

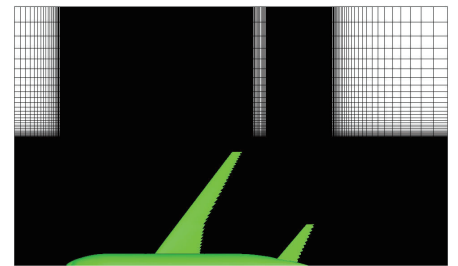
圧縮性流れにおける 直交カットセル法の改良

岩手大学工学部 竹田裕貴
馬場直樹
上野和之

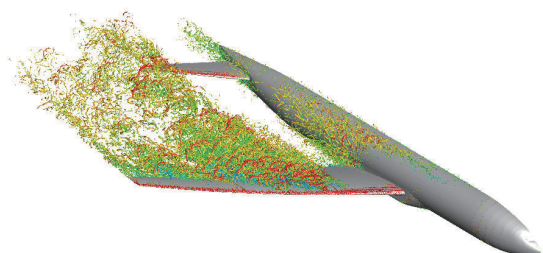
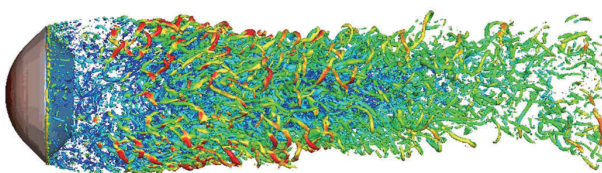
1

直交格子を用いたCFD

- 格子生成コストが低く、格子生成の自動化が容易
- 高次精度計算が比較的容易
- ボクセル法や埋め込み境界法、カットセル法などの手法
- ボクセル法における階段近似や埋め込み境界法における質量・エネルギー保存など既知の課題が存在

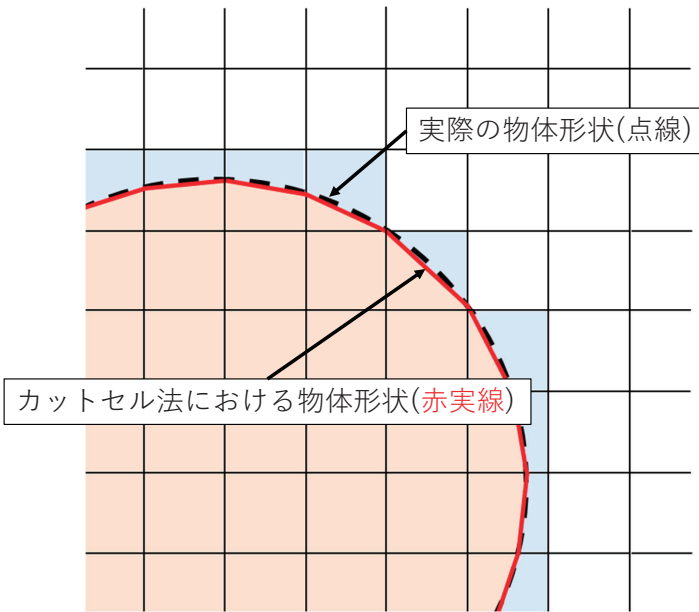


ベンチマーク的な問題を通した性能評価はいまだ十分とはいえない状況



2

直交カットセル法



直交格子の特長である

- 格子生成の完全自動化
- ロバストな格子生成

物体の形状に応じて計算セルを**カット**

- ボクセル法に比べてなめらかな形状表現が可能
- IB法では満足しない 質量・エネルギー保存則を満足

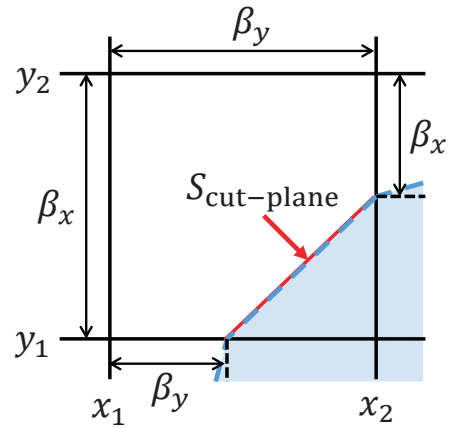
直交カットセル法の基礎方程式と壁面流束

$$\frac{d(\alpha Q)}{dt} + \frac{[\beta_x(\bar{E}_a - \bar{E}_d)]_{x_1}^{x_2}}{x_2 - x_1} + \frac{[\beta_y(\bar{F}_a - \bar{F}_d)]_{y_1}^{y_2}}{y_2 - y_1} = \frac{S_{\text{cut-plane}}}{V} \sigma$$

$$\sigma = \begin{Bmatrix} 0 \\ pn_x - \tau_{wx} \\ pn_y - \tau_{wy} \\ q_w \end{Bmatrix}, \quad S_{\text{cut-plane}} = \sqrt{([\beta_x]_{x_1}^{x_2} S_x)^2 + ([\beta_y]_{y_1}^{y_2} S_y)^2}$$

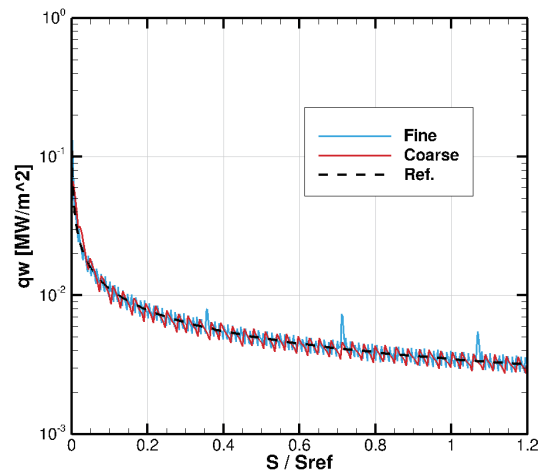
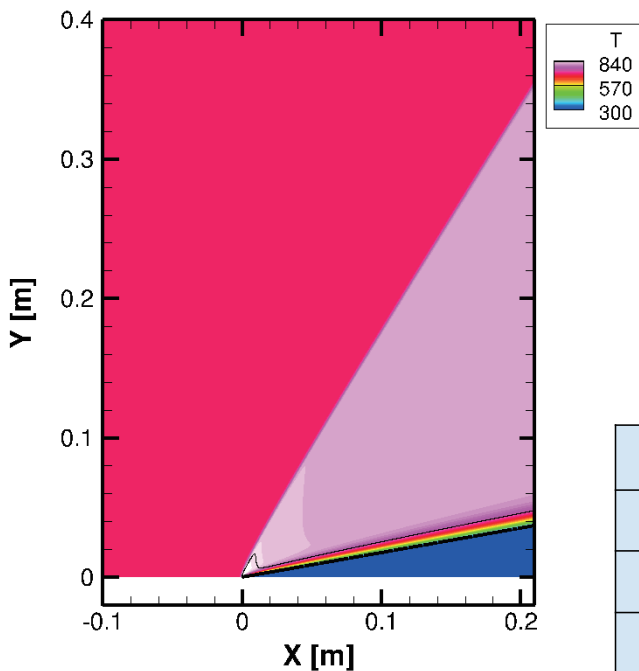
$$n_x = \frac{[\beta_x]_{x_1}^{x_2} S_x}{S_{\text{cut-plane}}}, \quad n_y = \frac{[\beta_y]_{y_1}^{y_2} S_y}{S_{\text{cut-plane}}}$$

σ : 壁面流束(壁-空気間相互作用)
 α : セル内気相体積分率($0 \leq \alpha \leq 1$),
 β : セルインターフェース気相面積分率($0 \leq \beta \leq 1$),
 $V = \Delta x \Delta y \Delta z, \quad S_x = \Delta y \Delta z, \quad S_y = \Delta x \Delta z$



- 格子解像で表面積は正しい表面積に収束する
- 面が閉じる ($\sum n S_{\text{cut-plane}} = 0$)

第3回直交格子CFD-WSの結果



	Σ_{q_w} [kW]	error
Fine	0.7573	0.486%
Coarse	0.7404	2.71%
Ref.	0.7610	—

5

カットセル法とCFL条件

陽解法の時間刻み Δt は Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) 条件によって制約

$$\Delta t = \min_{\text{all cell}} \left(\frac{C\Delta x}{u+a} \right), C < 1$$

境界適合格子では、境界層内部の扁平なセルの壁面法線方向の格子幅が Δt を決定

- 計算速度を制約するが、Courant 数 C を適切にとれば CFL 条件に起因する不安定化はしにくい

カットセル法では、カットされたセルにおける事実上の格子幅 ($< \Delta x$) が CFL 条件を支配

- 原理的には無限に薄いセルが存在しうる
= C をどこまで小さくとっても CFL 条件を満足しない可能性がある
- 実用上はスモールセルに対してセルマージを行って不安定性を解消

6

セルマージ

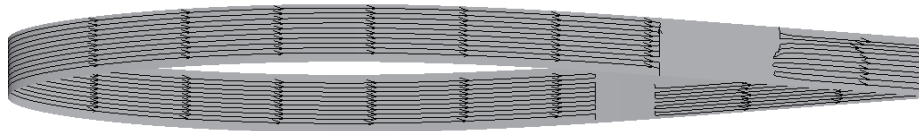
スモールセル (SC) における保存量を隣接ラージセル (LC) と合算・按分

$$(\alpha Q)_{\text{total}} = (\alpha Q)_{\text{SC}} + (\alpha Q)_{\text{LC}}, \quad \alpha_{\text{SC}} \ll \alpha_{\text{LC}}$$

$$(\alpha Q)_{\text{SC,merged}} = \frac{\alpha_{\text{SC}}}{\alpha_{\text{SC}} + \alpha_{\text{LC}}} (\alpha Q)_{\text{total}}, \quad (\alpha Q)_{\text{LC,merged}} = \frac{\alpha_{\text{LC}}}{\alpha_{\text{SC}} + \alpha_{\text{LC}}} (\alpha Q)_{\text{total}}$$

- 合算・按分の前後で保存性に影響せず
- 単純に按分しているため、粘着条件を考慮していない (壁面における運動量 $\neq 0$)

対称翼まわりの遷音速流れにおいて衝撃波直後で表面流線が消える現象が発生
→翼面上において吸い込みが発生している？



7

粘着条件を考慮したセルマージの実装

- 質量保存則は従来のセルマージと同じ

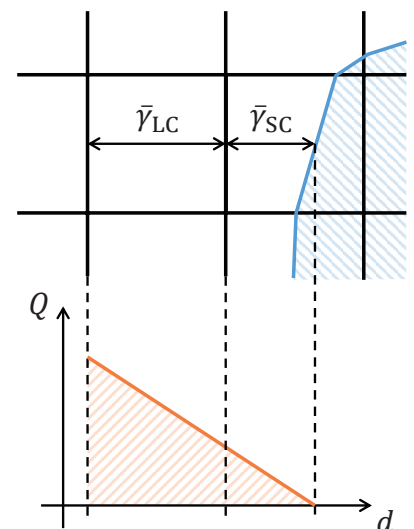
- 運動量保存則

$$(\alpha Q)_{\text{total}} = (\alpha Q)_{\text{SC}} + (\alpha Q)_{\text{LC}}$$

$$(\alpha Q)_{\text{SC,merged}} = \frac{\alpha_{\text{SC}} \bar{\gamma}_{\text{SC}}^2 (\alpha Q)_{\text{total}}}{\alpha_{\text{SC}} \bar{\gamma}_{\text{SC}}^2 + \alpha_{\text{LC}} (2\bar{\gamma}_{\text{SC}} \bar{\gamma}_{\text{LC}} + \bar{\gamma}_{\text{LC}}^2)}$$

$$(\alpha Q)_{\text{LC,merged}} = (\alpha Q)_{\text{total}} - (\alpha Q)_{\text{SC,merged}}$$

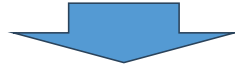
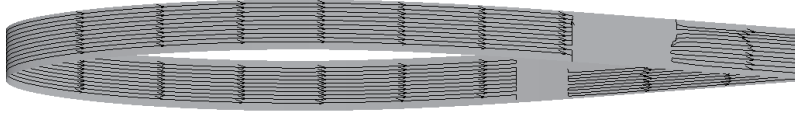
- エネルギー保存則は内部エネルギーと運動エネルギーに分離
 - 内部エネルギーは従来どおり
 - 運動エネルギーは質量・運動量保存則のセルマージ結果から決定



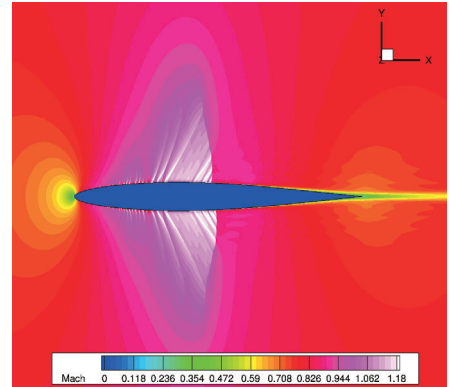
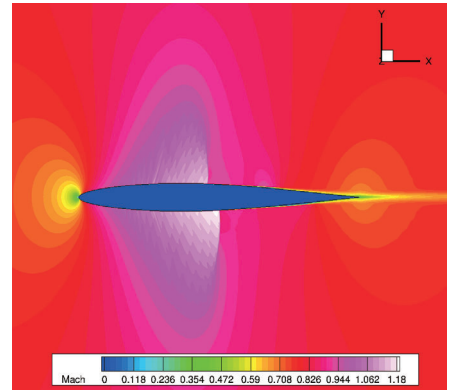
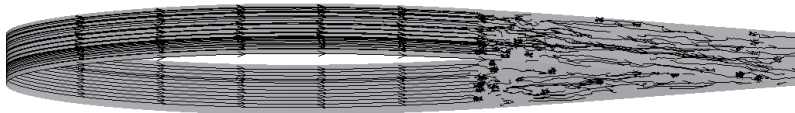
8

吸い込みの改善と数値振動の発生

セルマージすべり条件



セルマージ粘着条件



本研究の目的

将来的なセルマージを排除した時間発展法の開発に向けて、セルマージが壁面上の熱流束分布に与える影響を調査する

Brahmacharyら（2021）と同条件の $M_\infty = 8.03$ の半円柱まわりの流れの数値解析

- 熱流束評価の比較

セルマージを行わない場合における計算能力の調査

- 計算が可能な Courant 数の限界の調査
- セルマージを行った場合との結果の比較

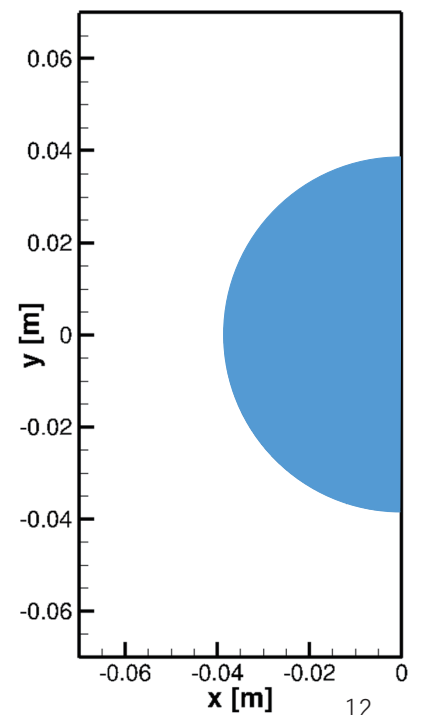
計算手法

解析手法	セル中心有限体積法
物体表面の取り扱い	レベルセットベース直交カットセル法
保存方程式	圧縮性オイラー方程式
数値流束	SLAU法
計算精度	5次精度MUSCL+Thornberらによる修正
粘性流束	二次精度中心差分
時間発展方式	2次精度TVD Runge-Kutta
壁面剪断応力・熱流束の評価方法	Image Pointを用いた勾配評価

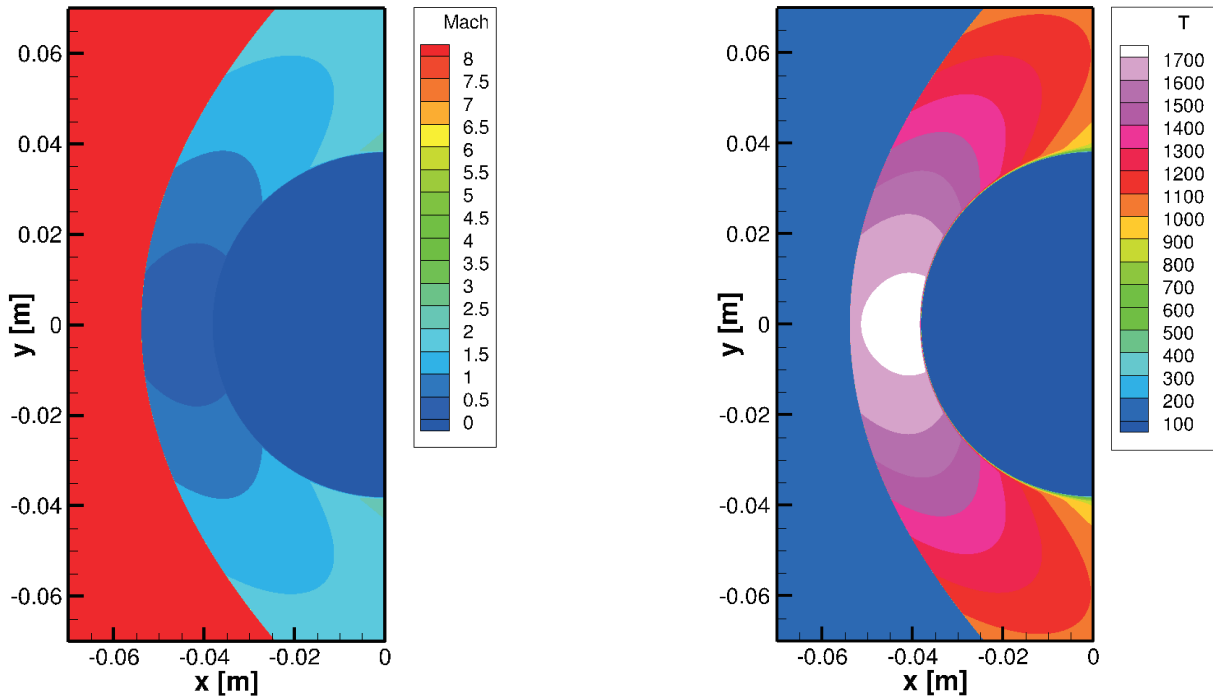
11

計算条件

主流マッハ数	8.03	
主流レイノルズ数	3.67×10^5	
主流温度 [K]	124.94	
壁面温度 [K]	294.44	
円柱直径 D [m]	0.0381	
計算領域(等間隔) [m]	$-0.07 \leq x \leq 0$	
	$-0.07 \leq y \leq 0.07$	
Δx [m]	$1.4 \times 10^{-5}, 0.7 \times 10^{-5}$	
セルレイノルズ数	67.4, 33.7	
Courant 数	セルマーシあり	0.2
	セルマーシなし	0.05, 0.01

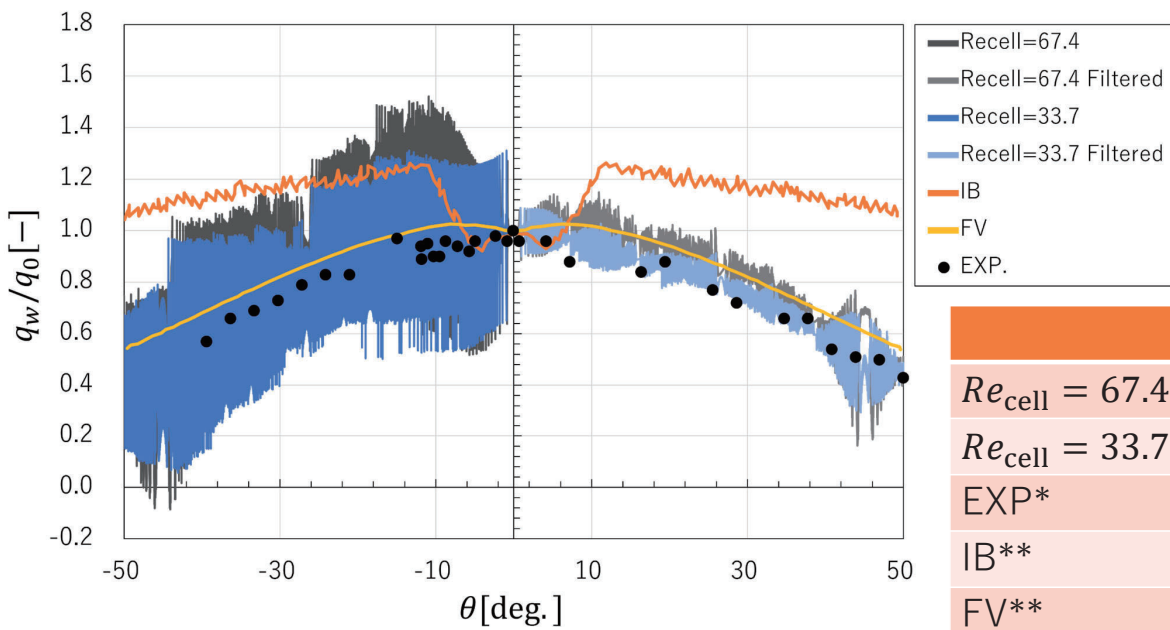


流れ場の作図結果 ($Re_{cell} = 33.7$)



13

熱流束の比較



	q_0 [W/cm ²]
$Re_{cell} = 67.4$	45.4
$Re_{cell} = 33.7$	48.6
EXP*	72
IB**	5.58
FV**	62

*Wieting, NASA-TR, 1987

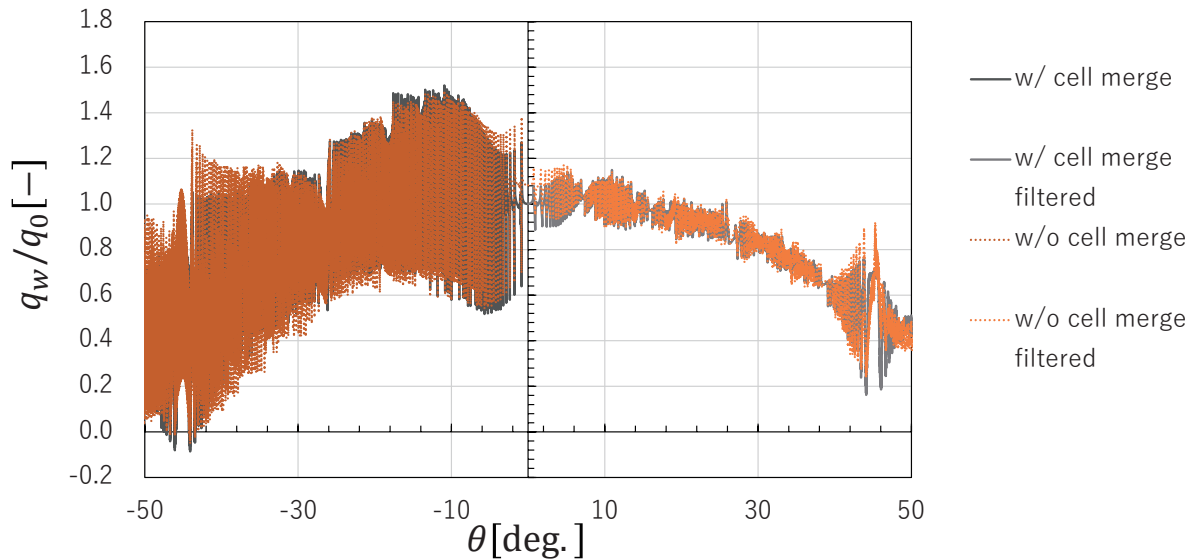
**Brahmachary et al., Phys. Rev. E, 2021

14

Courant 数による影響

セルマージなしの条件でCourant 数を変えて数値解析を実施

- $C = 0.05$: 計算開始後, 即座に発散
- $C = 0.01$: 発散することなく計算が継続



15

まとめ

将来的なセルマージを排除した時間発展法の開発に向けて, セルマージが壁面上の熱流束分布に与える影響を調査した

$M_\infty = 8.03$ の半円柱まわりの流れの数値解析

- よどみ点熱流束をIB法より良好に予測した
- よどみ点熱流束の値は格子解像とともに改善した
- 熱流束分布には振動がみられたが, 概形は実験とよく一致した

セルマージを行わない場合における計算能力の調査

- Courant 数を0.01まで下げることで計算が安定した
- 熱流束分布に一部で改善がみられた
- 熱流束分布の振動には改善がみられなかった

16