



メニーブロック法による非構造格子での 空間高次精度スキーム

第55回流体力学講演会／第41回航空宇宙
数値シミュレーション技術シンポジウム

2023年7月14日,
国立オリンピック記念青少年総合センター, 渋谷区

松山 新吾
宇宙航空研究開発機構 航空技術部門

直交格子 CFD ワークショップの企画趣旨



- 直交格子法による CFD は格子生成が非常に簡単, 複雑形状を対象とした解析にも容易に対応が可能
- このような要件は CFD が汎用的なツールとなるために必須, 直交格子 CFD はその候補として非常に有望な手法の一つ
- 一方で, 物体適合格子による CFD と比較すると, セル境界が物体に適合しないことから, 物体形状の再現性や固体壁境界の取り扱いなどにはまだ課題が残る
- 本ワークショップではそれらの課題を解決すべく, ベンチマーク的な問題を設定して参加者に解析をしてもらい, その結果を持ち寄って議論を行いながら直交格子CFDをより良い手法とすることを目指すものである

物体適合格子の CFD は絶滅するか？



- 皆さん, 将来, 猫も杓子も直交格子法による CFD をやる時代が来ると思いませんか？
- 対抗馬として, 物体適合 “非構造” 格子の自動生成と非構造格子による CFD が巻き返すのではないかと私は考えています
 - AI や learning などを活用した格子の自動生成に期待したい
 - 格子の自動生成に力を入れた市販の格子生成ソフトも色々
 - Fidelity Automesh (NUMECA → Cadence)
 - GridPro (Program Development Company)
 - Cube-it (csimsoft)
 - 格子生成ソフトの業界はどうやら再編成が進んでいる様子

2

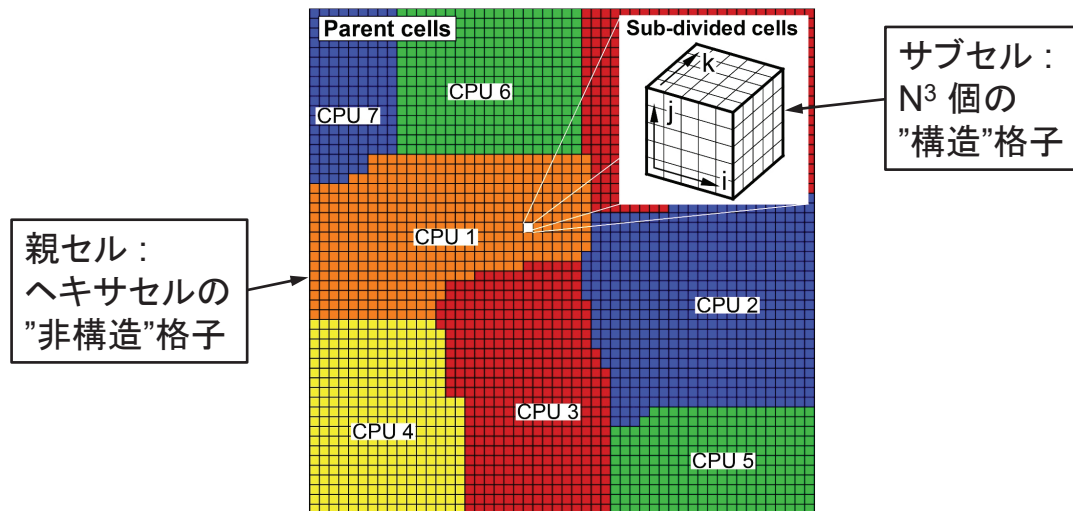
本講演の内容



- 非構造格子による CFD も問題点が無いわけではない
 - MUSCL+有限体積法などでは空間精度が二次精度程度
 - DNS・LES といった非定常乱流解析では致命的な欠点
- 非構造格子において空間高次精度を実現する手法
 - Discontinuous Galerkin (DG) 法, Flux reconstruction (FR) 法, Spectral difference (SD) 法, Spectral volume (SV) 法
 - (私からすると)これらは少しとっつきにくい
- 独自に提案する「メニーブロック法」により, 非構造格子による空間高次精度な LES・DNS を実現することを目指している
- 本講演ではメニーブロック法による非構造格子高次精度ソルバーを紹介する

3

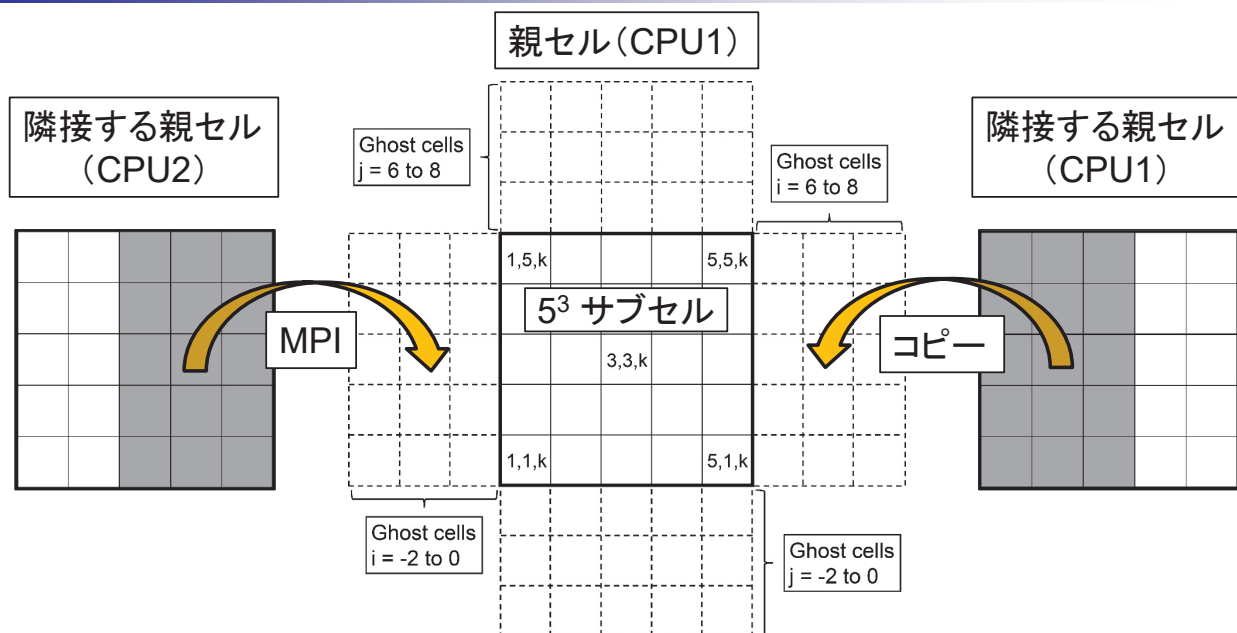
メニーブロック法の概要



- 親セル：六面体（ヘキサ）セルによる非構造格子
- サブセル：ヘキサセル（親セル）の内部を構造格子的に（ i, j, k 方向に）分割
- N 次精度のスキームを構築する場合、 N^3 程度のサブセルで分割する
- 親セルを 1 つのブロックと考えると、マルチブロック構造格子ともみなせる
- 多数のブロックによる手法という観点から「メニーブロック法」と命名

4

メニーブロック法の概要



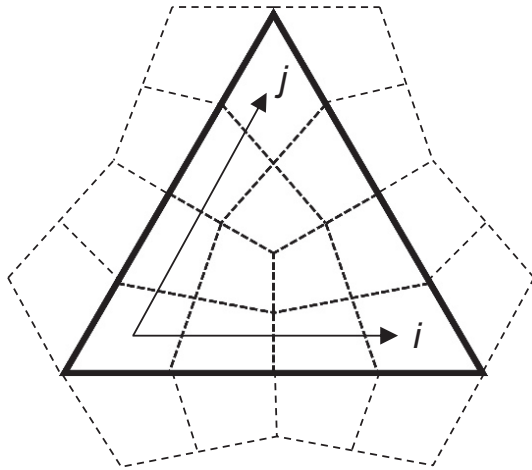
- サブセル内部では構造格子ソルバーの計算手法をそのまま適用する
- サブセル境界でも高次精度を維持するためにゴーストセルを配置
- 隣接する親セルからデータをコピー（他ノードの場合 MPI を利用）する

5

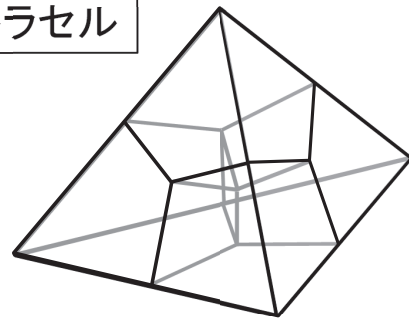
トライアングル／テトラ／プリズムセルの場合



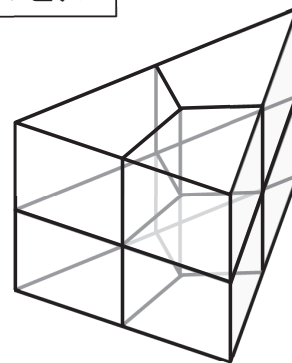
トライアングルセルの分割
イメージ（二次元）



テトラセル



プリズムセル



6

数値解析手法



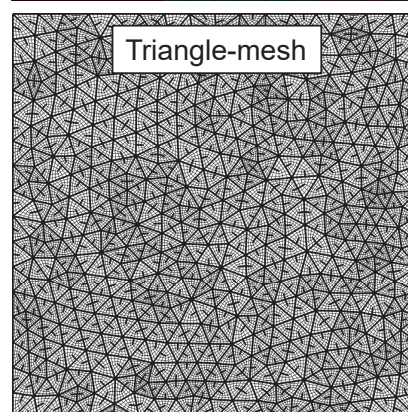
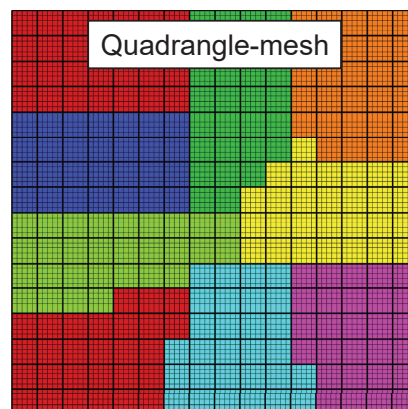
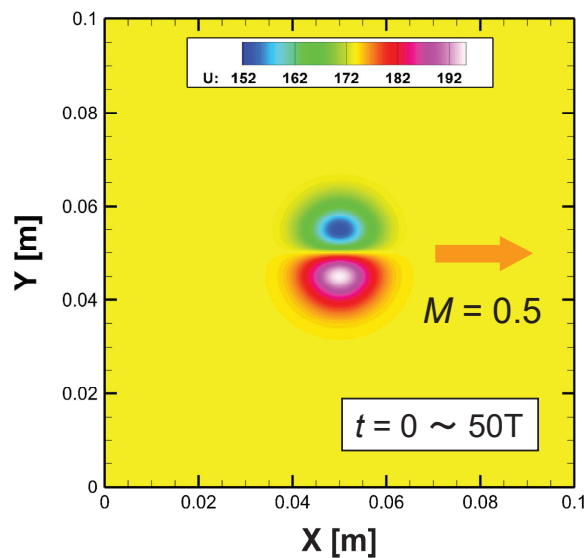
- 乱流燃焼コード CHARIOT (version 0.98)
- 支配方程式: Euler or Navier-Stokes 方程式 (二次元 or 三次元)
- 対流流束: SLAU スキーム
- 高次精度化: セル界面における原始変数 (ρ, u, v, w, p) を補間
- 補間法: 5 次多項式 (リミッターなし) + Thornber's correction
- 粘性流束: 4 次精度中心差分
- 輸送係数: Sutherland の式 (粘性係数), $Pr = 0.72$ (熱伝導係数)
- 時間積分: 2 段 or 3 段 Runge-Kutta 法

5 次多項式

$$u_{i+1/2}^L = \frac{2}{60}u_{i-2} - \frac{13}{60}u_{i-1} + \frac{47}{60}u_i + \frac{27}{60}u_{i+1} - \frac{3}{60}u_{i+2}$$

7

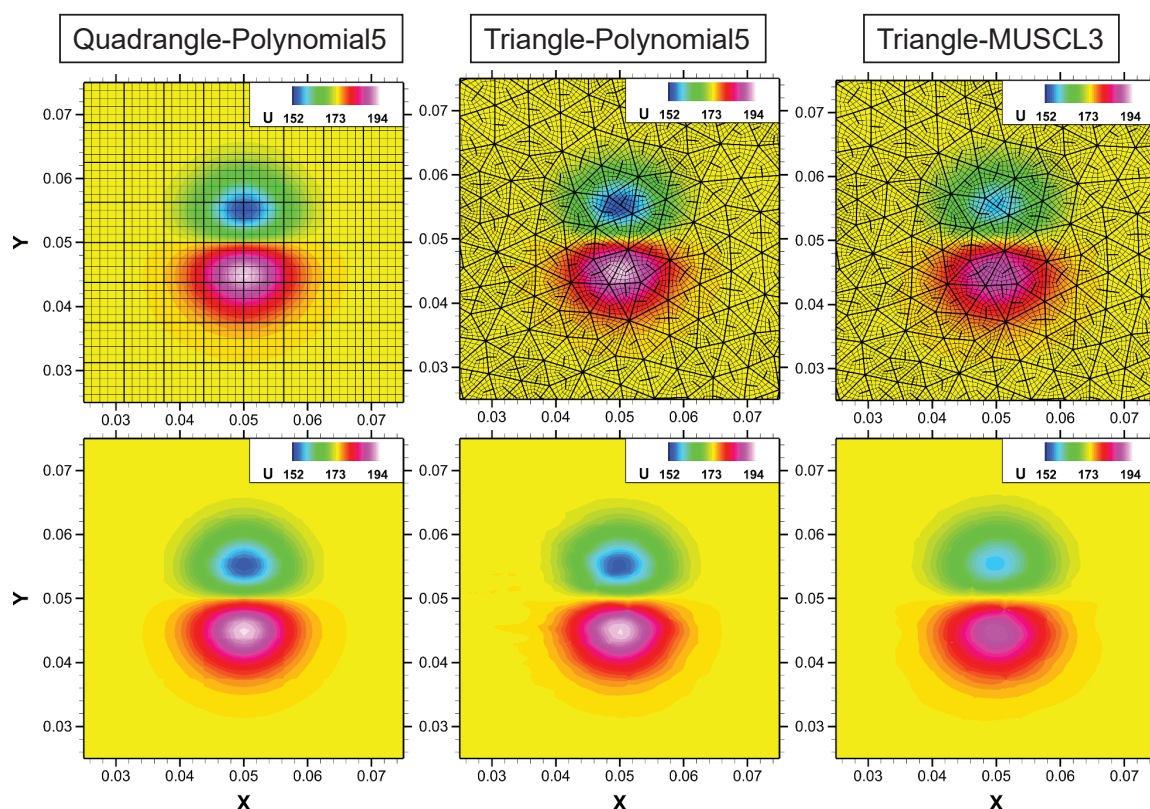
Vortex Transport by Uniform Flow



	DOF	N_{parent}
Fine	320^2	64^2
Medium	160^2	32^2
Coarse	80^2	16^2

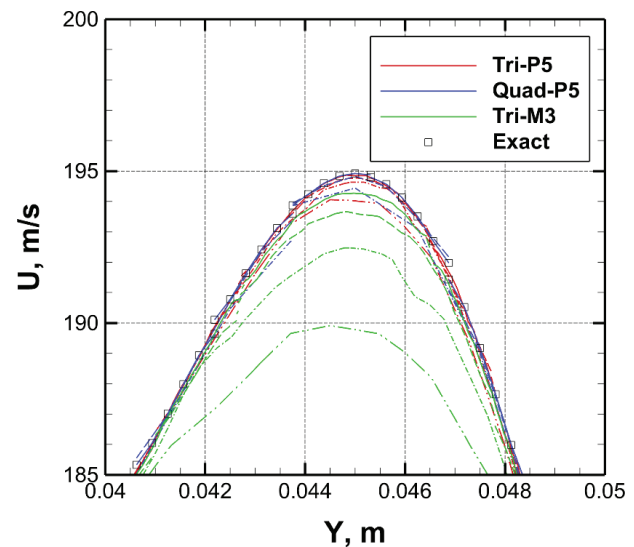
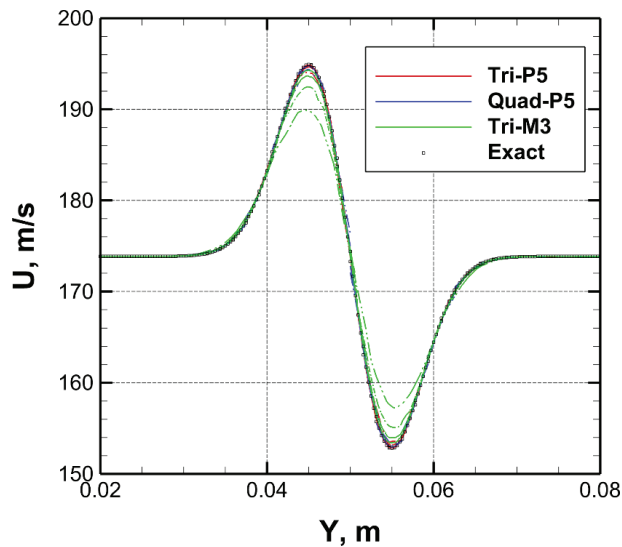
8

Vortex Transport by Uniform Flow : X 方向速度



9

Vortex Transport by Uniform Flow : X 方向速度



10

Taylor-Green Vortex (Re = 5000)



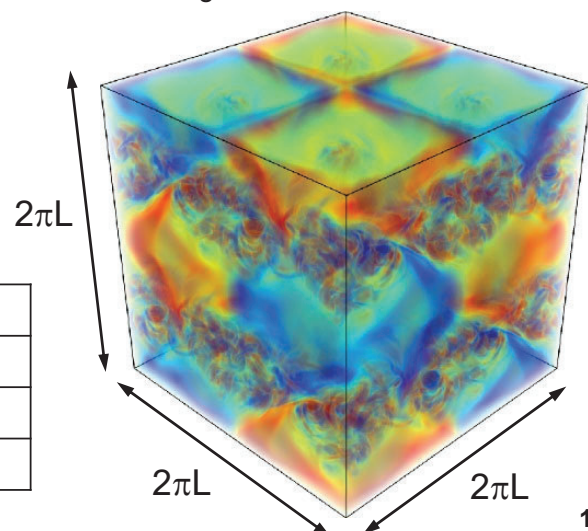
$$u = U_0 \sin\left(\frac{x}{L}\right) \cos\left(\frac{y}{L}\right) \cos\left(\frac{z}{L}\right), \quad v = -U_0 \cos\left(\frac{x}{L}\right) \sin\left(\frac{y}{L}\right) \cos\left(\frac{z}{L}\right), \quad w = 0$$

$$p = p_0 + \frac{\rho_0 U_0^2}{16} \left\{ \cos\left(\frac{2x}{L}\right) + \cos\left(\frac{2y}{L}\right) \right\} \left(\cos\left(\frac{2z}{L}\right) + 2 \right), \quad \text{at } t = 0$$

- 領域サイズ : $-\pi L < x, y, z < \pi L$
- 境界条件 : 周期境界条件
- $\text{Re} = 5000, M = 0.09$
- $t = 0 \sim 20$ について解析を実施

* From 2nd International Workshop on High-Order CFD Methods

	DOF	N_{parent}
Fine	525^3	105^3
Medium	270^3	54^3
Coarse	135^3	27^3

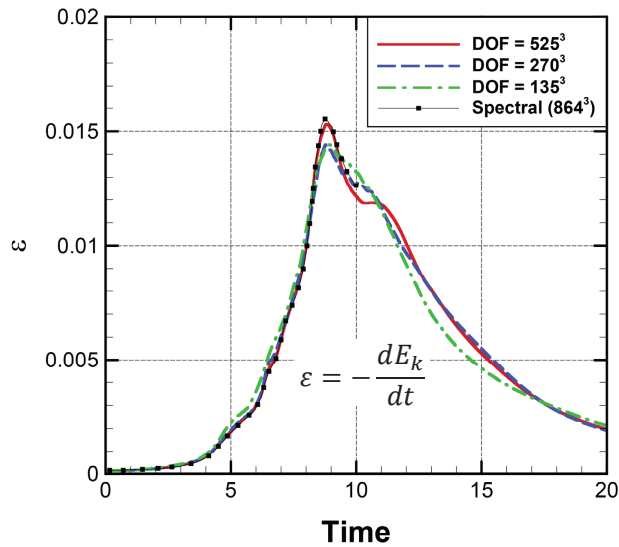
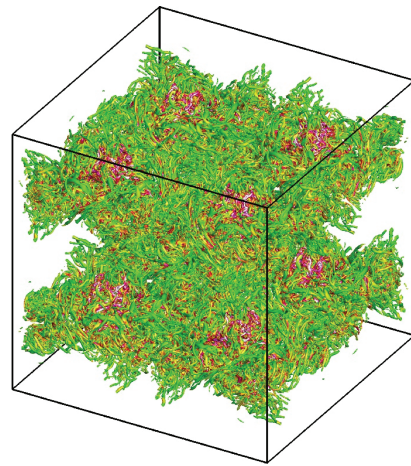


11

Taylor-Green Vortex (Re = 5000)



メニーブロック法による解析結果

渦構造 (t = 9, DOF = 525³)

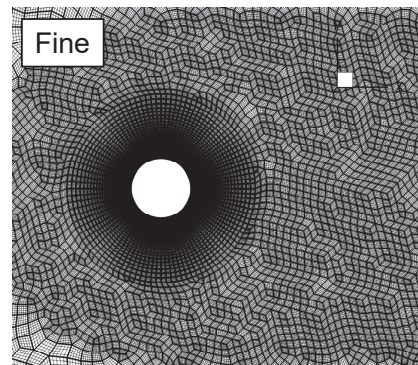
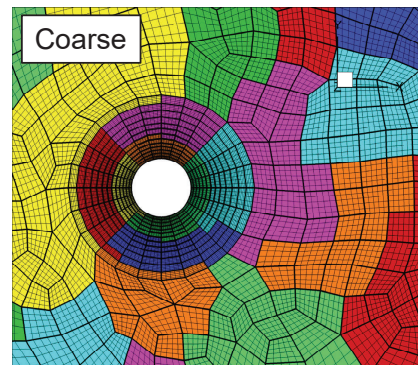
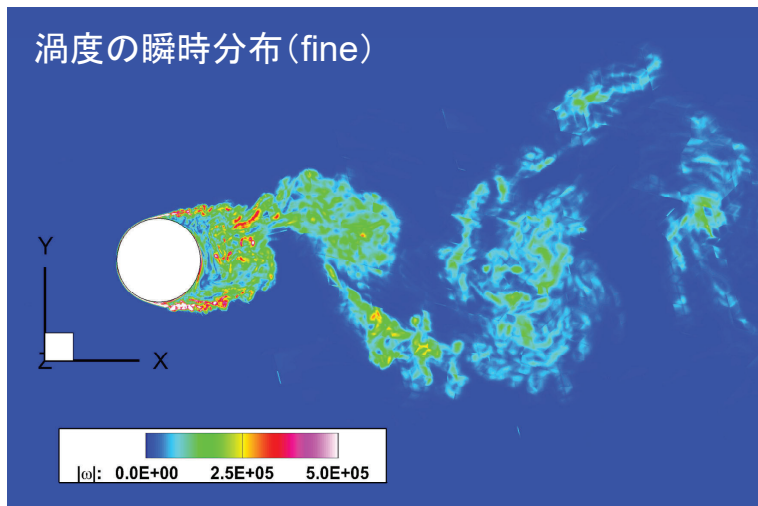
- メニーブロック法による 512³ の解析結果はスペクトル法によるリファレンスデータ(864³)と良く一致
- 270³ および 135³ による解析結果で少し誤差が広がる

12

円柱周りの ILES (Re = 3900)



渦度の瞬時分布 (fine)



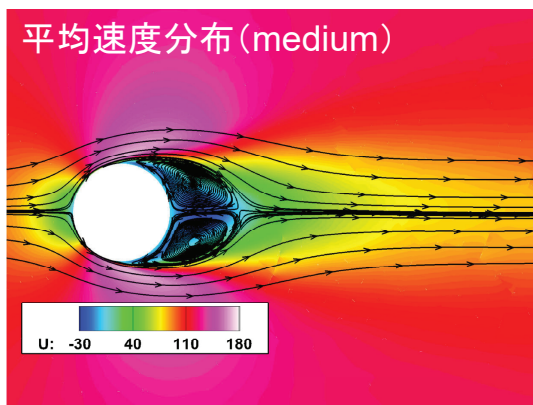
	DOF	N _{parent}
Fine	62.6×10 ⁶	500430
Medium	8.85×10 ⁶	70800
Coarse	1.04×10 ⁶	8344

13

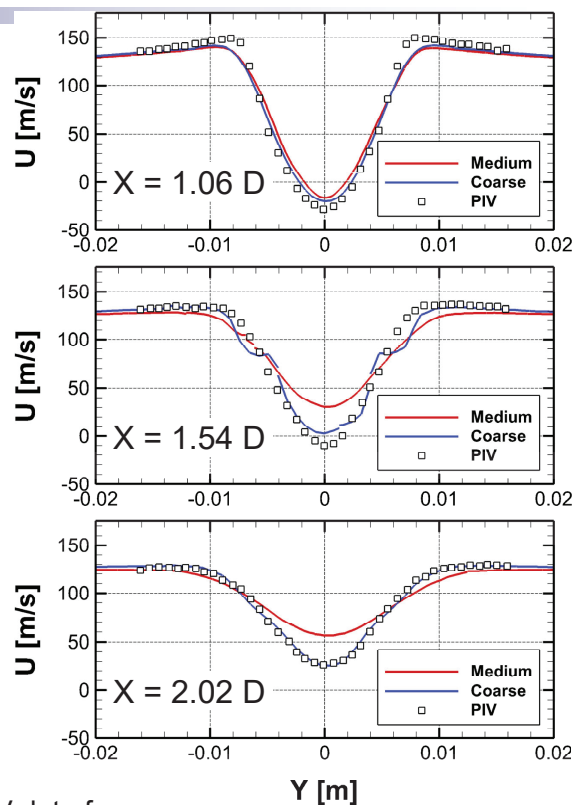
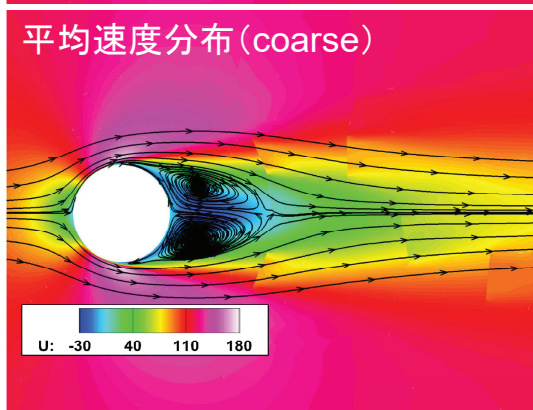
円柱周りの ILES (Re = 3900)



平均速度分布 (medium)



平均速度分布 (coarse)



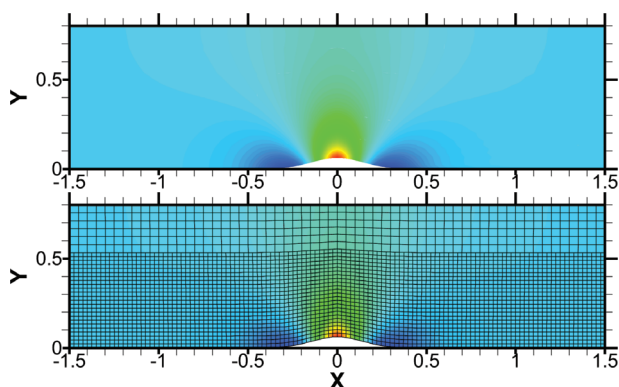
*PIV data from
P. Beaudan, Stanford University Report TF-62. 14

ハンギングノードへの対応

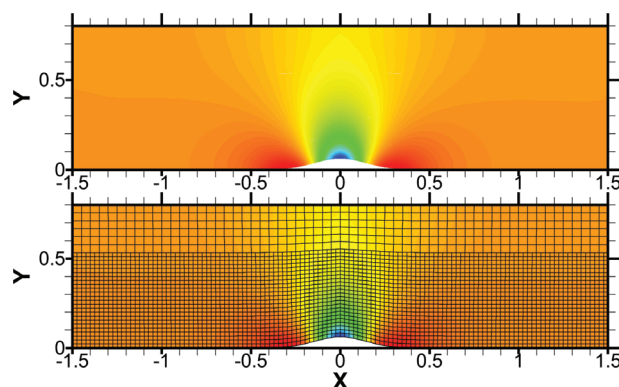


- Smooth-bump 問題

速度分布



圧力分布



まとめ



- 「メニーブロック法」による, 空間高次精度な非構造格子 CFD ソルバー
 - 親セル(非構造格子), サブセル(N^3 個の構造格子)
 - 5 次多項式補間による空間高次精度化
- 種々のベンチマーク問題による検証結果を紹介
 - Vortex transport by uniform flow
 - Taylor-Green vortex の ILES
 - 円柱周りの ILES
 - Smooth Bump 問題 (ハンギングノード)
- 直交格子 CFD ワークショップの今後の方向性として, 直交格子法 CFD と非構造格子 CFD & 格子自動生成を良いライバルとして競わせるような取り組みもありではないだろうか
- 直交格子法に限定しない, CFD の汎用化(格子生成が容易, 解析コストが小さい, そして, 高精度)に向けたワークショップヘシフトするのはどうか