x^{obs}$ ,  $O1y^{obs}$ ,  $O1z^{obs}$ ) に変換すると式(A.2.9)のようになる.

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} O1x^{obs} \\ O1y^{obs} \\ O1z^{obs} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \eta1 & \eta2 & 0 \\ \xi1 & \xi2 & \xi3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Ax^{obs} \sin(\omega t + \phi x^{obs}) + Cx^{obs} \\ Ay^{obs} \sin(\omega t + \phi y^{obs}) + Cy^{obs} \\ Az^{obs} \sin(\omega t + \phi z^{obs}) + Cz^{obs} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} D1^{obs} \sin \omega t + D2^{obs} \cos \omega t + D3^{obs} \\ D4^{obs} \sin \omega t + D5^{obs} \cos \omega t + D6^{obs} \\ D7^{obs} \sin \omega t + D8^{obs} \cos \omega t + D9^{obs} \end{pmatrix} \tag{A.2.9}
\end{aligned}$$

ここで、 $D1^{obs}$  から  $D9^{obs}$  は式(A.2.10)で表され、最小二乗法の結果を用いて求められる。

$$\begin{aligned}
D1^{obs} &= Ax^{obs} \cos \phi x^{obs} \\
D2^{obs} &= Ax^{obs} \sin \phi x^{obs} \\
D4^{obs} &= \eta1 Ax^{obs} \cos \phi x^{obs} + \eta2 Ay^{obs} \cos \phi y^{obs} \\
D5^{obs} &= \eta1 Ax^{obs} \sin \phi x^{obs} + \eta2 Ay^{obs} \sin \phi y^{obs} \\
D7^{obs} &= \xi1 Ax^{obs} \cos \phi x^{obs} + \xi2 Ay^{obs} \cos \phi y^{obs} + \xi3 Az^{obs} \cos \phi z^{obs} \\
D8^{obs} &= \xi1 Ax^{obs} \sin \phi x^{obs} + \xi2 Ay^{obs} \sin \phi y^{obs} + \xi3 Az^{obs} \sin \phi z^{obs}
\end{aligned} \tag{A.2.10}$$

・ 式(A.2.7)と式(A.2.10)を比較し、 $\alpha$  と  $\beta$  を求める。

1 スピンの中に地磁気に変化しないと仮定するので、式(A.2.6)の  $(O1x, O1y, O1z)$  と式(A.2.9)の  $(O1x^{obs}, O1y^{obs}, O1z^{obs})$  は等しい。したがって、式(A.2.7)と式(A.2.10)は等しいため、式(A.2.11)が得られる。

$$\begin{aligned}
① \quad D1^{obs} &= G \cos \beta \\
② \quad D2^{obs} &= H \cos \beta \\
③ \quad D4^{obs} &= G \sin \alpha \sin \beta - H \cos \alpha \\
④ \quad D5^{obs} &= H \sin \alpha \sin \beta + G \cos \alpha \\
⑤ \quad D7^{obs} &= -G \cos \alpha \sin \beta - H \sin \alpha \\
⑥ \quad D8^{obs} &= -H \cos \alpha \sin \beta + G \sin \alpha
\end{aligned} \tag{A.2.11}$$

前述のとおり、4つの未知数に対して6本の式を得られるので3つの独立な解 $\alpha$ と $\beta$ を求めることができる。

(解法1) 式(A.2.11)の①, ②, ⑤, ⑥から $\alpha$ と $\beta$ を求める。

式(A.2.12)と式(A.2.13)のように  $f1$  と  $f2$  を定義する。式(A.2.11)の①, ②, ⑤, ⑥を式(A.2.12)と式(A.2.13)にそれぞれ代入しえ  $G$  と  $H$  を消去する。

$$f1 = \frac{D1^{obs} D7^{obs} + D2^{obs} D8^{obs}}{D1^{obs^2} + D2^{obs^2}} = -\cos \alpha \tan \beta \tag{A.2.12}$$

$$f2 = \frac{D1^{obs} D8^{obs} - D2^{obs} D7^{obs}}{D1^{obs^2} + D2^{obs^2}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \quad (\text{A.2.13})$$

式(A.2.12)と式(A.2.13)をそれぞれ式(A.2.14)と式(A.2.15)のように変形し、式(A.2.16)に代入すると式(A.2.17)を得る.

$$\tan \beta = -\frac{f1}{\cos \alpha} \quad (\text{A.2.14})$$

$$\cos \beta = \frac{\sin \alpha}{f2} \quad (\text{A.2.15})$$

$$\frac{1}{1 + \tan^2 \beta} = \cos^2 \beta \quad (\text{A.2.16})$$

$$\cos^4 \alpha + (f1^2 + f2^2 - 1) \cos^2 \alpha - f1^2 = 0 \quad (\text{A.2.17})$$

$\cos^2 \alpha$  を  $p$  とおくと式(A.2.17)の解は

$$p = \frac{-(f1^2 + f2^2 - 1) \pm \sqrt{(f1^2 + f2^2 - 1)^2 + 4f1^2}}{2} \quad (\text{A.2.18})$$

となる.

ただし,  $\cos^2 \alpha \leq 1$  なので  $p > 1$  ならば解はない.

また,  $(f1^2 + f2^2 - 1)^2 + 4f1^2 < 0$  のときも  $p$  は虚数となり解はない.

$f2 \geq 0$  のとき  $\alpha \geq 0$  なので式(A.2.18)より式(A.2.19)が解となる.

$$\alpha = -\cos^{-1} \left( \sqrt{\frac{-(f1^2 + f2^2 - 1) \pm \sqrt{(f1^2 + f2^2 - 1)^2 + 4f1^2}}{2}} \right) \quad (\text{A.2.19})$$

$f2 < 0$  のとき,  $\alpha < 0$  なので式(A.2.20)が解となる.

$$\alpha = \cos^{-1} \left( \sqrt{\frac{-(f1^2 + f2^2 - 1) \pm \sqrt{(f1^2 + f2^2 - 1)^2 + 4f1^2}}{2}} \right) \quad (\text{A.2.20})$$

$\beta$  についても同様に, 式(A.2.12)と式(A.2.13)をそれぞれ式(A.2.21)と式(A.2.22)のように変形し, 式(A.2.23)に代入すると式(A.2.24)を得る.

$$\cos \alpha = -\frac{f1}{\tan \beta} \quad (\text{A.2.21})$$

$$\sin \alpha = f2 \cos \beta \quad (\text{A.2.22})$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad (\text{A.2.23})$$

$$f2^2 \cos^4 \beta - (f1^2 + f2^2 + 1) \cos^2 \beta + 1 = 0 \quad (\text{A.2.24})$$

$\cos^2 \beta$  を  $q$  とおくと式(A.2.24)の解は

$$q = \frac{(f1^2 + f2^2 + 1) \pm \sqrt{(f1^2 + f2^2 + 1)^2 - 4f2^2}}{2f2^2} \quad (\text{A.2.25})$$

となる。ただし、 $\cos^2 \beta \leq 1$  なので  $q > 1$  ならば解はない。また、 $(f1^2 + f2^2 + 1)^2 - 4f2^2 < 0$  のときも  $q$  は虚数となり解はない。

$f1 \geq 0$  のとき、 $\beta < 0$  なので式(A.2.25)より式(A.2.26)が解となる。

$$\beta = -\cos^{-1} \left( \sqrt{\frac{(f1^2 + f2^2 + 1) \pm \sqrt{(f1^2 + f2^2 + 1)^2 - 4f2^2}}{2f2^2}} \right) \quad (\text{A.2.26})$$

$f1 \geq 0$  のとき、 $\beta < 0$  なので式(A.2.27)が解となる。

$$\beta = \cos^{-1} \left( \sqrt{\frac{(f1^2 + f2^2 + 1) \pm \sqrt{(f1^2 + f2^2 + 1)^2 - 4f2^2}}{2f2^2}} \right) \quad (\text{A.2.27})$$

解法 1 で求めた解は  $\alpha 1$ 、 $\beta 1$  とする。

(解法 2) 式(A.2.11)の③、④、⑤、⑥から  $\alpha$  と  $\beta$  を求める。

式(A.2.28)のように  $f3$  を定義する。式(A.2.11)の③、④、⑤、⑥を式(A.2.28)に代入して  $G$  と  $H$  を消去する。

$$f3 = \frac{2(D4^{obs} D7^{obs} + D5^{obs} D8^{obs})}{D4^{obs^2} + D5^{obs^2} - D7^{obs^2} - D8^{obs^2}} = \frac{2 \cos \alpha \sin \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} \quad (\text{A.2.28})$$

さらに、 $f3$  を用いて式(A.2.29)のように  $f4$  を定義すると  $\beta$  も消去できる。

$$f4 = \frac{\sqrt{f3^2 + 1} - 1}{f3} = \tan \alpha \quad (\text{A.2.30})$$

したがって、式(A.2.31)から  $\alpha$  が求められる。

$$\alpha = \tan^{-1} f4 \quad (\text{A.2.31})$$

式(A.2.32)のように  $f5$  を定義する。式(A.2.11)の③、④、⑤、⑥を式(A.2.32)に代入して  $G$  と  $H$  を消去する。

$$f5 = \frac{D7^{obs} - D4^{obs} f4}{D5^{obs} + D8^{obs} f4} = -\sin \beta \quad (\text{A.2.32})$$

したがって、式(A.2.33)から  $\beta$  が求められる。

$$\beta = -\sin^{-1} f5 \tag{A.2.33}$$

(解法 3)

解法 3 についても解法 1 や解法 2 と同様の方法で求めることができる。ただし、解法 1 と解法 2 に比べて解法 3 で求められる  $\alpha$  と  $\beta$  の算出精度は最小二乗法によるフィッティングで生じる誤差に強く依存する。解法 3 では、 $\alpha$  と  $\beta$  の誤差が大きくなるので、データ解析では用いていない。ここでは例として  $\beta$  の誤差について見積もった結果を以下に示す。

この解析では、スピン座標系で観測される未知数の磁場振幅(A, A, 0)を式(A.1.24)の左辺に、観測データをフィッティングすることにより得られた磁場振幅(A1x, A1y, A1z)を右辺に代入し、 $\alpha$  と  $\beta$  を求めている。ここで、A1x は $\sqrt{(D1^2+D2^2)}$ 、A1y は $\sqrt{(D4^2+D5^2)}$ 、A1z は $\sqrt{(D7^2+D8^2)}$ である。解法 1 では式(A.1.24)の上段と下段を、解法 2 では式(A.1.24)の中段と下段を用いている。解法 3 では上段と中段を用いて  $\alpha$  と  $\beta$  を算出している。

$\alpha$  が  $0^\circ$ 、 $\beta$  もおよそ  $0^\circ$ 、A1x と A1y に比べて A1z が小さいと仮定したとき、解法 1 と解法 3 で求められる  $\beta$  は、それぞれ式(A.2.34)と式(A.2.35)のように近似できる。

$$\beta = \tan^{-1}\left(-\frac{A1z}{A1x}\right) \tag{A.2.34}$$

$$\beta = \cos^{-1} \frac{A1x}{A1y} \tag{A.2.35}$$

フィッティング誤差 ( $\Delta A1x$ ,  $\Delta A1y$ ,  $\Delta A1z$ ) があるとし、テイラー展開により  $\beta$  の誤差  $\Delta \beta$  を計算すると、それぞれ式(A.2.36)と式(A.2.37)となる。さらに、実際の観測データから求めたフィッティングパラメータ (A1x と A1y を 30000 nT, A1z を 100 nT) を代入すれば、式(A.2.37)より解法 3 における  $\beta$  の誤差は  $2^\circ$  以上になることがわかる。

$$\begin{aligned} \Delta\beta &= \left| \frac{1}{1+\left(\frac{A1z}{A1x}\right)^2} \left(-\frac{1}{A1x}\right) \right| \Delta A1z + \left| \frac{1}{1+\left(\frac{A1z}{A1x}\right)^2} \left(-\frac{A1z}{A1x^2}\right) \right| \Delta A1x \\ &\approx \frac{1}{1+\left(\frac{100}{30000}\right)^2} \left(\frac{1}{30000}\right) + \frac{1}{1+\left(\frac{100}{30000}\right)^2} \left(\frac{100}{30000^2}\right) 300 \\ &\approx 0.004^\circ \end{aligned} \tag{A.2.36}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta\beta &= \left| -\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{A1x}{A1y}\right)^2}}\left(-\frac{1}{A1y}\right)\Delta A1x \right| + \left| -\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{A1x}{A1y}\right)^2}}\left(-\frac{A1x}{A1y^2}\right)\Delta A1y \right| \\
 &\approx \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{29995}{30000}\right)^2}}\left(\frac{1}{30000}\right)300 + \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{29995}{30000}\right)^2}}\left(\frac{300}{30000^2}\right)300 \\
 &\approx 32^\circ
 \end{aligned}
 \tag{A.2.37}$$

### A.3 スピン軸方向の磁場オフセット $C_z$ の導出方法

図 A.3.1 (再掲) のようにスピン面内の地磁気成分  $A$  とスピン軸 ( $O_{sz}$  軸) 方向の地磁気成分  $B_z$  から求められる磁場強度が IGRF2010 モデルの全磁力  $\mathbf{F}_{igrf}$  に等しいと仮定した。この仮定から地磁気成分  $B_z$  が求められ、地磁気姿勢角  $\theta$  を計算できる。

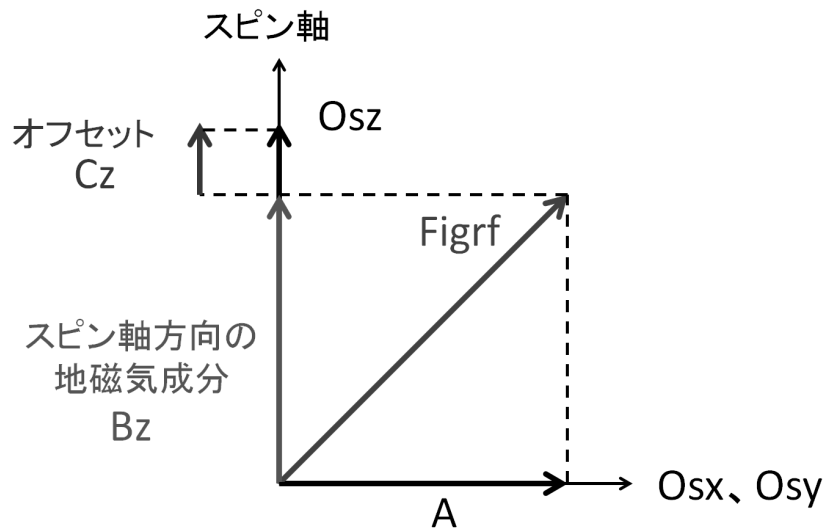


図 A.3.1 スピン軸方向のオフセット算出原理。

図はスピン軸を上向きにとったときのスピン座標系を表しており、スピン面は紙面に垂直である。A はスピン面内磁場、 $\mathbf{F}_{igrf}$  は IGRF モデルから計算した全磁力である。

- ・ スピン面内磁場  $A$  を求める。

A.2 で求めた  $\alpha$  と  $\beta$  を用いて、他の未知数  $G$  と  $H$  についても 2 つの独立な解を得られる。スピン面内磁場  $A$  は  $\sqrt{G^2+H^2}$  により求められるので、スピン面内磁場  $A$  も独立な 2 つの解を得られる。

- スピン軸方向の地磁気成分  $B_z$  を求める.

IGRF モデルの全磁力  $\mathbf{Figrf}$  とスピン面内磁場  $\mathbf{A}$  を式(A.3.1)に代入し, スピン軸方向の地磁気成分  $B_z$  を求める.

$$B_z = \pm \sqrt{Figrf^2 - A^2} \quad (\text{A.3.1})$$

- センサ座標系の磁場をスピン座標系に変換し, スピン軸方向の観測磁場  $\mathbf{B}z^{obs}$  を求める.  
求めた  $\alpha$  と  $\beta$ , 式(A.1.24)を用いて式(A.2.9)に示した O1 座標系の磁場をスピン座標系に変換すると式(A.3.2)を得る.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} Osx^{obs} \\ Osy^{obs} \\ Osz^{obs} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta & -\cos \alpha \sin \beta \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \beta & -\sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Olx^{obs} \\ Oly^{obs} \\ Olz^{obs} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta & -\cos \alpha \sin \beta \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \beta & -\sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D1^{obs} \sin \omega t + D2^{obs} \cos \omega t + D3^{obs} \\ D4^{obs} \sin \omega t + D5^{obs} \cos \omega t + D6^{obs} \\ D7^{obs} \sin \omega t + D8^{obs} \cos \omega t + D9^{obs} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \rho 1 \sin \omega t + \rho 2 \cos \omega t + \rho 3 \\ \rho 4 \sin \omega t + \rho 5 \cos \omega t + \rho 6 \\ \rho 7 \sin \omega t + \rho 8 \cos \omega t + \rho 9 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.3.2})$$

ここで, 各成分の磁場振幅とオフセットを式(A.3.3)の  $\rho 1$  から  $\rho 9$  で置き換える.

$$\begin{aligned} \rho 1 &= D1^{obs} \cos \beta + D4^{obs} \sin \alpha \sin \beta - D7^{obs} \cos \alpha \sin \beta \\ \rho 2 &= D2^{obs} \cos \beta + D5^{obs} \sin \alpha \sin \beta - D8^{obs} \cos \alpha \sin \beta \\ \rho 3 &= D3^{obs} \cos \beta + D6^{obs} \sin \alpha \sin \beta - D9^{obs} \cos \alpha \sin \beta \\ \rho 4 &= D4^{obs} \cos \alpha + D7^{obs} \sin \alpha \\ \rho 5 &= D5^{obs} \cos \alpha + D8^{obs} \sin \alpha \\ \rho 6 &= D6^{obs} \cos \alpha + D9^{obs} \sin \alpha \\ \rho 7 &= D1^{obs} \sin \beta - D4^{obs} \sin \alpha \cos \beta + D7^{obs} \cos \alpha \cos \beta \\ \rho 8 &= D2^{obs} \sin \beta - D5^{obs} \sin \alpha \cos \beta + D8^{obs} \cos \alpha \cos \beta \\ \rho 9 &= D3^{obs} \sin \beta - D6^{obs} \sin \alpha \cos \beta + D9^{obs} \cos \alpha \cos \beta \end{aligned} \quad (\text{A.3.3})$$

スピン軸方向の観測磁場  $Bz^{obs}$  を DC 成分としているので, 式(A.3.4)の関係が成り立つ.

$$Bz^{obs} = \rho 9 \quad (\text{A.3.4})$$



- スピン軸方向の磁場オフセット  $C_z$  を求める.

式(A.3.5)に示すように観測磁場  $B_z^{obs}$  と  $B_z$  の差から磁場オフセット  $C_z$  が求められる.

$$C_z = B_z^{obs} - B_z \quad (\text{A.3.5})$$

#### A.4 地磁気姿勢角の導出

スピン軸方向の地磁気成分  $B_z$  とスピン面内の磁場  $A$  とのアークタンジェントをとり, 地磁気姿勢角  $\theta$  を求める. 実際に求めた地磁気姿勢角  $\theta$  は, 式(A.4.1)のように反磁場方向とスピン軸のなす角とした.

$$\theta = 180^\circ - \tan^{-1} \frac{|A|}{B_z} \quad (\text{A.4.1})$$

