isas23-sbs-013

FUJIN2 の姿勢制御システムの開発と評価

Development and Evaluation of FUJIN2 Attitude Control System

西出 太郎 (金大院) , 川筋 直樹 (金大院) , 中野 壽彦 (大分高専) , 今井 正尭 (東大) , 濱本 昴 (北大院) , 大野 辰遼 (北大院) , 高木 聖子 (北大) , 佐藤 光輝 (北大) , 高橋 幸弘 (北大) , 河野 大輔 (立教大院) , 田口 真 (立教大) , 莊司 泰弘 (金大)

近年，成層圏気球望遠鏡を用いたミッションは高度化しており，長時間かつ高精度な観測が求められる．FUJIN2 においても望遠鏡の指向制御は重要であり，高精度な追従機能が求められる．しかし，ゴンドラが非常に長い吊り紐に吊るされているため，気球まわりに気流の変化が発生すると，フライトシステムに振動や吊り紐にねじれが発生し，観測や実験に悪影響を与える．したがって，その振動やねじれを減衰・補償する必要がある．本研究では，FUJIN2 における高精度な目標天体の追従制御と，フライトシステムに発生する振動やねじれを減衰・補償する制御の検証を行った．

Key Words: Balloon-borne telescope, Pointing Control, Numerical Simulation, Control Moment Gyro

1. 緒論

1.1. 研究背景

成層圏における科学観測や工学実験では，ヘリウムガス気球が世界で広く利用される．このような気球フライトシステムは，気球・吊り紐・ゴンドラの 3 つから構成されており，気球から長い吊り紐によって吊るされているゴンドラ上に望遠鏡といった観測機器が搭載される．このような気球望遠鏡は天文観測に適したプラットフォームとして利用されることが多い．気球望遠鏡の利点は，地上の望遠鏡とは違って，天候に左右されずに安定して観測が可能であること．また，地上望遠鏡では他の利用者とのスケジュール調整が必要であるが，気球望遠鏡ではそのような利用時間の縛りがない．他にも，気球望遠鏡はオゾン層より上部まで上昇するため，紫外線が吸収されずに観測が可能である．

FUJIN2 では，気球望遠鏡を用いて地球の成層圏から，太陽系の惑星を紫外線から赤外線までの波長域で長時間観測することを目的としている．ミッション要求は，金星の雲の最上層にある未知の紫外線吸収物質の特定である．目標天体の追従において，Azimuth(方位角) 制御は，角運動量交換型アクチュエータである Control Moment Gyro(CMG) を用いてトルクを発生させ姿勢変更を行う．Elevation(仰角) 制御は，望遠鏡の仰角回転軸に取り付けられたモータを回転させ制御を行う．Azimuth 制御の際，ゴンドラを回転させると吊り紐がねじれる．そこで吊り紐とゴンドラの接続点に取り付けられた DCP を回転させることで，吊り紐のねじれを解消する制御を行う．また，Elevation 制御の際，望遠鏡の姿勢変更時の反作用によって振動が発生する．そこで，反作用トルクを推測し CMG から出力させることで，振動を補償する制御を行う．

CMG とは，ホイールの回転軸をジンバル角まわりに傾けることにより発生するジャイロトルクを出力トルクとして利用する．CMG は高トルクを発生できるが，特異点というジンバル角の組み合わせによってトルクを発生できない方向が存在する状態に陥ってしまうことがある．そのため，CMG を用いて制御を行う場合，CMG の操作方法であるステアリング則を設計する際に，この特異点を考慮する必要がある．

これまでに姿勢制御に関して CMG などの角運動量交換型のアクチュエータを用いた姿勢制御に関する研究が行われてきた．しかし，気球・吊り紐を含めたフライトシステム全体を考慮して，ゴンドラの姿勢制御性能を設計・評価することがなかったため，本研究では，「方位角と仰角の方向制御」+「水平 2 軸の振動抑制制御」の検証を行った．

1.2. 研究目的

本研究では，ゴンドラ上に 4 台の CMG をピラミッド型に搭載した．また，吊り紐とゴンドラの結合部分に DCP，望遠鏡の仰角軸にモータを搭載した．これらを用いて，システムの振動やねじれを減衰・補償しながら，誤差 0.01[deg] 以内の高精度な目標天体の追従を行うことを目的とする．

2. 理論

2.1. モデリング

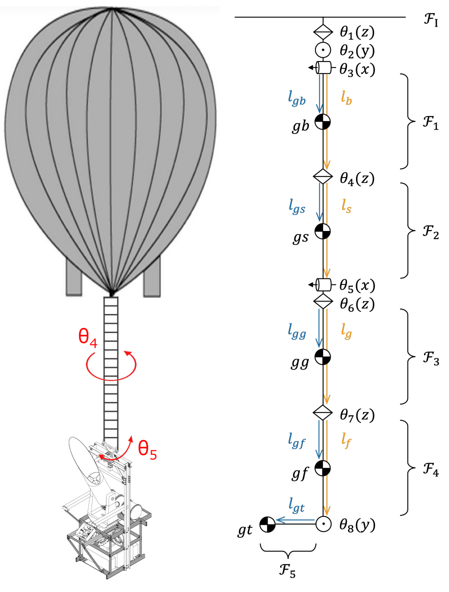

Fig. 1. FUJIN2 のモデリング

図 (1) に本研究で使用したフライトシステムのモデル，図 (2) にゴンドラ部のモデルを示す．このフライトシステムは 5 つの剛体が接続された状態であり，上から順に気球 (B1)，吊り紐 (B2)，ゴンドラ (B3)，望遠鏡架台 (B4)，望遠

鏡 (B5) である．基準となる慣性系を $\mathcal{F}_{\mathrm{I}}$ とし，各剛体に固定された座標系を上から順に $\mathcal{F}_1 \sim \mathcal{F}_5$ と定義する．$\mathcal{F}_{\mathrm{I}}$ は上方向を $+z$ とし，$\mathcal{F}_1 \sim \mathcal{F}_5$ の基底ベクトルは平衡状態においてすべて一致しているものとする．各座標系の交点を上から順に Joint1〜Joint5 とし，各座標系の原点は 1 つ上の剛体との接続点におく．

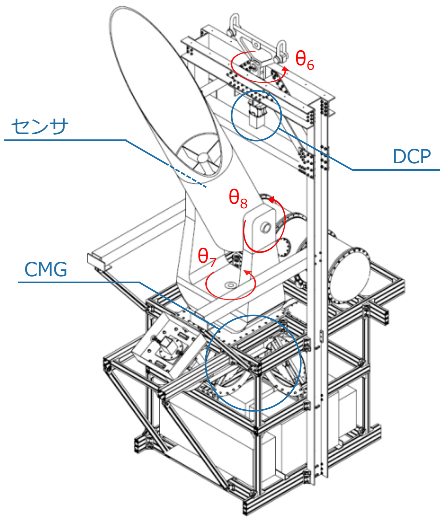

Fig. 2.　FUJIN2 のゴンドラ

モデリングにおいて座標系を複数定義しているため，各座標系を結びつけるために座標変換行列が必要となる．座標系 B で定義されたベクトルを座標系 A に変換するとき，座標変換行列 C_{AB} を用いて式 (1) のように表される．

$$[\boldsymbol{a}]_{\mathrm{A}} = C_{\mathrm{AB}}[\boldsymbol{a}]_{\mathrm{B}} \tag{1}$$

2.2.　Kinematics

各剛体の重心の位置・並進速度・加速度ベクトルを求めた．並進速度ベクトルと加速度ベクトルは，それぞれ位置ベクトルの 1 階微分，2 階微分で求められる．また，各剛体の慣性系に対する角速度・角加速度ベクトルを求めた．角加速度ベクトルは，角速度ベクトルの 1 階微分で求められる．

ここで，各回転角 $\theta_1 \sim \theta_8$ をベクトルにまとめて一般化座標 $\boldsymbol{\theta}$ として扱うものとする．これを微分したものを一般化速度 $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ とする．

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 & \dot{\theta}_4 & \dot{\theta}_5 & \dot{\theta}_6 & \dot{\theta}_7 & \dot{\theta}_8 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

2.3.　Dynamics

本研究では，フライトシステムの挙動を検証するにあたって，式 (2) に示すケインの運動方程式を用いた．ケインの運動方程式は，並進運動の方程式と回転運動の方程式を合成したような運動方程式のため，ラグランジュの運動方程式やニュートン，オイラーの運動方程式より簡潔であり，多剛体システムの運動を記述するのに適している．ここで $\boldsymbol{V}$ はケインの部分速度，$\boldsymbol{\Omega}$ はケインの部分角速度，M は剛体の質量，J は剛体の慣性行列，$\boldsymbol{F}$ は重心にはたらく力，$\boldsymbol{T}$ は剛体に作用するトルクである．

$$\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}(M\dot{\boldsymbol{v}} - \boldsymbol{F}) + \boldsymbol{\Omega}^{\mathrm{T}}(J\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega}^{\times}J\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{T}) = \boldsymbol{0} \tag{2}$$

各剛体について Kinematics で求めた変数をケインの運動方程式に代入する．これを式展開し $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ と $\ddot{\boldsymbol{\theta}}$ について整理する．さらに状態方程式の形に変形させ，シミュレーションに適用した．

3.　制御

3.1.　制御則の設計

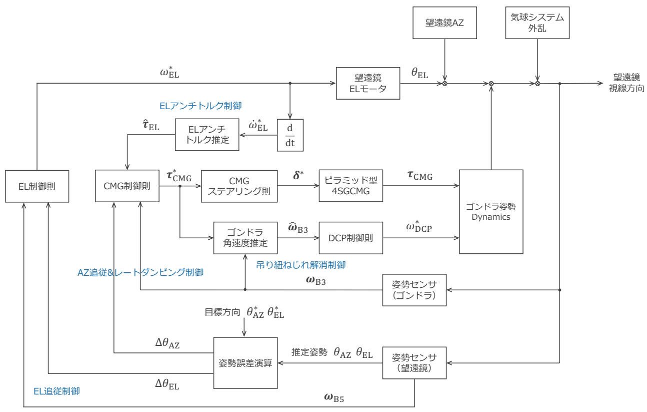

Fig. 3.　制御ブロック図

図 (3) に FUJIN2 の制御ブロック図を示す．FUJIN1 では Azimuth 追従は DCP で制御し CMG はレートダンピングのみを目的としていたが，FUJIN2 では Azimuth 追従とレートダンピングの両方を CMG で制御し，DCP は吊り紐のねじれを解消する目的のみで使用する．ここで $\boldsymbol{e}$ は基底ベクトルを表す．

Azimuth 追従＆レートダンピング制御

Azimuth 追従とレートダンピングに必要なトルクは CMG で出力する．目標値との Azimuth 誤差 $\Delta\theta_{\mathrm{AZ}}$ とゴンドラの 3 軸角速度 $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{B3}}$ を用いて，PD 制御で指令 CMG トルク $\boldsymbol{\tau}^*_{\mathrm{CMG}}$ を計算した．ここで k_p と k_d はゲインである．

$$\boldsymbol{\tau}^*_{\mathrm{CMG}} = -\left(k_p \Delta\theta_{\mathrm{AZ}} \boldsymbol{e}_z + k_d \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{B3}}\right) \tag{3}$$

吊り紐ねじれ解消制御

Azimuth 追従制御においてゴンドラが回転すると，同時に吊り紐がねじれてしまう．そこで，ゴンドラに CMG トルクが入力されたときの z 軸まわりにおけるゴンドラ角速度推定値 $\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{B3}}$ を求める．ゴンドラへのトルク入力と同時に，θ_6 に搭載されている DCP を角速度 ω^*_{DCP} で回転させ，吊り紐のねじれを解消する．

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{B3}} &= J^{-1}_{\mathrm{B3}}(\boldsymbol{\tau}^*_{\mathrm{CMG}} - \boldsymbol{\omega}^{\times}_{\mathrm{B3}} J_{\mathrm{B3}} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{B3}}) \\ \hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{B3}} &= \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{B3}} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{B3}} dt \\ \omega^*_{\mathrm{DCP}} &= \hat{\boldsymbol{\omega}}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{B3}} \boldsymbol{e}_z \end{aligned} \tag{4}$$

Elevation 追従制御

Elevation は θ_8 に搭載されている EL モータを駆動させて制御する．目標値との Elevation 誤差 $\Delta\theta_{\mathrm{EL}}$ と望遠鏡の角速度 $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{B5}}$ の y 成分を用いて，PD 制御で指令 EL 角速度 ω^*_{EL} を計算した．ここで k_p と k_d はゲインである．

$$\omega^*_{\mathrm{EL}} = -\left(k_p \Delta\theta_{\mathrm{EL}} + k_d \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{B5}} \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}_y\right) \tag{5}$$

Elevation アンチトルク制御

Elevation 追従制御において EL モータを動かすと，反作用でゴンドラが y 軸まわりに振動してしまう．そこで，EL モータの回転によって生じたトルク $\hat{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{EL}}$ を推定し，その推定したトルクを CMG によってゴンドラに入力することで振動を抑制する．

$$\hat{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{EL}} = J_{\mathrm{B5}}\dot{\omega}^*_{\mathrm{EL}}\boldsymbol{e}_y$$

したがって，CMG が出力するトルクは，Azimuth 追従＆レートダンピング制御で計算されたトルクに座標変換した Elevation アンチトルクを加えた形となり，式 (6) のように表される．

$$\boldsymbol{\tau}^*_{\mathrm{CMG}} = -\left(k_p\Delta\theta_{\mathrm{AZ}}\boldsymbol{e}_z + k_d\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{B3}} + C_z(\theta_8)\hat{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{EL}}\right) \tag{6}$$

3.2. CMG ステアリング則

ステアリング則とは，目標トルクから制御入力である指令ジンバル角速度を求める計算則のことである．制御則で計算されたトルクを CMG システムから出力するために必要なジンバル角速度を考える．

ピラミッド型 CMG システムが出力するトルクは式 (7) で表される．ここで，h_m は CMG それぞれが持つ角運動量の大きさ，$\boldsymbol{A}$ はヤコビアン行列，$\boldsymbol{\delta}$ は 4 つの CMG のジンバル角を並べたベクトルである．

$$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{CMG}} = -h_w\boldsymbol{A}\dot{\boldsymbol{\delta}} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -c\beta\, c\delta_1 & s\delta_2 & c\beta\, c\delta_3 & -s\delta_4 \\ -s\delta_1 & -c\beta\, c\delta_2 & s\delta_3 & c\beta\, c\delta_4 \\ s\beta\, c\delta_1 & s\beta\, c\delta_2 & s\beta\, c\delta_3 & s\beta\, c\delta_4 \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \delta_4 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

この式より，目標トルクが $\boldsymbol{\tau}^*$ のとき，ジンバル角速度 $\dot{\boldsymbol{\delta}}^*$ を次のように求めることができる．

$$\dot{\boldsymbol{\delta}}^* = -\frac{1}{h_w}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{\tau}^* \tag{9}$$

ここでジンバル角速度 $\dot{\boldsymbol{\delta}}$ を求めるには，ヤコビアン行列 $\boldsymbol{A}$ の逆行列 $\boldsymbol{A}^{-1}$ が必要である．逆行列が存在するためには $\boldsymbol{A}$ が正方行列である必要があるが，$\boldsymbol{A}$ は 3 × 4 行列のため逆行列を求めることができない．そこで，式 (11) に示すムーア・ペンローズの擬似逆行列 $\boldsymbol{A}^+$ を用いることで，目標トルクが $\boldsymbol{\tau}^*$ のときのジンバル角速度 $\dot{\boldsymbol{\delta}}^*$ を求めることができる．

$$\dot{\boldsymbol{\delta}}^* = -\frac{1}{h_w}\boldsymbol{A}^{+}\boldsymbol{\tau}^* \tag{10}$$

$$\boldsymbol{A}^+ = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})^{-1} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\frac{\mathrm{adj}(\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})}{\det(\mathrm{AA}^{\mathrm{T}})} \tag{11}$$

また，式 (12) で表される特異度 m というパラメータを定義する．m が小さいほど特異点に近い状態となり，特異点では $m = 0$ となる．

$$m = \sqrt{\det(\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})} \tag{12}$$

CMG システムが特異点に陥った場合，すなわち $\mathrm{Rank}(\boldsymbol{A}) \leqq 2$ となって出力可能なトルクが 3 次元から 2 次元へと減少するとき，$\det(\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}) = 0$ となる．よって，式 (11) より $\boldsymbol{A}^+$ の分母が 0 となるためジンバル角速度 $\dot{\boldsymbol{\delta}}^*$ を求めることができない．

これまでに特異点を回避するための手法が多く提案されている．本研究では以下の 2 つの手法を用いて特異点を回避した．

Generalized SR Inverse 法

Generalized SR Inverse 法は，式 (13) で表されるような一般化 SR 逆行列 $\boldsymbol{A}^\#$ を用いる．特異度 m が任意の値を下回ったとき，意図的に誤差値 $(\lambda\boldsymbol{E})$ を加えることで，特異点においてもトルクを発生させ，特異点を回避する方法である．

$$\boldsymbol{A}^\# = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} + \lambda\boldsymbol{E})^{-1} \tag{13}$$

$$\lambda = \lambda_0 \exp\left(-\mu m^2\right)$$

$$\boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} 1 & \epsilon_3 & \epsilon_2 \\ \epsilon_3 & 1 & \epsilon_1 \\ \epsilon_2 & \epsilon_1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_i = \epsilon_0 \sin\left\{\frac{\pi}{2}(t-i)\right\} \quad (*\, i = 1, 2, 3)$$

これより，ジンバル角速度 $\dot{\boldsymbol{\delta}}^*$ は式 (14) のように求めることができる．

$$\dot{\boldsymbol{\delta}} = -\frac{1}{h_w}\boldsymbol{A}^\#\boldsymbol{\tau}^* \tag{14}$$

Null Motion 法

Null Motion とは，正味のトルクを発生させずにジンバル角を動かす動作のことである．特異点に近づいた場合，Null Motion を用いて特異点から離れたジンバル角の組み合わせに動かすことで，特異点を回避する方法である．Null Motion の式は様々な方法で得られることが多いが，一般的には式 (15) で表されることが多い．ここで，ρ は $f(\boldsymbol{\delta})$ を最小化するような関数，$\boldsymbol{d}$ は任意の非零ベクトルである．

$$\dot{\boldsymbol{\delta}}_{\mathrm{null}} = \rho(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}^\#\boldsymbol{A})\boldsymbol{d} \tag{15}$$

本研究では，Null Motion を任意のジンバル角に収束させる目的で導入した．式 (16) ように，$\boldsymbol{d}$ には任意のジンバル角の組み合わせに収束するようなフィードバック導入し，また，ρ には $\Delta\theta_{\mathrm{AZ}}$ の値が小さいほど Null Motion の効きを強くすることで，相対的にトルク誤差の割合を小さくする設計とした．これは，方位角が目標方向に近づいている状態で，余計なトルク誤差を発生させないためである．

$$\dot{\boldsymbol{\delta}}_{\mathrm{null}} = \rho(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}^\#\boldsymbol{A})(\boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\delta}^*) \tag{16}$$

$$\rho = \exp\left\{-(\Delta\theta_{\mathrm{AZ}})^2\right\}$$

以上より，ステアリング則の出力として得られる指令ジンバル角速度は式 (17) で表される．

$$\dot{\boldsymbol{\delta}} = -\frac{1}{h_w}\boldsymbol{A}^\#\boldsymbol{\tau}^* - \dot{\boldsymbol{\delta}}_{\mathrm{null}} \tag{17}$$

4. シミュレーション結果

MATLAB を用いてシミュレーションを行った．表 (1) にシミュレーション条件を示す．$\theta_1 \sim \theta_8$ と $\dot{\theta}_1 \sim \dot{\theta}_8$ の初期値はすべて 0 とし，Azimuth の目標値を 60 [deg]，Elevation の目標値を 30 [deg] とした．また，PD 制御におけるゲインは，$k_{p(\mathrm{AZ})} = 250$，$k_{d(\mathrm{AZ})} = 650$，$k_{p(\mathrm{EL})} = 0.6$，$k_{d(\mathrm{EL})} = 0.6$ とした．

Table 1.　シミュレーション条件

気球 (B1)	M_1=700, l_{gb}=[0 0 -5.0]$^{\mathrm{T}}$, l_{gb}=[0 0 -50.0]$^{\mathrm{T}}$ J_{B1}=diag[1.167e6 1.167e6 1.167e6]
吊り紐 (B2)	M_2=70, l_{gs}=[0 0 -21.0]$^{\mathrm{T}}$, l_{gb}=[0 0 -70.0]$^{\mathrm{T}}$ J_{B2}=diag[2.859e4 2.859e4 4.375]
ゴンドラ (B3)	M_3=1400, l_{gg}=[0 0 -2.625]$^{\mathrm{T}}$, l_{gb}=[0 0 -2.5]$^{\mathrm{T}}$ J_{B1}=diag[5.885e3 5.885e3 0.336e3]
架台 (B4)	M_4=70, l_{gf}=[0 0 -0.3]$^{\mathrm{T}}$, l_{gb}=[0 0 -1.0]$^{\mathrm{T}}$ J_{B1}=diag[23.86 23.86 3.383]
望遠鏡 (B5)	M_5=50, l_{gt}=[0.2 0 0]$^{\mathrm{T}}$ J_{B5}=diag[3.907 1.3 3.907]

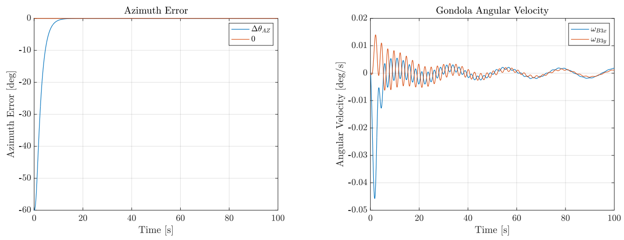

Fig. 4.　Azimuth 追従＆レートダンピング制御結果

4.1.　Azimuth 追従＆レートダンピング制御

グラフ (4) に Azimuth 追従とレートダンピング制御の結果を示す．左上図は Azimuth 誤差，右上図はゴンドラ x 軸，y 軸まわりの角速度，下図は CMG 出力トルクである．Azimuth 誤差は 0.01[deg] 以内に収束し，ゴンドラの角速度が減衰した．

4.2.　吊り紐ねじれ解消制御

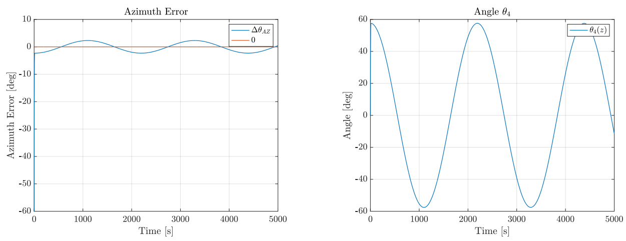

Fig. 5.　吊り紐ねじれ解消制御なし結果

グラフ (5) に吊り紐ねじれ解消制御を導入しない場合の結果を示す．左図は Azimuth 誤差，右図は吊り紐のねじれ (θ_4) である．吊り紐のねじれが発生し，Azimuth 誤差も振動している．

4.3.　Elevation 追従制御

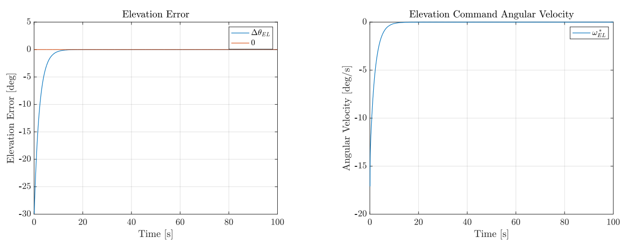

Fig. 6.　Elevation 追従制御結果

グラフ (6) に Elevation 追従制御の結果を示す．左図は Elevation 誤差，右図は Elevation 指令角速度である．Elevation 誤差は 0.01[deg] 以内に収束した．

4.4.　Elevation アンチトルク制御

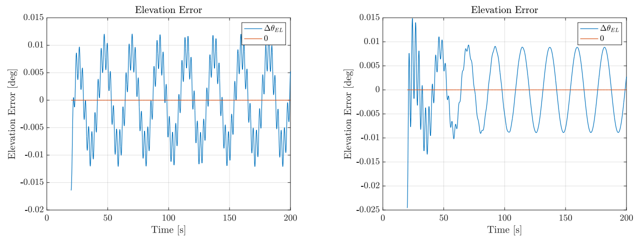

Fig. 7.　Elevation アンチトルク制御結果

グラフ (7) に Elevation アンチトルク制御の結果を示す．左右の図はともに Elevation 誤差を表しており，左図は制御なし，右図は制御ありの結果を示す．制御を導入することで，余分な振動が除去され，振幅も縮小して誤差は 0.01[deg] 以内に収束した．

5.　結論

Azimuth と Elevation の追従制御において，0.01[deg] 以内の精度を達成することができた．また，CMG によるレートダンピングに成功し，Azimuth 追従制御による吊り紐のねじれを解消，Elevation 追従制御による反作用で発生する振動を抑制することができた．

今後は，室内でゴンドラをクレーンで吊るし，Azimuth と Elevation の制御を行う．また，屋外で実際の天体を用いて追従制御する予定である．

References

1) Haruhisa Kurokawa. : Constrained Steering Law of Pyramid-Type Control Moment Gyros and Ground Tests, *JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS.*, Vol. 20, No. 3, (1997), pp. 445–449.
2) Bong Wie. : Singularity Robust Steering Logic for Redundant Single-Gimbal Control Moment Gyros, *JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS.*, Vol. 24, No. 5, (2001), pp. 865–872.
3) Bong Wie. : Singularity Analysis and Visualization for Single-Gimbal Control Moment Gyro Systems, *JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS.*, Vol. 27, No. 2, (2004), pp. 271–282.
4) Haruhisa Kurokawa. : Survey of Theory and Steering Laws of Single-Gimbal Control Moment Gyros, *JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS.*, Vol. 30, No. 5, (2007), pp. 1331–1340.