

宇宙航空研究開発機構特別資料

JAXA Special Publication

第55回流体力学講演会／
第41回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム論文集

Proceedings of the 55th Fluid Dynamics Conference /
the 41st Aerospace Numerical Simulation Symposium

航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム運営委員会

開催日：2023年7月12日(水)～7月14日(金)

開催場所：国立オリンピック記念青少年総合センター

12～14 July, 2023

National Olympics Memorial Youth Center

2024年2月

February 2024

宇宙航空研究開発機構

Japan Aerospace Exploration Agency

まえがき

第 41 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム (ANSS) は、今年も日本航空宇宙学会空力部門委員会担当の第 55 回流体力学講演会 (流力) との合同開催により 2023 年 7 月 12 日～14 日の 3 日間にわたって、国立オリンピック記念青少年総合センター (東京都渋谷区) において開催されました。招待講演等を除く講演数は例年並みの 139 件、参加登録人数も 247 名で、今回も盛会となりました。

今回は 2019 年以来、4 年ぶりに海外から招待講演者を日本へ招待し、会場にて招待講演を実施いただきました。7 月 13 日に NASA Langley Research Center の Gary N. Coleman 博士より “Simulation and modelling of turbulent separated flows – steps from DNS towards classical and ML-enhanced RANS closures” という題目で、剥離を伴う乱流の DNS と RANS モデリングに関する最新の研究動向についてお話しいただきました。大規模 DNS データに機械学習を適用した RANS モデリングなど最先端の研究成果に触れることができ、聴講者は大いに刺激を受けたものと思います。

最終日の招待講演では東京理科大学教授の米本浩一先生、ならびに、東海大学客員教授の高倉葉子先生にお話しいただきました。米本教授のご講演では「サブオービタルスペースプレーンの空気力学的な研究開発課題について」という題目で、これまでのサブオービタルスペースプレーンの開発過程において直面してこられた多くの空力的な課題について実際の事例とともにご紹介いただきました。高倉教授のご講演は「運動座標法とその周辺」という題目で、長年にわたって一貫して取り組んでこられた運動する物体周りの非定常流れに適用するための運動座標法に加え、WENO 法や ADER 法などの高精度スキームについて多くの事例を交えてお話しいただきました。いずれも大変示唆に富んだご講演であり、後進にとっては進むべき道筋を考えるための貴重な知見が得られる機会となったに違いありません。

今回も 3 日間、5 パラレルの会場で一般並びに企画セッションが実施されました。“Ninth Aerodynamics Prediction Challenge (APC-9)” では、前回 (APC-8) の議論を踏まえて風洞壁を考慮した HL-CRM 解析を実施し、風洞壁干渉効果による解析結果への影響について検討が行われました。また、「直交格子 CFD ワークショップ」では、設定された課題に対する参加者の解析結果の比較を通じて直交格子法の精度を検証するとともに、今後のワークショップの方向性について議論が行われ、質量保存について検証を行う課題の提案がなされました。一方、流力/ANSS 合同企画として「航空宇宙流体データ科学の新展開」、「革新回転翼機・eVTOL 機の空力的課題」、「空力音の予測と低減」、「民間超音速機実現のための空力設計技術」、また、流力単独企画として「先進流体計測技術」、「反応流およびデトネーションの基礎と応用」、「高レイノルズ数流れと空気力学」、「低レイノルズ数流れ」、さらに、ANSS 単独企画として「航空機開発のための多分野統合シミュレーション」、「宇宙輸送を支えるシミュレーション」、「New architecture for aerospace HPC」を実施しました。“New architecture for aerospace HPC” は新たに設けた企画セッションですが、今後の航空宇宙分野 HPC の計算機アーキテクチャのあるべき姿について最新の情報を共有しながら議論をするという意欲的な企画です。いずれの企画セッションも参加者の関心は高く、質疑応答セッションでは活発な議論がありました。

最後に、本シンポジウムの運営にあたり、日本航空宇宙学会長の JAXA 森田泰弘教授、同学会空力学部門委員長の九州工業大学 坪井伸幸教授をはじめ同部門委員、ならびに日本航空宇宙学会事務局の方々、また、会場事務局運営にご協力いただいた国立オリンピック記念青少年総合センターの方々など、関係者各位のご尽力に謝意を表します。

2023 年 11 月 21 日 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム
運営委員長 中村俊哉

ANSS 運営委員会委員

中村俊哉 (委員長)、阿部浩幸、池田友明、石川敬掲、井手優紀、上野真 (幹事)、鶴飼諭史、大道勇哉、賀澤順一、小島良実、齊藤健一、Sansica Andrea、杉浦正彦、高橋孝、南部太介、芳賀臣紀、長谷川進、藤田直行、松山新吾、村上桂一、村山 光宏、藤田明子 (事務局)

目次

Simulation and modelling of turbulent separated flows – steps from DNS towards classical and ML-enhanced RANS closures	1
Gary N. Coleman (NASA Langley Research Center)	
サブオービタルスペースプレーンの空気力学的な研究開発課題について	25
米本 浩一 (東京理科大学)	
運動座標法とその周辺	61
高倉 葉子 (東海大学)	
High-fidelity simulations of transonic buffet on wide-span airfoils in the OpenSBLI automatic code-generation framework on GPUs	107
Lusher David, Sansica Andrea, Zauner Markus, Hashimoto Atsushi (JAXA)	
Elements of Modern Computing Hardware for Computational Fluid Dynamics	121
F. D. Witherden (Texas A&M University)	
S-520-RD1号機における、数値解析活用について	151
谷 香一郎, 小寺 正敏, 竹腰 正雄, 長谷川 進, 高橋 俊 (JAXA)	
極超音速飛行試験を行う上での空気力学上の諸問題について	163
長谷川 進, 谷 香一郎 (JAXA)	
S-520-RD1飛行試験用スクラムジェット燃焼器のCFDによる性能予測	173
小寺 正敏, 高橋 政浩, 小林 完, 富岡 定毅 (JAXA)	
極超音速流れにおける埋め込み境界法を用いた複雑形状周りの熱流束予測	185
高橋 俊 (JAXA), 山田 剛治 (東海大), 小寺 正敏 (JAXA)	
S-520-RD1号機飛行試験供試体開発段階における熱・構造・振動解析	205
竹腰 正雄, 小寺 正敏, 長谷川 進, 吉田 誠, 谷 香一郎, 田口 秀之, 富岡 定毅, 高橋 政浩, 百瀬 雅文 (JAXA)	

高温プラズマ流中のケイ素系耐熱材料周りの放射計測	221
山部 友紀翔 (群馬大院理工・院) , 塚田 健人 (群馬大院理工・院) , 船津 賢人 (群馬大院理工)	
Logarithm conformation representation による圧縮性流体ソルバーの開発	227
中澤 嵩 (大阪大学 MMDS)	
ツイン斜め翼を持つ極超音速機の提案とその空力特性	235
馬場 一郎, 鈴木 宏二郎 (東京大学)	
超音速三次元境界層流れへの波形粗さの適用による層流化効果の数値的検証	245
庭野 翔也, 廣田 真, 大林 茂 (東北大学流体科学研究所)	
東海大学におけるH2-Air RDE (115/95) の作動特性評価	257
鈴木 凜太郎, 竹澤 董, 小澤 亮太, 水書 稔治 (東海大学) , 伊藤 光紀, 池田 諒介, バニョール・ティボ (IHI)	
えっ, そのSGSモデル, 使い方を間違っていないか?	265
松山 新吾 (JAXA)	

Simulation and modelling of turbulent separated flows – steps from DNS towards classical and ML-enhanced RANS closures

Gary Coleman

NASA Langley Research Center

Chris Rumsey^{*}, Philippe Spalart[†],
Vishal Srivastava^{*}, Li Wang^{*}

**NASA LaRC*

†NASA/Boeing, retired

JSASS/JAXA

55th Fluid Dynamics Conference/41st Aerospace Numerical Simulation Symposium
National Olympics Memorial Youth Center, Tokyo

13 July 2023

1

– Overview –

- ▷ **Background**
...the “Turbulence Problem” and its remedies
- ▷ **Simulations**
...DNS of turbulent separation bubbles
- ▷ **Basic findings**
...physical, modelling concepts
- ▷ **ML-based RANS-model development**
...using DNS as benchmark
- ▷ **Summary**
...recap, review
- ▷ **“Preview of Coming Attractions”**
...proposed JAXA-NASA partnership

2

– Overview –

- ▷ **Background** *...the “Turbulence Problem” and its remedies*
- ▷ **Simulations** *...DNS of turbulent separation bubbles*
- ▷ **Basic findings** *...physical, modelling concepts*
- ▷ **ML-based RANS-model development** *...using DNS as benchmark*
- ▷ **Summary** *...recap, review*
- ▷ **“Preview of Coming Attractions”** *...proposed JAXA-NASA partnership*

3

Background: The “Turbulence Problem”

Recall, the effect of turbulence is usually:

- **Very profound** (enhanced drag, heat transfer, ...)
- **Extremely difficult to capture** – requiring either:
 - (1) *accurate models*, or
 - (2) *access to huge computers*

WRT (1): Governing equations are *nonlinear*, such that transport equations for mean quantities – which are typical quantities of interest (e.g., $\langle u_i \rangle = u_i - u_i'$) – contain unknown “Reynolds stresses”, - $\langle u_i' u_j' \rangle$, *which must be approximated via model(s)*. (Thus, from mathematical point of view, since number of unknowns > number of equations, the “Turbulence Problem” is actually the “Turbulence Closure Problem”.)

NB. *Models of turbulent separation are especially troublesome*

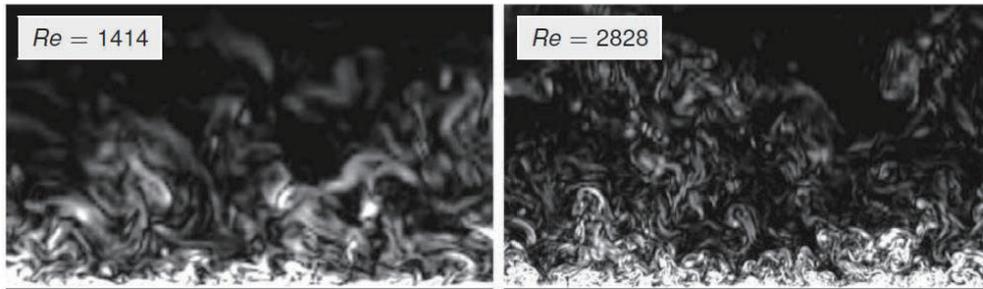
WRT (2): The *ratio of the largest to the smallest* spatial (and temporal) *scales* in turbulent flow is *proportional to (a power of) the Reynolds number* \Rightarrow exact (unsteady, three-dimensional, eddy-resolving) numerical solutions face *severe Reynolds-number constraint...*

4

The Turbulence Problem...

The Reynolds-number constraint

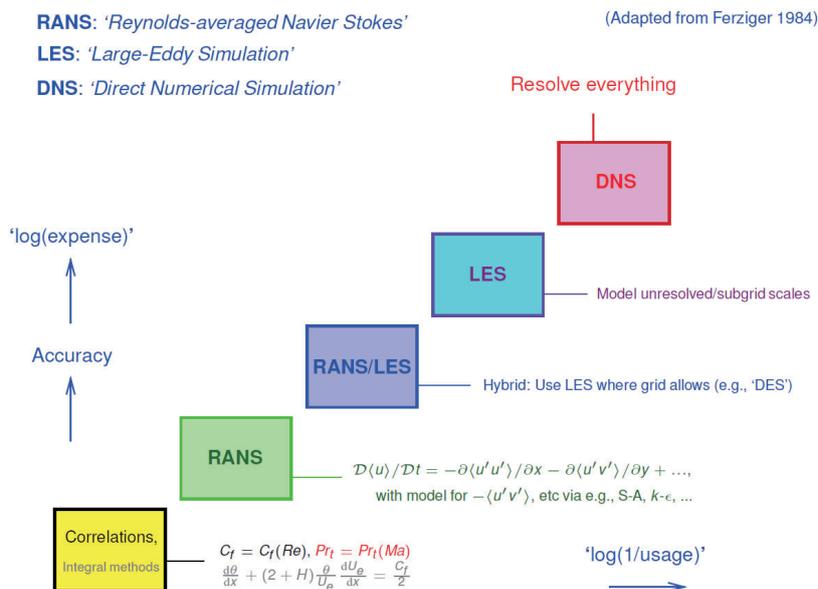
Note increase of range of scales with increasing Re :



Vorticity contours from turbulent boundary layers at two Reynolds numbers Re . (Vertical planes shown are normal to the free-stream velocity, and cover the same area measured in local boundary-layer thickness. [DNS results courtesy of Dr. R. Johnston, University of Southampton]).

5

Computational Remedies to the Turbulence Problem



6

Direct Numerical Simulation (DNS)

- **DNS** is the branch of Computational Fluid Dynamics (CFD) devoted to “exact”, *high-fidelity solutions* of three-dimensional, unsteady Navier-Stokes equations
- Differs from conventional CFD in that the *turbulence is explicitly resolved* – rather than *modeled* by a Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) closure
- Differs from Large-Eddy Simulation (LES) in that *all spatial and temporal scales* – including the very smallest ones – *are captured* (removing need for a subgrid-scale model)
- Serves as a “*numerical experiment*” producing a series of non-empirical solutions, from first principles, for a *virtual turbulent flow*
- Drawbacks 短所 ☹️
 - Very *expensive*, limited to *moderate Reynolds numbers*, simple configurations
- Benefits 長所 😊
 - Provides *complete knowledge*, unaffected by approximations, at all points within the domain, at all times within the simulation period
 - “Full editorial control” of the equations/boundary conditions/parameters allows creation of “clean” *well-defined flows*, and *direct access to cause-effect relationships*
 - **DNS is therefore *ideal for addressing basic research questions regarding turbulence physics and modeling***

7

– Overview –

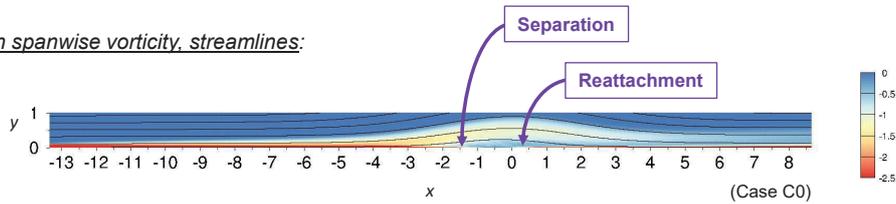
- ▷ **Background** *...the “Turbulence Problem” and its remedies*
- ▷ **Simulations** *...DNS of turbulent separation bubbles*
- ▷ **Basic findings** *...physical, modelling concepts*
- ▷ **ML-based RANS-model development** *...using DNS as benchmark*
- ▷ **Summary** *...recap, review*
- ▷ **“Preview of Coming Attractions”** *...proposed JAXA-NASA partnership*

8

DNS of turbulent flat-plate separation bubbles*

(Recall the importance of smooth-body separation, and the challenge it poses for RANS models; cf. *Vision CFD2030 Study*, Slotnick et al. 2014)

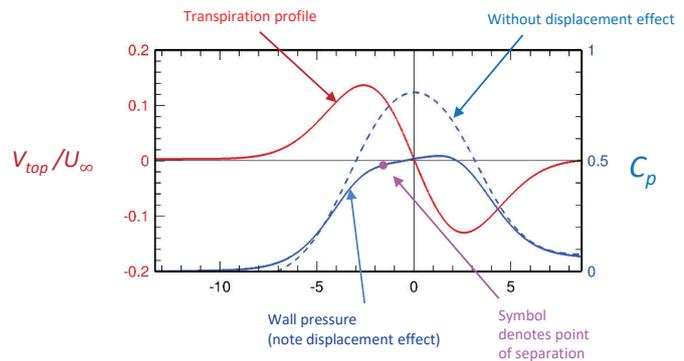
Mean spanwise vorticity, streamlines:



Separation/reattachment induced by transpiration profile – Note prolonged Zero Pressure Gradient (ZPG) region

Algorithm (Spalart et al. 1991):

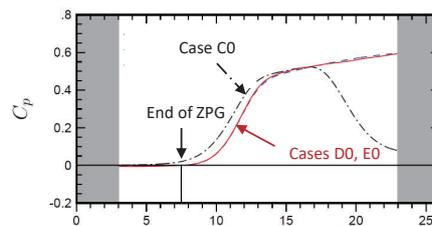
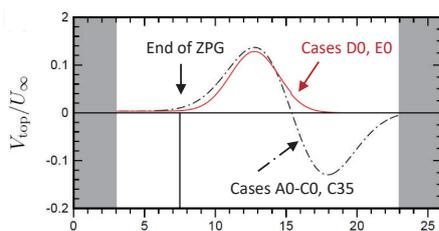
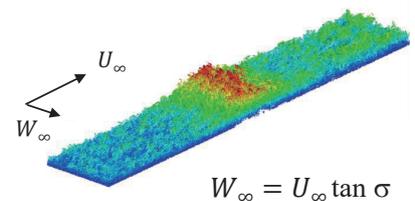
- Jacobi/Fourier discretization
- Mixed RK3/CN time advance
- “Fringe” inflow/outflow
- Transpiration via irrotational freestream



*Cf. Spalart & Coleman (1997), Na & Moin (1998), Abe et al. (2012), Abe (2017) 9

DNS of turbulent flat-plate separation bubbles: Cases

Case [ref†]	Sweep angle σ [deg]	Transpiration type (PG history)	R_θ at end of ZPG region
A0 [CRS18]	0	Suction & blowing (ZPG/ <u>sudden</u> APG/sudden FPG/ZPG)	1035
B0 [CRS18]	0	Suction & blowing (ZPG/ <u>gradual</u> APG/gradual FPG/ZPG)	876
C0 [CRS18]	0	Suction & blowing (ZPG/gradual APG/gradual FPG/ZPG)	1744
C35 [CRS19]	35	Suction & blowing (ZPG/gradual APG/gradual FPG/ZPG)	2052
D0 [C21]	0	Suction only* (ZPG/gradual APG/ <u>gentle</u> APG)	1479
E0 [C21]	0	Suction only (ZPG/gradual APG/ <u>gentle</u> APG)	3069



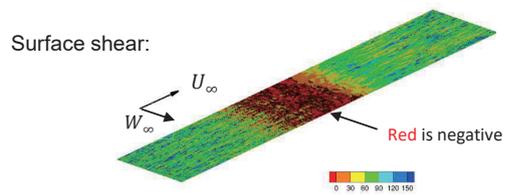
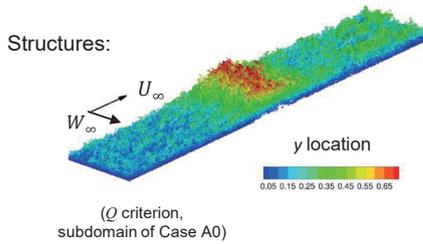
†Refs: “CRS18/19” = Coleman, Rumsey & Spalart (*JFM* 2018/2019);

“C21” = Coleman (*NASA TM-20210020762*)

*Cf. Wu et al. (2020)

DNS of turbulent flat-plate separation bubbles: Cases*

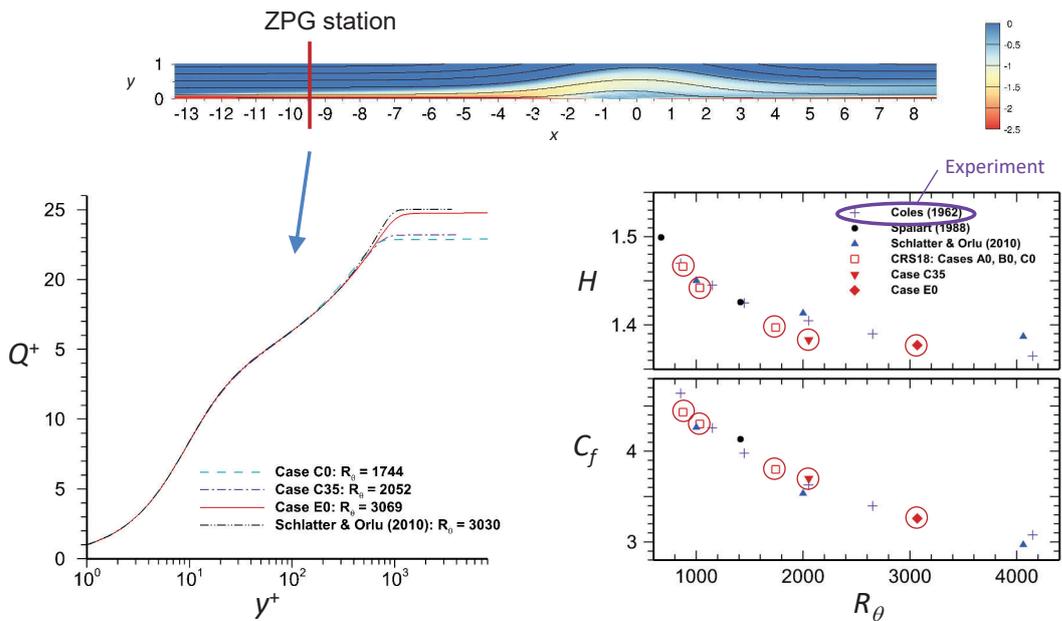
Case	PG history	R_θ at end of ZPG region	$N_x \cdot N_y \cdot N_z$
A0	ZPG/sudden APG/sudden FPG/ZPG (2D/unswept)	1035	0.98×10^9
B0	ZPG/gradual APG/gradual FPG/ZPG (2D/unswept)	876	0.98×10^9
C0	ZPG/gradual APG/gradual FPG/ZPG (2D/unswept)	1744	4.72×10^9
C35	ZPG/gradual APG/gradual FPG/ZPG (3D/swept)	2052	9.44×10^9
D0	ZPG/gradual APG/gentle APG (2D/unswept)	1479	4.72×10^9
E0	ZPG/gradual APG/gentle APG (2D/unswept)	3069	37.75×10^9



*Data at NASA Turbulence Modeling Resource (TMR): <https://turbmodels.larc.nasa.gov>

11

Check upstream conditions...



(Also good inner-layer agreement with TKE budgets from Schlatter & Orlu (2010) ZPG BL DNS)

Conclusion: Reasonably well-defined, canonical ZPG BL upstream of separation. Supports suitability as benchmark for testing RANS-model concepts and closures

— Overview —

- ▷ **Background** *...the “Turbulence Problem” and its remedies*
- ▷ **Simulations** *...DNS of turbulent separation bubbles*
- ▷ **Basic findings** *...physical, modelling concepts*
- ▷ **ML-based RANS-model development** *...using DNS as benchmark*
- ▷ **Summary** *...recap, review*
- ▷ **“Preview of Coming Attractions”** *...proposed JAXA-NASA partnership*

13

Basic findings, regarding:

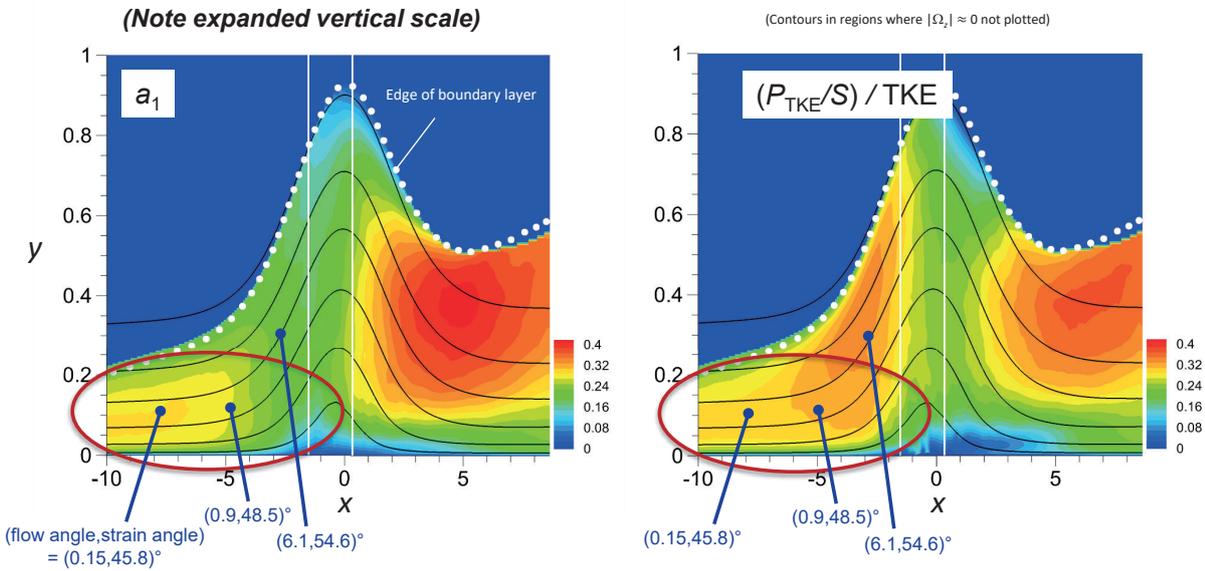
1. Impact of pressure gradient on mean/turbulence energy transfer
2. Validity of Stratford scaling
3. RANS-model performance
4. Effect of sweep

14

1. Pressure-gradient dependence of Reynolds-stress “structure”:

Effect of non-parallel streamlines on measures of turbulence “efficiency”?

Compare “structure parameter” $a_1 = -\langle u'v' \rangle / \text{TKE}$ versus $(P_{\text{TKE}}/S) / \text{TKE}$ (which are equivalent in parallel $U(y)$ shear flow) – these are measures of Reynolds stress structure = “efficiency” of turbulence’s ability to affect mean momentum. Note large deviation from “standard” 0.31, and that a_1 goes down in APG, other one goes up!

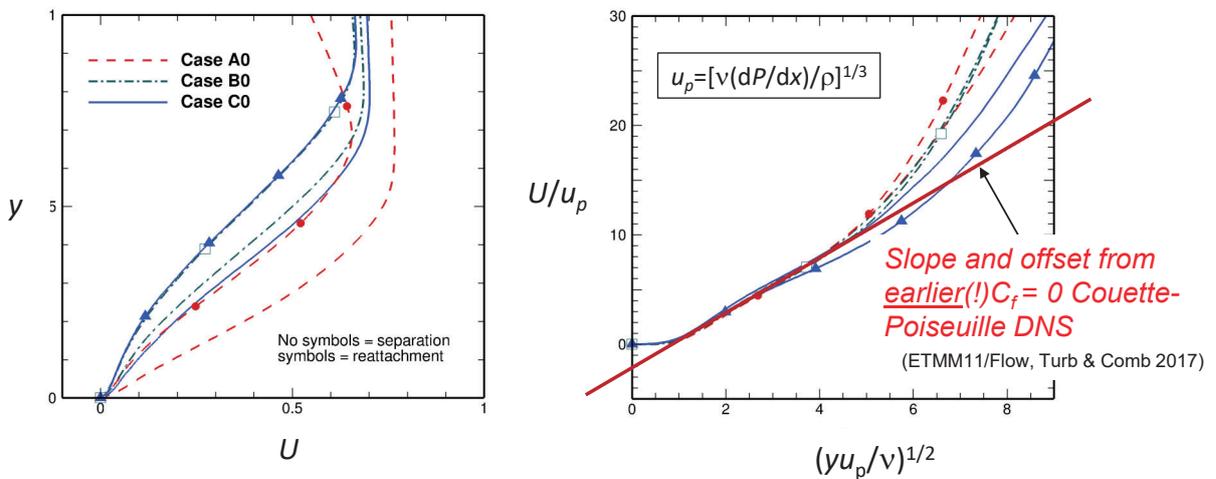


Conclusions:

1. Experience/results from parallel-flow turbulence may be misleading
2. Coordinate-independent measures are essential!

2. Validity of Stratford zero-stress velocity scaling ($U \sim \sqrt{y}$)?

Profiles at separation and reattachment (unswept cases – swept results considered below):

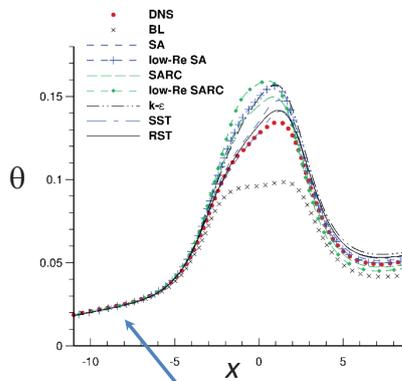


Implications:

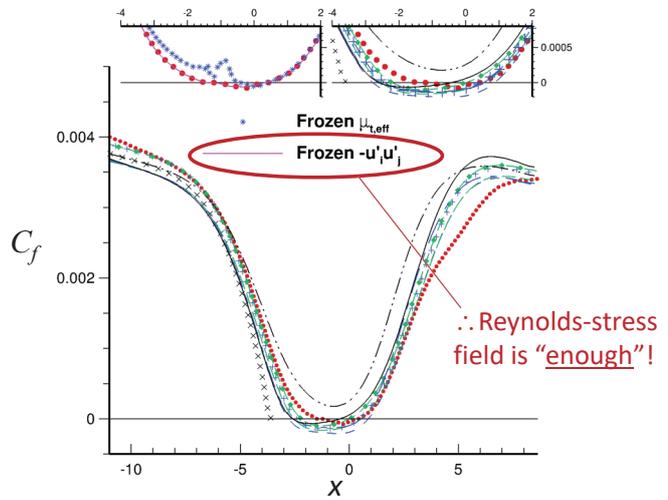
- Prolonged $C_f = 0$ region **NOT** required!
- Stratford theory sound and relevant – but NB: scaling applies at $C_f = 0$ stations only

3. RANS-model performance

Solutions via CFL3D, using mean DNS profiles as inflow BC



Match θ in ZPG



Findings:

- BL: *sep too early*
- k- ϵ (Abid): *no sep*
- SA/SST/RSM/etc.: *somewhat too early and too deep,*
- and **together.**
- (Recovery difficult in its own right)

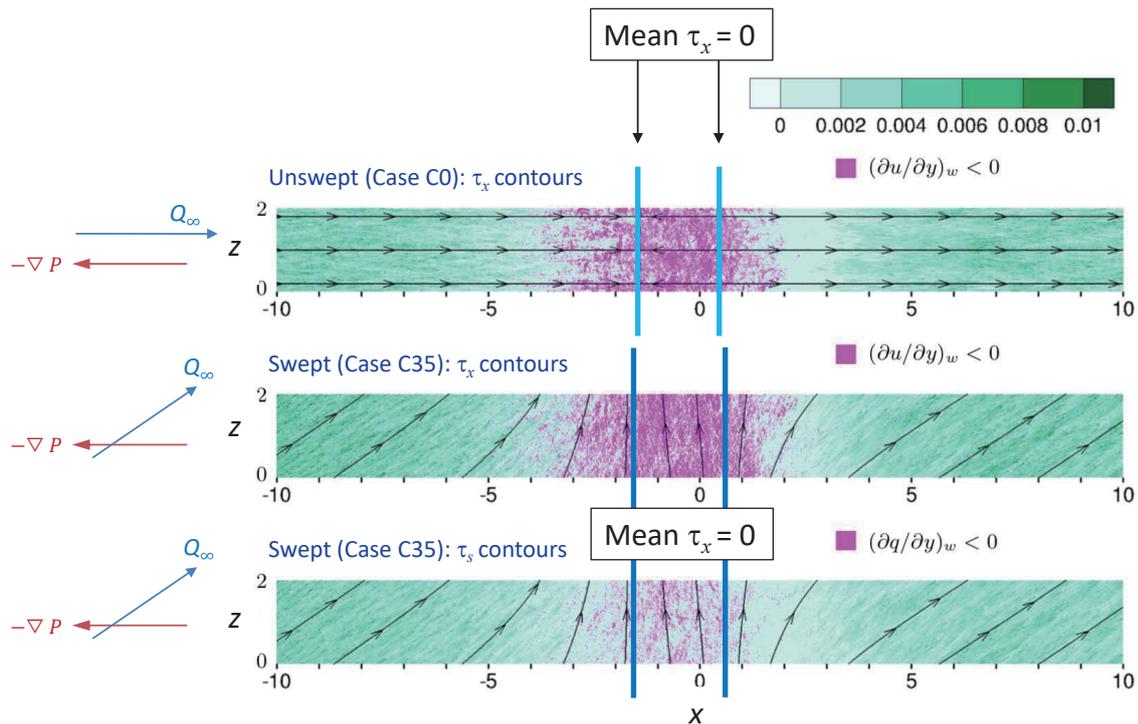
As expected, found elsewhere

Implies danger when using range of models to bracket errors

17

4. Effect of sweep

Instantaneous wall shear stress

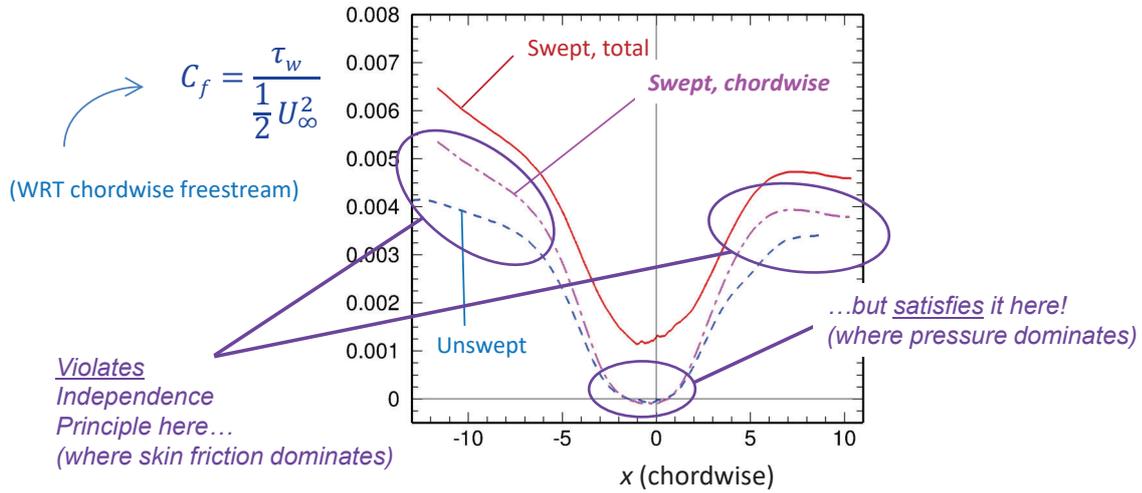


18

4. Effect of sweep:

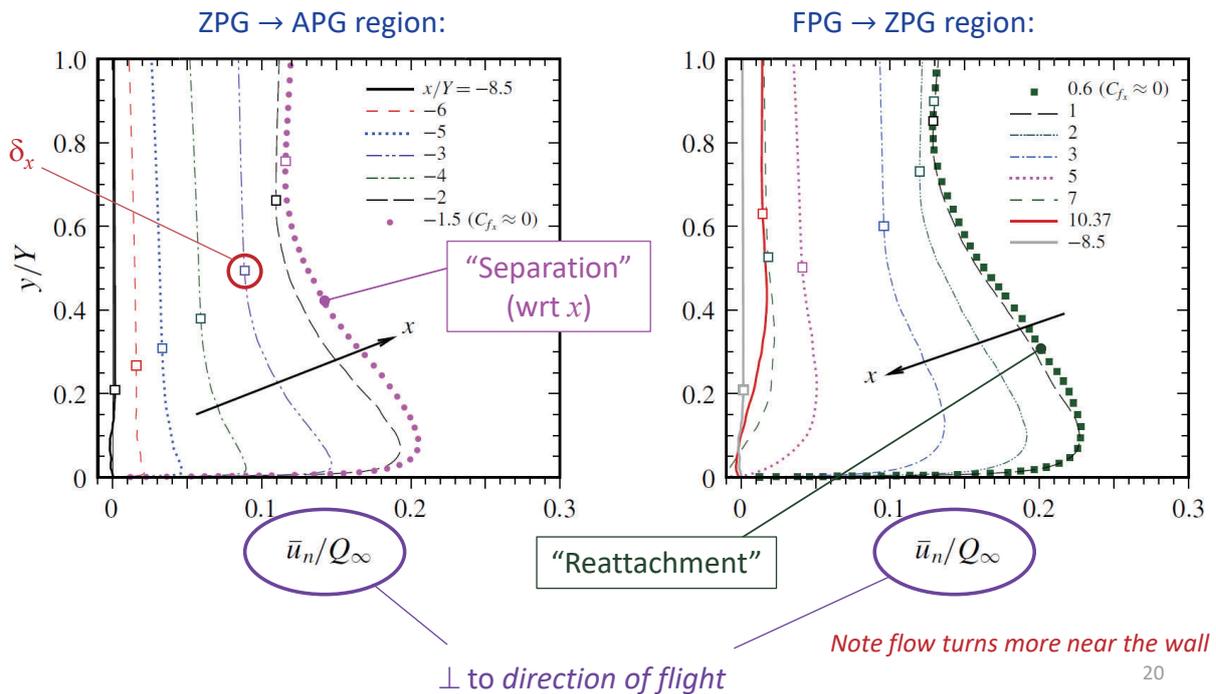
Impact of turbulence on the Independence Principle (IP)

(Recall IP holds exactly for laminar BL on an infinite swept wing, for which chordwise, wall-normal components are independent of spanwise component)

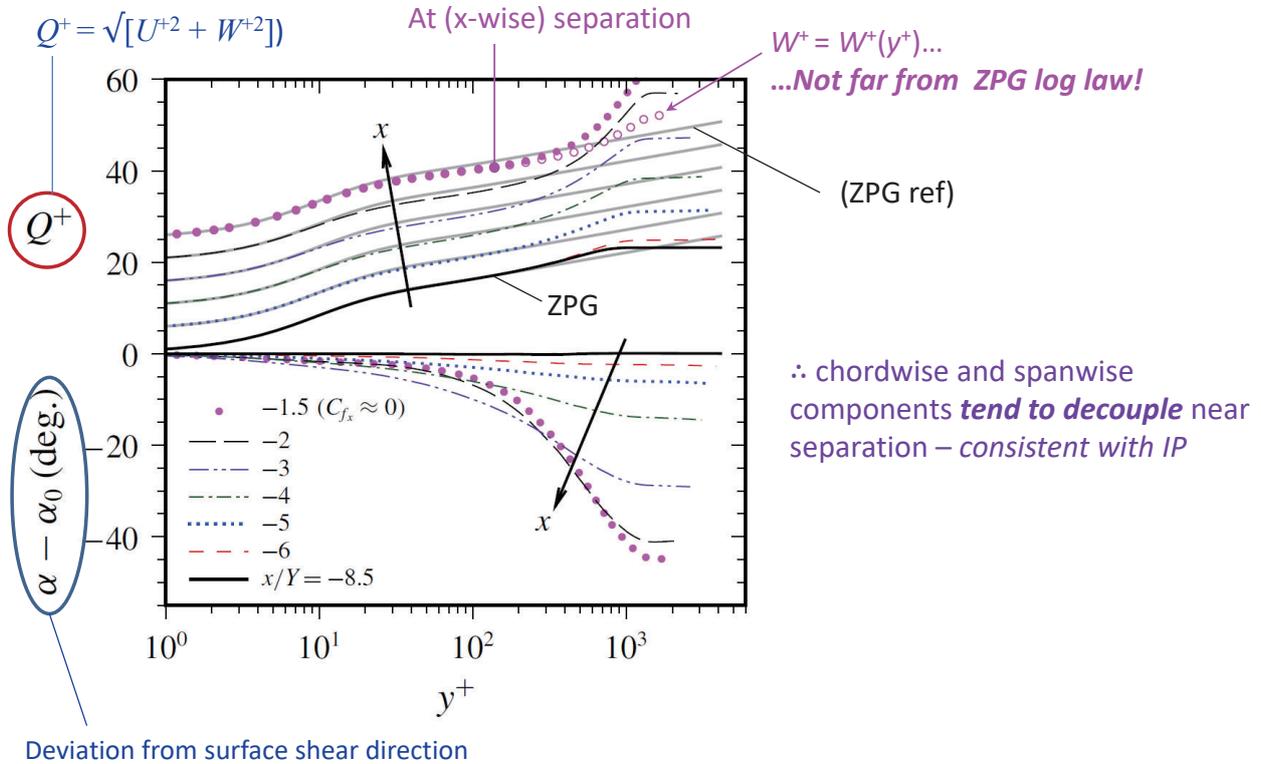


4. Mean velocity development in swept TBL

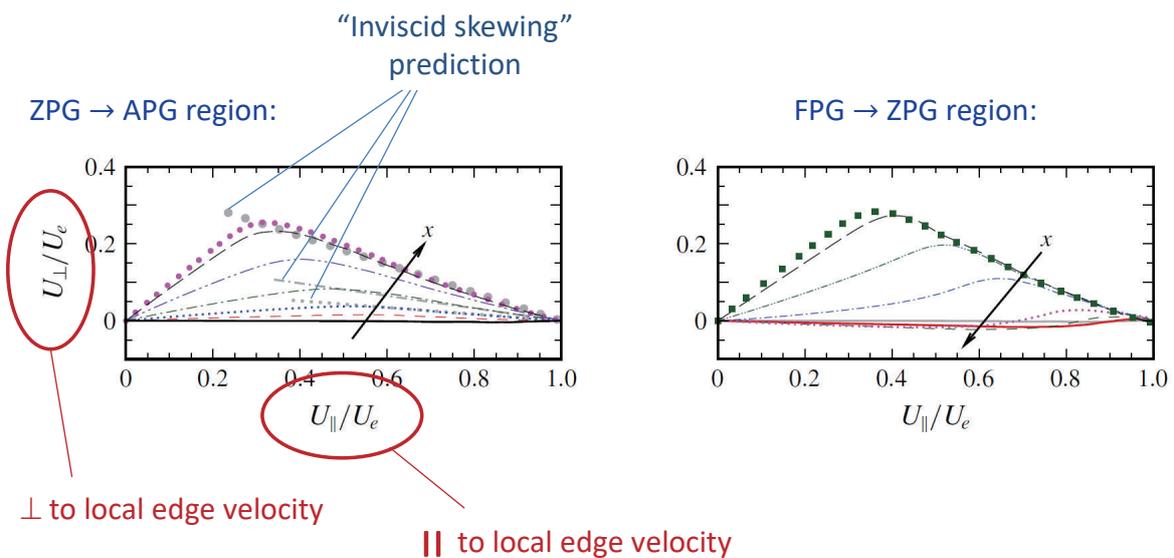
Looking from upstream direction:



4. Mean velocity development in swept TBL Inner-layer scaling of spanwise component $W(y)$



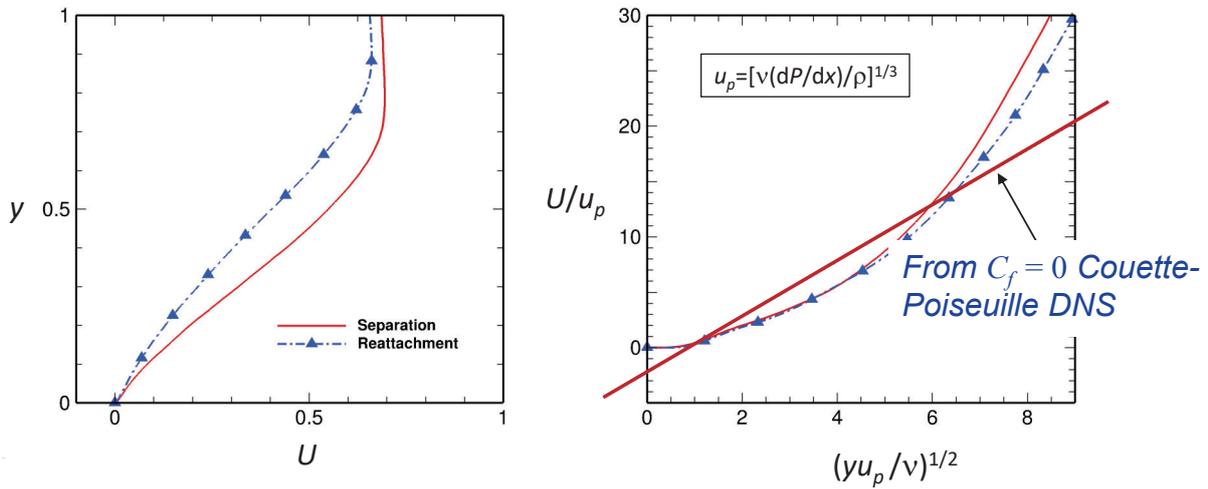
4. Mean velocity development: “Johnston coordinates” Outer-layer/hodograph



Inviscid skewing controls mean velocity in outer layer

4. Mean velocity development: Validity of Stratford zero-stress velocity scaling ($U \sim \sqrt{y}$) for swept-wing flow?...

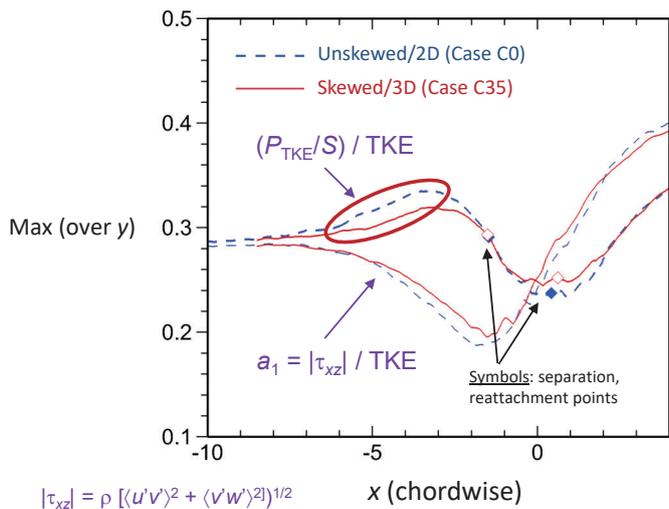
Consider: Swept case (Case C35) at “separation” & “reattachment” stations:



Message: Stratford scaling “too fragile” to survive skewing, probably because the spanwise shear dominates the turbulence

4. Skewing versus APG:

Impact on “structure”, “efficiency” of turbulence



Implication: Effect of APG is dominant \Rightarrow sensitizing RANS closures to APG is the **primary need**

Basic findings – Summary

- **Impact of pressure gradient on mean/turbulence energy transfer:**
 - APG improves efficiency of turbulence wrt momentum transport
- **Validity of Stratford scaling:**
 - Works well for 2D, at separation
- **RANS-model performance:**
 - Beware “fallacy of group behavior”
- **Effect of sweep:**
 - Not as important as effect of APG

General modeling concepts, assessment...

Q. Possible to use DNS to improve RANS models via Machine Learning (ML)?

A. TBD...

25

– Overview –

- ▷ **Background** *...the “Turbulence Problem” and its remedies*
- ▷ **Simulations** *...DNS of turbulent separation bubbles*
- ▷ **Basic findings** *...physical, modelling concepts*
- ▷ **ML-based RANS-model development** *...using DNS as benchmark*
- ▷ **Summary** *...recap, review*
- ▷ **“Preview of Coming Attractions”** *...proposed JAXA-NASA partnership*

26

ML-based RANS-model development

- I. NASA Symposium on Turbulence Modeling: “Roadblocks, and the potential for Machine Learning”, July 2022
- II. Towards RANS-model improvements

27

I. Symposium on Turbulence Modeling: Roadblocks, and the Potential for Machine Learning – AKA “PRS* 2022”

* In honor of Philippe Spalart’s many contributions to the subject

Objectives:

- Assess state of RANS (and transition) modeling, and role of Machine Learning (ML)
- **Collaborative Testing Challenge (CTC)** – single model applied to five TMR benchmarks:
 - 2D zero-pressure-gradient (ZPG)/flat-plate boundary layer
 - 2D fully developed channel at high Reynolds number
 - Axisymmetric subsonic jet
 - 2D NASA wall-mounted hump/separation
 - 2D NACA0012 airfoil (x4 AoA)

28

I. Symposium on Turbulence Modeling: Roadblocks, and the Potential for Machine Learning

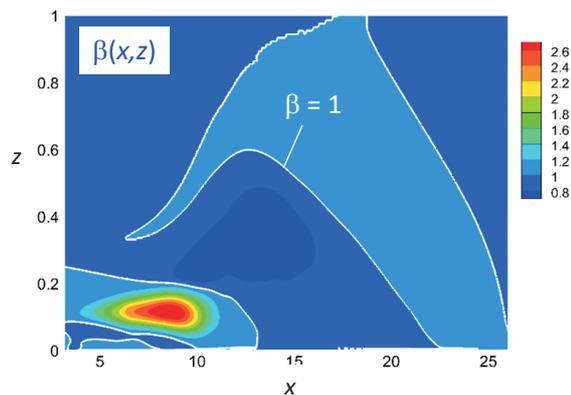
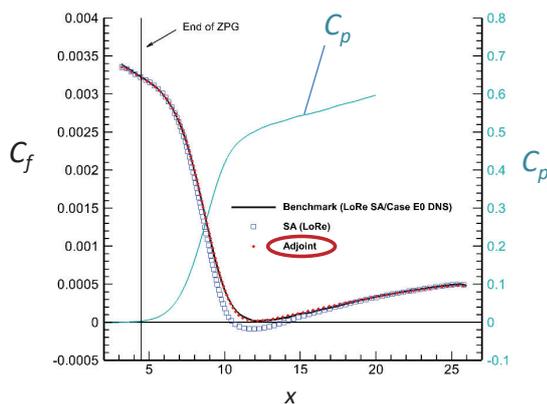
Summary:

- There have been many isolated successes of ML in turbulence modeling, but with very narrow focus
- The turbulence modeling/CFD community had not received *any* useful ML-based model (by Summer 2022)
 - Fundamental requirements – e.g., Galilean Invariance – sometimes violated (out of expediency or lack of knowledge)
 - Fully published details needed
 - More “universal” models needed – ones that *do not “fix” what is not broken* (cf. CTC)
- Later events (publications, conferences, feedback) suggest Symposium had beneficial impact, in terms of addressing short-comings, lessons learned – e.g., need to capture multiple flows, quest for “do-no-damage” generality
- For further details, see Rumsey & Coleman (2022), NASA/TM-20220015595

29

II. Towards RANS model improvements of separated flows

- **Focus:** Effect of PG-induced separation & reattachment. Begin with *prolonged APG* (recall behavior of $(P_{TKE}/S)/TKE$ in swept and unswept cases)
- **Approach:**
 - Use *Field Inversion (Adjoint-based) Machine Learning* (FIML; Parish & Duraisamy 2016), with Neural Network (NN) and Case E0 as first benchmark (2D/unswept, highest R_θ)
 - Solve Adjoint problem via NASA’s FUN3D to determine modification β to Spalart Allmaras (SA) model needed to match $C_f(x)$ profile: $\mathbf{P}_{SA} \leftarrow \beta(x,z) \cdot \mathbf{P}_{SA}$
 - Model needs strong increase in production to prevent premature separation, but recovers well after reattachment



30

Our Assumptions

A *general RANS-model correction* should:

1. Involve *one-to-one mapping* between “features” f_i and NN-trained correction β_{NN} , such that

$$\beta_{NN}(f_i) - \beta_{\text{actual}} \rightarrow 0,$$

where “features” are physically meaningful, nondimensional modeling parameters (production/dissipation, strain/vorticity ratio, etc.)

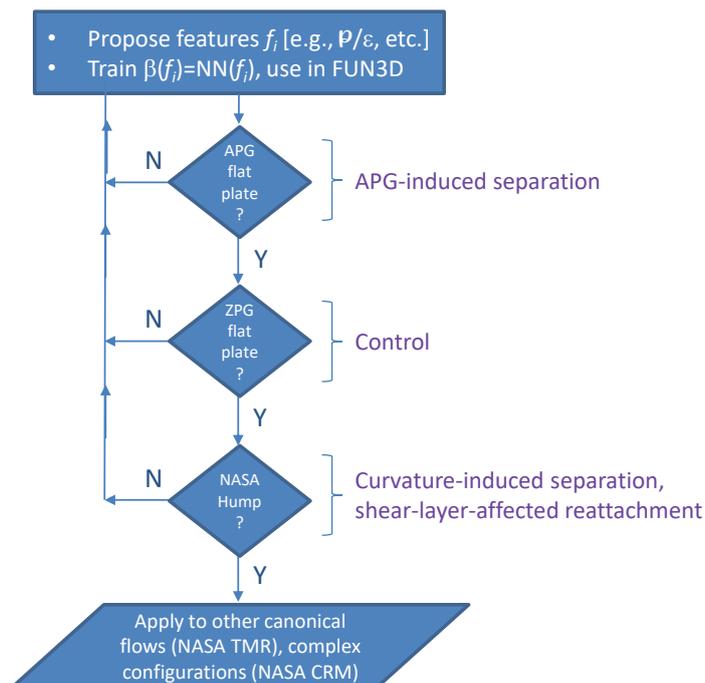
Therefore, *choice of features is critical...*

2. “Remember” characteristics learned in one flow when same characteristics are found in another – and *have no effect* where *not needed*

⇒ *choice of features is critical!*

31

General feature-design framework

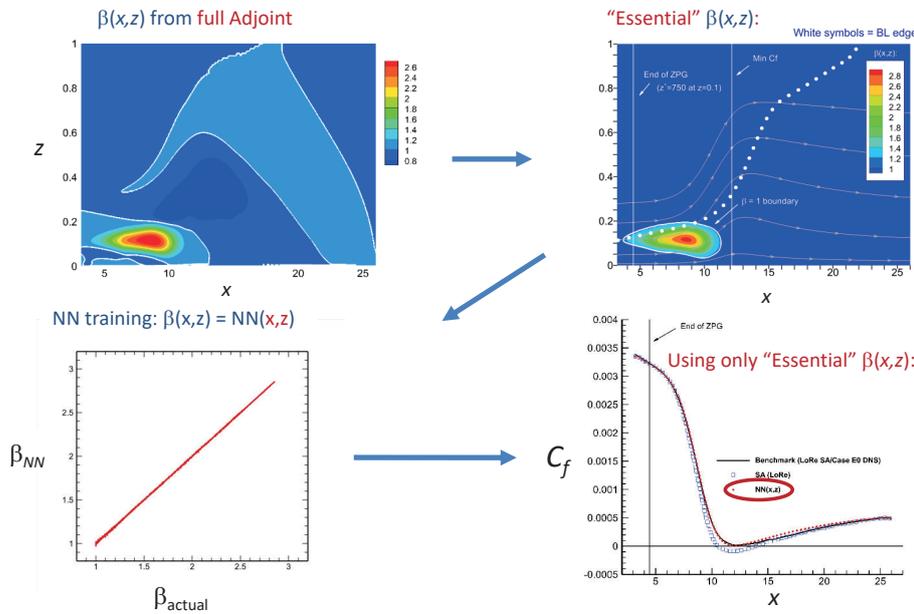


32

Step one: FIML for prolonged APG (Case E0 as benchmark)

• **Strategy:**

- Isolate critical, “essential” region of $\beta(x,z)$ correction
- Demonstrate using (x,z) -coordinates as “features” to train NN: $\beta(x,z) = \text{NN}(x,z)$
- Use $\beta(x,z) = \text{NN}(x,z)$ to reproduce improved $C_f(x)$ (FUN3D with SA+NN)

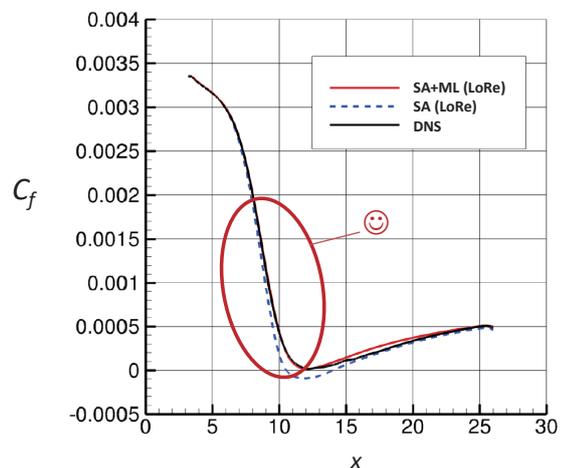
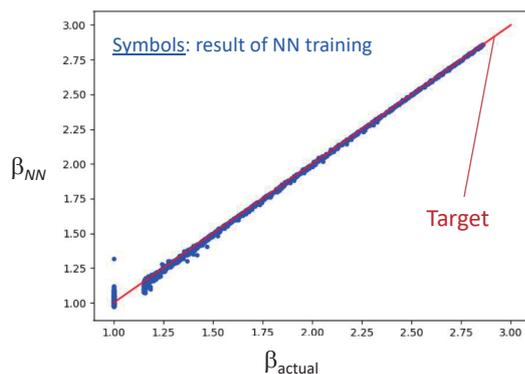


Implication: APG wake-region upstream of separation is critical

33

Step-one features: Based on SA quantities

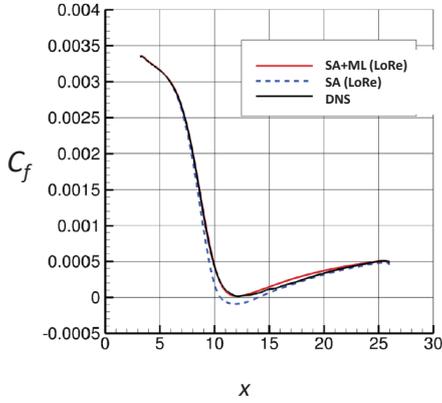
- SA working variable/Reynolds number, χ : $F_1 = 100/(\chi+100)$
- SA wall function, f_w : $F_2 = 1/(f_w+1)$
- SA Reynolds number, $d^2 S_{SA}/\nu$: $F_3 = 1000\nu/(d^2 S_{SA}+1000\nu)$
- Prod-Diss ratio: $F_4 = P_{SA}/(|D_{SA}| + |P_{SA}|)$
- SARC function: $F_5 = f_{r1}$
- Limiter: $S/\Omega > 1$



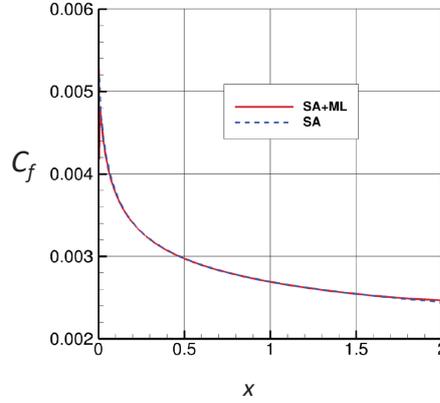
34

Step two: Apply these five features to ZPG flat plate

Recall APG flat plate:



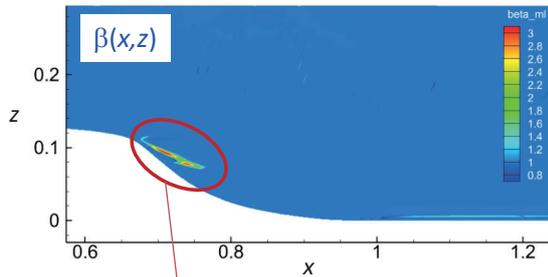
Control: ZPG flat plate:



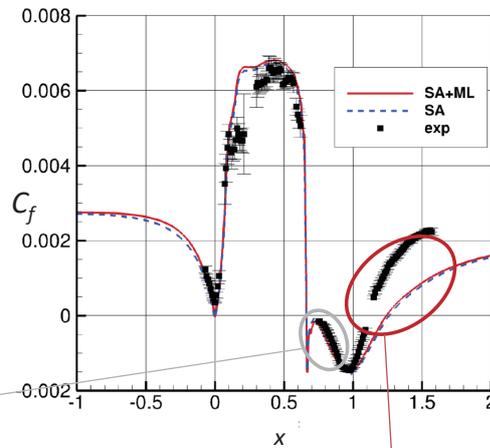
$S/\Omega > 1$ limiter needed

No damage to key prediction! 😊

Step three: Apply five features to NASA Hump

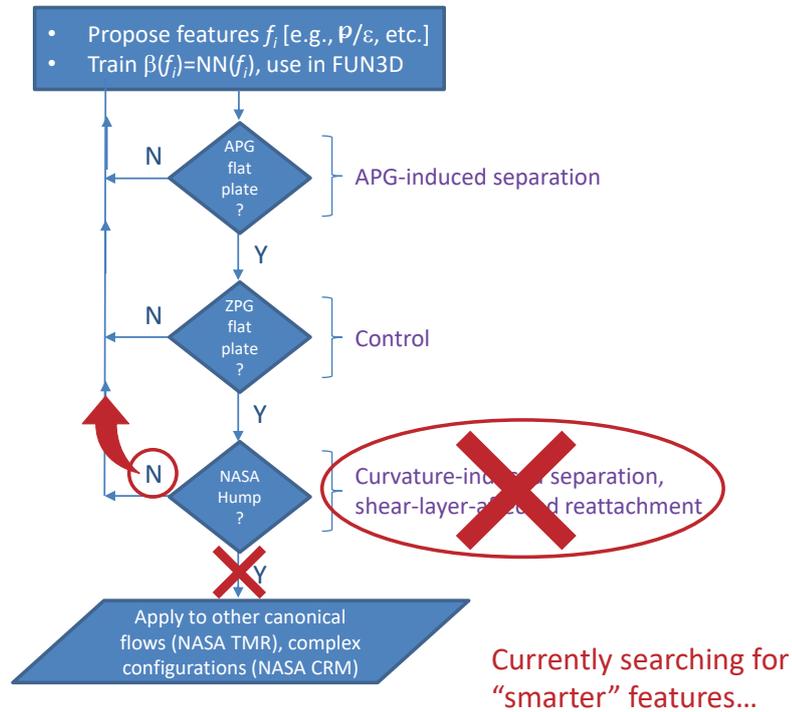


"Extra" production here...



...not sufficient to correct problem here... 😞

General feature-design framework



37

— Overview —

▷ **Background**

...the "Turbulence Problem" and its remedies

▷ **Simulations**

...DNS of turbulent separation bubbles

▷ **Basic findings**

...physical, modelling concepts

▷ **ML-based RANS-model development**

...using DNS as benchmark

▷ **Summary**

...recap, review

▷ **"Preview of Coming Attractions"**

...proposed JAXA-NASA partnership

38

Summary

- DNS used to reveal impact of pressure gradients on structure of turbulence, utility of Stratford ($C_f = 0$) scaling, and effect of sweep on separated boundary layers
- Resulting database used to quantify performance of RANS models, and serve as benchmark for ML-based alterations
- Efforts to produce viable, generalizable RANS models via ML reveal critical role and challenge of selecting appropriate features
- The search continues...

39

— Overview —

- ▷ **Background** *...the “Turbulence Problem” and its remedies*
- ▷ **Simulations** *...DNS of turbulent separation bubbles*
- ▷ **Basic findings** *...physical, modelling concepts*
- ▷ **ML-based RANS-model development** *...using DNS as benchmark*
- ▷ **Summary** *...recap, review*
- ▷ **“Preview of Coming Attractions”** *...proposed JAXA-NASA partnership*

40

Proposed JAXA/NASA collaboration

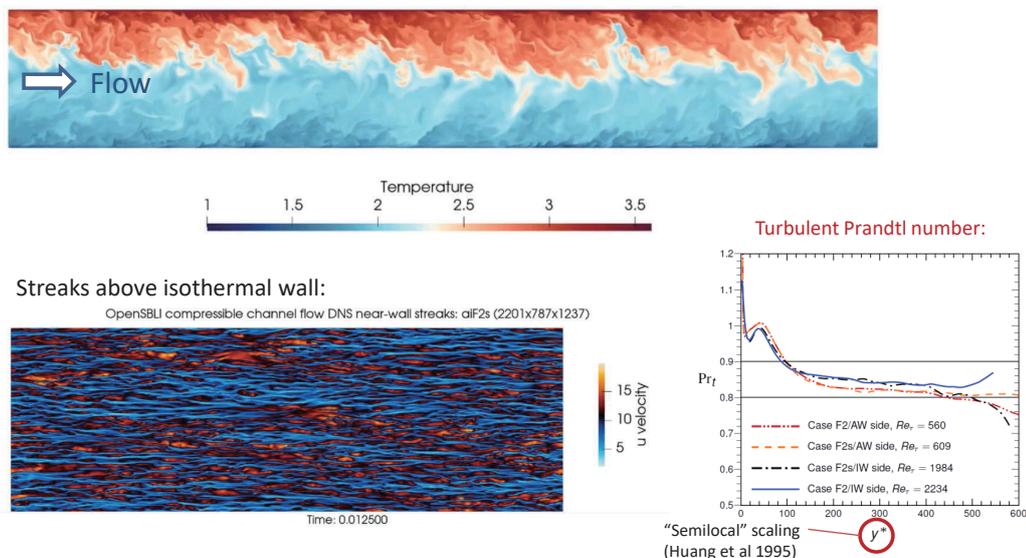
Simulation of Aerodynamic Turbulence

- **Participants:**
 - JAXA:** Dr Abe Hiroyuki, Dr Atsushi Hashimoto, Dr David Lusher, Dr Andrea Sansica
 - NASA:** Dr Gary Coleman
- **Topics – DNS of:**
 - I. High-speed/compressible wall-bounded turbulence
 - II. Turbulent vortex core
- **Tools:** OpenSBLI Framework[†]
- **Outcomes:** High-fidelity benchmarks, assessment/calibration of RANS models, for high-speed wall-bounded flows, and rotating wakes/vortices

[†]D. Lusher et al. (2021) “OpenSBLI: Automated code-generation for heterogeneous computing architectures applied to compressible fluid dynamics on structured grids”, *Comp. Phys. Comms.* 41

I. DNS of high-speed/compressible wall-bounded turbulence[†]

Supersonic turbulence between adiabatic (top) and isothermal (bottom) walls (cf. Morinishi et al 2007):

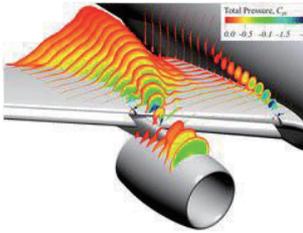


$Pr_t \rightarrow 0.85$ with increasing Re , independent of thermal BCs

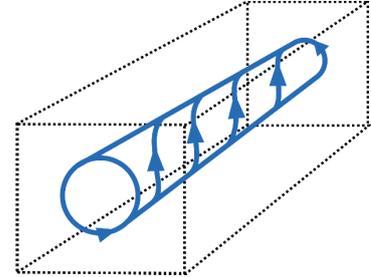
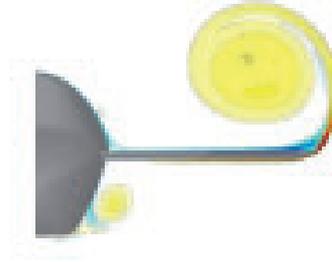
[†] Cf. Lusher & Coleman (2023): “Numerical study of compressible wall-bounded turbulence – the effect of thermal wall conditions on the turbulent Prandtl number in the low-supersonic regime”, *Int J Comp Fluid Dynamics* 42

II. DNS of turbulent vortex core

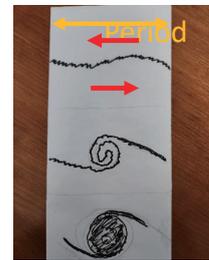
Idealized delta-wing/airliner vortices



(From Kukulj et al. 2020)



Strategy: Capture evolution of single structure from “roll-up” of mixing layer. **NB**: Thin mixing layer contains developed turbulence, which is well represented in both DNS and RANS *before affected by rotation/curvature*



43

Proposed JAXA/NASA collaboration

Simulation of Aerodynamic Turbulence

- **To be continued...**

44

Please contact author at g.n.coleman@nasa.gov
with queries, comments

Thank you very much!
ありがとうございました!



55th FDC/41st ANSS 「サブオービタルスペースプレーンの空気力学的な研究開発課題について」

● Koichi YONEMOTO (Dr. Eng.)

- Tokyo University of Science (Commissioned Professor)
Faculty of Science and Technology, Dept. of Mechanical Engineering
Space Systems Laboratory
- SPACE WALKER Inc. (CTO: Chief Technical Officer)

Personal Data
Date of Birth : July 28th, 1953
Place of Birth : Tokyo

Education and Career

- 2019 Commissioned Professor at Tokyo University of Science (TUS)
- 2017 Founded SPACE WALKER Inc.
- 2005 Professor at Kyushu Institute of Technology (Kyutech)
- 1986 Visiting Researcher of ISAS (Institute of Space and Astronautical Science)
at Ministry of Education (Current JAXA)
- 1980 ~ 1988 Kawasaki Heavy Industries Ltd. (Aerospace Company Company)
/ Commercial and Military Aircraft Development
/ Reusable Space Transportation System (HIMES, HOPE-X, RVT etc.)
- 1980 Graduated Postgraduate School of Engineering at the University of Tokyo
• 1978-1980 University of Stuttgart (Institute of Aircraft Design)
and DFVLR (Institute of Turbo Machine at Köln: current DLR)
• Doctor of Engineering (the University of Tokyo/ Aerospace Engineering)

Major

- Aerodynamics
- Navigation, Guidance and Control
- System Engineering of Aircraft and Space Transportation System
- Flight Mechanics
- Cryogenic Composite Fuel Tank

Current Research

- Reusable Space Transportation System (Suborbital Spaceplane)

Images:
 - B7J7
 - HIMES Reentry Test
 - Unmanned Space Shuttle HOPE-X
 - Next Maritime Patrol Aircraft P-X
 - Reusable Rocket RVT

SPACE WALKER

2



Company Name	SPACE WALKER Inc. (https://space-walker.co.jp/corporate-profile)
Establishment	<ul style="list-style-type: none"> ■ December, 25th, 2017 ■ HEAD QUARTER: Shimbashi 3-16-12 3Flr, Minato, 105-0004 Tokyo, Japan ■ SPACE TRANSPORTATION DEPT.: <ul style="list-style-type: none"> • Office in TOKYO UNIVERSITY OF SCIENCE Noda Campus, Building No.3, 2nd Flr (Yamazaki 2641, Noda, 278-8510 Chiba, Japan) ■ Composite Materials Technology Dept.: <ul style="list-style-type: none"> • Office in KURE INDUSTRIAL PROMOTION CENTER KURE SUPPORT CORE (Agaminami 2-10-1, Kure, 737-0004 Hiroshima, Japan) • Manufacturing Plant in NIHON TAISHOKU Co., Ltd (Tashiromen 198, Tabira, Hirado, 859-4812 Nagasaki, Japan)
Business Locations	
Capital	<ul style="list-style-type: none"> ■ 1,116 Million ¥ (including CE Stock Acquisition Rights and CB as of June 30th, 2022)
Activities	<ul style="list-style-type: none"> ■ Design, Manufacturing and Operation of Reusable Suborbital Spaceplanes ■ Manufacturing and Sales of Space Development Related Components



Agenda

1. Suborbital Spaceplane Development
2. Experimental Winged Rocket
3. Aerodynamic R&D Issues



1. Suborbital Spaceplane Development



● Development of Suborbital Spaceplane

- ✓ Unmanned Dual Mission for Science and Small Satellite Launch
- ✓ Common Shape for Space Tourism Service

2040s ~

2025



Experimental Winged Rocket WIRES#015



Fujin 風神

Raijin 雷神

Dual Mission μ Gravity Science / Small Satellite Launch

2029



Naga Tomo 長友 Space Tourism



TSTO (Two-Stage-To-Orbit) Spaceplane
Space Tourism
Cargo Transportation

Suborbital Spaceplane



Partnership

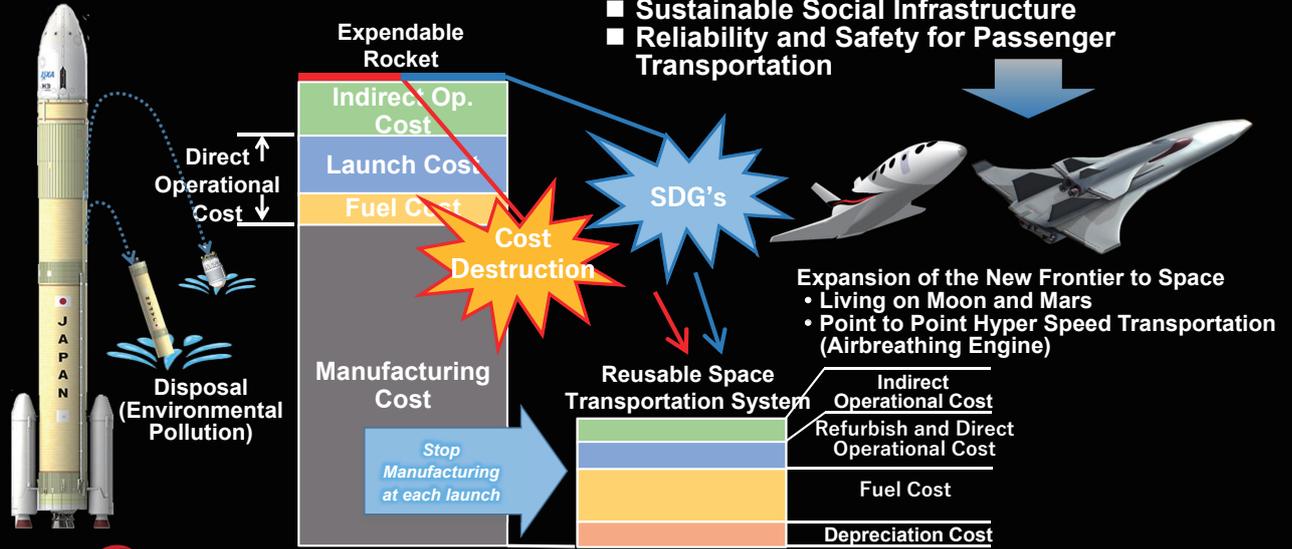
Tokyo University of Science	Powering your potential	Toray Carbon Magic	JAXA



● Expendable Rocket and Reusable Spaceplane

Reusable Space Transportation System . . .

- Sustainable Social Infrastructure
- Reliability and Safety for Passenger Transportation



SPACE WALKER



SPACE WALKER's Suborbital Spaceplane is Eco Rocket

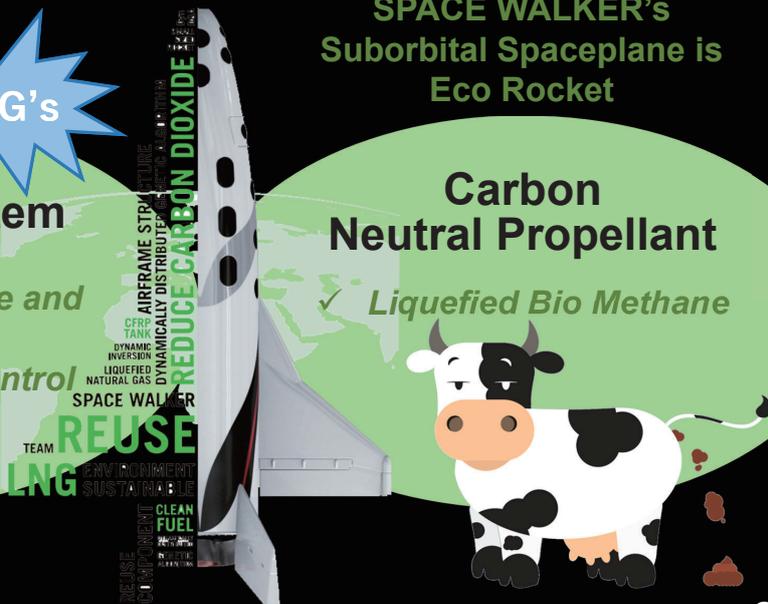
SDG's

Reusable System

- ✓ Composite Structure and Cryogenic Tanks
- ✓ Automatic Flight Control

Carbon Neutral Propellant

- ✓ Liquefied Bio Methane



SPACE WALKER



RaiJin (雷神) Mission

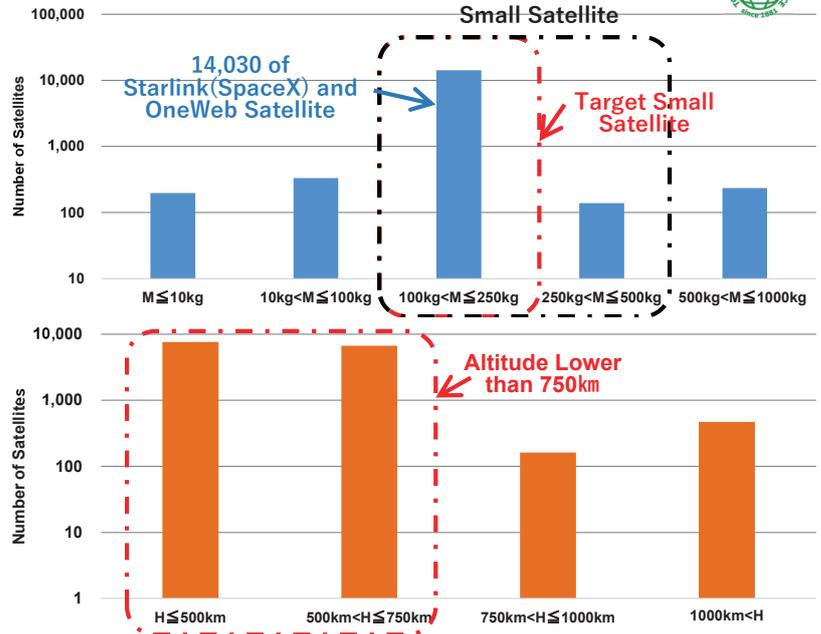
- Small Satellite of 200 [kg]
- Sun-synchronous Orbit of 700 [km] Altitude



Elon Musk's Starlink Satellite-Internet Service

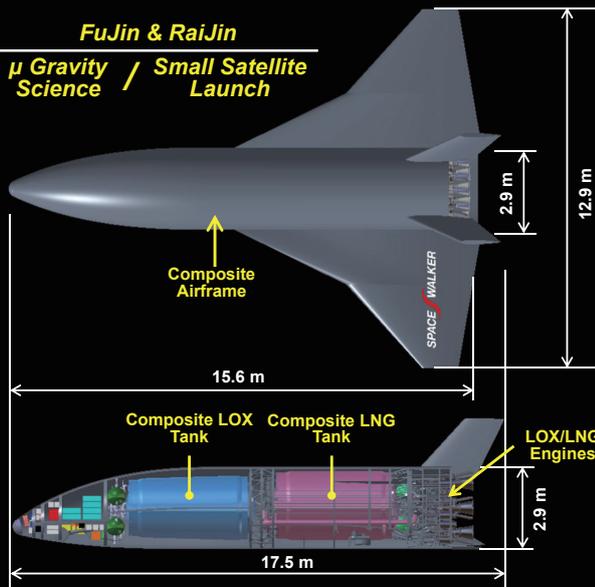
<https://www.wsj.com/articles/elon-musks-starlink-satellite-internet-service-battles-dish-over-airwaves-11657359181>

SPACE WALKER



FuJin & RaiJin

μ Gravity / Small Satellite Launch



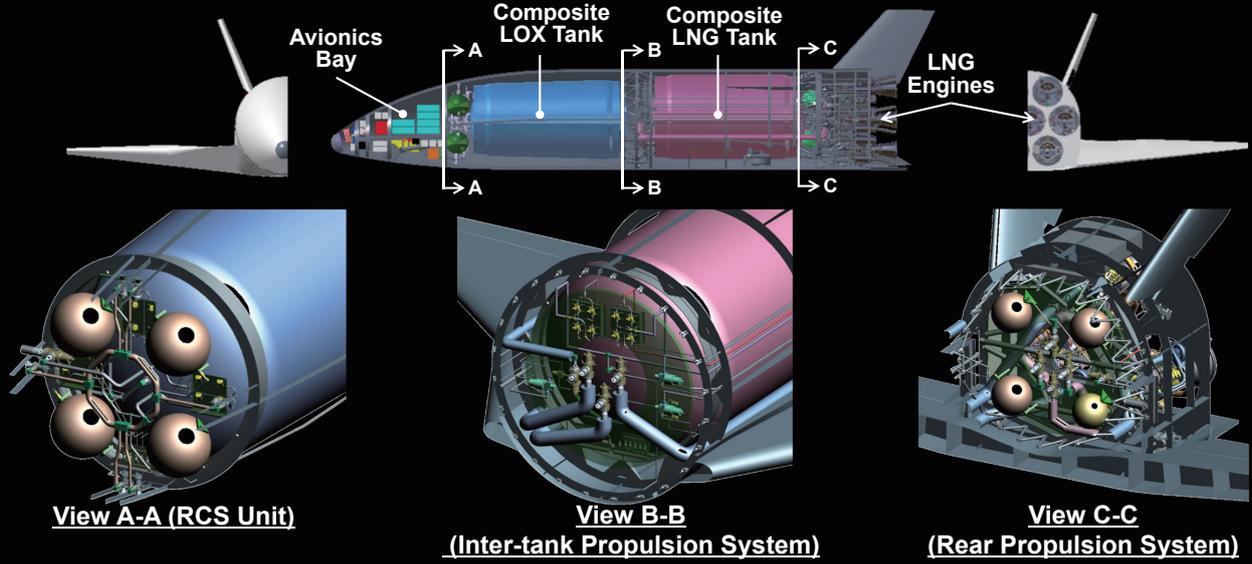
Mass [kg]	FuJin ^{*1}	RaiJin ^{*2}	NagaTomo ^{*3}
Dry		13,081 ⁰	13,015 ⁰
Propellant	LOX	24,687 ⁰	16,844 ⁰
	LNG ^{*4}	8,967 ⁰	6,099 ⁰
Propulsion Gas	He	4 ⁰	2 ⁰
	N2	95 ⁰	68 ⁰
RCS Gas	N2	176 ⁰	176 ⁰
Initial Mass		47,010 ⁰	36,204 ⁰
External Mass	500 ^{*5}	6,999 ^{*6}	-
Total Initial Mass	47,510	54,009 ⁰	36,204 ⁰
No. of Engines		7 ⁰	5 ⁰

Note: ^{*1} 100kg Payload to 150km Altitude
^{*2} 200kg Satellite into Sun-synchronous Orbit of 700km Altitude
^{*3} 6 Passengers with 2 Pilots/Crews
^{*4} Carbon Neutral Bio-methane Propellant
^{*5} Payload and External Carrier
^{*6} Expendable Upper Stage

SPACE WALKER



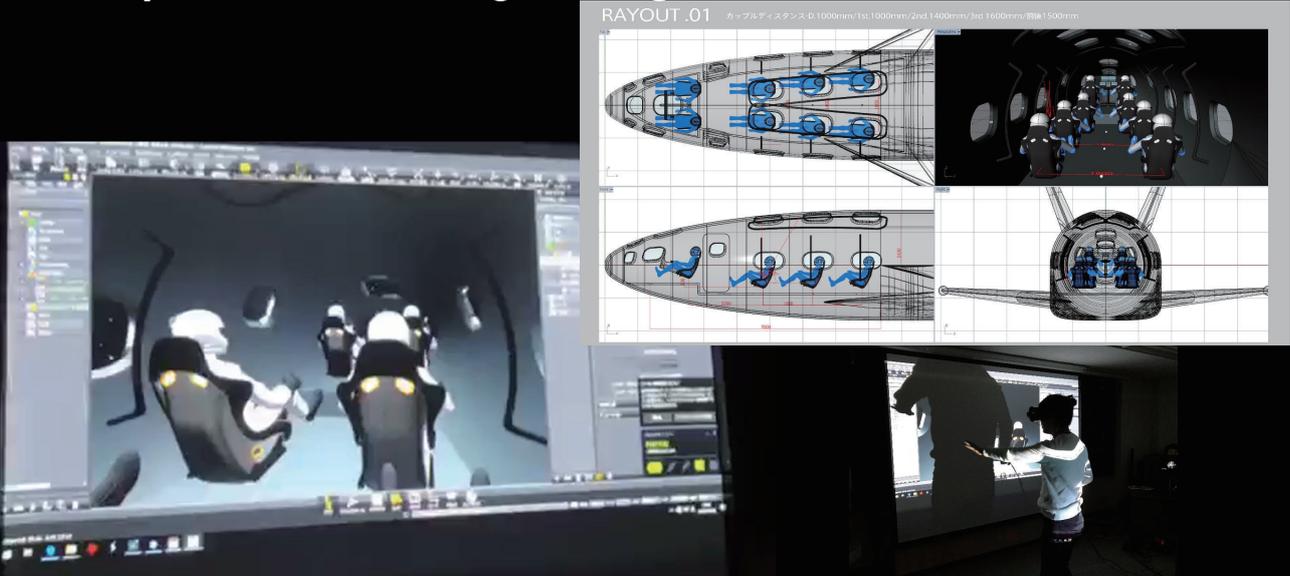
● Engine and Propulsion System Integration



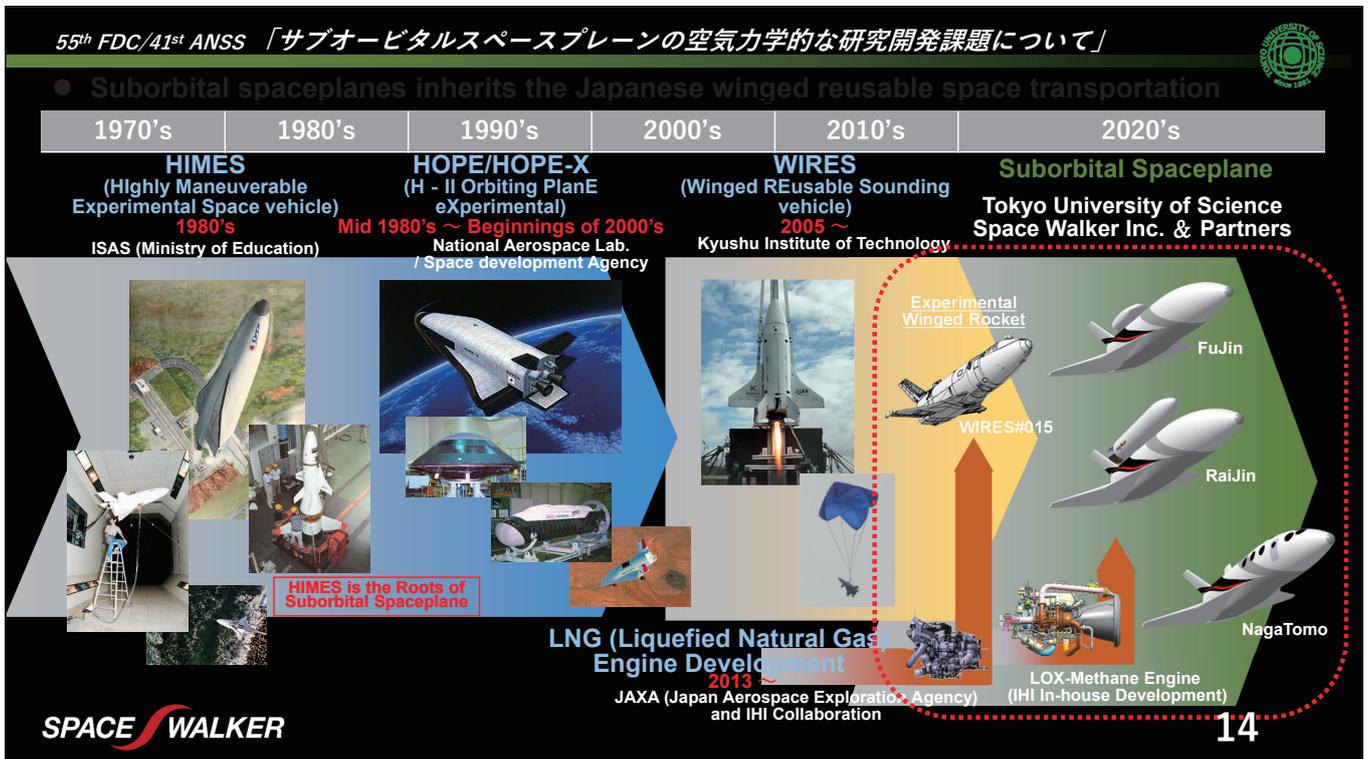
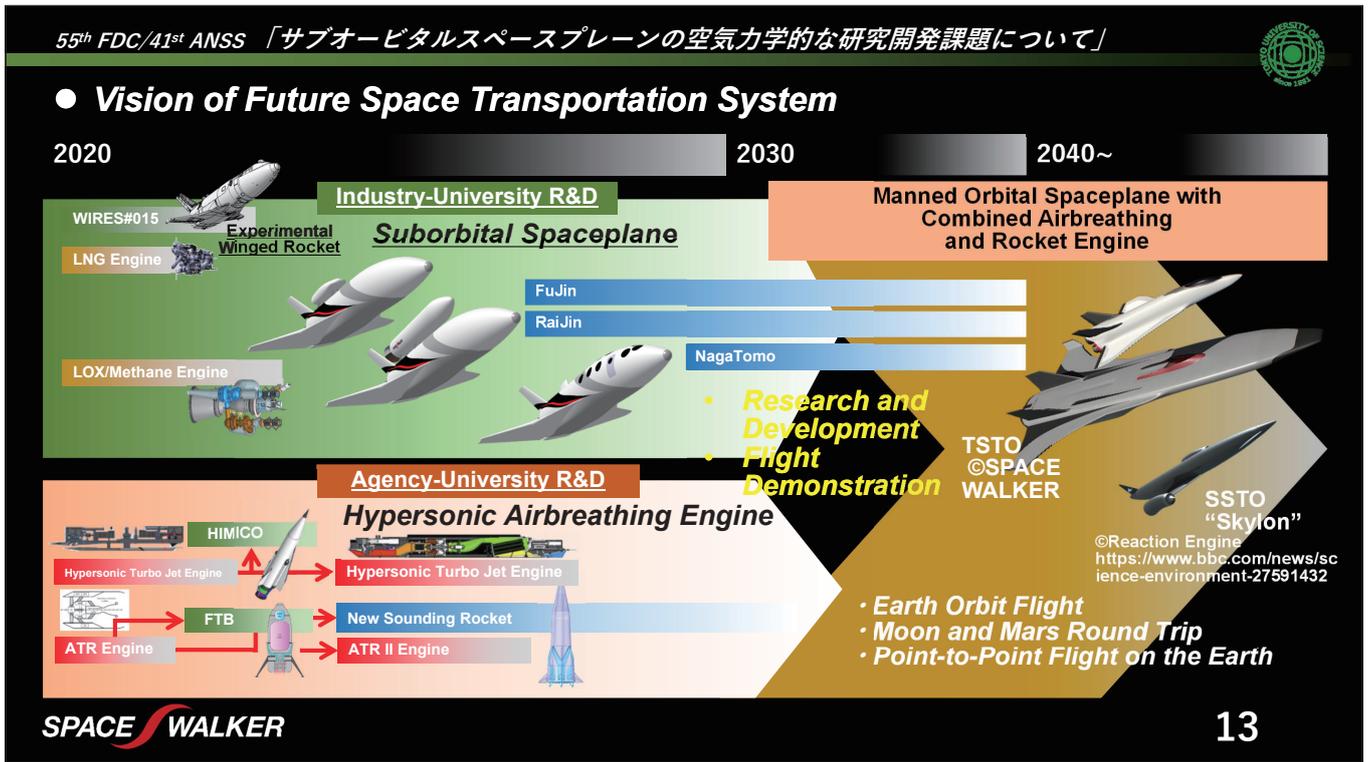
SPACE WALKER



● Cockpit and Cabin Design of NagaTomo



SPACE WALKER



55th FDC/41st ANSS 「サブオービタルスペースプレーンの空気力学的な研究開発課題について」

Suborbital Spaceplane “FuJin” 風神, “RaiJin” 雷神 and “NagaTomo” 長友 will be operated at the Spaceport of Hokkaido/ Taiki Town

SPACE WALKER

15

55th FDC/41st ANSS 「サブオービタルスペースプレーンの空気力学的な研究開発課題について」

● Technology Issues and Challenges

Technology	Issues	Partner's Responsibility
1 Integration	• Airframe/System Integration & GSE's, Operation	SPACE WALKER
2 <u>System Design*</u>	• System Optimization Methodologies (Vehicle/Propulsion System/Trajectory)	Tokyo University of Science, SPACE WALKER
3 Fault Tolerance System	• Manned/Unmanned Fault Tolerant System (NGC, Structure, Engine-Propulsion System, Mechanical & Electrical Equipment, Communication System)	SPACE WALKER, IHI, 'TORAY', Kawasaki, inet, TORAY Carbon Magic, AIR WATER, JAXA
4 <u>LOX/LNG Engine*</u>	• Reusability (Reliability, Health Monitoring, Thrust Augmentation, Reignition), • Clean Propellant	IHI, AIR WATER
5 <u>Autonomous Flight System*</u>	• Failure Tolerant Navigation System • Real-time Optimal Trajectory Generation and Guidance • Adaptive Attitude Control Theory	Tokyo University of Science, Kawasaki
6 <u>Composite Airframe & Propellant Tanks*</u>	• Complex Airframe Composite Molding • LOX Compatible Composite Tank (CFRTP-PC) • Super-pressure Composite Gas Tanks	Kawasaki, TORAY, SPACE WALKER, Tokyo University of Science
7 Legalization	• Public-private council led by Cabinet Office/ Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism	SPACE WALKER, JAXA

SPACE WALKER * Competitive Technologies

16

55th FDC/41st ANSS 「サブオービタルスペースプレーンの空気力学的な研究開発課題について」



● **Legalization**

■ **Commercial Manned Suborbital Space Transportation Research Group**

(2018 Nov. – 2019 Mar.)

- Organizer : SPACE WALKER, PD Aerospace
 Secretariat : Japan Space Forum
 Chair Person : Ms Naoko YAMASAKI (Former Female Astronaut)
 Issues : • Current overseas and domestic Development status of reusable space transportation
 • Legal issues and legislation process



■ **Political Survey Committee on Space and Ocean Development (Liberal Democratic Party, Special Committee)**

Fifth Recommendation

(Issued on 2019, May 14)
 “2.2 Expansion of space utilization in industry and science”
 <Summary>



- In order to promote commercial sub-orbital flight, a public-private council is organized by the Cabinet Office, Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism, JAXA and other related ministries and agencies

■ **Public-private council for Commercial Suborbital Flight Legalization**

- 2019, June 26 : The 1st Committee Meeting
- 2020, May 28 : The 1st WG Meeting on Future Issues
- 2021, July 14 : The 2nd Committee Meeting
- 2021, May 27 : The 2nd WG Meeting on Future Issues
- 2021, September 1 : The 3rd Committee Meeting
- 2022, December 7 : The 4th Committee Meeting

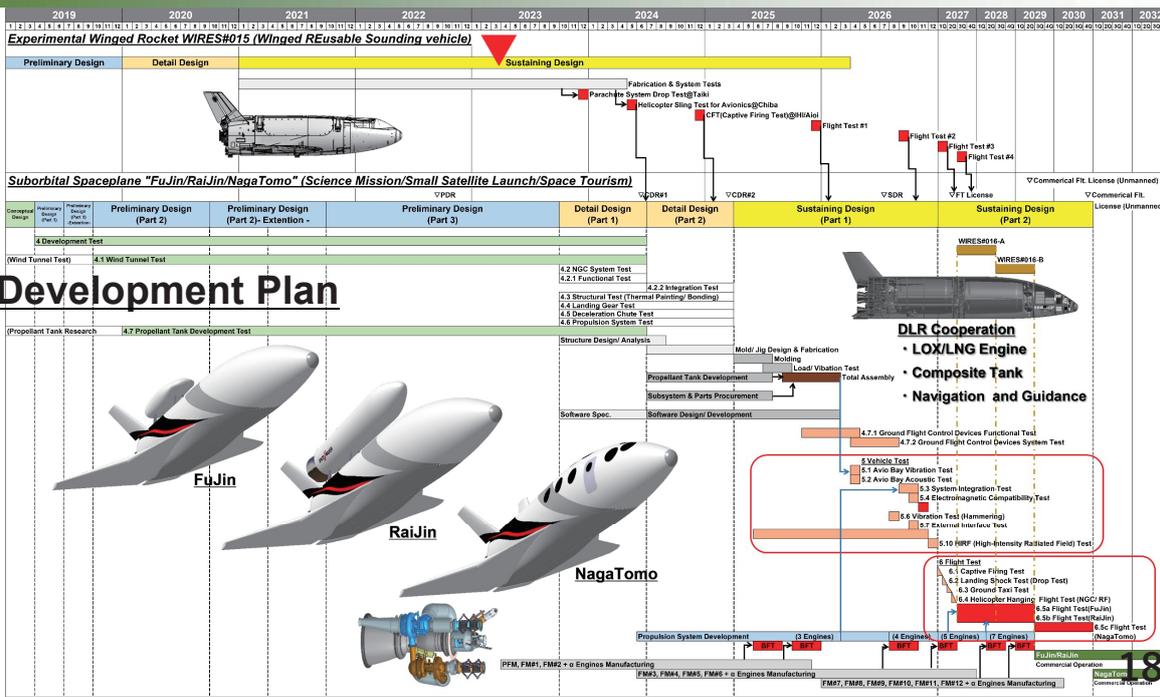


17

55th FDC/41st ANSS 「サブオービタルスペースプレーンの空気力学的な研究開発課題について」



● **Development Plan**





2. Experimental Winged Rocket

SPACE WALKER

19



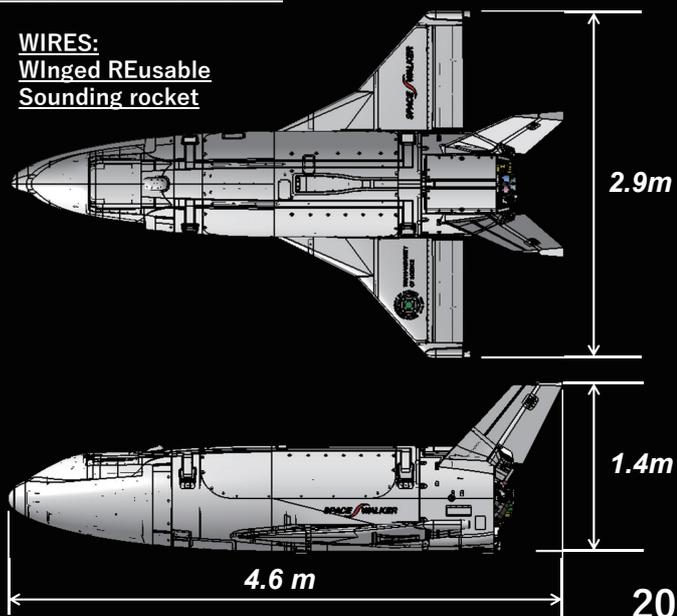
● Experimental Winged Rocket WIRES#015

Major Dimensions		
Initial Mass	1,000	[kg]
Max. Thrust	17.8	[kN]
Combustion Time	30	[s]
Max. Altitude	5.5	[km]

Demonstration Issues

- LOX/LNG Engine (JAXA/IHI)
- Cryogenic Composite LOX and LNG Tanks
- Non-linear Attitude Control System Using DI Theory
- Real Time Guidance System Using Genetic Algorithm

WIRES:
Winged REusable
Sounding rocket

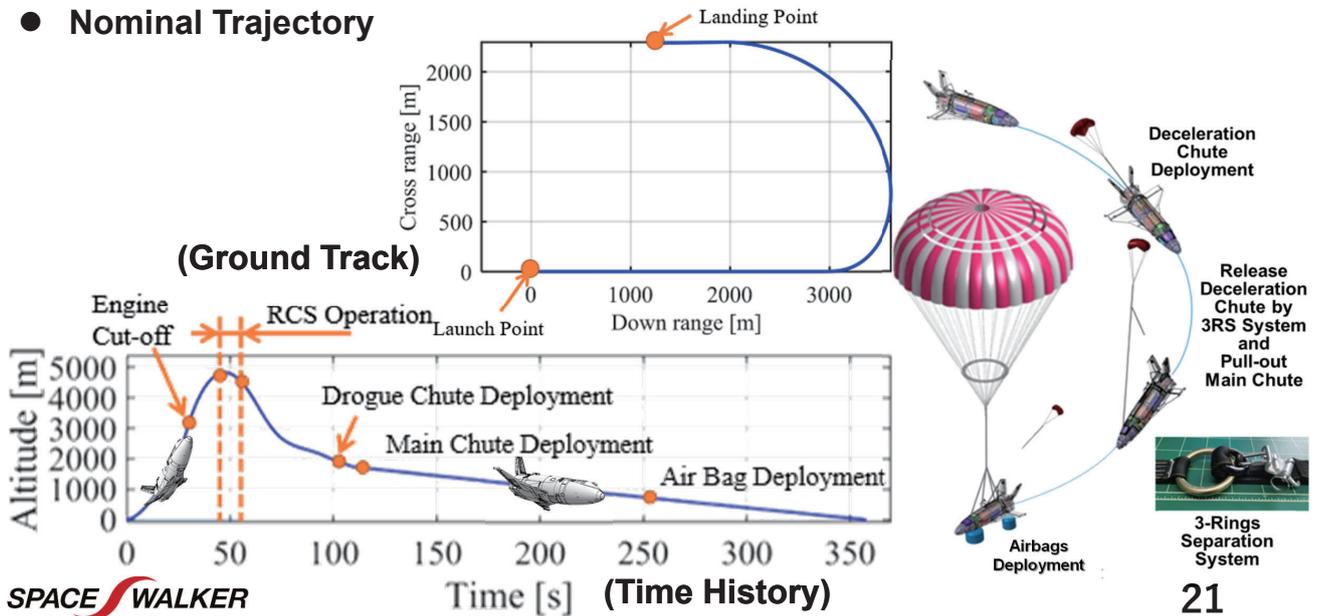


SPACE WALKER



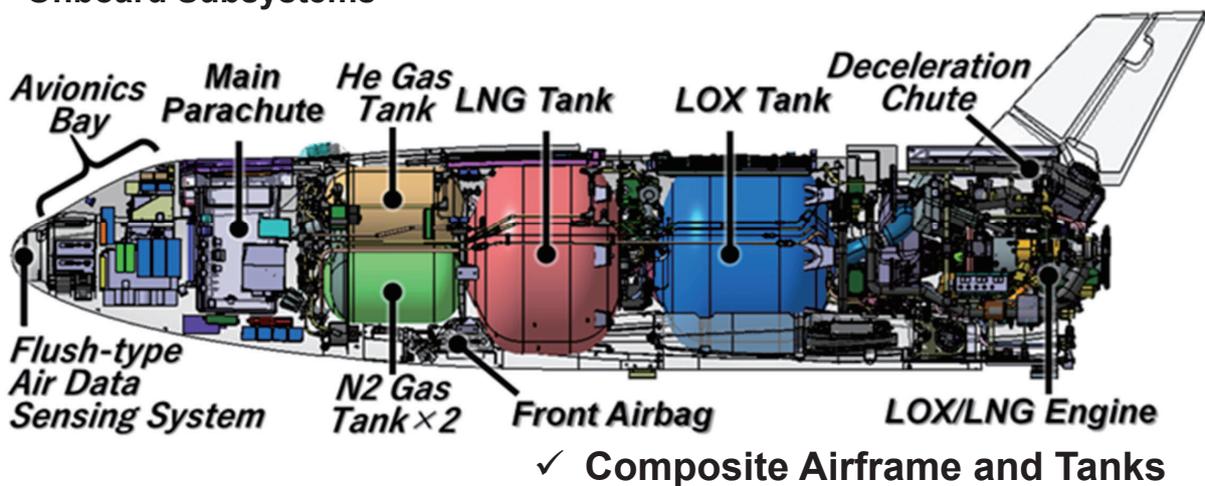
■ Experimental Winged Rocket WIRES#015 (2/6)

● Nominal Trajectory



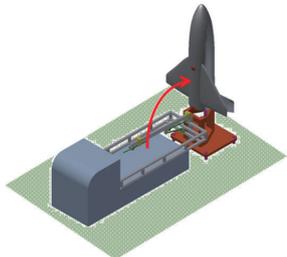
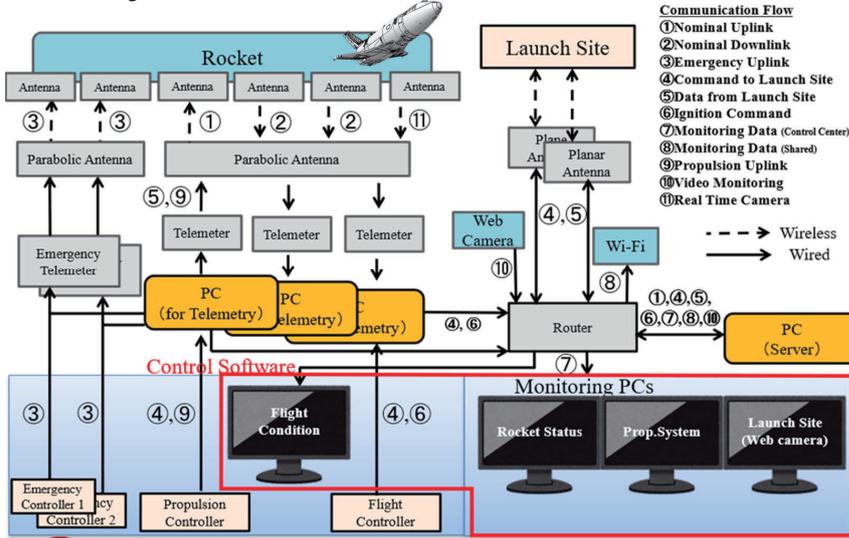
■ Experimental Winged Rocket WIRES#015 (3/6)

● Onboard Subsystems





■ **Experimental Winged Rocket WIRES#015 (4/6)**
 ● **Telemetry Command and Down Link**



Mobile Launcher



Mobile Flight Control Center

SPACE WALKER



■ **Experimental Winged Rocket WIRES#015 (5/6)**
 ● **Pre-flight Experiment Using Helicopter**



SPACE WALKER

55th FDC/41st ANSS 「サブオービタルスペースプレーンの空気力学的な研究開発課題について」

■ **Experimental Winged Rocket WIRES#015 (6/6)**

● **Flight Demonstration in Germany**

Demonstration Flight will be conducted at German Military Area at Meppen WTD 91 (Wehrtechnische Dienststelle) in collaboration with DRL (German Aerospace Center) from 2025 to 2026.

SPACE WALKER

Google

25

55th FDC/41st ANSS 「サブオービタルスペースプレーンの空気力学的な研究開発課題について」

UNIVERSITY OF TSUKUBA

3. Aerodynamic R&D Issues

SPACE WALKER

26



3. Aerodynamic R&D Issues

- 3.1 Aerodynamic Characteristics Estimation Using CFD**
- 3.2 Aerodynamic Interference and Separation Analysis**
- 3.3 Highly Maneuverable Supersonic Airfoil**
- 3.4 Multi-disciplinary Design Optimization (MDO)**



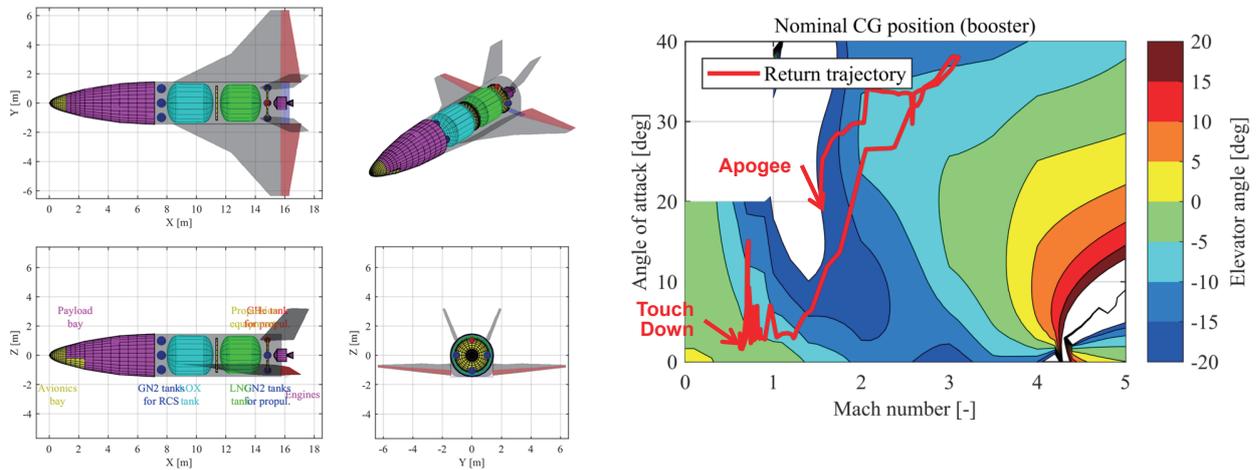
- 3.5 Differential-Pressure Type FADS (Flush Air Data Sensing) System with Two-stage Reference Pressure Chamber**
- 3.6 Thermo-fluid Analysis of High Pressure Gas Tank**
- 3.7 Release Behavior of Deceleration Chute in Wake Vortex**
- 3.8 Landing Impact Mitigation Airbag with Multi-vent Holes**



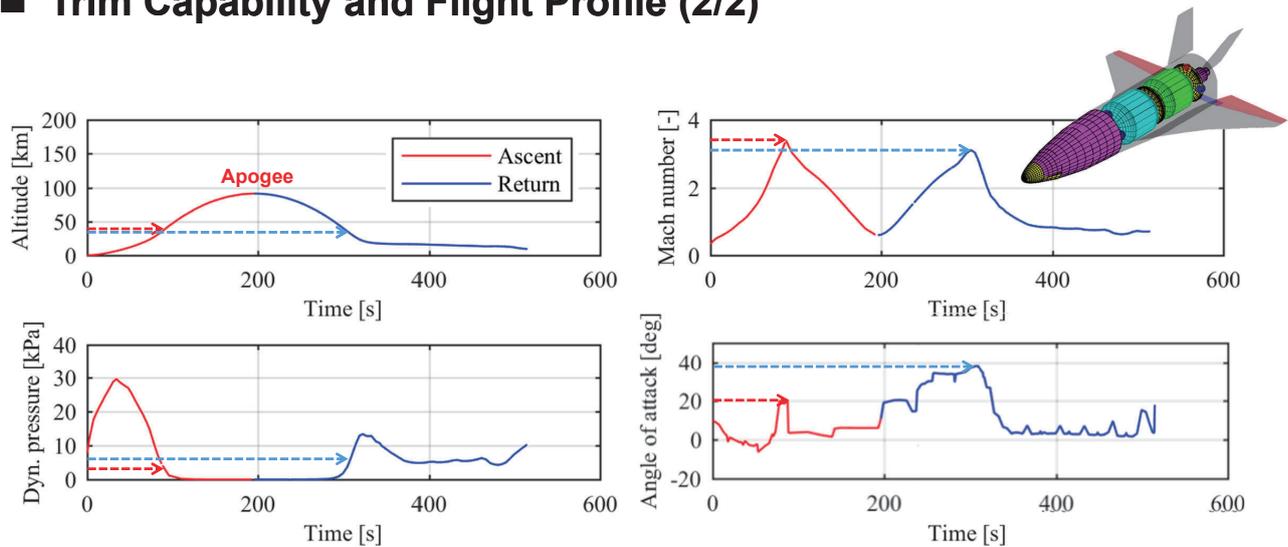
3.1 Aerodynamic Characteristics Estimation Using CFD

■ Trim Capability and Flight Profile (1/2)

Fujikawa, T., SW-R-SD-2021-001Fb 機体サイジング結果(レイアウト), Dec. 3rd, 2021.



■ Trim Capability and Flight Profile (2/2)

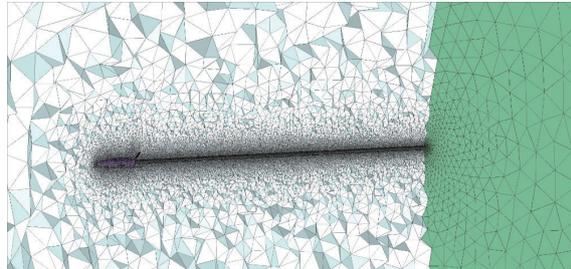
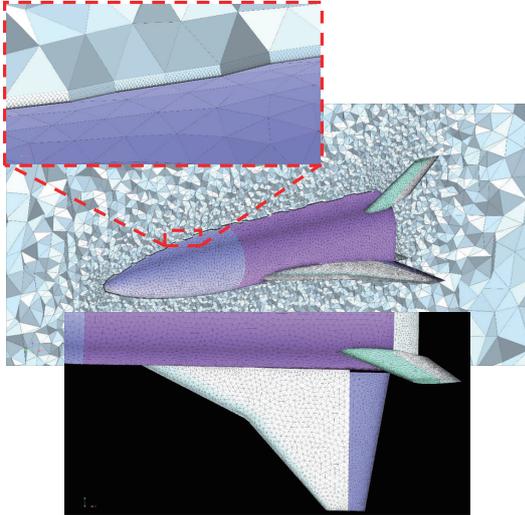




■ Comparison of WTT Results with CFD Analysis (1/6)

● WTT Model and CFD Mesh

Piran, A., et. al. "Comparison of Wind Tunnel Test Results of Suborbital Spaceplane FuJin with CFD Analysis," IAC-22-D2.7.6, Sep. 21st, 2022.



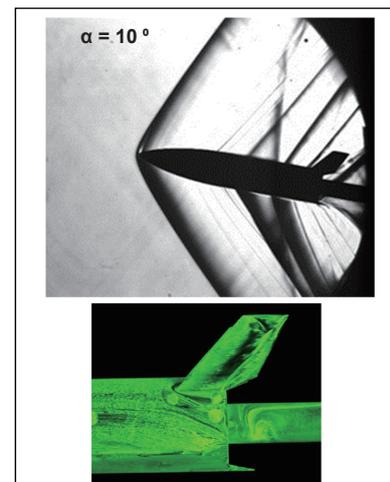
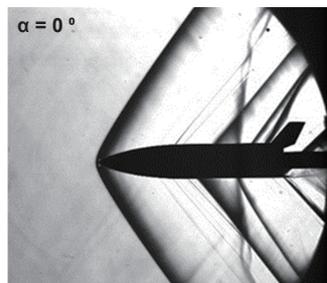
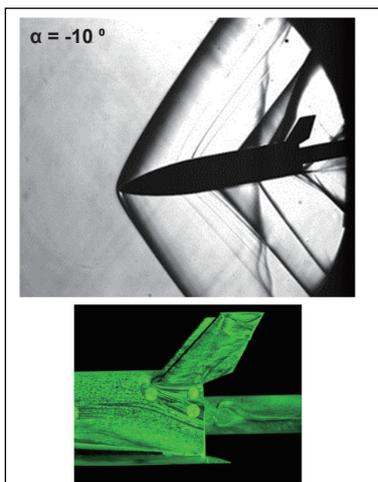
SPACE WALKER

31



■ Comparison of WTT Results with CFD Analysis (2/6)

● WTT Flow Visualization



SPACE WALKER

32



Comparison of WTT Results with CFD Analysis (3/6)

Flow Solver and Meshing

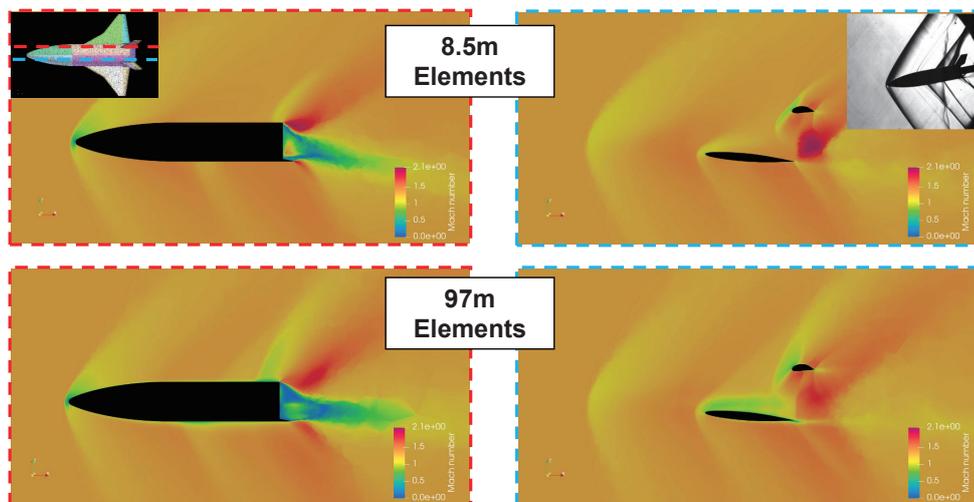
Flow solver : FaSTAR (unstructured CFD code)
 Meshing : Mixed-Element Grid Generator in 3 Dimensions (MEGG3D)

CFD Parameters	Selection
Discretization	Cell-centered, finite volume
Accuracy	Unstructured Monotonic Upstream-Centered Scheme for Conservation laws (U-MUSCL, second order accuracy)
Time integration	Lower-Upper Symmetric Gauss-Seidel (LU-SGS)
Advection term scheme	Low-Dissipation Advection Upstream Splitting Method (SLAU, $M \leq 1.3$); Harten-Lax-van Leer-Einfeldt (HLLE, $M \geq 1.6$)
Turbulence model	SA-noft2



Comparison of WTT Results with CFD Analysis (4/6)

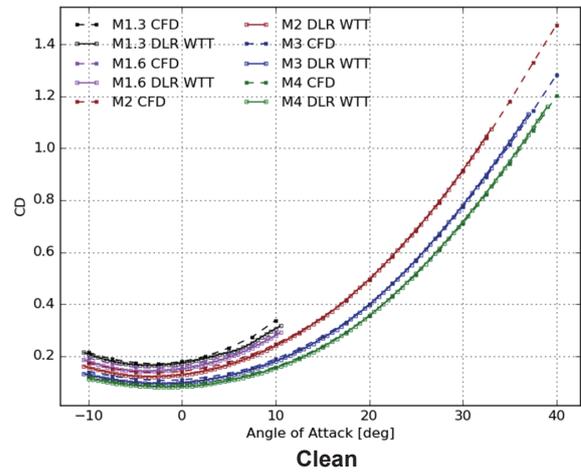
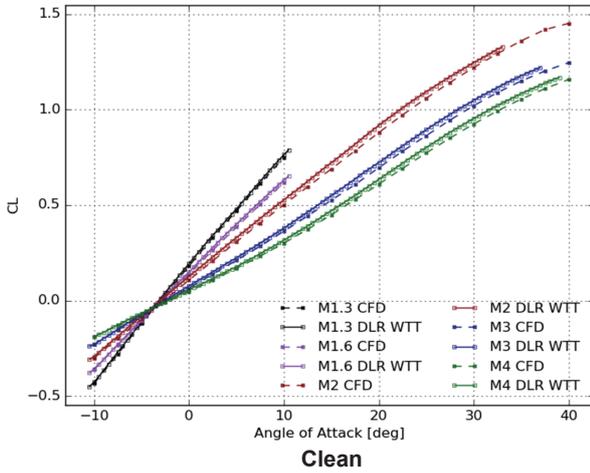
CFD Flow Visualization





Comparison of WTT Results with CFD Analysis (5/6)

Lift and Drag Characteristics

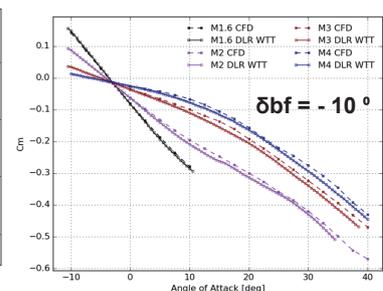
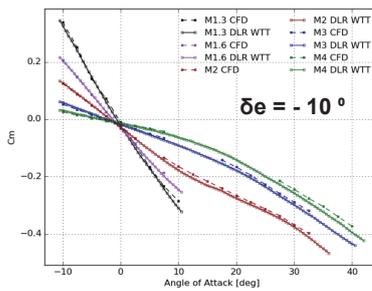
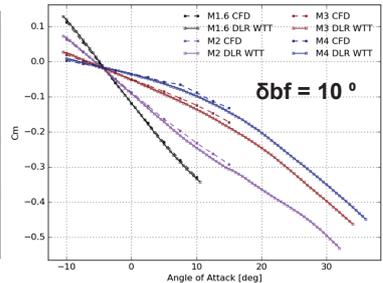
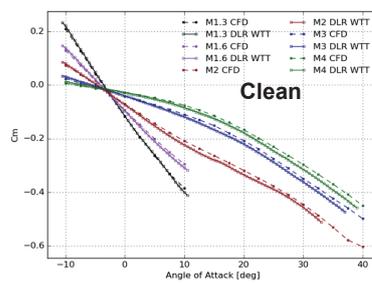
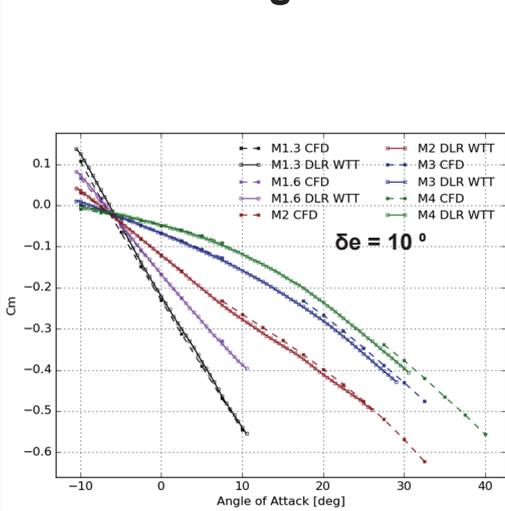


35



Comparison of WTT Results with CFD Analysis (6/6)

Pitching Moment Characteristics

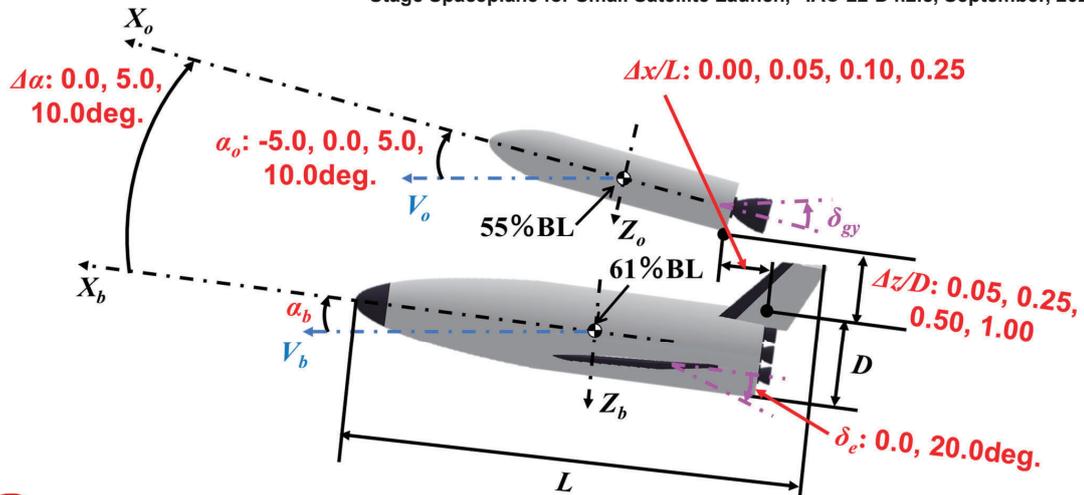




3.2 Aerodynamic Interference and Separation Analysis

■ Definition of Satellite Launch Configuration

Otsuki, T., et. al. "Aerodynamic Interference and Separation Analysis of a Two-Stage Spaceplane for Small Satellite Launch," IAC-22-D4.2.8, September, 2022.



■ CFD Solver

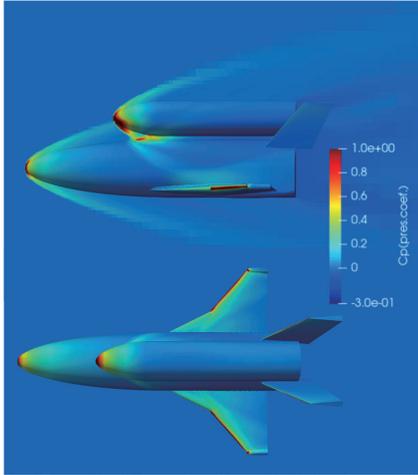
Calculation method of FaSTAR **FaSTAR**
- Fast Unstructured CFD Code -

Governing equation	Compressible Navier-Stokes equation
Turbulence model	RANS Spalart-Allmaras-noft2-R
Spatial discretization method	Cell center method Harten-Lax-van Leer-Einfeld
Time integration method	Lower Upper Symmetric Gauss-Seidel Implicit method
Grid generation	HexaGRID
Calculator	JAXA Supercomputer System generations 2 and 3

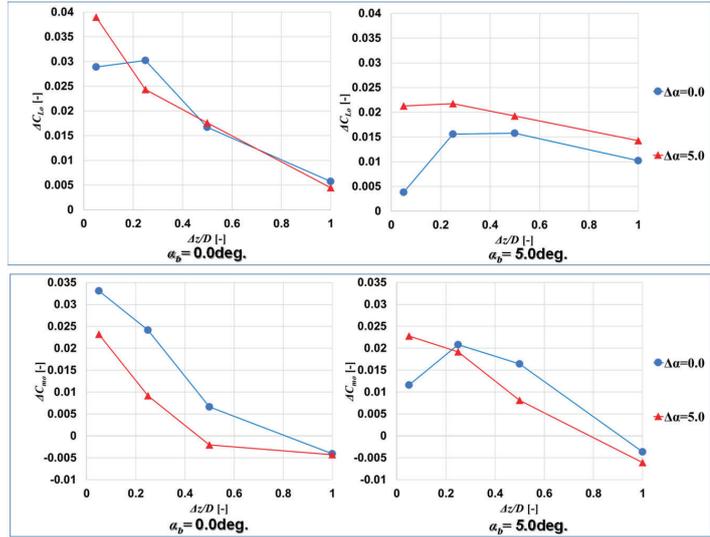




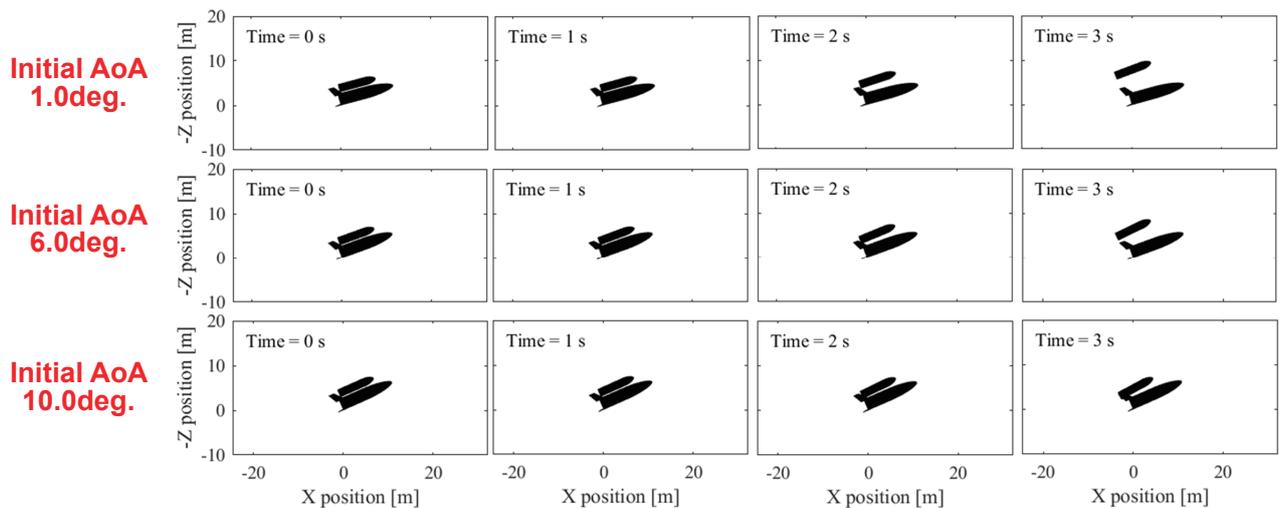
Pressure Distribution and Aerodynamic Characteristics



$\Delta z/D = 0.05$, $\Delta x/L = 0.00$, $\Delta\alpha = 0.0$,
 $\alpha_o = \alpha_b = 0.0$, and $\delta_e = 0.0$



Longitudinal 3DoF Flight Simulation





3.3 Highly Maneuverable Supersonic Airfoil

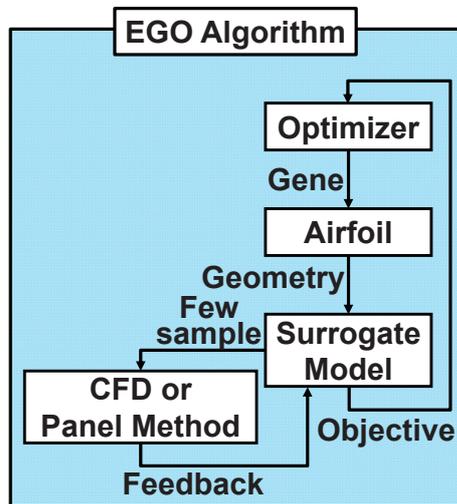
Multi-Objective Optimization by Multi-Fidelity EGO

Watanabe, T, et. al. "Multi-Objective Optimization of Highly Maneuverable Supersonic Airfoil Using Multi-Fidelity EGO," The 2022 Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology, Oct. 12-14, 2022.

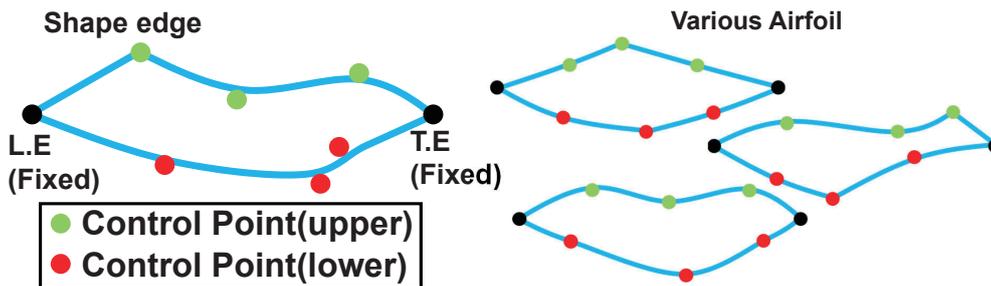
Supersonic Airfoil Optimization by Expansion/Compression Waves Adjustment

- ✓ A.C. (Aerodynamic Center) Forward Shifting
- ✓ Maximizes Lift to Drag Ratio

EGO (Efficient Global Optimization) Algorithm



Definition of Airfoil



CFD Solver

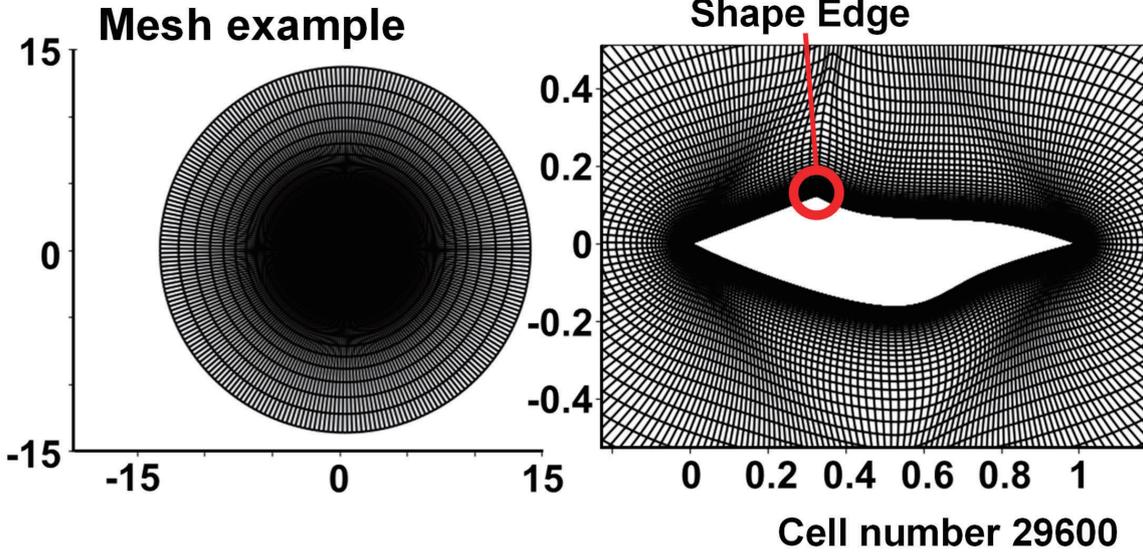
CFD Analysis Parameter

Software	FaSTAR
Meshing	Construct 2D(O-Grid)
Governing Equation	Navier-Stokes Equation
Turbulence Model	SA-noft2
Analysis AoA	0~20 deg. 4 step

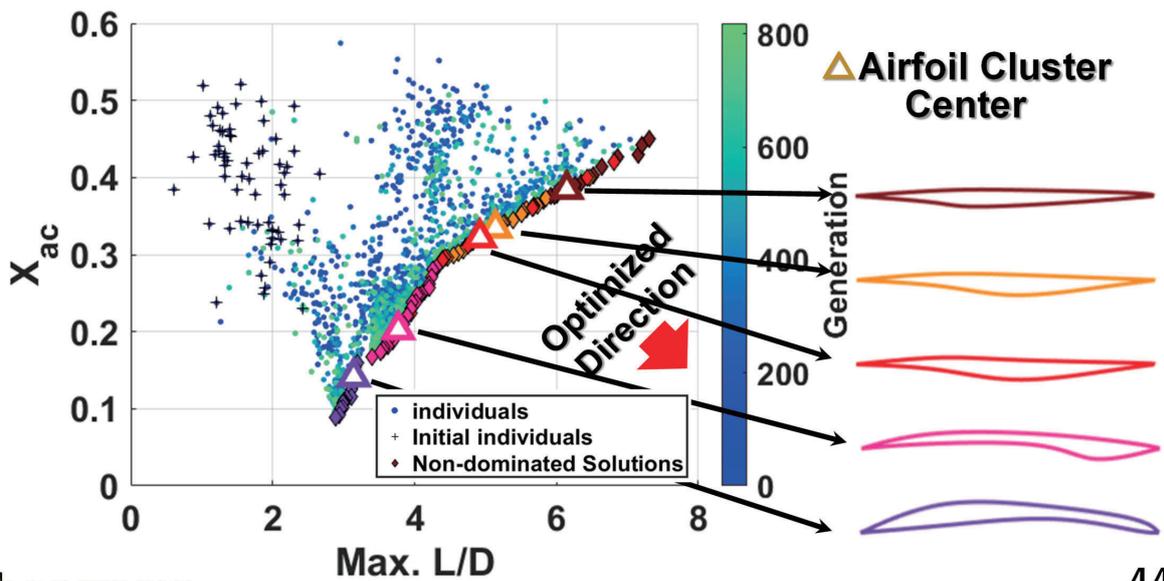




■ Optimization Results (1/x)

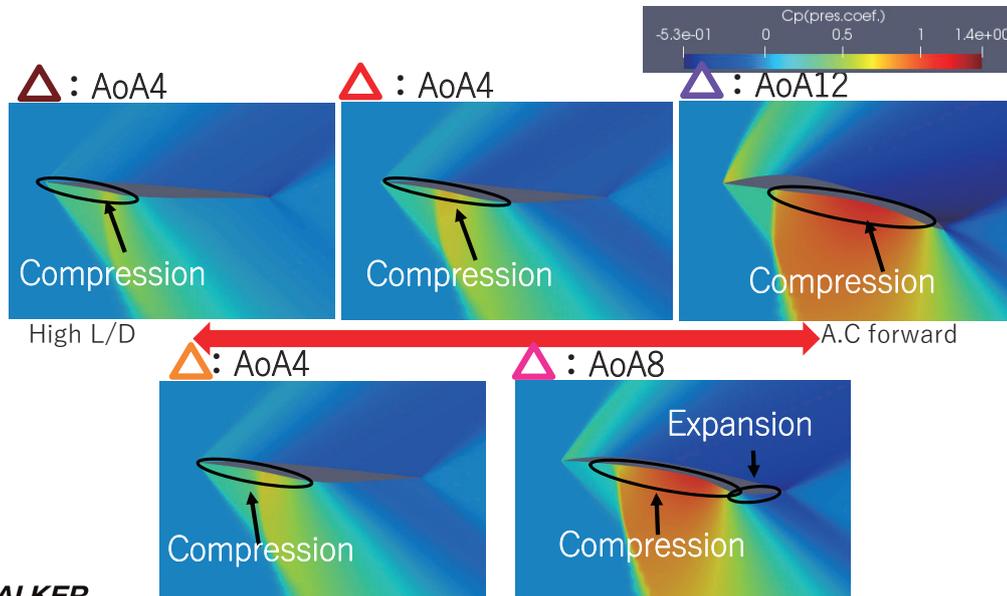


■ Optimization Results (2/3)





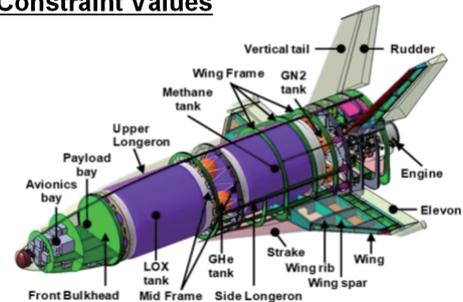
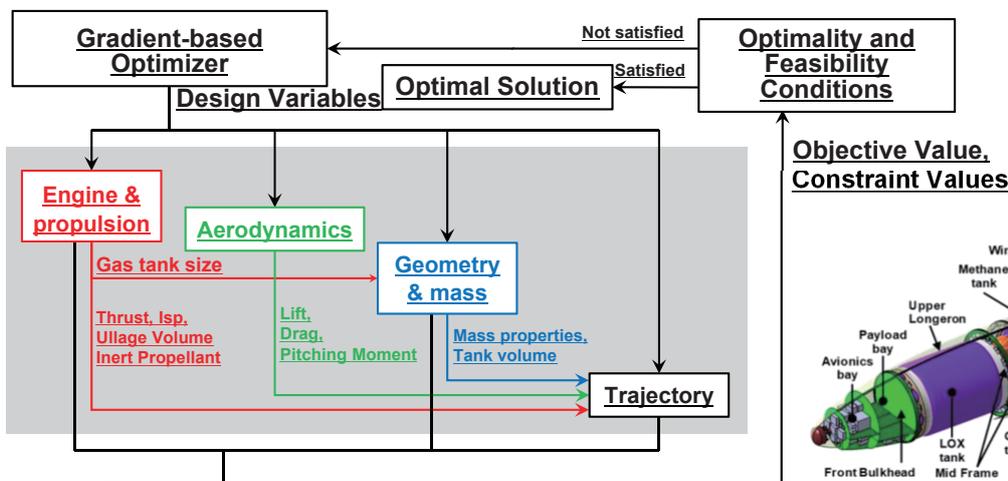
■ Optimization Results (3/3)



3.4 Multi-disciplinary Design Optimization (MDO)

■ Gradient-based Optimization

Fujikawa, T., et al. "Application of Multidisciplinary Design Optimization to the Development of an Unmanned Suborbital Spaceplane by Industry-Government-Academia Collaboration," IAC-22-D2.7.9,x71209, Sep. 21st, 2022.





Aerodynamic Characteristics Estimation by Multi-fidelity Method

$$C_{\text{mod}}(\mathbf{x}, M, \alpha) = C_{\text{baseline}}(M, \alpha) + \tilde{C}_2(\mathbf{x}, M)\alpha^2 + \tilde{C}_1(\mathbf{x}, M)\alpha + \tilde{C}_0(\mathbf{x}, M)$$

$C_{\text{mod}}(\mathbf{x}, M, \alpha)$
Aero coefficient of modified shape or mated vehicle

$C_{\text{baseline}}(M, \alpha)$
Aero coefficient of baseline shape from wind-tunnel test

Modification (quadratic function of α)

\mathbf{x} : Vehicle design variables
 M : Mach number
 α : Angle of attack

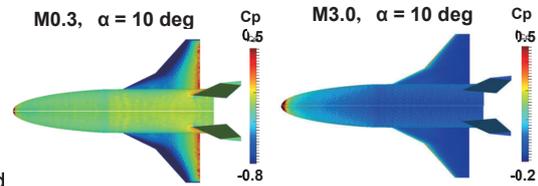
Aerodynamic analysis using panel method is applied to 300 different shapes before optimization

$\tilde{C}_2, \tilde{C}_1, \tilde{C}_0$ are constructed

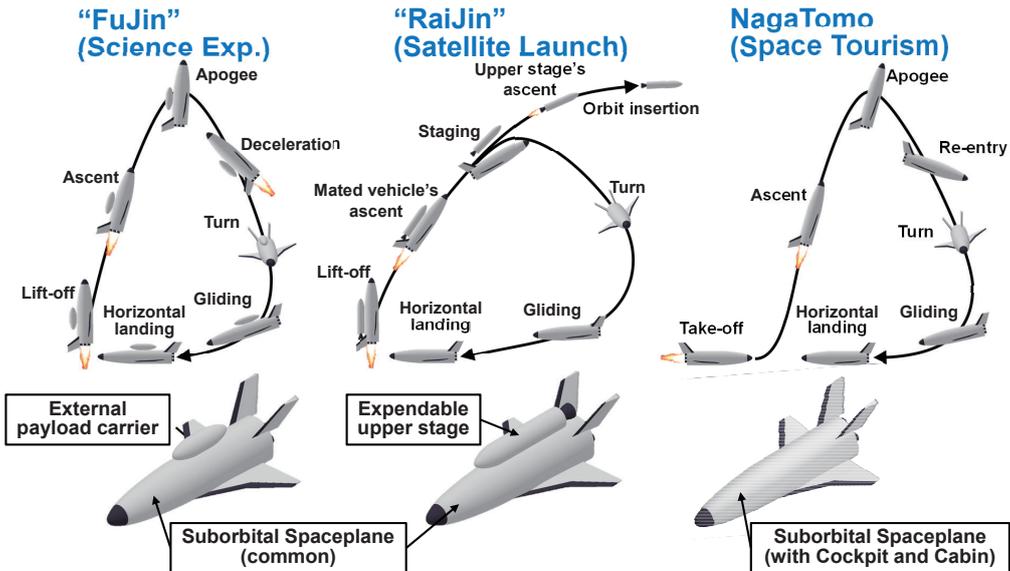
Panel methods

Subsonic : Linear potential flow theory with compressibility correction

Supersonic : Modified Newtonian for windward
Prandtl-Meyer expansion for leeward

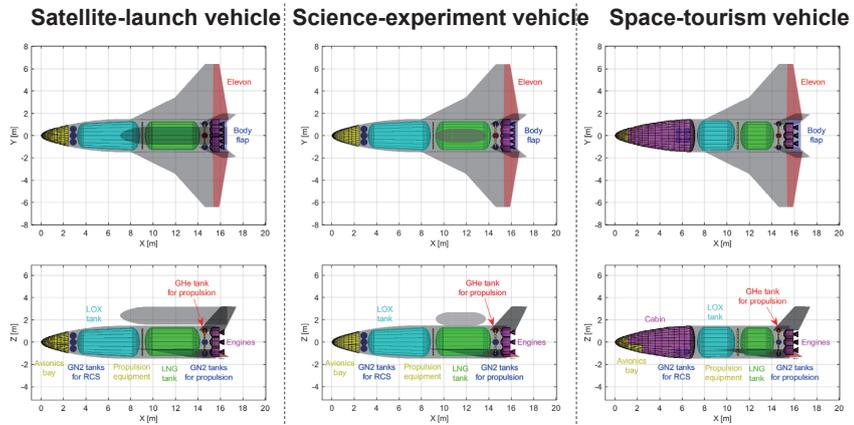


Mission Profiles





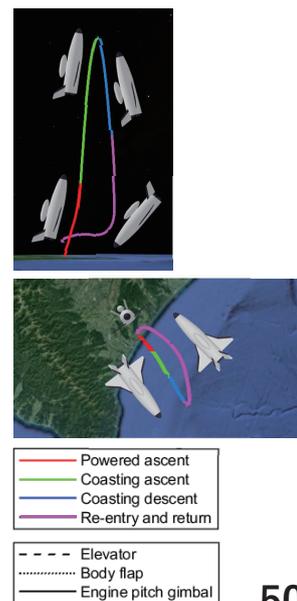
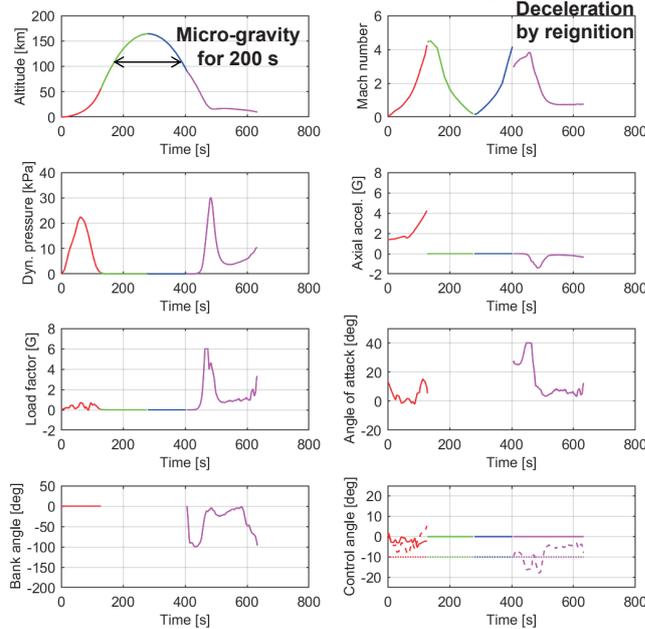
MDO Results



Initial mass	54 t	48 t	36 t
Payload	200 kg	500 kg	Two pilots and six passengers
Orbit	SSO 700 km	Suborbital 164 km	Suborbital 115 km
No. of engines	7	7	5
Exp. ratio	13.6 (upper stage: 87.3)	13.6	13.6

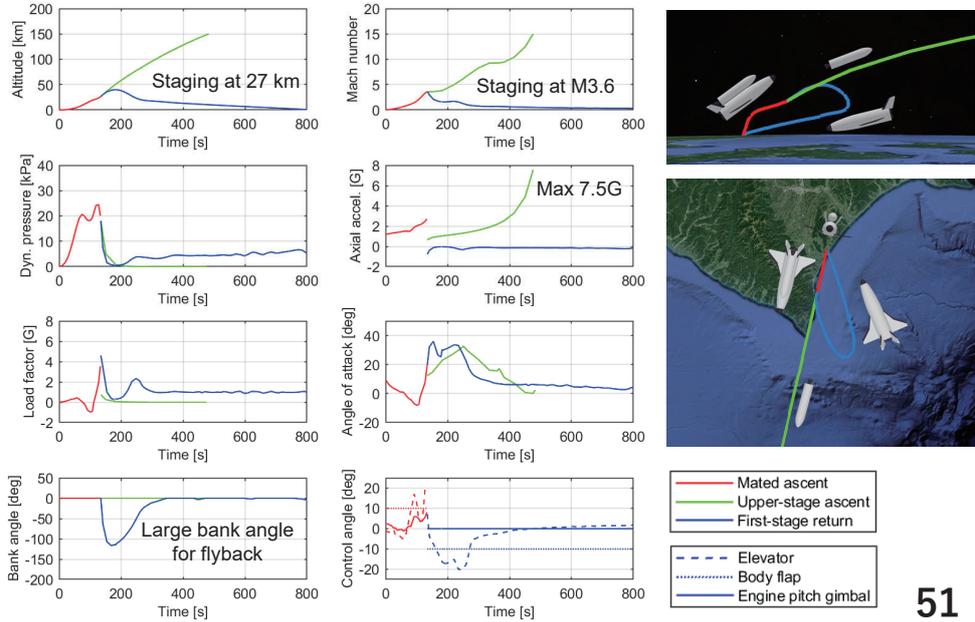


Flight Profile of “FuJin” (Science Experiment)

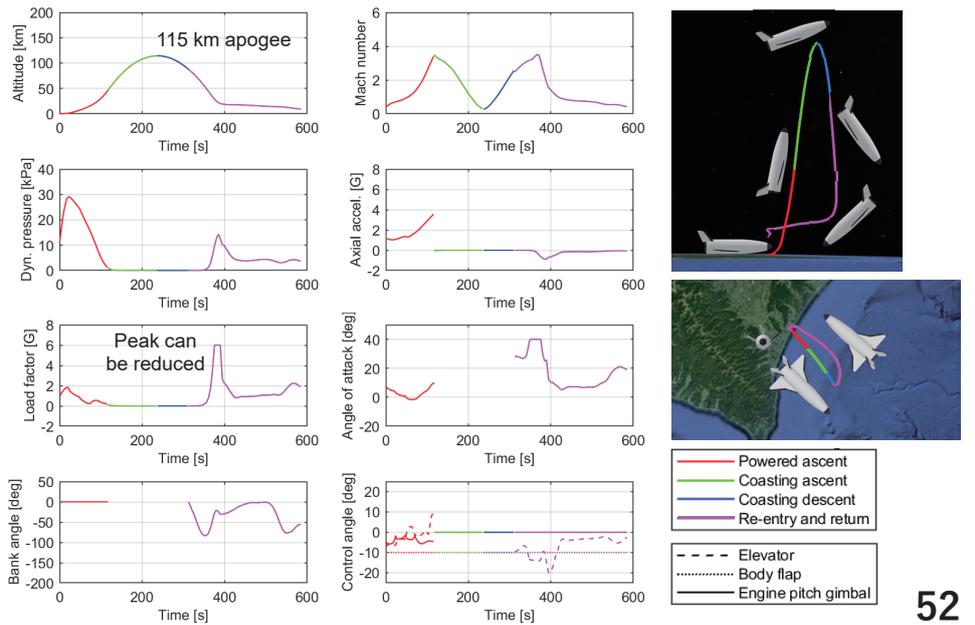




Flight Profile of “RaiJin” (Satellite Launch)



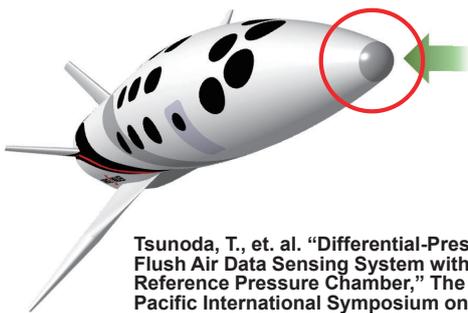
Flight Profile of “NagaTomo” (Space Tourism)



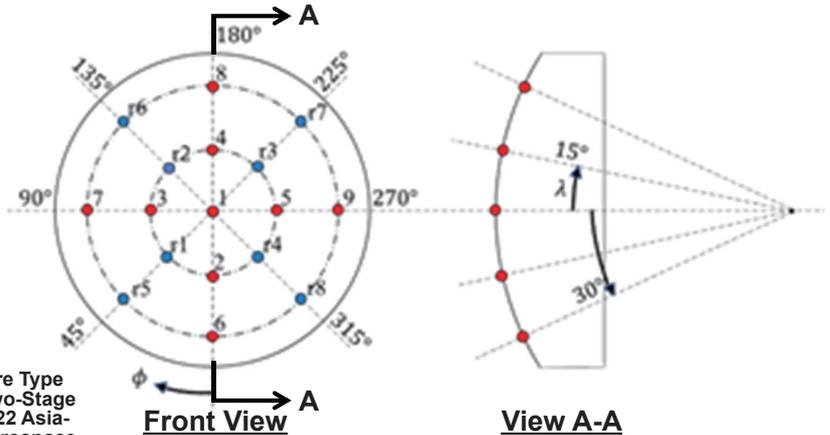


3.5 Differential-Pressure Type FADS (Flush Air Data Sensing) System with Two-stage Reference Pressure Chamber

■ Pressure Ports (1/3)



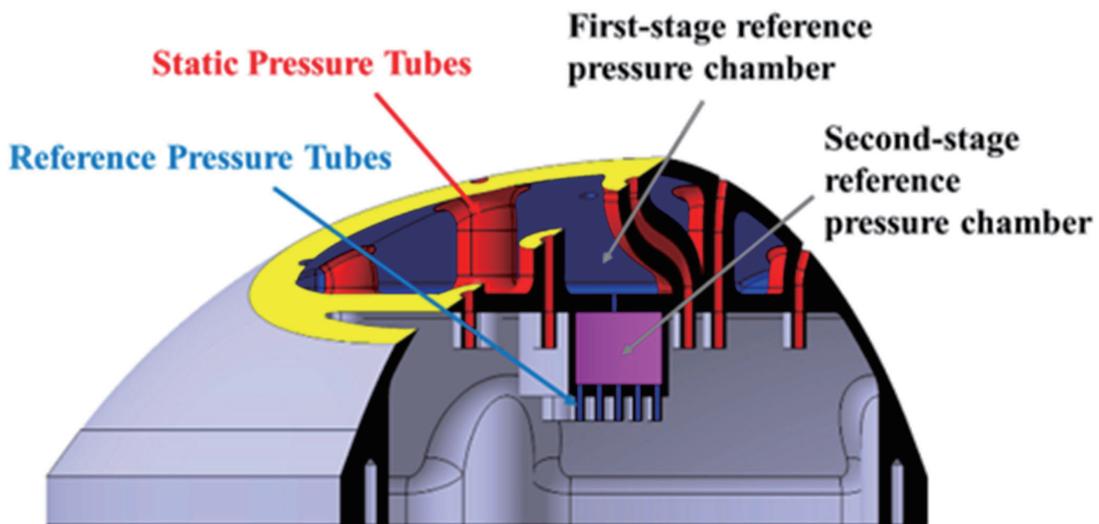
Tsunoda, T., et. al. "Differential-Pressure Type Flush Air Data Sensing System with Two-Stage Reference Pressure Chamber," The 2022 Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology, Oct. 12-14, 2022.



- Air Data Pressure Ports 9 Ports
- Reference Pressure Ports 8 Ports
- Total 17 Ports**



■ Pressure Ports (2/3)

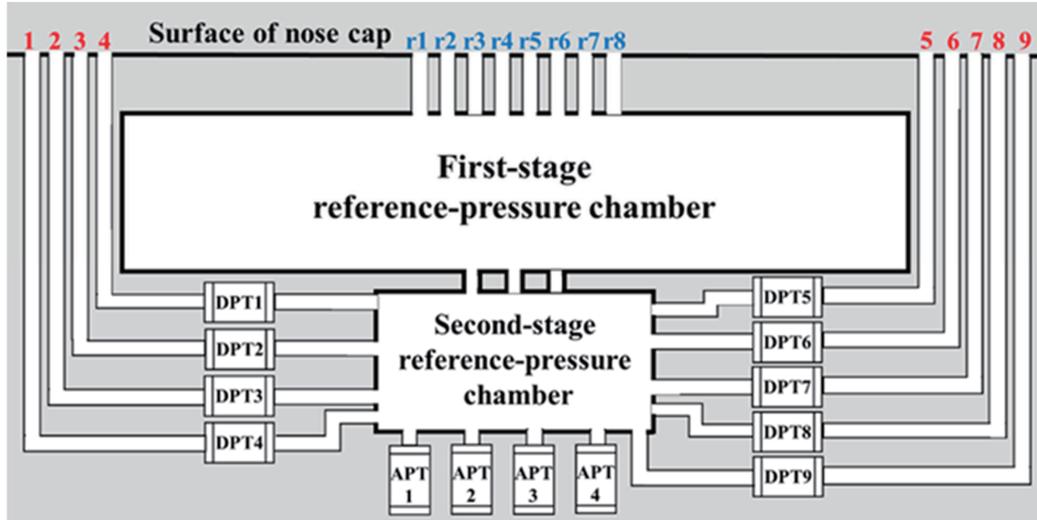


FADS Manufactured by 3D Printing





Pressure Ports (3/3)



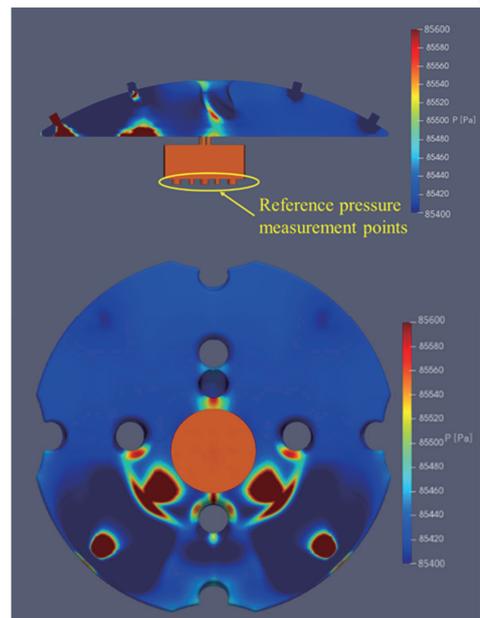
FADS Manufactured by 3D Printing



CFD Analysis of Reference Pressure Chamber

CFD analysis conditions.

Solver		ρ Simple Foam
Turbulence Model		RANS ($k - \epsilon$)
Pressure-velocity Coupling Method		SIMPLE method
Kinematic Viscosity Coefficient ν	[m ² /s]	1.0×10^{-5}
Density ρ	[kg/m ³]	1.25



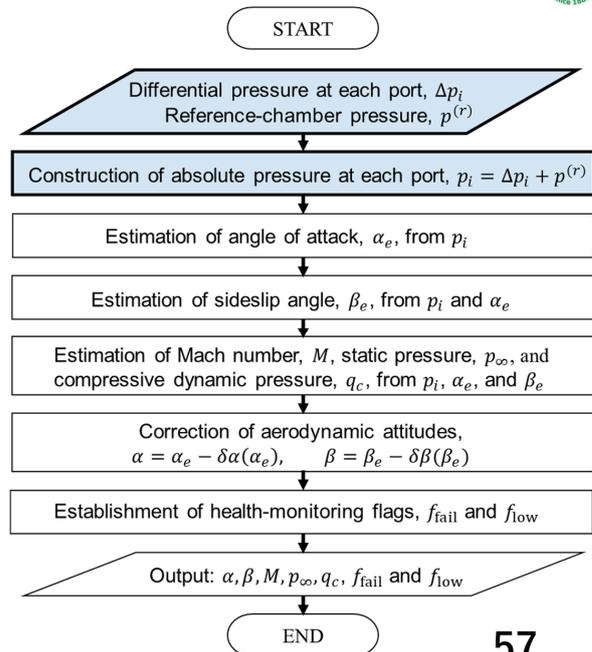


Air Data Estimation Algorithm

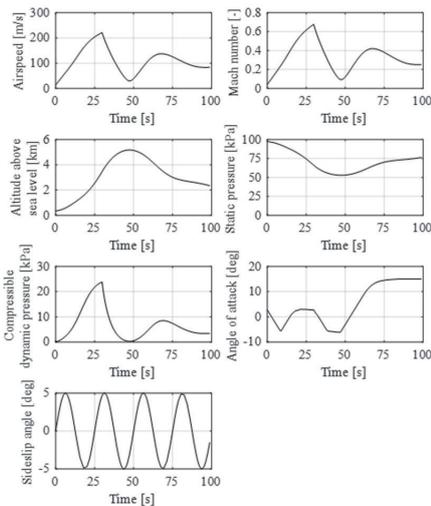
$$\frac{p - p_\infty}{q_\infty} = \varepsilon(\alpha, \beta, M) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$$

ε : Calibration Coefficient

Ref. Whitmore, S. A., Cobleigh, B. R. and Hearing, E. A., Design and Calibration of the X-33 Flush Airdata Sensing (FADS) System, NASA/TM-1998-206540, 1998.



Nominal Flight Profile and Pressure Error Model



Item	Value		
	APT A	APT B	DPT
Range	[0, 30]	[0, 120]	[-10, 10]
Full scale (FS)	30	120	20
Error (3σ)	30 (=0.1%FS)	120 (=0.1%FS)	20 (=0.1%FS)

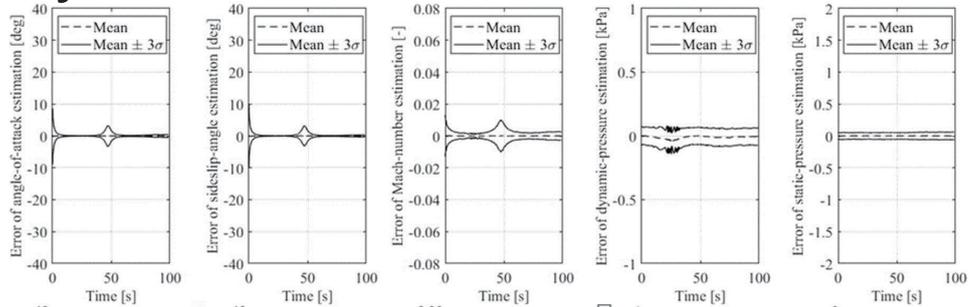
ATP : Absolute Pressure Tube
DPT : Differential Pressure Tube



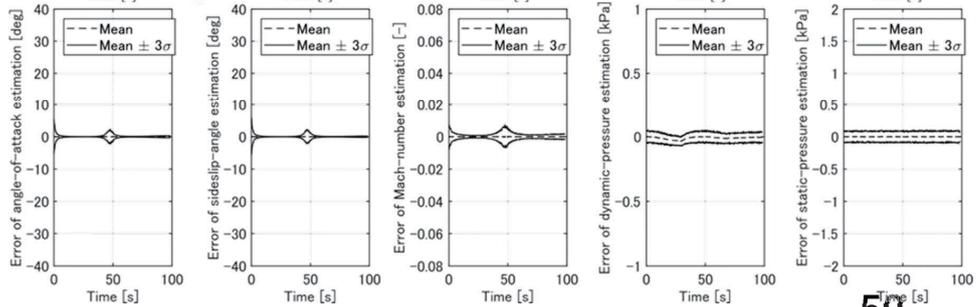


FADS Error Analysis

APT_s A only

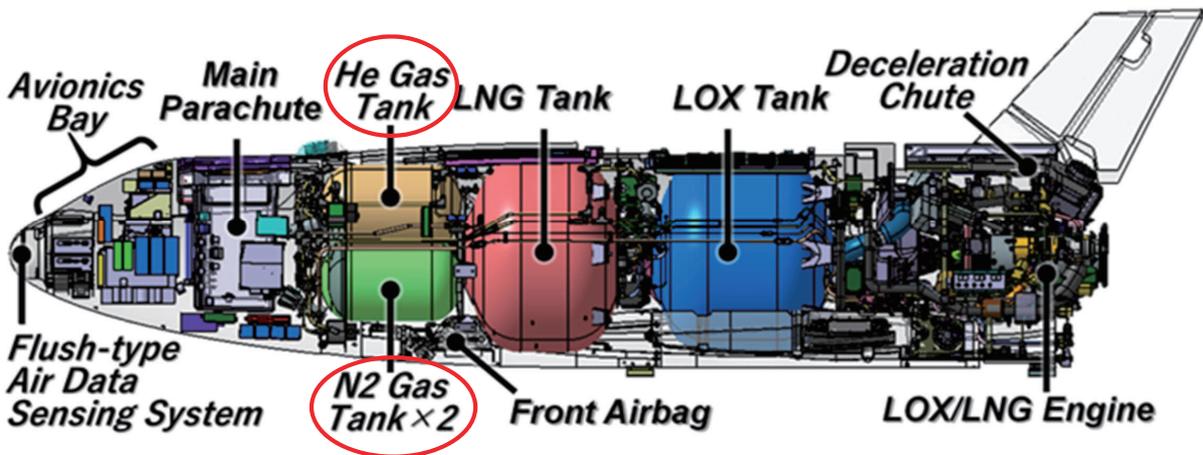


APT_s B and DPT_s



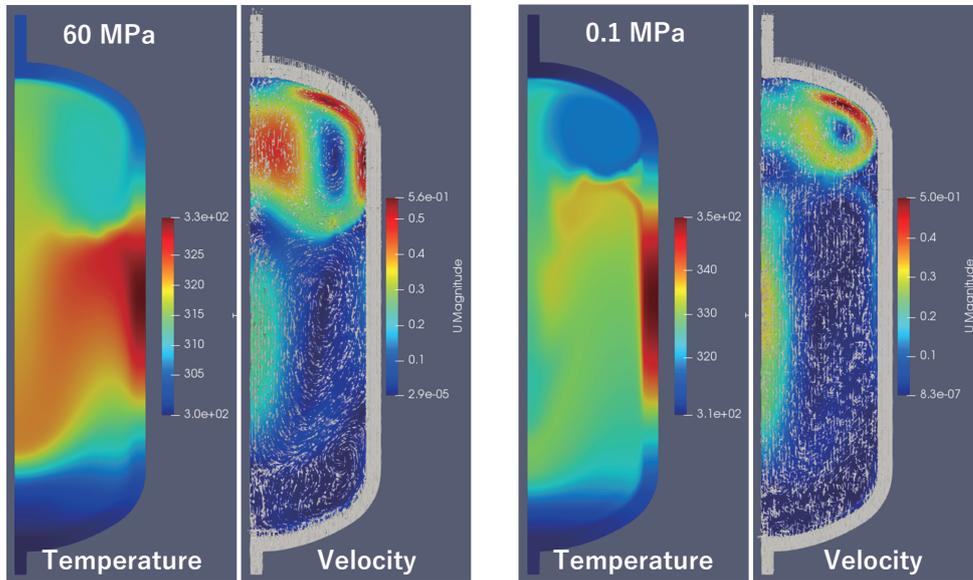
3.6 Thermo-fluid Analysis of High Pressure Gas Tank

Experimental Winged Rocket WIRES#015





High Pressure Gas Behavior at Exhaust/Adiabatic Expansion



SPACE WALKER

61



3.7 Release Behavior of Deceleration Chute in Wake Vortex

Parachute System Deployment Test of Experimental Winged Rocket WIRES#015



Parachute System Deployment Test
(December 15, 2021)

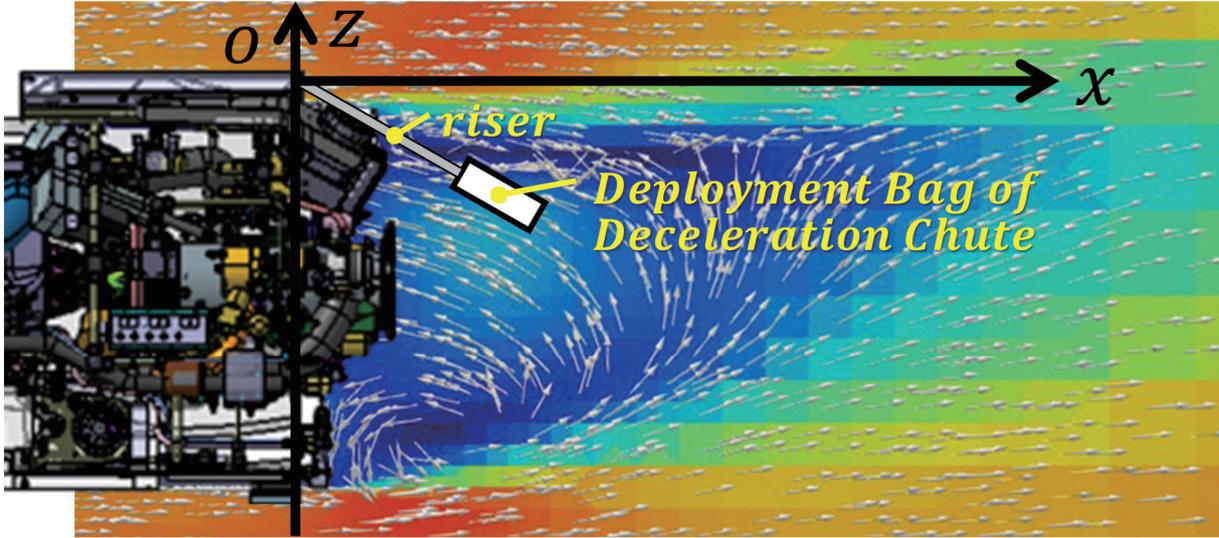


SPACE WALKER

62



Kinematic Model of Deceleration Chute (1/2)



Kinematic Model of Deceleration Chute (2/2)

$$m_c \frac{d^2 r_c}{dt^2} = F_c + F_{rc} - m_c g \quad (3.1)$$

$$m_r \frac{d^2 r_r}{dt^2} = F_r + F_{cr} - m_r g \quad (3.2)$$

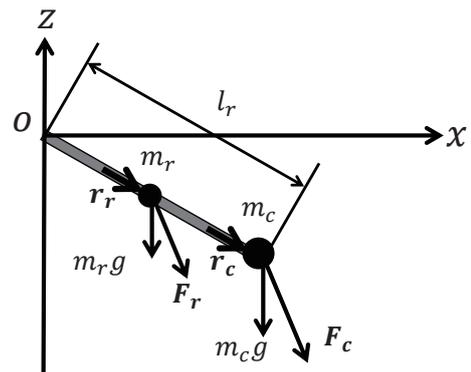
$$F_{rc} = -F_{cr} \quad (3.3)$$

$$r_c = 2r_r \quad (3.4)$$

$$l_r = |r_c| \quad (3.5)$$

$$m_r = \mu l_r \quad (3.6)$$

$$(m_c + \frac{m_r}{2}) \frac{d^2 r_c}{dt^2} = F_c + F_r - (m_c + m_r)g \quad (3.7)$$



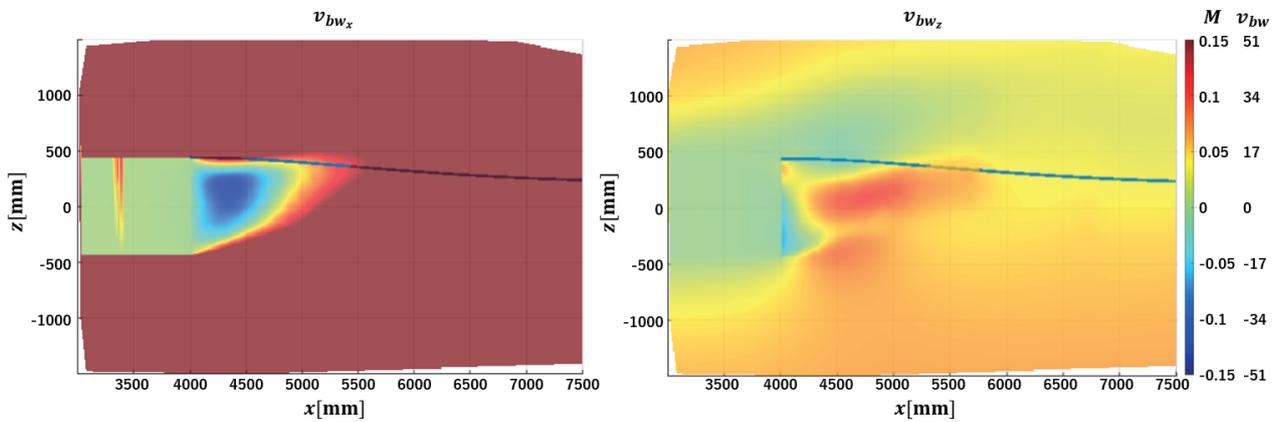
Kinematic Model

m_c, m_r : mass of chute and riser
 r_c, r_r : position of chute and riser

F_c, F_r : force of chute and riser
 F_{rc}, F_{cr} : internal forces
 g : gravity acceleration
 l_r : riser length
 μ : line density



Deceleration Chute Behavior Simulation Result

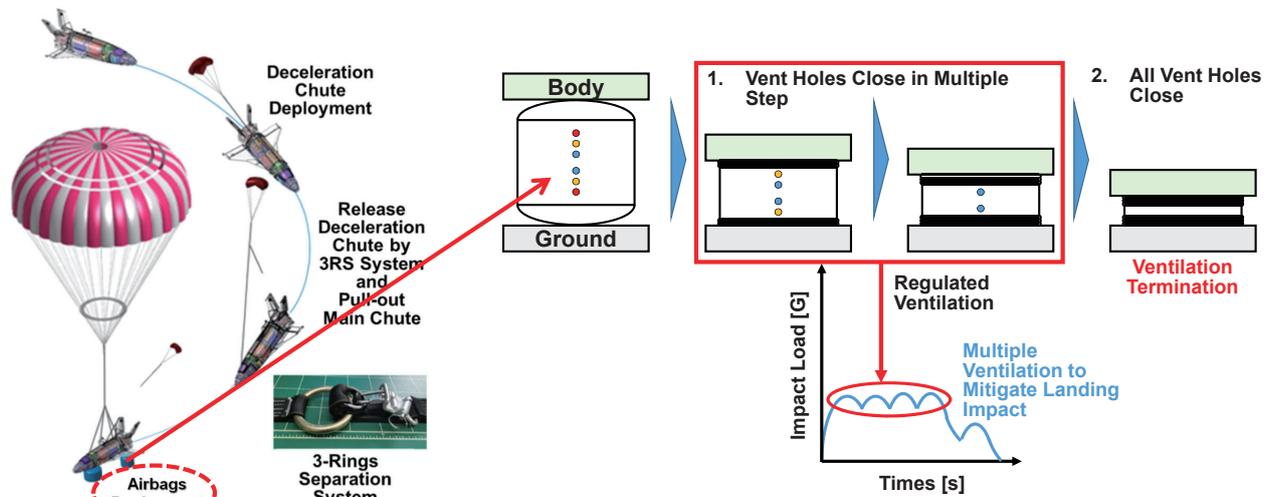


Trajectory of Deceleration Chute in Wake Vortex



3.8 Landing Impact Mitigation Airbag with Multi-vent Holes

Airbag Ventilation Mechanism





Equations of Motion (1/3)

Vehicle Equation of Motion:

$$-Mg + (P - P_a)SM \frac{dv}{dt} = -Mg + (P - P_a)S \quad (1)$$

Gas Differential Equation:

$$PV = mRT \quad (2)$$

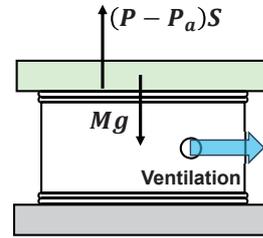
$$\frac{dP}{dt} = -\frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{RT}{V} \frac{dm}{dt} + \frac{mR}{V} \frac{dT}{dt} \quad (3)$$

Gas Adiabatic Expansion:

$$dU = -PdV + dH_e + \frac{1}{2} dmU_e^2 \quad (4)$$

$$mC_v dT + dmC_v T = -PdV + dmC_p T_e + \frac{1}{2} dmU_e^2 \quad (5)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{-PSv(\kappa - 1) + \left\{ (\kappa T_e - T)R + \frac{1}{2} (\kappa - 1)U_e^2 \right\} \frac{m}{dt}}{mR} \quad (6)$$



P : Airbag Pressure	P_e : Exit Pressure
S : Airbag Cross Section Area	H_e : Exit Entropy
P_∞ : Atmospheric Pressure	T_e : Exit Temperature
V : Gas Volume	ρ_e : Exit Gas Density
m : Gas Mass	S_e : Exit Area
T : Gas Temperature	U_e : Exit Velocity
C_v : Specific Heat (Volume Const)	M_e : Exit Mach No.
C_p : Specific Heat (Volume Const)	a_e : Exit Gas Sonic Velocity



Equations of Motion (2/3)

Gas Ventilation Equation:

$$\frac{dm}{dt} = -\rho_e S_e U_e \quad (7)$$

Compressible Bernoulli Equations:

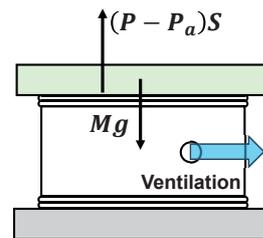
$$P_e = P_\infty \quad (8)$$

$$M_e = \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1} \left[\left(\frac{P}{P_e} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right]} \quad (9)$$

$$\rho_e = \rho \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_e^2 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \quad (10)$$

$$a_e = \sqrt{\kappa \frac{P_e}{\rho_e}} \quad (11)$$

$$U_e = a_e M_e \quad (12)$$



P : Airbag Pressure	P_e : Exit Pressure
S : Airbag Cross Section Area	H_e : Exit Entropy
P_∞ : Atmospheric Pressure	T_e : Exit Temperature
V : Gas Volume	ρ_e : Exit Gas Density
m : Gas Mass	S_e : Exit Area
T : Gas Temperature	U_e : Exit Velocity
C_v : Specific Heat (Volume Const)	M_e : Exit Mach No.
C_p : Specific Heat (Volume Const)	a_e : Exit Gas Sonic Velocity



Equations of Motion (3/3)

● Choke Condition $M_e \geq 1$:

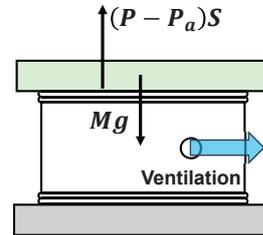
$$M_e = 1 \tag{13}$$

$$P_e = P \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \tag{14}$$

$$\rho_e = \rho \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \tag{15}$$

$$a_e = \sqrt{\kappa \frac{P_e}{\rho_e}} \tag{16}$$

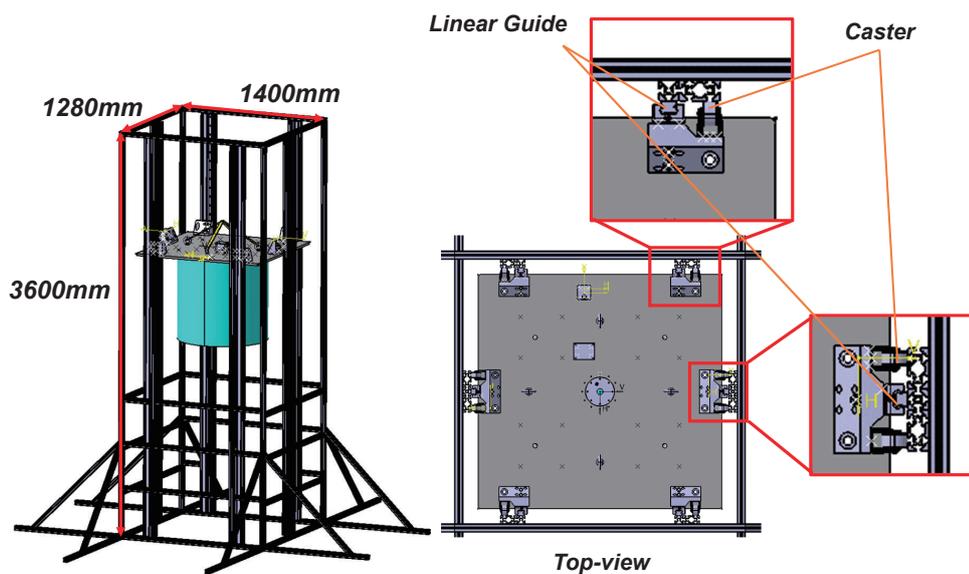
$$U_e = a_e \tag{17}$$



- | | |
|--------------------------------------|---------------------------------|
| P : Airbag Pressure | P_e : Exit Pressure |
| S : Airbag Cross Section Area | H_e : Exit Entropy |
| P_∞ : Atmospheric Pressure | T_e : Exit Temperature |
| V : Gas Volume | ρ_e : Exit Gas Density |
| m : Gas Mass | S_e : Exit Area |
| T : Gas Temperature | U_e : Exit Velocity |
| C_v : Specific Heat (Volume Const) | M_e : Exit Mach No. |
| C_p : Specific Heat (Volume Const) | a_e : Exit Gas Sonic Velocity |

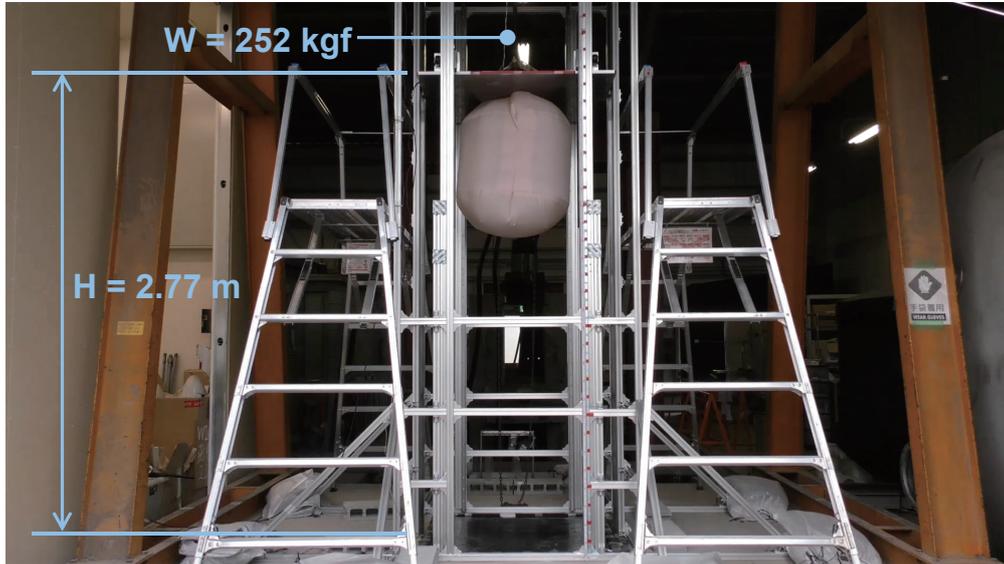


Test Stand



55th FDC/41st ANSS 「サブオービタルスペースプレーンの空気力学的な研究開発課題について」

■ Drop Test

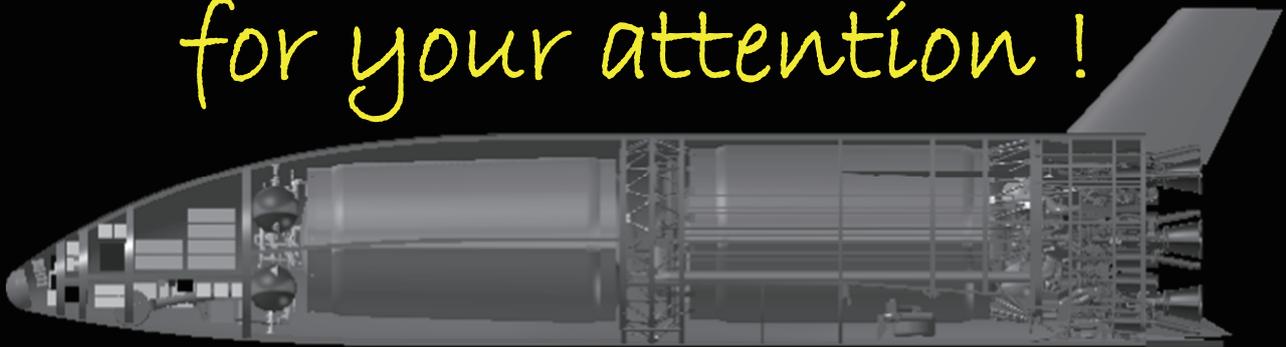


SPACE WALKER

71

55th FDC/41st ANSS 「サブオービタルスペースプレーンの空気力学的な研究開発課題について」

Thanks
for your attention!



Space Systems Lab. <https://space-systems.me.noda.tus.ac.jp/en/>
SPACE WALKER Inc. (<https://www.space-walker.co.jp>)

SPACE WALKER

72

日本航空宇宙学会 第55回流体力学講演会／第41回ANSS（航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム）

2023年7月12-14日, 国立オリンピック記念青少年総合センター

運動座標法とその周辺 Moving-Coordinate Method and Other Numerical Aspects

高倉葉子, 客員教授 (東海大学)
Yoko TAKAKURA, Guest Professor (TOKAI University)

Abstract より

「所属は変えたけれども、従事対象は変えていない」と、講演者の年代から増加し始めた転職者の多くが振り返るのは、転職で「信念・良心を曲げたわけではない」と断らねばならない状況でもあるからであろう。講演者もこの範疇であり、細々とはあるが、幸いにもほぼ一貫した研究対象を維持し続けることができた。

どう生きるべきか・・・

JSASSの倫理規定
(2017/6/23改訂)
項目10

中学一高校で記憶に残った出来事(ニュース) (順不同) :

宇宙開発：(物心つく頃：旧ソ連の有人宇宙飛行), アポロ11号の有人月面着陸
国際社会：Women's Liberty運動, アフリカ系米国人の公民権運動
日本：

ジェンダー平等
Gender Equality
多様性包含
Diversity Inclusion

東京大学 理科1類 入学

東京大学 航空学科 卒業

(株) 数値解析研究所

卒論テーマ：プラズマ推進に関する実験的研究

数値計算法の実務と勉強 (有限要素法, 数値解析法基礎など)

I (株) 富士通

航空宇宙技術研究所(現JAXA)との連携 (「数値風洞」の準備段階にてCFDに従事)

主な研究テーマ：TVDスキームの実用化, 多領域法による遷音速風洞内全機模型まわりの流れ

II 東京農工大学

主な研究テーマ：移動境界を有する流れの数値計算法(運動座標法), 高精度スキーム

日本学術振興会 拠点大学方式学術交流派遣研究者 (中国) 約10日間

III

日本学術振興会 特定国派遣研究者 (英国A長期) 約1年間

ADER法

IV 東海大学

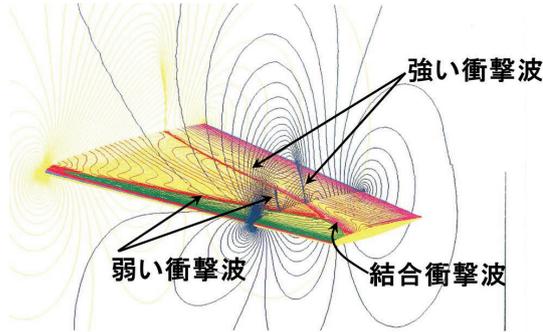
教育研究テーマ：自動車の空気力学 を付加

定年退職後：東海大学 客員教授, 法政大学兼任教員, JAXA客員

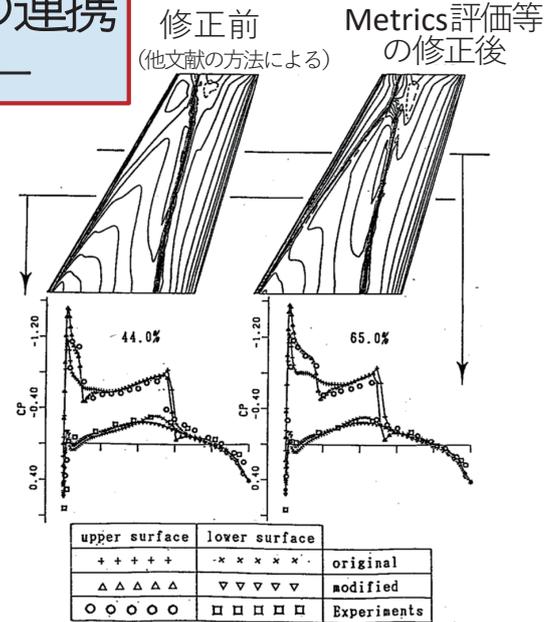
I. 航空宇宙技術研究所(現JAXA)との連携 — 「数値風洞」の準備段階にて—

TVDスキームの実用化

TAKAKURA, Y., ISHIGURO, T., and OGAWA, S.,
AIAA paper 87-1151, 1987; and
International Journal for Numerical Methods in Fluids,
vol.9, pp.1011-1024, 1989.



ONERA M6翼まわりの流れ (マッハ数0.84, 迎角3°)



航空宇宙技術研究所(現JAXA)との連携 遷音速風洞内ONERA-M5全機模型まわり流れの数値計算 [1/3]

TAKAKURA, Y., OGAWA, S., et al., AIAA paper 93-3022, and AIAA Journal, Vol.33, No.3, pp.557-559, 1995.



JAXA 遷音速風洞(回流型)
2m x 2m テスト・セクション
© JAXA

実験と数値計算
互いの情報を補完



- ・流れ現象の解明
- ・機体の設計

圧力分布

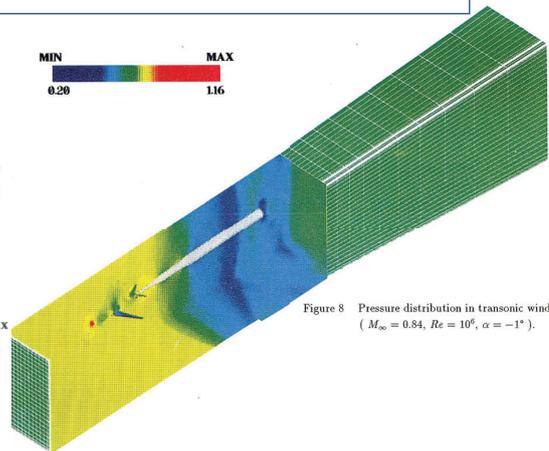
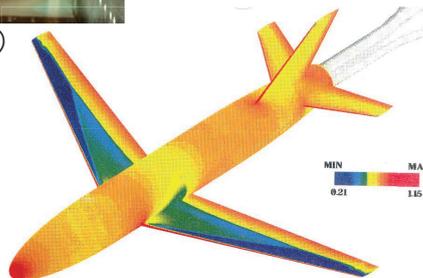


Figure 8 Pressure distribution in transonic wind-tunnel
($M_\infty = 0.84$, $Re = 10^6$, $\alpha = -1^\circ$).

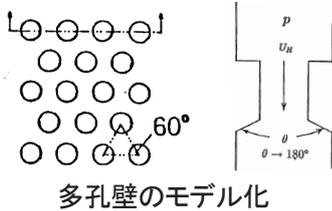
航空宇宙技術研究所(現JAXA)との連携

遷音速風洞内ONERA-M5全機模型まわり流れの数値計算 [2/3]

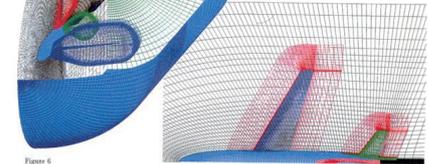
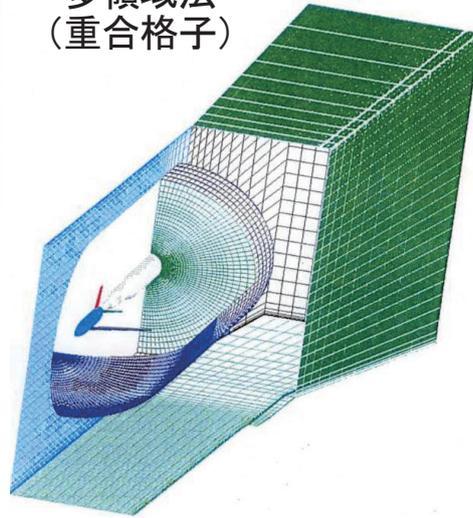
TAKAKURA, Y., OGAWA, S., et al., AIAA paper 93-3022, and AIAA Journal, Vol.33, No.3, pp.557-559, 1995.



JAXA 遷音速風洞(回流型)
2m x 2m テスト・セクション
© JAXA



多領域法
(重合格子)

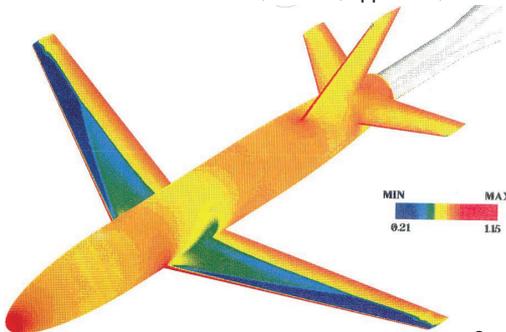


航空宇宙技術研究所(現JAXA)との連携

遷音速風洞内ONERA-M5全機模型まわり流れの数値計算 [3/3]

TAKAKURA, Y., OGAWA, S., et al., AIAA paper 93-3022, and AIAA Journal, Vol.33, No.3, pp.557-559, 1995.

高倉, 小川, 他: ONERA M5全機形態まわりの流れ解析.
第10回航空機計算空気力学シンポジウム論文集, 特別企画/CFD7-ケソツプ,
航空宇宙技術研究所特別資料, SP-20, pp.67-68, 平成5年3月(1993).

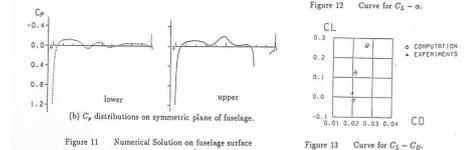
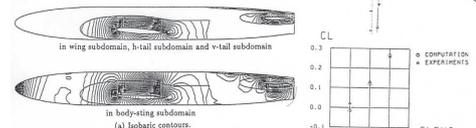
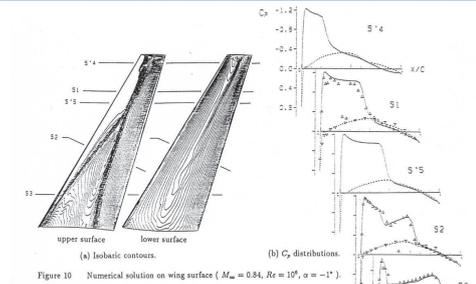


マッハ数0.84, レイノズ 数 10^6 , 迎角 -1°

実験データ: 特別企画/NAL CFD Work Shop 提供

➡ 現在の Aerodynamics Prediction Challenge (APC) につながる

圧力分布



II. 運動座標法に関して On the Moving-Coordinate Method

移動境界を有する非定常流れの数値計算

通常：

- 物体が移動
- それに伴い格子が移動・変形



運動座標法： 運動する物体に座標系を付着させる

- その座標系では物体は静止
 - 長所：** 物体まわりの境界条件は物体静止時と同じ（簡単化）
- 格子も静止したまま
 - 長所：** 物体移動に伴う格子再形成不要（簡単化，誤差小）
- 支配方程式に生成項が付加される（短所）



静止物体まわり格子領域で長時間・長距離移動の数値計算が可能

運動座標法による長距離移動の数値計算例

計算条件

凹状物体による火星大気圏での減速

凹状物体深さ(代表長さ)： $L=7.9m \Rightarrow$ 無次元深さ $L=1$

回転中心から凹状物体先端までの無次元距離： $l_0=5.06$

回転中心から凹状物体図心までの無次元距離： $l_g=5.887$

大気密度： $\rho_0=0.007 \text{ kg/m}^3$

大気音速： $a_0=228 \text{ m/s}$

カプセル質量： $3300 \text{ kg} \Rightarrow \rho_0 L^2$ で無次元化

重力加速度： $3.712 \text{ m/s}^2 \Rightarrow a_0^2 L$ で無次元化

比熱比： $\gamma=1.3$

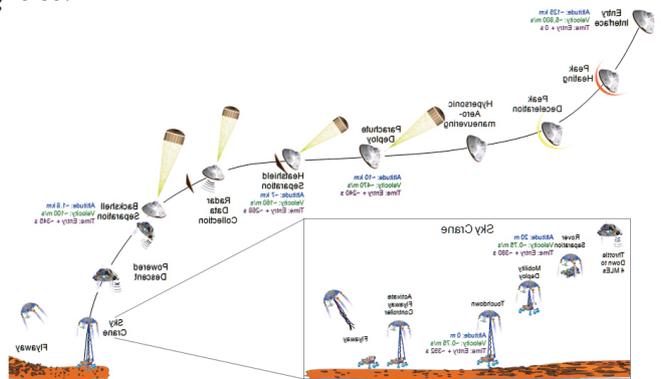
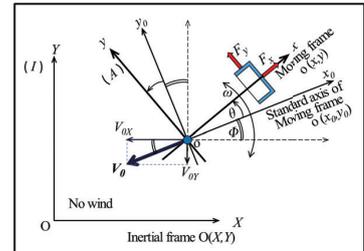
レイノルズ数： $Re=10^5$

初期マッハ数： $M=2.0$

初期突入角： $\Phi=10^\circ$

初期高度： $Y=10000 \text{ m} \Rightarrow L$ で無次元化

凹状物体の無次元慣性モーメント：
 $I=5000$ (物体密度が地球大気と同程度)

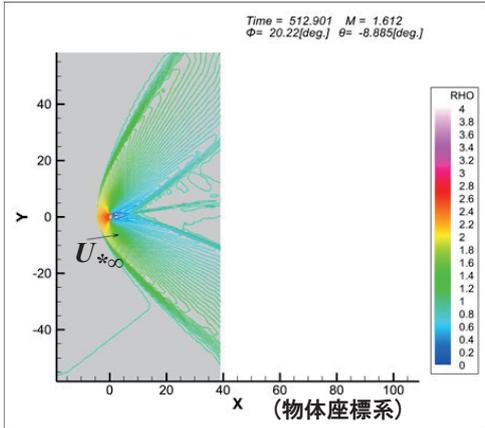
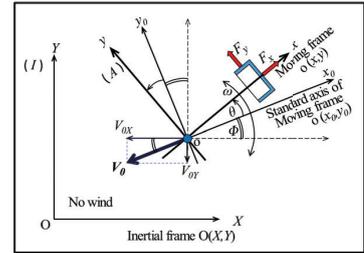
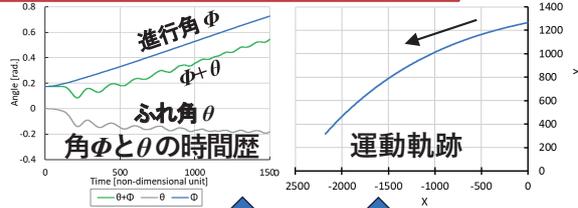


Final Minutes of Curiosity's Arrival at Mars (NASA)
<https://mars.nasa.gov/resources/3309/final-minutes-of-curiositys-arrival-at-mars/> (左右反転)

運動座標法による長距離移動の数値計算例

凹状物体による
火星大気圏での減速

密度



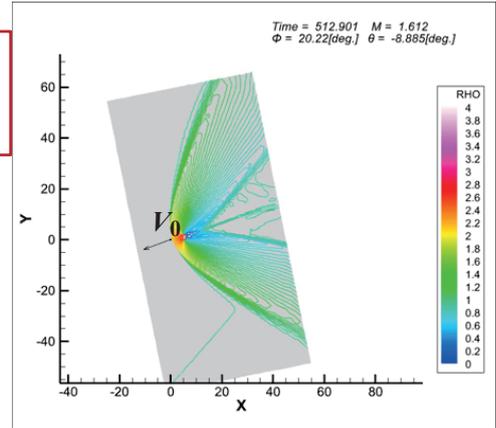
運動座標系での数値計算結果

長距離移動の数値計算

使用格子領域 (灰色部):
物体まわりの単一格子のみ

格子領域として
全移動空間をとる必要なし

変換

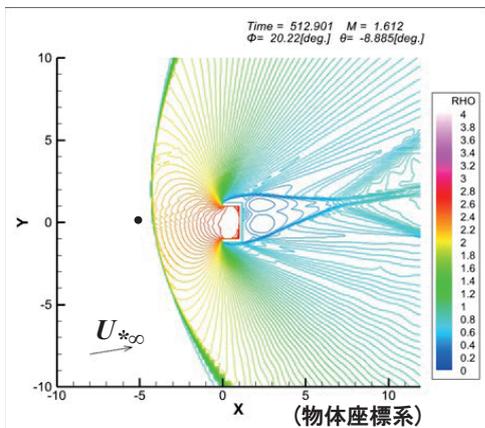
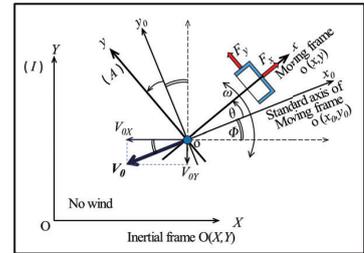
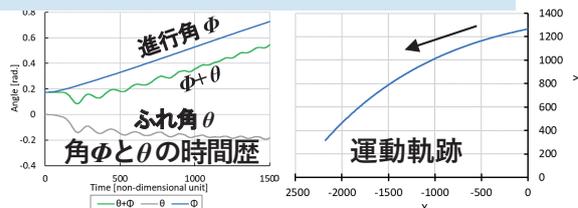


慣性系での流れ場

凹状物体の慣性モーメント: $I=5000$

凹状物体による
火星大気圏での減速

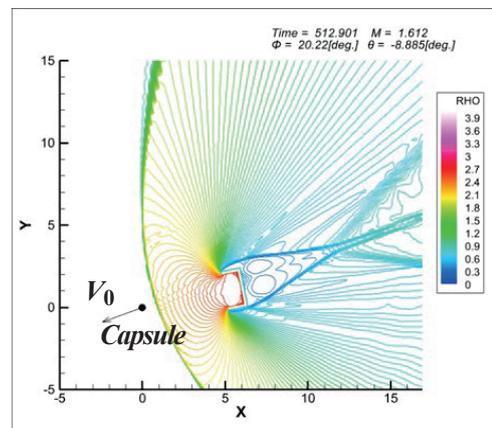
密度



運動座標系での数値計算結果

物体近傍分布

変換



慣性系での流れ場

移動境界を有する非定常流れの数値計算法

通常：

- 物体が移動
- それに伴い格子が移動・変形

• 移動境界を含む流れの支配方程式の導出 (Review)

- 一般座標保存系表示式
- ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) 法
- 幾何保存則 (格子のマトリクスが満足すべき条件)
 - 面保存則
 - 体積保存則

運動座標法：

運動する物体に座標系を付着

- 運動座標法の保存系での導出と上記との比較
- いくつかの適用例を示す



運動座標法の適用可能性を示す

(通常) 移動境界を含む流れの支配方程式

簡単のため、非粘性で示す。

デカルト座標 (t, x^1, x^2, x^3) における非粘性保存則:

$$\text{微分形: } \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}^k}{\partial x^k} = \mathbf{0}, \quad (1)$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u^1 \\ \rho u^2 \\ \rho u^3 \\ E \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}^k = \begin{bmatrix} \rho u^k \\ \rho u^1 u^k + \delta^{1,k} p \\ \rho u^2 u^k + \delta^{2,k} p \\ \rho u^3 u^k + \delta^{3,k} p \\ (E + p) u^k \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\text{積分形: } \iiint \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} dV + \iint \mathbf{f} \cdot \mathbf{n} dA = \mathbf{0} \quad (3)$$

状態方程式:

$$p = (\gamma - 1) (E - (1/2) \rho u^k u^k) \quad (4)$$

(通常) Viviandによる一般座標保存系表示式の導出

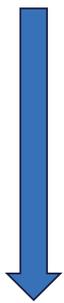
Viviand, H.: Br'eves Informations; La Recherche A'erospatiale, No.1, pp.65-66, 1974.

デカルト座標における保存則: $\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}^k}{\partial x^k} = \mathbf{0}$,



座標変換: デカルト座標 $(t, x^1, x^2, x^3) \rightarrow$ 一般座標 $(\tau, \xi^1, \xi^2, \xi^3)$, $\tau = t$

非保存系表示: $\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \tau} + \xi_t^i \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \xi^i} + \xi_{x^k}^i \frac{\partial \mathbf{f}^k}{\partial \xi^i} = \mathbf{0}$,
(by Chain rule)



1/J を乗じて整理 $\left[\text{変換の Jacobian} : J \equiv \left| \frac{\partial(\tau, \xi^1, \xi^2, \xi^3)}{\partial(t, x^1, x^2, x^3)} \right| = \left| \frac{\partial(\xi^1, \xi^2, \xi^3)}{\partial(x^1, x^2, x^3)} \right| \right]$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{J} \mathbf{q} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi^i} \left(\frac{\xi_t^i}{J} \mathbf{q} + \frac{\xi_{x^k}^i}{J} \mathbf{f}^k \right) - \mathbf{q} \left\{ \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi^i} \left(\frac{\xi_t^i}{J} \right) \right\} - \mathbf{f}^k \frac{\partial}{\partial \xi^i} \left(\frac{\xi_{x^k}^i}{J} \right) = \mathbf{0},$$

Metrics 関係式 $\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi^i} \left(\frac{\xi_t^i}{J} \right) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial \xi^i} \left(\frac{\xi_{x^k}^i}{J} \right) = 0. \end{array} \right.$

保存系表示: $\frac{\partial \tilde{\mathbf{q}}}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}^i}{\partial \xi^i} = \mathbf{0}$, $\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\mathbf{q}} = \frac{1}{J} \mathbf{q}, \\ \tilde{\mathbf{F}}^i = \frac{\xi_t^i}{J} \mathbf{q} + \frac{\xi_{x^k}^i}{J} \mathbf{f}^k, \end{array} \right.$

(通常) Pulliam & Steger による保存系表示式の記述

Pulliam, T. H. and Steger, J. L.: Implicit Finite-Difference Simulations of Three-Dimensional Compressible Flow; AIAA J., Vol. 18, No. 2, pp.159-167, 1980.

Viviand の保存形表示式における流束テンソルを, 粘性応力テンソルも含めて具体的に記述

反変速度: $U^i = \xi_t^i + \xi_{x^k}^i u^k$

一般座標保存系表示式:

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{q}}}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}^i}{\partial \xi^i} = \mathbf{0},$$

$$\tilde{\mathbf{q}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u^1 \\ \rho u^2 \\ \rho u^3 \\ E \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{F}}^i = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U^i \\ \rho u^1 U^i + \xi_{x^1}^i p \\ \rho u^2 U^i + \xi_{x^2}^i p \\ \rho u^3 U^i + \xi_{x^3}^i p \\ (E + p) U^i - \xi_t^i p \end{bmatrix},$$

(通常) ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) 法の導出

Hirt, C. W., Amsden, A. A., and Cook, J. L.: An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speeds; J. Comput. Phys., Vol. 14, pp.227-253, 1974.

ALE記述式：任意の速度で移動・変形する検査体積に対する保存則

$\mathbf{v} = (v^1, v^2, v^3)$: デカルト座標における点 (x^k) の移動速度

Pulliam & Steger による一般座標保存系表示式 から ξ_t^i を消去

Metrics に対するChain rule : $\xi_\tau^i = \xi_t^i t_\tau + \xi_{x^k}^i (x^k)_\tau = 0$ より

$$\xi_t^i = -\xi_{x^k}^i (x^k)_\tau = -\xi_{x^k}^i v^k$$

反変速度 : $U^i = \xi_t^i + \xi_{x^k}^i u^k = \xi_{x^k}^i (u^k - v^k)$

ALE 記述式 (一般座標)

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{q}}}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}^i}{\partial \xi^i} = \mathbf{0},$$

$$\tilde{\mathbf{F}}^i = \frac{\xi_{x^k}^i}{J} \mathbf{g}^k,$$

$\left\{ \begin{array}{l} v^i = u^i \text{ のとき, Lagrange 記述} \\ v^i = 0 \text{ のとき, Euler 記述} \end{array} \right.$

ALE 記述式 (デカルト座標)

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{g}^k}{\partial x^k} = \mathbf{0},$$

$$\mathbf{g}^k = \begin{bmatrix} \rho(u^k - v^k) \\ \rho u^1(u^k - v^k) + \delta^{1,k} p \\ \rho u^2(u^k - v^k) + \delta^{2,k} p \\ \rho u^3(u^k - v^k) + \delta^{3,k} p \\ (E + p)(u^k - v^k) + p v^k \end{bmatrix},$$

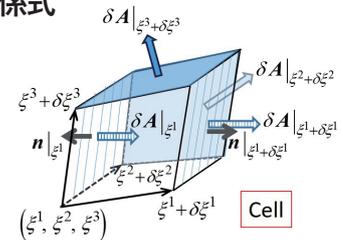
(通常) 幾何保存則：メトリクスが満たすべき条件

Thomas, P. D. and Lombard, C. K.: Geometric Conservation Law and Its Application to Flow Computations on Moving Grids; AIAA J., Vol.17, No.10, pp.1030-1037, 1979.

幾何保存則：一般座標保存系表示式を導く際に用いられたMetrics 関係式

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{面保存則 : } \frac{\partial}{\partial \xi^i} \left(\frac{\xi_{x^k}^i}{J} \right) = 0 \\ \text{体積保存則 : } \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi^i} \left(\frac{\xi_t^i}{J} \right) = 0 \end{array} \right.$$

$$\left[\text{ALE表記式 } \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{J} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi^i} \left(v^k \frac{\xi_{x^k}^i}{J} \right) \right]$$



幾何保存則の解釈 (面積素, 体積素の式を用いると対応)

面保存則：検査面が閉じている

$$\iint \mathbf{n} dA = \mathbf{0}.$$

体積保存則：ある時間間隔における検査体積の変化は、検査面が通過する体積に等しい

$$\frac{D}{Dt} \iiint dV = \iint \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dA \longrightarrow \left[\iiint dV \right]_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} \iint \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dA dt$$

格子が静止している場合：体積保存則は自動的に満たされ、面保存則のみを課す

$$\text{面積素 : } \delta A|_{\xi^i} = \frac{1}{J} \nabla_{\xi^j} \delta \xi^j \delta \xi^k$$

$$(\mathbf{n} \delta A)|_{\xi^i} = -\delta A|_{\xi^i}, \quad (\mathbf{n} \delta A)|_{\xi^i + \delta \xi^i} = \delta A|_{\xi^i + \delta \xi^i}$$

$$\text{体積素 : } \delta V|_\tau = \frac{1}{J} \delta \xi^1 \delta \xi^2 \delta \xi^3$$

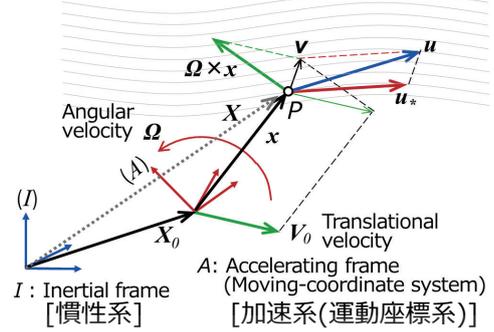
運動座標法 : 運動する物体に付着した座標系から流れ現象を観測

Takura, Y., "Moving-Coordinate Method and Its Applications," Continuum Mechanics, Applied Mathematics and Scientific Computing: Godunov's Legacy, Springer, pp.345-351, 2020.

- u 慣性系 I の $X=X_0+x$ における流体速度
- u_* 加速系 A の x における流体速度
- v 加速系 A の x における系 I への相対速度

$$v = V_0 + \Omega \times x \quad \left\{ \begin{array}{l} V_0: \text{系} A \text{ 全体の並進速度} \\ \Omega: \text{系} A \text{ 原点まわりの角速度} \end{array} \right.$$

座標間の流速関係式 : $u - v = u_*$



連続の式 : $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u_*) = 0$

ALEの連続の式において ξ^i を運動座標とすると, $J=1$, 流速関係式を用いて u を消去
 $\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi^i} (\rho u_*^i) = 0, \quad \rho u_*^i = \xi_{x^k}^i (\rho u^k)_I$ 運動座標を x^i と表記し直す $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x^i} (\rho u_*^i) = 0$

運動量保存式 :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_*) + \nabla \cdot [\rho u_* \otimes u_* + pI - T] = -\rho \left\{ \frac{dV_0}{dt} + 2\Omega \times u_* + \Omega \times (\Omega \times x) + \frac{d\Omega}{dt} \times x \right\}$$

並進加速項 コリオリ力 遠心力 角加速度項

- ρ : 密度
- u : 流速
- p : 圧力
- T : 粘性応力テンソル
- q : 熱流束ベクトル
- γ : 比熱比

導出は後で示す

エネルギー保存式

$$\frac{\partial}{\partial t} E_* + \nabla \cdot [(E_* + p) u_* - T \cdot u_* + q] = -\rho u_* \cdot \left\{ \frac{dV_0}{dt} + \Omega \times (\Omega \times x) + \frac{d\Omega}{dt} \times x \right\}$$

$$E_* = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho u_* \cdot u_*$$

運動座標法 : 座標間の物理量変換 慣性系 $I \leftrightarrow$ 運動座標系 A

	運動座標系 A	慣性系 I
運動量	$(\rho u_*)_A = \rho u_*$	$(\rho u)_I = \rho u$
全エネルギー	$(E_*)_A = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho u_* \cdot u_*$	$(E)_I = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho u \cdot u$

座標間の流速関係式 $u = u_* + V_0 + \Omega \times x$ より

変換: 運動座標系 $A \leftarrow$ 慣性系 I

運動量 $(\rho u_*)_A = (\rho u)_I - \rho (V_0 + \Omega \times x)$

全エネルギー $(E_*)_A = (E)_I - (\rho u)_I \cdot (V_0 + \Omega \times x) + \frac{1}{2} \rho (V_0 + \Omega \times x) \cdot (V_0 + \Omega \times x)$

変換: 慣性系 $I \leftarrow$ 運動座標系 A

運動量 $(\rho u)_I = (\rho u_*)_A + \rho (V_0 + \Omega \times x)$

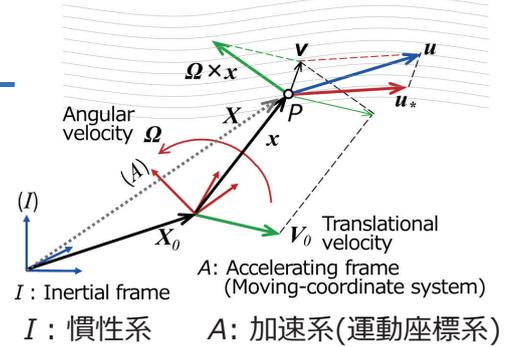
全エネルギー $(E)_I = (E_*)_A + (\rho u_*)_A \cdot (V_0 + \Omega \times x) + \frac{1}{2} \rho (V_0 + \Omega \times x) \cdot (V_0 + \Omega \times x)$

運動座標法： アルゴリズムの概要

- u 慣性系 I の $X=X_0+x$ における流体速度
 u_* 加速系 A の x における流体速度
 v 加速系 A の x における系 I への相対速度
 $v = V_0 + \Omega \times x$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_0: \text{系} A \text{ 全体の並進速度} \\ \Omega: \text{系} A \text{ 原点まわりの角速度} \end{array} \right.$$

座標間の流速関係式： $u - v = u_*$



1. 運動する物体に付着した座標系を運動座標系（加速系）とする；
運動座標系から見ると物体は静止
2. 運動座標系で数値計算を行う（運動方程式や運動軌跡などと連成）
3. 座標間の物理量変換により、
慣性系における初期条件・境界条件を運動座標系に設定
（物体上の境界条件は静止時のものと同じ）
4. 運動座標系で得られた数値計算結果を慣性系で表示

数値計算例

経過： 加速系領域（運動座標）の運動

並進加速度のみ（バリスティックレンジ内飛翔体流れの数値計算など）

Takakura, Y., Higashino, F., and Ogawa, S.,
 "Unsteady Flow Computations on a Flying Projectile Within a Ballistic Range,"
 Computers & Fluids, vol.27, no.5-6, pp.645-650, 1998.

並進加速度と回転加速度をもつよう拡張

野村将之, 高倉葉子,
 "凹状物体まわりの超音速流れに対する運動座標法の検討,"
 JAXA-SP-16-007, pp.57-62, 2017年3月.

回転加速度のみの数値計算（凹状物体の固定点まわりの流れと自励振動）

Nomura, M. and Takakura, Y., "Highly-accurate Computation of Supersonic Flows around a Concave Body (II. Motion analysis by moving-coordinate method),"
 9th International Conference on Computational Fluid Dynamics, ICCFD9-2016-326, July 2016.

並進・回転加速度とも含めた数値計算

（大気圏中に突入する凹状物体まわりの流れと自励振動・運動軌跡）

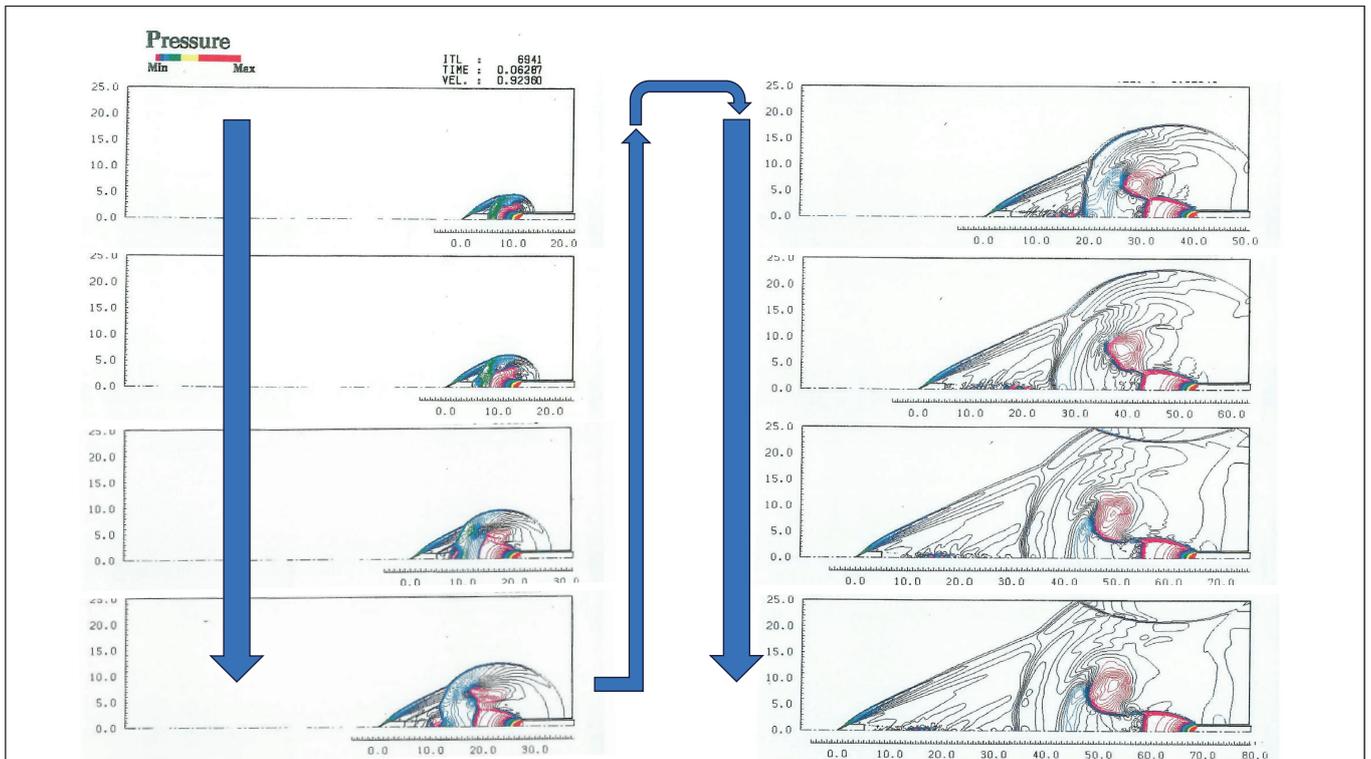
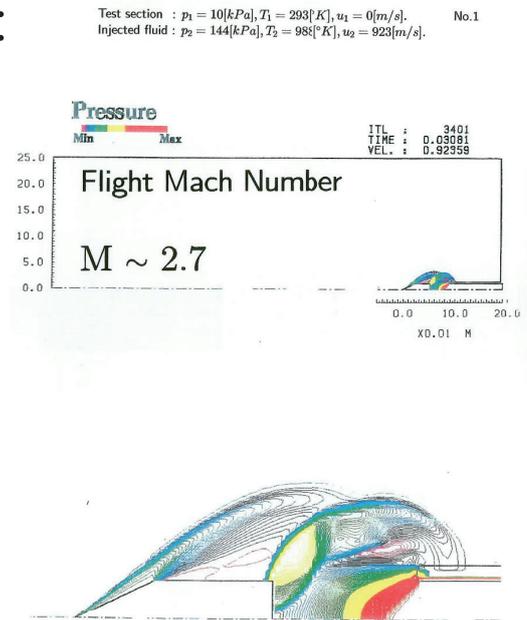
高倉葉子, 鈴木頌栄
 "運動座標法による凹状物体軌跡予測の数値計算（GAPの効果）,"
 第54回流体力学講演会2022年7月； JAXA-SP-22-007, 2023年1月.

(運動座標の並進運動) 計算例 1 :

多領域法によるバリスティック・レンジ内
飛翔体流れの数値計算

Takakura, Y., Higashino, F., and Ogawa, S.,
"Unsteady Flow Computations on a Flying Projectile
Within a Ballistic Range,"
Computers & Fluids, vol.27, no.5-6, pp.645-650, 1998.

Takakura, Y., Higashino, F.,
"Numerical Study on the Sonic Boom Simulator Using
a Ballistic Range,"
Proc. the 21st ISSW, pp.1085-1090, 1997.

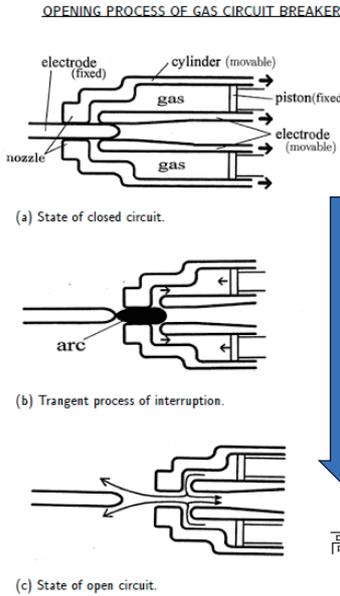


(運動座標の並進運動) 計算例 2 :

多ブロック法とカットセル法による高電圧遮断器内流れ



変電所における高電圧ガス遮断器



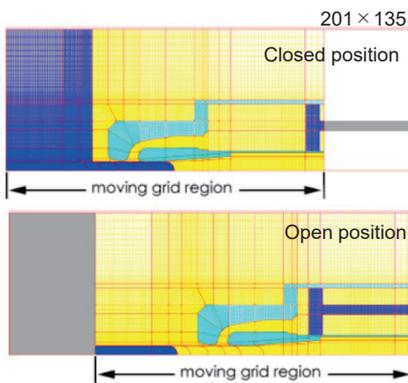
Takakura, Y., Higashino, F., and Iwamoto, K., "Flow Simulations for Opening Process of a High-Voltage Gas Circuit Breaker," AIAA paper 2001-1010, 2001.

閉回路状態 (平常時)

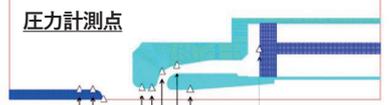
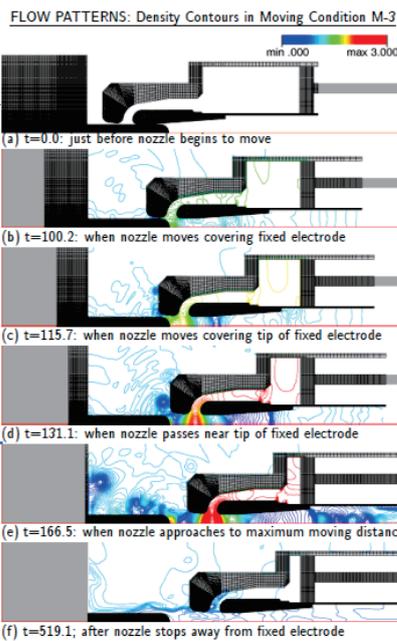
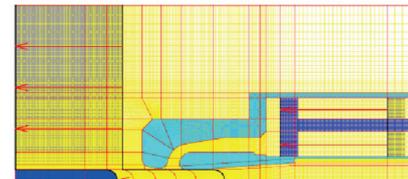
遮断動作中におけるアーク放電

開回路状態 (遮断完了)

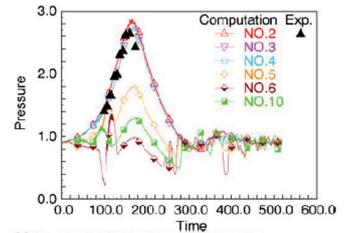
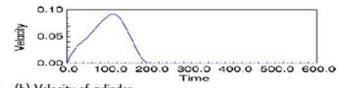
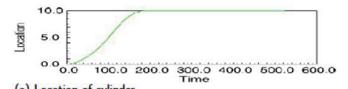
高圧ガス吹き付けによるアーク放電防止



運動座標領域：マルチブロック法
 > 可動リンダと可動電極 (複雑形状)
 (運動座標を付着させるので、静止)
 > 固定ピストンと固定電極 (単純形状)
 (運動座標領域においてカットセル法により移動)



TIME HISTORIES FOR MOVING CONDITION M-3 (SF₆)

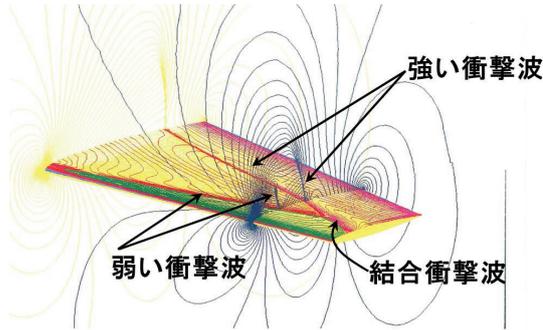


数値計算は実験値とほぼ合致

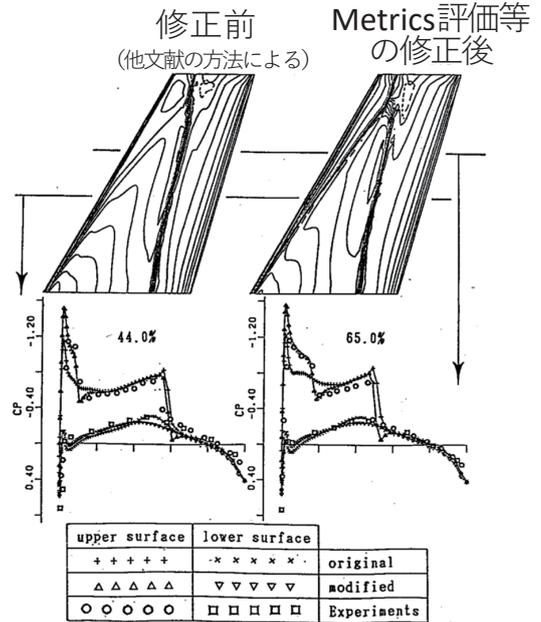
ここで使用した数値計算法

再び：TVDスキームの実用化

航空宇宙技術研究所(現JAXA)との連携
 TAKAKURA, Y., ISHIGURO, T., and OGAWA, S.,
 AIAA paper 87-1151, 1987; and
 International Journal for Numerical Methods in Fluids,
 vol.9, pp.1011-1024, 1989.



ONERA M6翼まわりの流れ (マッハ数0.84, 迎角3°)



再び：(通常) Viviandによる一般座標保存系表示式の導出

Viviand, H.: Br'eves Informations; La Recherche A'erospatiale, No.1, pp.65-66, 1974.

デカルト座標における保存則: $\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}^k}{\partial x^k} = \mathbf{0},$

座標変換: デカルト座標 $(t, x^1, x^2, x^3) \rightarrow$ 一般座標 $(\tau, \xi^1, \xi^2, \xi^3), \tau = t$

非保存系表示: $\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \tau} + \xi_t^i \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \xi^i} + \xi_{x^k}^i \frac{\partial \mathbf{f}^k}{\partial \xi^i} = \mathbf{0},$
 (by Chain rule)

1/J を乗じて整理 $\left[\text{変換の Jacobian} : J \equiv \left| \frac{\partial(\tau, \xi^1, \xi^2, \xi^3)}{\partial(t, x^1, x^2, x^3)} \right| = \left| \frac{\partial(\xi^1, \xi^2, \xi^3)}{\partial(x^1, x^2, x^3)} \right| \right]$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{J} \mathbf{q} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi^i} \left(\frac{\xi_t^i}{J} \mathbf{q} + \frac{\xi_{x^k}^i}{J} \mathbf{f}^k \right) - \mathbf{q} \left\{ \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi^i} \left(\frac{\xi_t^i}{J} \right) \right\} - \mathbf{f}^k \frac{\partial}{\partial \xi^i} \left(\frac{\xi_{x^k}^i}{J} \right) = \mathbf{0},$$

Metrics 関係式 $\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi^i} \left(\frac{\xi_t^i}{J} \right) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial \xi^i} \left(\frac{\xi_{x^k}^i}{J} \right) = 0. \end{array} \right.$

保存系表示: $\frac{\partial \tilde{\mathbf{q}}}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}^i}{\partial \xi^i} = \mathbf{0}, \quad \left\{ \begin{array}{l} \tilde{\mathbf{q}} = \frac{1}{J} \mathbf{q}, \\ \tilde{\mathbf{F}}^i = \frac{\xi_t^i}{J} \mathbf{q} + \frac{\xi_{x^k}^i}{J} \mathbf{f}^k, \end{array} \right.$

高解像度 (TVD) スキームの一般座標への適用 [1/2]

保存系表示：
$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{q}}}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}^i}{\partial \xi^i} = \mathbf{0}, \quad \begin{cases} \tilde{\mathbf{q}} = \frac{1}{J} \mathbf{q}, \\ \tilde{\mathbf{F}}^i = \frac{\xi_t^i}{J} \mathbf{q} + \frac{\xi_{x^k}^i}{J} \mathbf{f}^k, \end{cases}$$

一般座標における流束は \mathbf{q} とメトリクス関数の関数

$$\tilde{\mathbf{F}}^i = \tilde{\mathbf{F}}^i \left(\mathbf{q}, \frac{\xi_t^i}{J}, \frac{\xi_{x^1}^i}{J}, \frac{\xi_{x^2}^i}{J}, \frac{\xi_{x^3}^i}{J} \right)$$

Chain Rule と Metrics 関数式 (幾何保存則) を用いると

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}^i}{\partial \xi^i} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}^i}{\partial \mathbf{q}} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \xi^i} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}^i}{\partial (\xi_t^i/J)} \frac{\partial (\xi_t^i/J)}{\partial \xi^i} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}^i}{\partial (\xi_{x^k}^i/J)} \frac{\partial (\xi_{x^k}^i/J)}{\partial \xi^i} = \frac{1}{J} \left(\xi_t^i \mathbf{I} + \xi_{x^k}^i \frac{\partial \mathbf{f}^k}{\partial \mathbf{q}} \right) \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \xi^i} - \mathbf{q} \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{1}{J}$$

J が (空間変化するか) 時間変化しないとき, 次式が厳密に成立

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}^i}{\partial \xi^i} = \frac{1}{J} \mathbf{A}^i \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \xi^i}, \quad \mathbf{A}^i = \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}^i}{\partial \mathbf{q}} = \xi_t^i \mathbf{I} + \xi_{x^k}^i \frac{\partial \mathbf{f}^k}{\partial \mathbf{q}}$$

TAKAKURA, Y., ISHIGURO, T., and OGAWA, S., International Journal for Numerical Methods in Fluids, vol.9, pp.1011-1024, 1989.

高解像度 (TVD) スキームの一般座標への適用 [2/2]

保存系表示：
$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{q}}}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}^i}{\partial \xi^i} = \mathbf{0}, \quad \begin{cases} \tilde{\mathbf{q}} = \frac{1}{J} \mathbf{q}, \\ \tilde{\mathbf{F}}^i = \frac{\xi_t^i}{J} \mathbf{q} + \frac{\xi_{x^k}^i}{J} \mathbf{f}^k, \end{cases}$$

空間の離散化のみを行って時間に関する常微分方程式で記述：

$$\frac{d\hat{\mathbf{q}}_{jkl}}{d\tau} = -\frac{1}{\delta \xi^i} \left(\hat{\mathbf{F}}^i \Big|_{j+\frac{1}{2}} - \hat{\mathbf{F}}^i \Big|_{j-\frac{1}{2}} \right), \quad \hat{\mathbf{q}}_{jkl} = \left(\frac{1}{J} \mathbf{q} \right)_{jkl}$$

数値流束関数

$|\bar{\mathbf{A}}| = \bar{\mathbf{R}} |\bar{\mathbf{A}}| \bar{\mathbf{R}}^{-1}$ は, Roe 行列の対角化

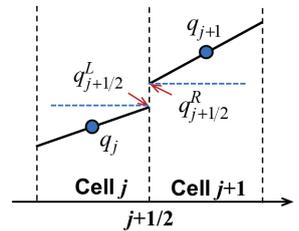
$$\hat{\mathbf{F}}^i \Big|_{j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left[\tilde{\mathbf{F}}^i \left(\mathbf{q}_{j+\frac{1}{2}}^L \right) + \tilde{\mathbf{F}}^i \left(\mathbf{q}_{j+\frac{1}{2}}^R \right) - \frac{1}{J} |\bar{\mathbf{A}}_{j+\frac{1}{2}}^i| \left(\mathbf{q}_{j+\frac{1}{2}}^R - \mathbf{q}_{j+\frac{1}{2}}^L \right) \right]$$

あるいは

$$\hat{\mathbf{F}}^i \Big|_{j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left[\tilde{\mathbf{F}}^i \left(\mathbf{q}_{j+\frac{1}{2}}^L \right) + \tilde{\mathbf{F}}^i \left(\mathbf{q}_{j+\frac{1}{2}}^R \right) + \left(\frac{1}{J} \bar{\mathbf{R}}^i \Phi^i \right) \Big|_{j+\frac{1}{2}} \right]$$

Φ^i は, 特性量の差異 $\alpha_\nu = (\bar{\mathbf{R}}^i)^{-1} \delta_\nu \mathbf{q}$, $\nu = j-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, j+\frac{3}{2}$ に対する制限関数,

および特性速度 $\bar{\lambda}_m^i (j+1/2$ で局所線形化) などから構築される



q^L, q^R は制限された勾配による値

$\hat{\mathbf{F}}^i \Big|_{j+\frac{1}{2}}$ に含まれる面積素 $(\xi_{x^k}^i/J) = \nabla \xi^i/J$ および $\hat{\mathbf{q}}_{jkl}$ の体積素 $1/J$ を適正に評価すれば, 有限体積法と同等

数値計算例

経過： 加速系領域（運動座標）の運動

並進加速度のみ（バリスティックレンジ内飛翔体流れの数値計算など）

Takakura, Y., Higashino, F., and Ogawa, S.,
 “Unsteady Flow Computations on a Flying Projectile Within a Ballistic Range,”
 Computers & Fluids, vol.27, no.5-6, pp.645-650, 1998.

並進加速度と回転加速度をもつよう拡張

野村将之, 高倉葉子,
 “凹状物体まわりの超音速流れに対する運動座標法の検討,”
 JAXA-SP-16-007, pp.57-62, 2017年3月.

回転加速度のみの数値計算（凹状物体の固定点まわりの流れと自励振動）

Nomura, M. and Takakura, Y., “Highly-accurate Computation of Supersonic Flows around a Concave Body (II. Motion analysis by moving-coordinate method),”
 9th International Conference on Computational Fluid Dynamics, ICCFD9-2016-326, July 2016.

並進・回転加速度とも含めた数値計算

（大気圏中に突入する凹状物体まわりの流れと自励振動・運動軌跡）

高倉葉子, 鈴木頌栄
 “運動座標法による凹状物体軌跡予測の数値計算（GAPの効果）,”
 第54回流体力学講演会2022年7月； JAXA-SP-22-007, 2023年1月.

運動座標法における運動方程式とエネルギー式の導出

加速系における力学的な式：非保存系で求めてから、連続の式により保存系に変換

- 運動方程式 ← 既知
- エネルギー式 ← 圧縮性流体では求める必要あり

運動座標系におけるエネルギーに何をを用いるか？

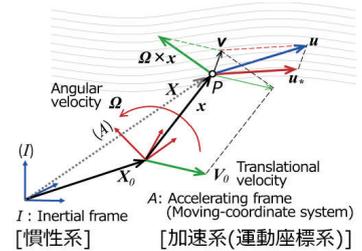
1. **全エネルギー**（慣性系で用いられるものと同形）：

$$E_* = \frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \rho \mathbf{u}_* \cdot \mathbf{u}_*$$

2. **一般化全エネルギー**（新たに提案）：

$$E_{*TR} = \frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \rho \mathbf{u}_* \cdot \mathbf{u}_* - \frac{1}{2} \rho (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \cdot (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})$$

通常回転系での全エネルギー ($\mathbf{V}_0 = \mathbf{0}, \boldsymbol{\Omega} = \text{const.}$) の拡張

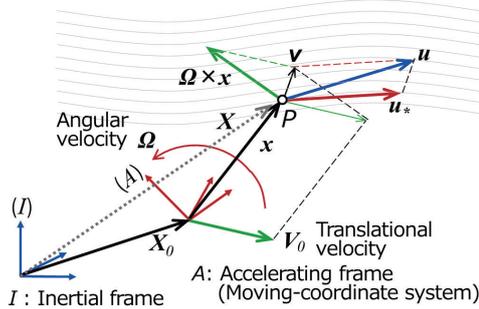


本講演では、エネルギーとして 1 を用いる

高倉, “運動座標法に関して,”
 第36回数値流体力学シンポジウム,
 B10-2, 2022.

運動座標系における定式化を示す

加速系での流体の基礎方程式の導出：座標間微分関係式



u 慣性系 I の $X=X_0+x$ における流体速度
 u_* 加速系 A の x における流体速度
 v 加速系 A の x における系 I への速度
 $v = V_0 + \Omega \times x$

V_0 : 系 A 全体の並進速度
 Ω : 系 A 原点まわりの角速度

Spurk, J.H.,
Fluid Mechanics.
Springer-Verlag,
Chap.2, 1997.

系 A で表された任意のベクトル b の座標系間微分関係式

$$\left[\frac{Db}{Dt} \right]_I = \left[\frac{Db}{Dt} \right]_A + \Omega \times b$$

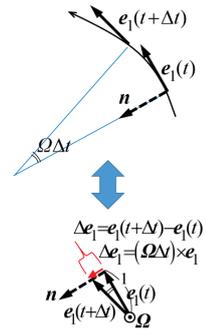
$$b = \Omega \text{ のとき } \left[\frac{D\Omega}{Dt} \right]_I = \left[\frac{D\Omega}{Dt} \right]_A = \frac{d\Omega}{dt}$$

【導出】 b を系 A における単位直交基底 e_i であらわすと

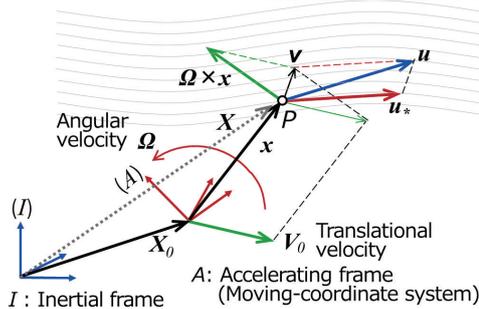
$$b = b_1 e_1 + b_2 e_2 + b_3 e_3 = b_i e_i$$

$$\left[\frac{Db}{Dt} \right]_I = \frac{Db_i}{Dt} e_i + b_i \frac{De_i}{Dt} = \left[\frac{Db}{Dt} \right]_A + \Omega \times b$$

右図より $\frac{De_i}{Dt} = \Omega \times e_i$



加速系での流体の基礎方程式の導出：運動方程式



u 慣性系 I の $X=X_0+x$ における流体速度
 u_* 加速系 A の x における流体速度
 v 加速系 A の x における系 I への速度
 $v = V_0 + \Omega \times x$

V_0 : 系 A 全体の並進速度
 Ω : 系 A 原点まわりの角速度

座標間の流速関係式

$$u - v = u_* \Rightarrow u = u_* + (V_0 + \Omega \times x)$$

慣性系における運動方程式

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot T$$

ρ : 密度
 u : 流速
 p : 圧力
 T : 粘性応力テンソル

加速系 A の運動方程式への変換

座標間の流速関係式を慣性系で実質微分

$$\left[\frac{Du}{Dt} \right]_I = \left[\frac{Du_*}{Dt} \right]_I + \left[\frac{DV_0}{Dt} \right]_I + \left[\frac{D(\Omega \times x)}{Dt} \right]_I$$

右辺 1,3項を加速系での微分に変換

$$\left[\frac{Du_*}{Dt} \right]_I = \left[\frac{Du_*}{Dt} \right]_A + \Omega \times u_*$$

$$\left[\frac{D(\Omega \times x)}{Dt} \right]_I = \left[\frac{D\Omega}{Dt} \right]_A \times x + \Omega \times \left[\frac{Dx}{Dt} \right]_A + \Omega \times (\Omega \times x)$$

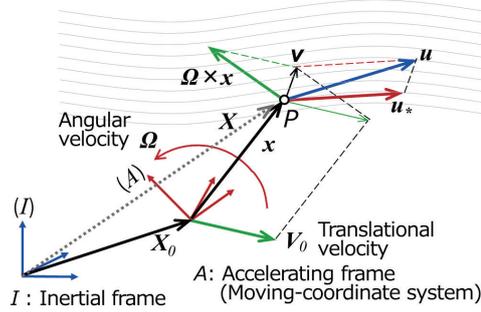
以上を慣性系の運動方程式に代入

$$\rho \left[\frac{Du_*}{Dt} \right]_A = -\nabla p + \nabla \cdot T - \rho \left\{ \frac{DV_0}{Dt} + 2\Omega \times u_* + \Omega \times (\Omega \times x) + \frac{d\Omega}{dt} \times x \right\}$$

並進加速項
コリオリ力
遠心力
角加速度項

Spurk, J.H.,
Fluid Mechanics.
Springer-Verlag,
Chap.2, 1997.

加速系での流体の基礎方程式の導出：エネルギー式



u 慣性系 I の $X=X_0+x$ における流体速度
 u_* 加速系 A の x における流体速度
 v 加速系 A の x における系 I への速度
 $v = V_0 + \Omega \times x$ $\left\{ \begin{array}{l} V_0: \text{系} A \text{ 全体の並進速度} \\ \Omega: \text{系} A \text{ 原点まわりの角速度} \end{array} \right.$

座標間の流速関係式

$$u - v = u_* \Rightarrow u = u_* + (V_0 + \Omega \times x)$$

慣性系におけるエネルギー式

$$\rho \frac{D(E/\rho)}{Dt} = -\nabla \cdot (p\mathbf{u}) + \nabla \cdot (T\mathbf{u}) - \nabla \cdot \mathbf{q}$$

$$\text{全エネルギー: } E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}$$

ρ : 密度
 \mathbf{u} : 流速
 p : 圧力
 T : 粘性応力テンソル
 E : 全エネルギー
 \mathbf{q} : 熱流束ベクトル
 γ : 比熱比

加速系 A のエネルギー:

1. 全エネルギー (慣性系で用いられるものと同形):

$$E_* = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho \mathbf{u}_* \cdot \mathbf{u}_*$$

← 本講演で用いるエネルギー

2. 一般化全エネルギー (新たに提案):

$$E_{*TR} = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho \mathbf{u}_* \cdot \mathbf{u}_* - \frac{1}{2} \rho (V_0 + \Omega \times x) \cdot (V_0 + \Omega \times x)$$

通常のリターン系での全エネルギー ($V_0=0, \Omega=\text{const.}$) の拡張

高倉, “運動座標法に関して,”
 第36回数値流体力学シンポジウム,
 B10-2, 2022.

加速系での流体の基礎方程式の導出：エネルギー式1

座標間の流速関係式: $u = u_* + (V_0 + \Omega \times x)$

V_0 : 系 A 全体の並進速度
 Ω : 系 A 原点まわりの角速度

慣性系におけるエネルギー式: $\rho \frac{D(E/\rho)}{Dt} = -\nabla \cdot (p\mathbf{u}) + \nabla \cdot (T\mathbf{u}) - \nabla \cdot \mathbf{q}$

全エネルギー: $E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}$

加速系 A の全エネルギー: $E_* = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho \mathbf{u}_* \cdot \mathbf{u}_*$

ρ : 密度
 \mathbf{u} : 流速
 p : 圧力
 T : 粘性応力テンソル
 E : 全エネルギー
 \mathbf{q} : 熱流束ベクトル
 γ : 比熱比

慣性系の全エネルギーに流速関係式を代入 $E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho (\mathbf{u}_* + V_0 + \Omega \times x) \cdot (\mathbf{u}_* + V_0 + \Omega \times x)$

系 A の全エネルギーを用いて $E = E_* + \rho \mathbf{u}_* \cdot (V_0 + \Omega \times x) + \frac{1}{2} \rho (V_0 + \Omega \times x) \cdot (V_0 + \Omega \times x)$

上式を ρ で割り慣性系で微分 $\frac{D(E/\rho)}{Dt} = \frac{D(E_*/\rho)}{Dt} + \left[\frac{D}{Dt} \{ \mathbf{u}_* \cdot (V_0 + \Omega \times x) \} \right]_I + \frac{1}{2} \left[\frac{D}{Dt} \{ (V_0 + \Omega \times x) \cdot (V_0 + \Omega \times x) \} \right]_I$

上式の
 右辺第2項 $\left[\frac{D}{Dt} \{ \mathbf{u}_* \cdot (V_0 + \Omega \times x) \} \right]_I = \mathbf{u}_* \cdot \left[\frac{D}{Dt} (V_0 + \Omega \times x) \right]_I + \left[\frac{D\mathbf{u}_*}{Dt} \right]_I \cdot (V_0 + \Omega \times x)$

$= \mathbf{u}_* \cdot \left[\frac{D}{Dt} (V_0 + \Omega \times x) \right]_I + \left[\frac{D\mathbf{u}_*}{Dt} \right]_I \cdot (V_0 + \Omega \times x)$

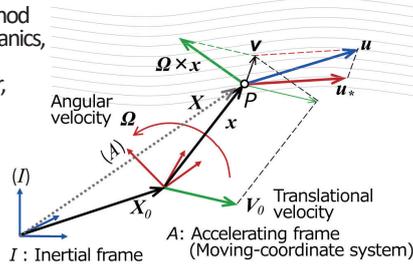
$= \mathbf{u}_* \cdot \left[\frac{D}{Dt} (V_0 + \Omega \times x) \right]_I + \left[\frac{D}{Dt} \{ -\nabla p + \nabla \cdot T \} \right]_I \cdot (V_0 + \Omega \times x) - \left[\frac{D}{Dt} (V_0 + \Omega \times x) \right]_I \cdot (V_0 + \Omega \times x)$

慣性系エネルギー式の
 右辺第1,2項 $\nabla \cdot \{ (-pI + T) \cdot (\mathbf{u}_* + V_0 + \Omega \times x) \} = \nabla \cdot \{ (-pI + T) \cdot \mathbf{u}_* \} + \nabla \cdot \{ (-pI + T) \cdot (V_0 + \Omega \times x) \}$
 $[\because \nabla \cdot (V_0 + \Omega \times x) = 0]$

系 A のエネルギー式: $\rho \frac{D(E_*/\rho)}{Dt} = -\nabla \cdot (p\mathbf{u}_*) + \nabla \cdot (T \cdot \mathbf{u}_*) - \nabla \cdot \mathbf{q} - \rho \mathbf{u}_* \cdot \left\{ \frac{DV_0}{Dt} + \Omega \times (V_0 + \Omega \times x) + \frac{d\Omega}{dt} \times x \right\}$
 $[\because \mathbf{u}_* \cdot (\Omega \times \mathbf{u}_*) = 0]$

運動座標法：運動する物体に付着した座標系から流れ現象を観測

Takakura, Y., "Moving-Coordinate Method and Its Applications," Continuum Mechanics, Applied Mathematics and Scientific Computing: Godunov's Legacy, Springer, pp.345-351, 2020.



u 慣性系 I の $X=X_0+x$ における流体速度

u_* 加速系 A の x における流体速度

v 加速系 A の x における系 I への速度

$$v = V_0 + \Omega \times x \quad \left\{ \begin{array}{l} V_0: \text{系} A \text{ 全体の並進速度} \\ \Omega: \text{系} A \text{ 原点まわりの角速度} \end{array} \right.$$

座標間の流速関係式

$$u - v = u_*$$

連続の式 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u_*) = 0$

- ρ : 密度
- u : 流速
- p : 圧力
- T : 粘性応力テンソル
- q : 熱流束ベクトル
- γ : 比熱比

連続の式を用いて、左辺を保存系に変換

運動量保存則

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_*) + \nabla \cdot [\rho u_* \otimes u_* + pI - T] = -\rho \left\{ \frac{dV_0}{dt} + 2\Omega \times u_* + \Omega \times (\Omega \times x) + \frac{d\Omega}{dt} \times x \right\}$$

並進加速項 科利力 遠心力 角加速度項

エネルギー保存則 1

$$\frac{\partial}{\partial t} E_* + \nabla \cdot [(E_* + p)u_* - T \cdot u_* + q] = -\rho u_* \cdot \left\{ \frac{dV_0}{dt} + \Omega \times (\Omega \times x) + \frac{d\Omega}{dt} \times x \right\}$$

全エネルギー : $E_* = \frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \rho u_* \cdot u_*$

本講演ではエネルギー式に1を用いる

エネルギー保存則 2

$$\frac{\partial}{\partial t} E_{*TR} + \nabla \cdot [(E_{*TR} + p)u_* - T \cdot u_* + q] = -\rho (u_* + V_0 + \Omega \times x) \cdot \left\{ \frac{DV_0}{Dt} + \frac{d\Omega}{dt} \times x - \Omega \times V_0 \right\}$$

一般化全エネルギー : $E_{*TR} = \frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \rho u_* \cdot u_* - \frac{1}{2} \rho (V_0 + \Omega \times x) \cdot (V_0 + \Omega \times x)$

$V_0=0$ かつ $d\Omega/dt=0$ であれば、零

計算モデル

カプセル・パラシュート系のモデル化

パラシュートは剛体 2次元矩形凹状物体

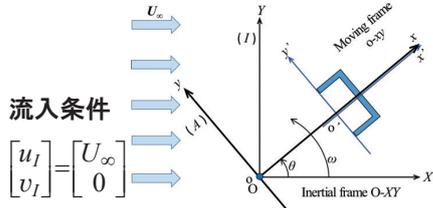


矩形凹状の凹心とカプセル間の距離が回転振動モーメントのアーム長さ

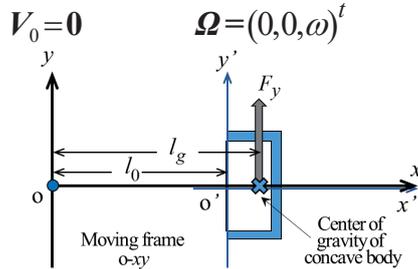
カプセルは質点としカプセル・パラシュート系の重心、かつ凹状物体の回転中心

計算モデル

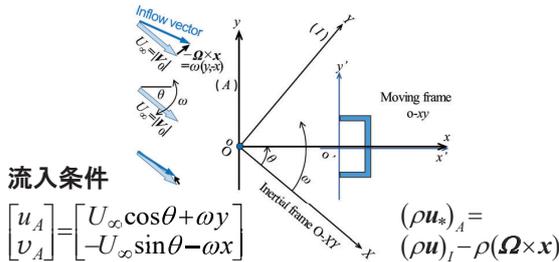
1) 一様流中に置かれた凹状物体の固定点まわりの自励振動



慣性系における凹状物体振動



運動座標系



運動座標系からの観察

振動モデル

モーメントの式 (角運動量保存則)

$$I \frac{d\omega}{dt} = l_g F_y, \quad \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

- I 慣性モーメント
- F_y y 方向の力
- l_g 凹状図心から回転中心までの距離
- θ 振動角
- ω 振動角速度

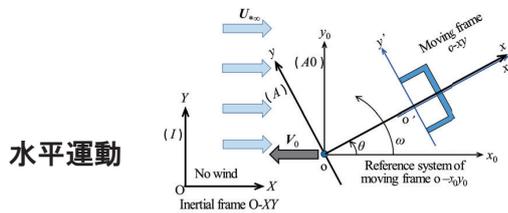
計算モデル

2) 静止流体中へ突入するカプセルー凹状物体系の運動

運動座標基準系 $A0$ の x_0 座標を重心の進行速度 V_0 と逆向きにとる

重心が等速運動する場合

運動座標基準系 $A0$ は、1) の慣性系 I と同等

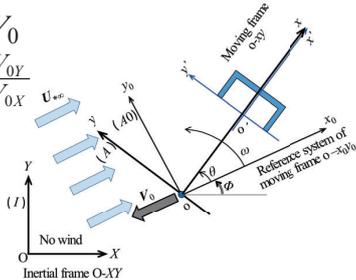


水平運動

$$U_{*\infty} = -V_0$$

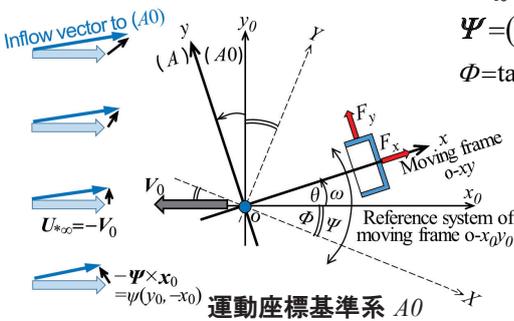
$$\tan \Phi = \frac{V_{0y}}{V_{0x}}$$

斜め運動



重心が加速運動する場合

運動座標基準系 $A0$ への流入速度： $U_{*0} = -(V_0 + \Psi \times x_0) = U_{*\infty} - \Psi \times x_0$



$$U_{*\infty} = -V_0$$

$$\Psi = (0, 0, \psi), \quad \psi = \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

$$\Phi = \tan^{-1}(V_{0y}/V_{0x})$$

$|\psi| \ll |\omega|$ の場合、等速運動と同じ流入速度とみなせる

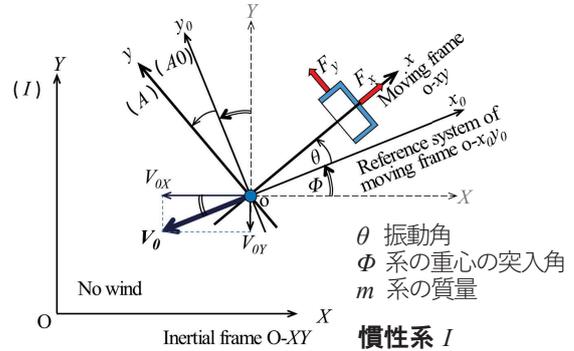
慣性系での力学 2) 静止流体中へ突入するカプセル-凹状物体系の運動

重心の運動方程式

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = V_{0X} \\ \frac{dY}{dt} = V_{0Y} \end{cases} \begin{cases} m \frac{dV_{0X}}{dt} = F_X \\ m \frac{dV_{0Y}}{dt} = F_Y - mg \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta+\Phi) & -\sin(\theta+\Phi) \\ \sin(\theta+\Phi) & \cos(\theta+\Phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix}$$

軌跡 $(X(t), Y(t))$
 突入速度 $V_0 = (V_{0X}, V_{0Y}) \quad U_\infty = \sqrt{V_{0X}^2 + V_{0Y}^2}$
 突入角 $\Phi = \tan^{-1}(V_{0Y}/V_{0X})$



モーメントの式 (角運動量保存則)

$$I \frac{\partial(\omega + \psi)}{\partial t} = l_g F_y$$

$$\omega = \frac{\partial\theta}{\partial t}, \quad \psi = \frac{\partial\Phi}{\partial t}$$

運動座標系 A

座標間の物理量変換 運動座標基準系 A0 ⇔ 運動座標系 A

	運動座標系 A	運動座標基準系 A0
運動量	$(\rho u_*)_A = \rho u_*$	$(\rho u_{*0})_{A0} = \rho u_{*0}$
全エネルギー	$(E^*)_A = \frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \rho u_* \cdot u_*$	$(E^*)_{A0} = \frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \rho u_{*0} \cdot u_{*0}$

u_{*0} : 運動座標基準系 A0 における流速 とすると

座標間の流速関係式より, $u = u_* + V_0 + (\Omega + \Psi) \times x = u_{*0} + V_0 + \Psi \times x_0 \quad \therefore u_{*0} = u_* + \Omega \times x + \Psi \times (x - x_0)$

$|\psi| \ll |\omega|$ として ψ を無視すると, $u_{*0} = u_* + \Omega \times x \quad \begin{matrix} \Omega = (0, 0, \omega) \\ \Psi = (0, 0, \psi) \end{matrix}$

変換: 運動座標系 A ← 運動座標基準系 A0

運動量 $(\rho u_*)_A = (\rho u_{*0})_{A0} - \rho(\Omega \times x)$
 全エネルギー $(E^*)_A = (E^*)_{A0} - (\rho u_{*0})_{A0} \cdot (\Omega \times x) + \frac{1}{2} \rho(\Omega \times x) \cdot (\Omega \times x)$

変換: 運動座標基準系 A0 ← 運動座標系 A

運動量 $(\rho u_{*0})_{A0} = (\rho u_*)_A + \rho(\Omega \times x)$
 全エネルギー $(E^*)_{A0} = (E^*)_A + (\rho u_*)_A \cdot (\Omega \times x) + \frac{1}{2} \rho(\Omega \times x) \cdot (\Omega \times x)$

系 A と系 A0 との変換は, 固定点まわりの振動 ($V_0=0$) における系 A と系 I との変換と同じとなる
 ⇒ 系 A0 への流入条件から, 系 A への流入条件が定まる

運動座標系の支配方程式

1) 全エネルギー

2次元無次元化 Navier-Stokes 方程式系

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{F} - \text{Re}^{-1} \mathbf{F}_v)}{\partial x} + \frac{\partial (\mathbf{G} - \text{Re}^{-1} \mathbf{G}_v)}{\partial y} = \mathbf{S}$$

運動座標系における物理量を * なしで表す

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (E+p)u \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \frac{k}{\text{Pr}(\gamma-1)} \frac{\partial a^2}{\partial x} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ (E+p)v \end{bmatrix}$$

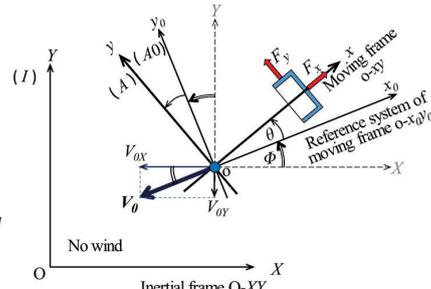
$$\mathbf{G}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yx}u + \tau_{yy}v + \frac{k}{\text{Pr}(\gamma-1)} \frac{\partial a^2}{\partial y} \end{bmatrix}$$

運動座標系の支配方程式

1) 全エネルギー

2次元無次元化 Navier-Stokes 方程式系

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{F} - \text{Re}^{-1} \mathbf{F}_v)}{\partial x} + \frac{\partial (\mathbf{G} - \text{Re}^{-1} \mathbf{G}_v)}{\partial y} = \mathbf{S}$$



$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho \left(\frac{dV_{0x}}{dt} + \omega_1^2 x + 2\omega_1 v + y \frac{d\omega_1}{dt} \right) \\ \rho \left(\frac{dV_{0y}}{dt} + \omega_1^2 y - 2\omega_1 u - x \frac{d\omega_1}{dt} \right) \\ \rho \left(-u \frac{dV_{0x}}{dt} - v \frac{dV_{0y}}{dt} + \omega_1^2 ux + \omega_1^2 vy - vx \frac{d\omega_1}{dt} + uy \frac{d\omega_1}{dt} \right) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x &= x' + l_0 \\ \omega_1 &= \omega + \psi \\ \omega &= d\theta/dt \\ \psi &= d\Phi/dt \end{aligned}$$

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{l_g F_y}{I}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dV_{0x}}{dt} \\ \frac{dV_{0y}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta+\Phi) & \sin(\theta+\Phi) \\ -\sin(\theta+\Phi) & \cos(\theta+\Phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dV_{0x}}{dt} \\ \frac{dV_{0y}}{dt} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} \frac{dV_{0x}}{dt} = \frac{F_x}{m} - g \sin(\theta + \Phi) \\ \frac{dV_{0y}}{dt} = \frac{F_y}{m} - g \cos(\theta + \Phi) \end{cases}$$

境界条件：流入条件

1) 全エネルギー

変換：運動座標系A ← 運動座標基準系A0

$$\Omega = (0, 0, \omega)$$

$$\Omega \times x = \omega(-y, x)$$

運動量
$$\rho \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}_A = \rho \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}_{A0} - \rho \begin{bmatrix} -\omega y \\ \omega x \end{bmatrix}$$

全エネルギー
$$E_A = E_{A0} - \rho\omega\{-y(u_{A0}\cos\theta + v_{A0}\sin\theta) + x(-u_{A0}\sin\theta + v_{A0}\cos\theta)\} + \frac{1}{2}\rho\omega^2(x^2 + y^2)$$

$$\rho_{in} = 1$$

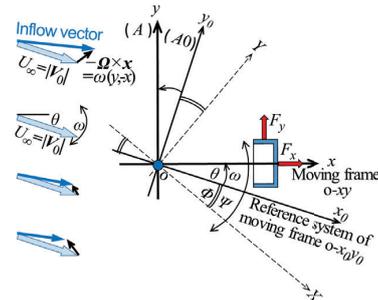
$$p_{in} = 1/\gamma$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}_{in} = \begin{bmatrix} M_\infty \cos\theta + \omega y \\ -M_\infty \sin\theta - \omega x \end{bmatrix}$$

$$E_{in} = (E_\infty)_{A0} + \rho\omega\{M_\infty(y\cos\theta + x\sin\theta)\} + \frac{1}{2}\rho\omega^2(x^2 + y^2)$$

$$(E_\infty)_{A0} = \frac{p_{in}}{\gamma-1} + \frac{1}{2}\rho M_\infty^2$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}_{A0} = \begin{bmatrix} M_\infty \\ 0 \end{bmatrix}$$



運動座標系 A

境界条件：流出条件, 壁面条件

1) 全エネルギー

変換：運動座標基準系A0 ← 運動座標系A

$$\Omega = (0, 0, \omega)$$

$$\Omega \times x = \omega(-y, x)$$

運動量
$$\rho \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}_{A0} = \rho \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_A - \omega y \\ v_A + \omega x \end{bmatrix}$$

全エネルギー
$$E_{A0} = E_A + \rho\omega(-yu_A + xv_A) + \frac{1}{2}\rho\omega^2(x^2 + y^2)$$

流出条件

$\rho, \rho u, \rho v$: 0次外挿

E: 速度を運動座標系から運動座標基準系に変換して判定

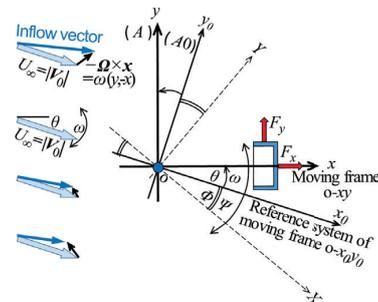
$$M_{A0} \geq 1 \quad E: 0次外挿$$

$$M_{A0} < 1 \quad \text{背圧 } p_{out} \text{ を与える}$$

$$E = \frac{p_{out}}{\gamma-1} + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2)$$

壁面条件

静止物体上と同じ 壁面速度は零

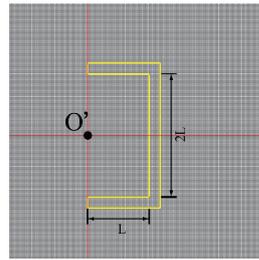


運動座標系 A

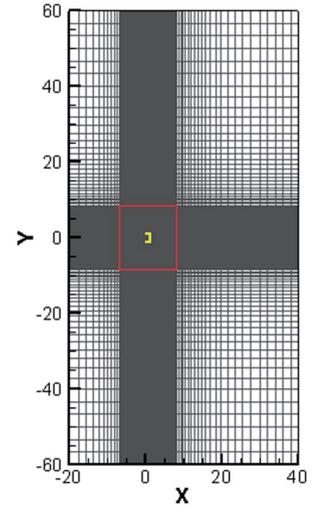
数値計算法と格子領域

数値計算法

- 空間の離散化：有限体積法
- 時間積分：3次精度TVD Runge-Kutta法
- 非粘性流束の評価：空間精度5次精度のWENOスキーム
- セル境界値：HLLC flux Riemann Solver
- 乱流モデル：Sub-Grid Scale Smagorinskyモデル



凹状物体
深さ：幅=1：2



格子領域 (物体座標)
格子点数：485 × 532

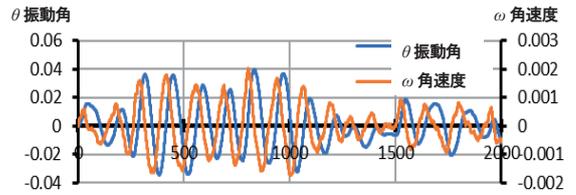
高倉, 鈴木, “運動座標法による凹状物体軌跡予測の数値計算 (GAPの効果)”, 第54回流体力学講演会／第40回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム論文集, 2023年2月; JAXA-SP-22-007, pp.309-322, 2023年2月.

一様流中に置かれた凹状物体の固定点まわりの自励振動

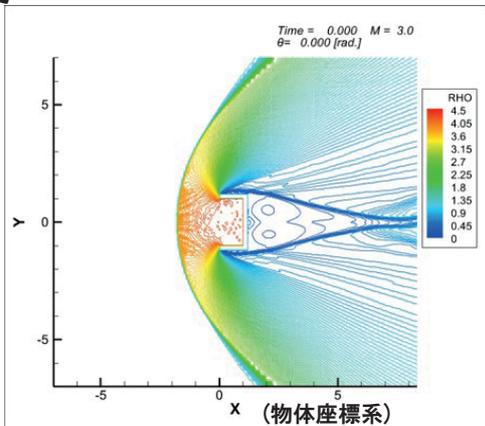
計算条件

$M_\infty = 3.0$
 $I = 5000$
 $l_\theta = 5.06$
 $l_g = 5.887$

静止凹状物体まわりの流れ
($M_\infty=3.0$)の準定常解から出発

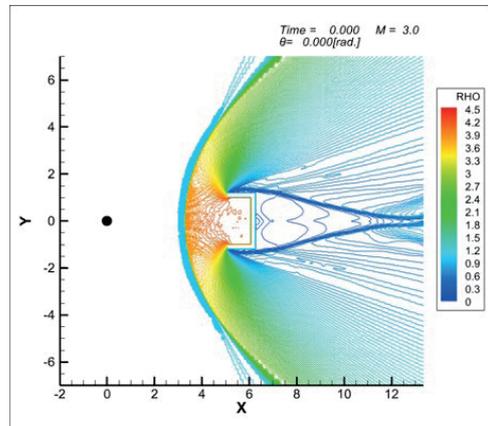


密度



運動座標系での数値計算結果

変換



慣性系での流れ場

火星大気圏を移動する重心・凹状物体系

計算条件

凹状物体深さ(代表長さ) : $L=7.9m \Rightarrow$ 無次元深さ $L=1$

回転中心から凹状物体先端までの無次元距離 : $l_0=5.06$

回転中心から凹状物体図心までの無次元距離 : $l_g=5.887$

大気密度 : $\rho_0=0.007 \text{ kg/m}^3$

大気音速 : $a_0=228 \text{ m/s}$

ガセル質量 : $3300 \text{ kg} \Rightarrow \rho_0 L^2$ で無次元化

重力加速度 : $3.712 \text{ m/s}^2 \Rightarrow a_0^2 L$ で無次元化

比熱比 : $\gamma=1.3$

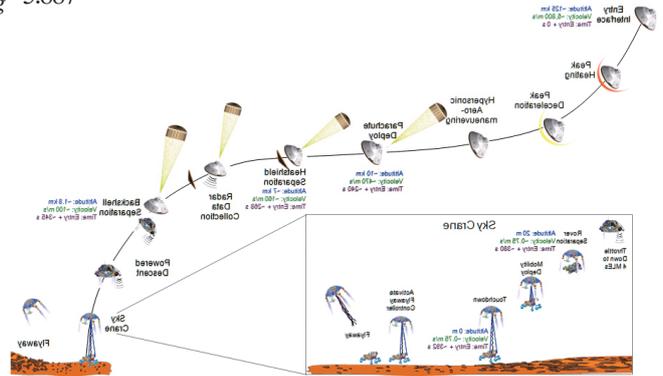
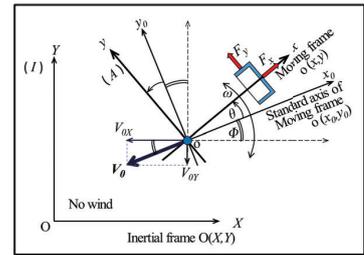
レイノルズ数 : $Re=10^5$

初期マッハ数 : $M=2.0$

初期突入角 : $\Phi=10^\circ$

初期高度 : $Y=10000 \text{ m} \Rightarrow L$ で無次元化

凹状物体の無次元慣性モーメント :
 $I=5000$ (物体密度が地球大気と同程度)

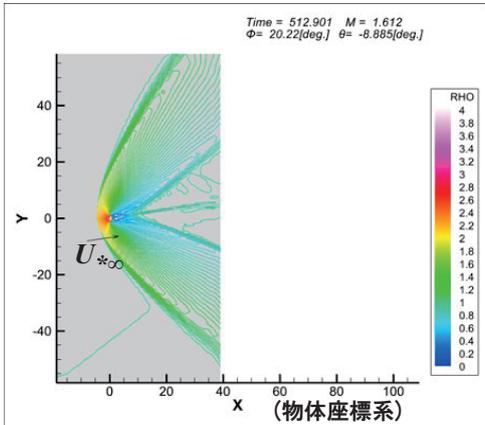
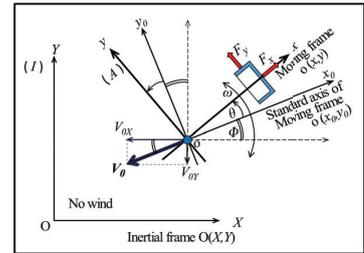
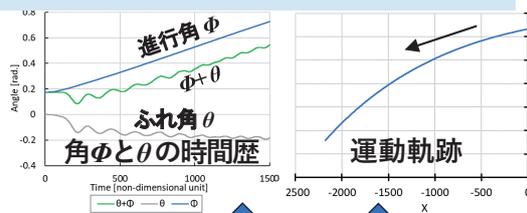


Final Minutes of Curiosity's Arrival at Mars (NASA)
<https://mars.nasa.gov/resources/3309/final-minutes-of-curiositys-arrival-at-mars/> (左右反転)

凹状物体の慣性モーメント : $I=5000$

凹状物体による
火星大気圏での減速

密度

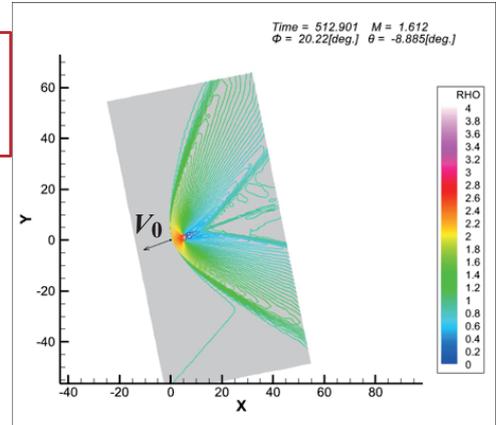


運動座標系での数値計算結果

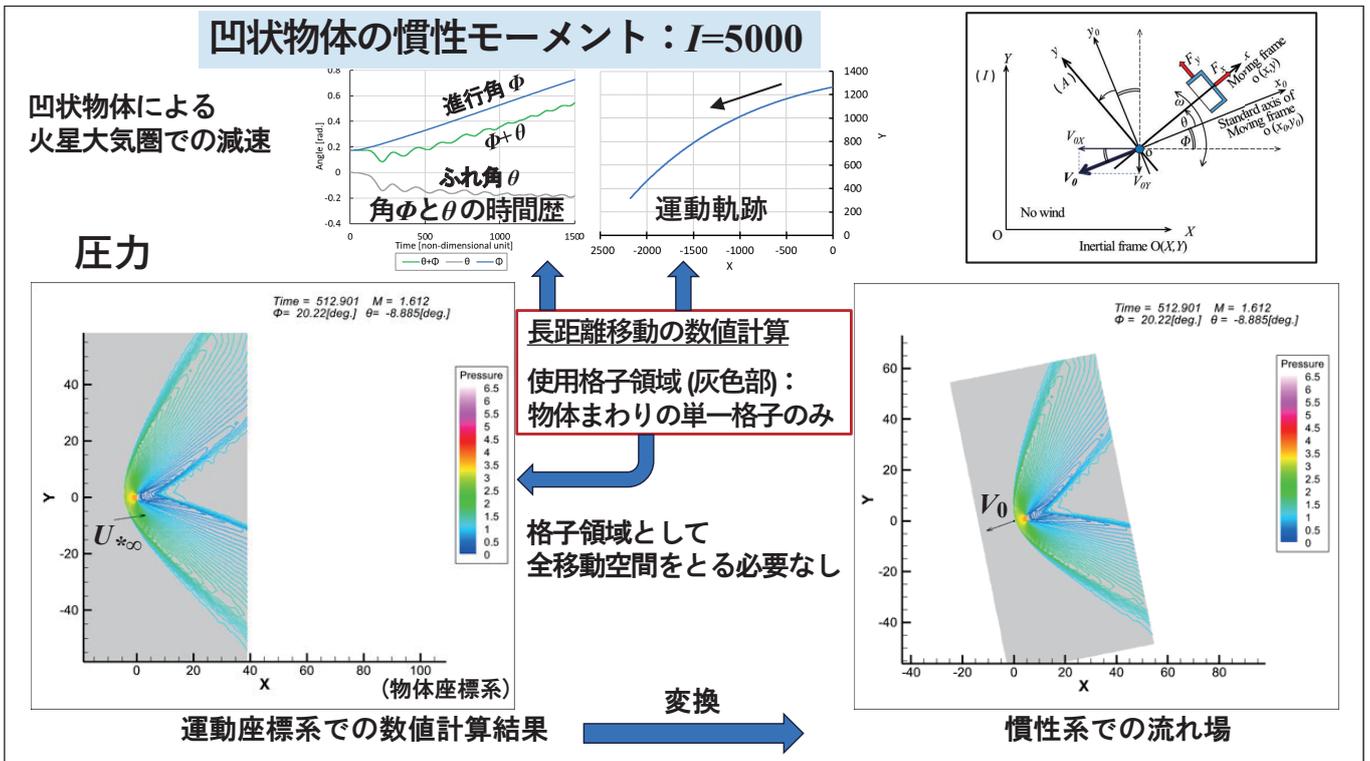
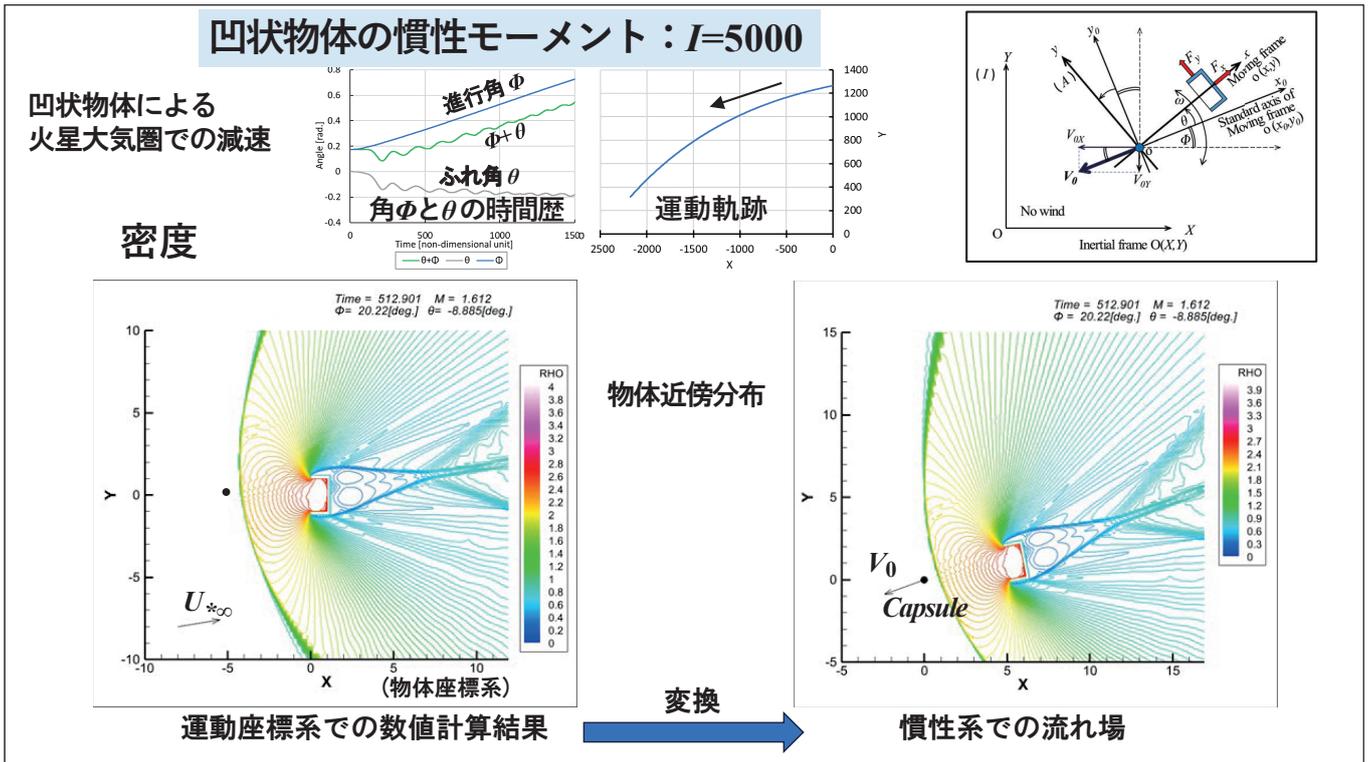
長距離移動の数値計算
 使用格子領域 (灰色部) :
 物体まわりの単一格子のみ

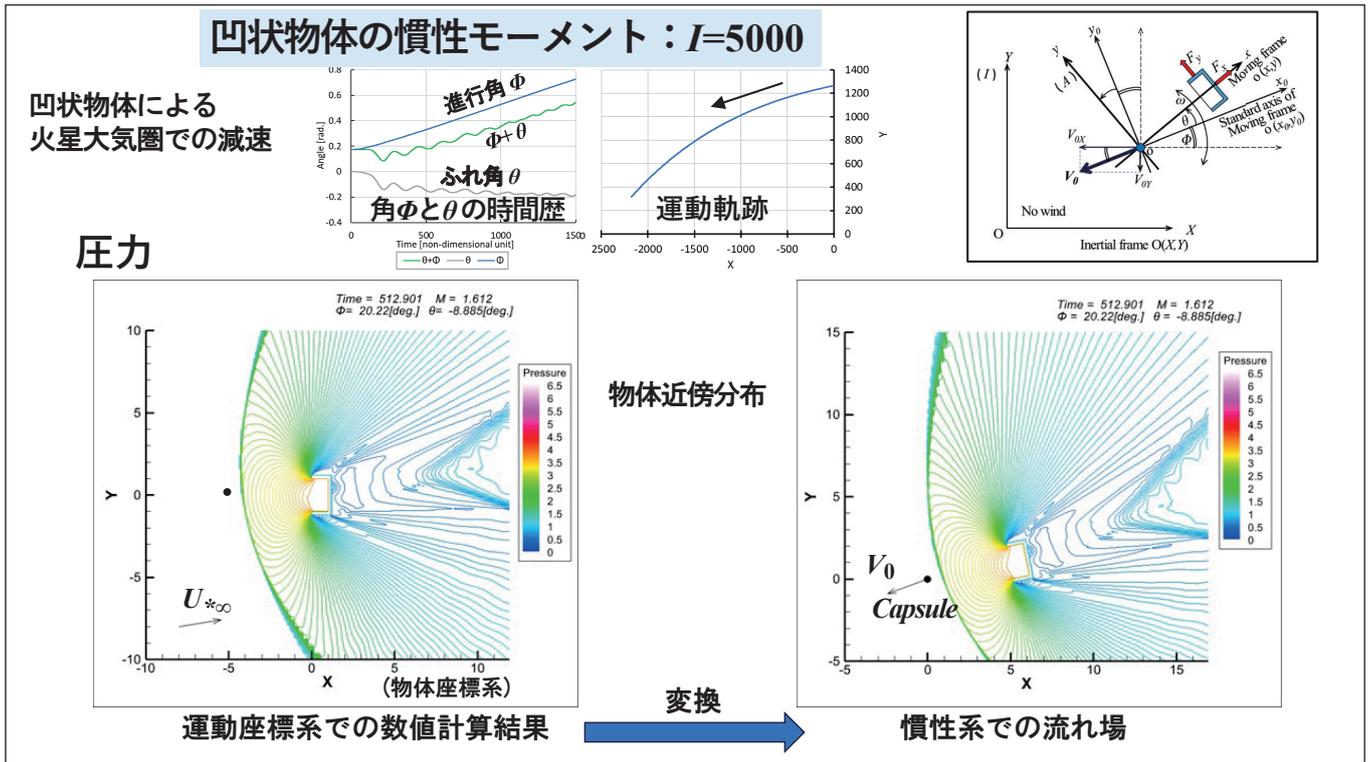
格子領域として
 全移動空間をとる必要なし

変換



慣性系での流れ場





まとめ：運動座標法

運動座標法：運動する物体に座標系を付着させて非定常流れを解く

運動座標法の定式化を示した

- 支配方程式に生成項が付加される
- 運動量保存則は既知：生成項は、並進加速, コリオリの力, 遠心力, 角加速度
- 運動座標系におけるエネルギーの取り方を2種示した
 - 1) 慣性系と同形の全エネルギー
 - 2) 一般化全エネルギー (通常の回転系での全エネルギーの拡張)

並進・回転加速度とも含めた数値計算例：

大気圏中に突入した凹状物体まわりの流れと自励振動・運動軌跡

運動座標法の長所：
静止物体まわり格子領域で長距離移動の数値計算が可能

まとめ：移動境界を有する非定常流れの数値計算法

通常：

- 物体が移動
- それに伴い格子が移動・変形

移動境界を含む流れの支配方程式の導出 (Review)

- 一般座標保存系表示式
- ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) 法
- 幾何保存則 (格子のマトリクスが満足すべき条件)
 - 面保存則
 - 体積保存則

運動座標法：

運動する物体に座標系を付着

- 運動座標法の保存系表示の導出
 - 支配方程式に生成項が付加される (短所)
 - 運動座標系では物体は静止 (長所：物体周りの境界条件は静止時と同じ)
 - 格子も静止したままで可 (長所：物体移動に伴う格子再形成不要) (運動座標法で必須の幾何保存則は面保存則のみ)
- いくつかの適用例を示した



- 静止物体まわり格子領域による長距離移動の数値計算例を示した
- 将来的には、3次元航空機流れと運動方程式や運動軌跡などとの連成も可能

Ⅲ. 高精度スキーム ADER法

Arbitrary Accurate Non-Oscillatory Schemes: ADER approach

Toro, E.F. and Titarev, V.A., "Very High Order Godunov-Type Schemes for Nonlinear Scalar Conservation Laws," ECCOMAS CFD Conference, 2001.
Titarev, V.A. and Toro, E.F., "ADER: Arbitrary High Order Godunov Approach," Journal of Scientific Computing, vol.17, pp.609-618, 2002.

ADER (Arbitrary accuracy DERivative Riemann problem) approach は、

- セルに対する保存則により、1段で時間・空間とも任意精度を達成する、Godunov法の究極の拡張
- セル境界における一般リーマン問題 (GRP) の解を、リーマン問題 (RP) と微分リーマン問題 (DRP) の解により構築
- 2種類の構築方法：解の展開、および直接展開に基づく方法

通常の リーマン問題 (RP)			→	一般 リーマン問題 (GRP)		
	<p>PDE: Conservation Law $\partial_t \mathbf{q} + \partial_x \mathbf{f}(\mathbf{q}) = 0$</p> <p>IC: Piece-wise Constant Data $\mathbf{q}(x, 0) = \begin{cases} \mathbf{q}_{L0} & \text{if } x < 0 \\ \mathbf{q}_{R0} & \text{if } x > 0 \end{cases}$</p>	<p>Solution of RP Similarity Solution : $w(x/t)$</p>			<p>PDE: Conservation Law with Source Term $\partial_t \mathbf{q} + \partial_x \mathbf{f}(\mathbf{q}) = \mathbf{s}(\mathbf{q})$</p> <p>IC: Piece-wise Smooth Data $\mathbf{q}(x, 0) = \begin{cases} \mathbf{q}_L(x) & \text{if } x < 0 \\ \mathbf{q}_R(x) & \text{if } x > 0 \end{cases}$</p>	<p>Solution of GRP</p>

セル境界における一般リーマン問題の解と流束関数

一般リーマン問題 (GRP) の解

GRPの解を $x=0$ (セル境界) において $t=+0$ まわりでTaylor展開

$$q(0, \tau) = q(0, +0) + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\tau^k}{k!} \partial_t^{(k)} q(0, +0) + O(\tau^m),$$

PDEを用いて時間微分を空間微分に置き換える:

$$\partial_t^{(k)} q = \alpha^{(k)}(q_x^{(0)}, q_x^{(1)}, \dots, q_x^{(k)}) \quad q_x^{(k)} \equiv \partial_x^{(k)} q$$

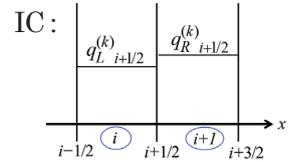
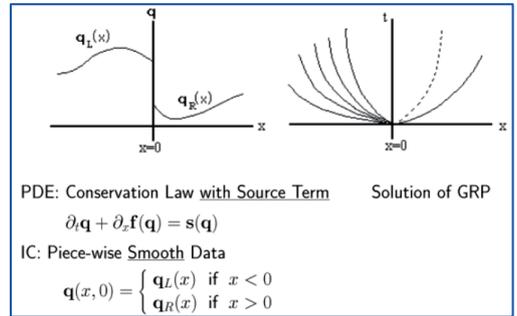
RPおよびDRPの解を用いて $x=0$ におけるGRPの解を得る

$$q_{i+\frac{1}{2}}^{GRP}(0, \tau) = q_{i+\frac{1}{2}}^{(0)} + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\tau^k}{k!} \alpha^{(k)}(q_{i+\frac{1}{2}}^{(0)}, q_{i+\frac{1}{2}}^{(1)}, \dots, q_{i+\frac{1}{2}}^{(k)}),$$

$q_{i+\frac{1}{2}}^{(0)}$: 通常のリーマン問題 (RP) の $x/t=0$ における相似解 (PDE: $\partial_t q + \partial_x f(q) = 0$)

$q_{i+\frac{1}{2}}^{(k)}$: 微分リーマン問題 (DRP) の $x/t=0$ における相似解 (PDE: $\partial_t v + \lambda(q_{i+\frac{1}{2}}^{(0)}) \partial_x v = 0$)

$q_{i+\frac{1}{2}}^{(k)} = v^*(q_L^{(k)}|_{i+\frac{1}{2}}, q_R^{(k)}|_{i+\frac{1}{2}})$: v^* は、括弧内の左右の値をICとするRPの $x/t=0$ における相似解



数値流束関数

$$f_{i+\frac{1}{2}}^{ader} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} f(q_{i+\frac{1}{2}}^{GRP}(0, \tau)) d\tau \approx \sum_s A_s f(q_{i+\frac{1}{2}}^{GRP}(0, B_s \Delta t)) \quad \dots \dots \text{数値積分}$$

支配方程式と保存型スキーム

生成項を有するスカラー保存則の初期値問題:

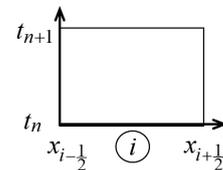
偏微分方程式 (PDE): $\partial_t q + \partial_x f(q) = s(q),$

初期条件 (IC): $q(x, 0) \equiv q_0(x),$

- $q(x, t)$: 保存量
- $f(q)$: 流束関数
- $s(q)$: 生成項
- $q_0(x)$: 初期データ

保存型スキーム (PDEを時間と空間 $[t_n, t_{n+1}] \times [x_{i-\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}}]$ で積分)

$$q_i^{n+1} = q_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [f_{i+\frac{1}{2}} - f_{i-\frac{1}{2}}] + \Delta t s_i,$$



- 空間平均値: $q_i^n = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} q(x, t_n) dx,$
- 時間平均値: $f_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(q(x_{i+\frac{1}{2}}, t)) dt,$
- 時間・空間平均値: $s_i = \frac{1}{\Delta t \Delta x} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} s(q(x, t)) dx dt,$

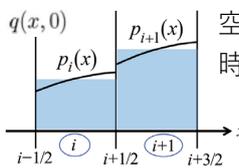
- セル i : $I_i \equiv [x_{i-\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}}],$
- $\Delta x = x_{i+\frac{1}{2}} - x_{i-\frac{1}{2}},$
- $\Delta t = t_{n+1} - t_n.$

ADER approachは、保存型スキームに基づくGodunovタイプの方法

線形保存則に対するADER approach [1/2]

1) 一般リーマン問題 (GRP) $\Leftarrow p_i(x)$: セル I_i に対するENO/WENO再構築関数 (スプライン数 r ($r \geq m$))

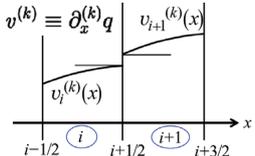
PDE: $\partial_t q + \lambda \partial_x q = \kappa q$,
 IC: $q(x, 0) = \begin{cases} p_i(x + x_{i+\frac{1}{2}}) & \text{if } x < 0 \\ p_{i+1}(x + x_{i+\frac{1}{2}}) & \text{if } x > 0 \end{cases}$



空間精度: ENOは r 次, WENOは $(2r-1)$ 次
 時間精度: m 次

2) 微分一般リーマン問題 (DGRP)

PDE: $\partial_t v^{(k)} + \lambda \partial_x v^{(k)} = \kappa v^{(k)}$, $v^{(k)} \equiv \partial_x^{(k)} q$
 IC: $v^{(k)}(x, 0) = \begin{cases} \partial_x^{(k)} p_i(x + x_{i+\frac{1}{2}}) & \text{if } x < 0 \\ \partial_x^{(k)} p_{i+1}(x + x_{i+\frac{1}{2}}) & \text{if } x > 0 \end{cases}$

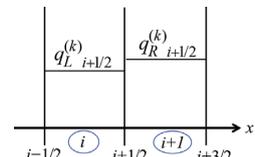


2') 微分リーマン問題 (DRP)

PDE: $\partial_t v + \lambda \partial_x v = 0$,
 IC: $v(x, 0) = \begin{cases} q_L^{(k)}_{i+\frac{1}{2}} & \text{if } x < 0 \\ q_R^{(k)}_{i+\frac{1}{2}} & \text{if } x > 0 \end{cases}, \begin{cases} q_L^{(k)}_{i+\frac{1}{2}} \equiv \lim_{x \rightarrow x_{i+\frac{1}{2}}-0} \partial_x^{(k)} p_i(x) \\ q_R^{(k)}_{i+\frac{1}{2}} \equiv \lim_{x \rightarrow x_{i+\frac{1}{2}}+0} \partial_x^{(k)} p_{i+1}(x) \end{cases}$

$x = 0, t \rightarrow +0$ におけるDGRPの解は,
 $x/t = 0$ におけるDRPの相似解に等しい:

$$\lim_{t \rightarrow +0} v^{(k)}(0, t) = v^*(q_L^{(k)}_{i+\frac{1}{2}}, q_R^{(k)}_{i+\frac{1}{2}})$$



Similarity Solution of k -th DRP at $x/t=0$: $q_{i+\frac{1}{2}}^{(k)} = v^*(q_L^{(k)}_{i+\frac{1}{2}}, q_R^{(k)}_{i+\frac{1}{2}})$

線形保存則に対するADER approach [2/2]

既述のとおり

3) 一般リーマン問題 (GRP) の解

$$q_{i+\frac{1}{2}}^{GRP}(0, \tau) = q_{i+\frac{1}{2}}^{(0)} + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\tau^k}{k!} \alpha^{(k)}(q_{i+\frac{1}{2}}^{(0)}, q_{i+\frac{1}{2}}^{(1)}, \dots, q_{i+\frac{1}{2}}^{(k)})$$

PDEを用いた時間微分から空間微分への置換えは

$$\partial_t^{(k)} q = (-\lambda \partial_x + \kappa)^k q = \alpha^{(k)}(q_x^{(0)}, q_x^{(1)}, \dots, q_x^{(k)})$$

$\kappa=0$ のとき, Lax-Wendroff 展開

$$\begin{aligned} \partial_t^{(k)} q &= (\partial_t)^k q = (-\lambda \partial_x)^k q \\ &= (-\lambda)^k \partial_x^{(k)} q, \end{aligned}$$

4) 数値流束関数 $f_{i+\frac{1}{2}}^{ader} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} f(q_{i+\frac{1}{2}}^{GRP}(0, \tau)) d\tau = \lambda \left\{ q_{i+\frac{1}{2}}^{(0)} + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{(\Delta t)^k}{(k+1)!} \alpha^{(k)}(q_{i+\frac{1}{2}}^{(0)}, q_{i+\frac{1}{2}}^{(1)}, \dots, q_{i+\frac{1}{2}}^{(k)}) \right\}$

5) 数値生成関数

q の $[t_n, t_{n+1}] \times [x_{i-\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}}]$ における分布は, $t=t_n$ まわりのTaylor展開より,

$$\bar{q}_i^n(x, t_n + \tau) = p_i(x) + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\tau^k}{k!} (-\lambda \partial_x + \kappa)^k p_i(x) + O(\tau^m)$$

$$s_i^{ader} = \frac{1}{\Delta t \Delta x} \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \int_0^{\Delta t} s(\bar{q}_i^n(x, t_n + \tau)) d\tau dx \approx \left\{ q_i^n + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{(\Delta t)^k}{(k+1)!} \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} (-\lambda \partial_x + \kappa)^k p_i(x) dx \right\}$$

ADER法: 保存型スキームに, 今まで得られた数値流束項と数値生成項を用いる

$$q_i^{n+1} = q_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [f_{i+\frac{1}{2}} - f_{i-\frac{1}{2}}] + \Delta t s_i$$

非線形保存則に対するADER 解展開法 [1/2]

1) 一般リーマン問題 (GRP) $\leftarrow p_i(x)$: セル I_i に対するENO/WENO再構築関数 (スパン数 r ($r \geq m$))

PDE: $\partial_t q + \lambda \partial_x q = s(q), \quad \lambda(q) = \frac{df}{dq}$

IC: $q(x, 0) = \begin{cases} p_i(x + x_{i+\frac{1}{2}}) & \text{if } x < 0 \\ p_{i+1}(x + x_{i+\frac{1}{2}}) & \text{if } x > 0 \end{cases}$

GRPを x に関し逐次微分

$$\begin{aligned} \partial_t(\partial_x q) + \lambda \partial_x(\partial_x q) &= -\frac{d\lambda}{dq}(\partial_x q)^2 + \frac{ds}{dq}\partial_x q \\ \partial_t(\partial_{xx} q) + \lambda \partial_x(\partial_{xx} q) &= -3\frac{d\lambda}{dq}\partial_x q \partial_{xx} q - \frac{d^2\lambda}{dq^2}(\partial_x q)^3 + \frac{ds}{dq}\partial_{xx} q + \frac{d^2s}{dq^2}(\partial_x q)^2 \\ &\vdots \\ \partial_t(\partial_x^{(k)} q) + \lambda \partial_x(\partial_x^{(k)} q) &= r h s^{(k)} \\ r h s^{(k)} &\equiv (\lambda \partial_x^{(k+1)} q - \partial_x^{(k+1)} f) + \partial_x^{(k)} s. \end{aligned}$$

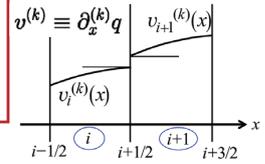
2) 微分一般リーマン問題 (DGRP) \leftarrow

PDE: $\partial_t v^{(k)} + \lambda \partial_x v^{(k)} = r h s^{(k)}, \quad v^{(k)} \equiv \partial_x^{(k)} q$

IC: $v^{(k)}(x, 0) = \begin{cases} \partial_x^{(k)} p_i(x + x_{i+\frac{1}{2}}) & \text{if } x < 0 \\ \partial_x^{(k)} p_{i+1}(x + x_{i+\frac{1}{2}}) & \text{if } x > 0 \end{cases}$

$x = 0, t \rightarrow +0$ におけるDGRPの解は,
 $x/t = 0$ におけるDRPの相似解に等しい:

$$\lim_{t \rightarrow +0} v^{(k)}(0, t) = v^*(q_L^{(k)}, q_R^{(k)})$$



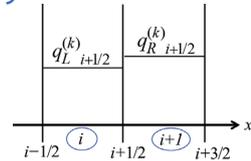
2') 微分リーマン問題 (DRP)

PDE: $\partial_t v + \lambda \partial_x v = 0,$

$\left[\lambda = \lambda(q_{i+\frac{1}{2}}^{(0)}) \quad q_{i+\frac{1}{2}}^{(0)} : x/t=0 \text{ における通常 RP の解} \right]$

IC: $v(x, 0) = \begin{cases} q_L^{(k)} & \text{if } x < 0 \\ q_R^{(k)} & \text{if } x > 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} q_L^{(k)}_{i+\frac{1}{2}} \equiv \lim_{x \rightarrow x_{i+\frac{1}{2}}-0} \partial_x^{(k)} p_i(x) \\ q_R^{(k)}_{i+\frac{1}{2}} \equiv \lim_{x \rightarrow x_{i+\frac{1}{2}}+0} \partial_x^{(k)} p_{i+1}(x) \end{cases}$

Similarity Solution of k -th DRP at $x/t=0$: $q_{i+\frac{1}{2}}^{(k)} = v^*(q_L^{(k)}, q_R^{(k)})$



非線形保存則に対するADER 解展開法 [2/2]

既述のとおり

3) 一般リーマン問題 (GRP) の解

$$q_{i+\frac{1}{2}}^{GRP}(0, \tau) = q_{i+\frac{1}{2}}^{(0)} + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\tau^k}{k!} \alpha^{(k)}(q_{i+\frac{1}{2}}^{(0)}, q_{i+\frac{1}{2}}^{(1)}, \dots, q_{i+\frac{1}{2}}^{(k)}),$$

$\left[\text{PDEを用いた時間微分から空間微分への置換えは} \right]$
 $\partial_t^{(k)} q = \alpha^{(k)}(q_x^{(0)}, q_x^{(1)}, \dots, q_x^{(k)})$

Cauchy-Kowalewski 展開

$$\begin{aligned} \partial_t q &= -\lambda \partial_x q + s \\ \partial_{xx} q &= \lambda^2 \partial_{xx} q + 2\lambda \frac{d\lambda}{dq} (\partial_x q)^2 - 2\lambda \frac{ds}{dq} \partial_x q - \frac{d\lambda}{dq} s \partial_x q + \frac{ds}{dq} s \\ &\vdots \\ \partial_t^{(k)} q &= q_t^{(k)}(q_x^{(1)}, \dots, q_x^{(k)}, \lambda_q^{(0)}, \dots, \lambda_q^{(k-1)}, s_q^{(0)}, \dots, s_q^{(k-1)}) \end{aligned}$$

since $\lambda_q^{(j)} = \lambda_q^{(j)}(q)$ and $s_q^{(j)} = s_q^{(j)}(q)$, for $j = 0, 1, \dots, k-1$,
 $\partial_t^{(k)} q \equiv \alpha^{(k)}(q_x^{(0)}, q_x^{(1)}, \dots, q_x^{(k)})$

4) 数値流束関数

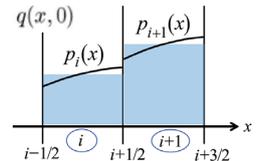
$$f_{i+\frac{1}{2}}^{ader} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} f(q_{i+\frac{1}{2}}^{GRP}(0, \tau)) d\tau \approx \sum_s A_s f(q_{i+\frac{1}{2}}^{GRP}(0, B_s \Delta t)) \dots \dots \text{数値積分}$$

5) 数値生成関数

q の $[t_n, t_{n+1}] \times [x_{i-\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}}]$ における分布は, $t=t_n$ まわりのTaylor展開より,

$$\bar{q}_i^n(x, t_n + \tau) = p_i(x) + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\tau^k}{k!} \alpha^{(k)}(p_i^{(0)}(x), p_i^{(1)}(x), \dots, p_i^{(k)}(x))$$

$$s_i^{ader} = \frac{1}{\Delta t \Delta x} \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \int_0^{\Delta t} s(\bar{q}_i^n(x, t_n + \tau)) d\tau dx \dots \dots \text{数値積分}$$



ADER法: 保存型スキームに, 今まで得られた数値流束と数値生成項を用いる

$$q_i^{n+1} = q_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [f_{i+\frac{1}{2}} - f_{i-\frac{1}{2}}] + \Delta t s_i$$

非線形保存則に対するADER 直接展開法 [0/3]

Y. TAKAKURA and E.F. TORO, "Arbitrarily Accurate Non-Oscillatory Schemes for Nonlinear Scalar Conservation Laws with Source Terms II," ICCFD2 (2nd International Conference on CFD), Sydney, 2002.

高倉葉子, "生成項を含む非線形保存則のための高精度スキームとその検証", ながれ: 日本流体力学学会誌, vol.23, pp.263-272, 2004.

支配方程式: $\partial_t q + \partial_x f(q) = s(q)$ に $\lambda(q) = \frac{df}{dq}$ を乗じると,

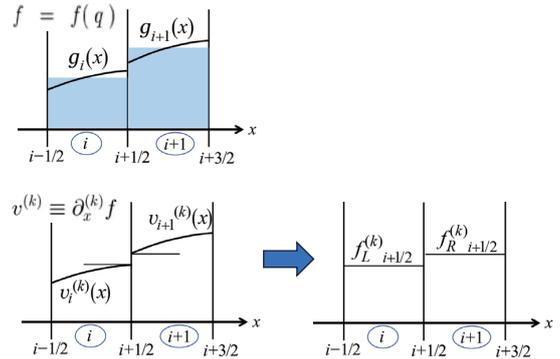
$$f \text{ に関する保存則: } \partial_t f(q) + \lambda(q) \partial_x f(q) = \lambda(q) s(q)$$

を得る。

0) f の再構築および $f_L^{(k)}|_{i+1/2}$ と $f_R^{(k)}|_{i+1/2}$ の値の計算

f のセル平均値 $\bar{f}_i = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} f(p_i(x)) dx$ から,
セル I_i におけるENO/WENO補間多項式 $g_i(x)$ を再構築し,
微係数も含めてセル境界値を求めておく

$$\begin{cases} f_L^{(k)}|_{i+1/2} \equiv \lim_{x \rightarrow x_{i+1/2}-0} \partial_x^{(k)} g_i(x) \\ f_R^{(k)}|_{i+1/2} \equiv \lim_{x \rightarrow x_{i+1/2}+0} \partial_x^{(k)} g_{i+1}(x) \end{cases}$$



非線形保存則に対するADER 直接展開法 [1/3]

1) 一般リーマン問題 (GRP) $\Leftarrow g_i(x)$: セル I_i に対するENO/WENO再構築関数 (階数 r ($r \geq m$))

PDE: $\partial_t f + \lambda \partial_x f = \lambda s, \quad \lambda(q) = \frac{df}{dq}$

IC: $f(x, 0) = \begin{cases} g_i(x + x_{i+1/2}) & \text{if } x < 0 \\ g_{i+1}(x + x_{i+1/2}) & \text{if } x > 0 \end{cases}$

GRPを x に関し逐次微分

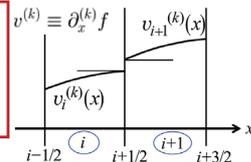
$$\begin{aligned} \partial_t(\partial_x f) + \lambda \partial_x(\partial_x f) &= -\frac{d\lambda}{dq} \partial_{xx} q \partial_x f + (\lambda \frac{ds}{dq} + \frac{d\lambda}{dq} s) \partial_x q \\ \partial_t(\partial_{xx} f) + \lambda \partial_x(\partial_{xx} f) &= -\left\{ 2 \frac{d\lambda}{dq} \partial_{xx} q \partial_{xx} f + \frac{d\lambda}{dq} \partial_{xx} q \partial_x^2 f + \frac{d^2 \lambda}{dq^2} (\partial_{xx} q)^2 \partial_x f \right\} \\ &\quad + (\lambda \frac{ds}{dq} + \frac{d\lambda}{dq} s) \partial_{xx} q + (\lambda \frac{d^2 s}{dq^2} + 2 \frac{d\lambda}{dq} \frac{ds}{dq} + \frac{d^2 \lambda}{dq^2} s) (\partial_{xx} q)^2 \end{aligned}$$

2) 微分一般リーマン問題 (DGRP) \Leftarrow

PDE: $\partial_t v^{(k)} + \lambda \partial_x v^{(k)} = r h s^{(k)}, \quad v^{(k)} \equiv \partial_x^{(k)} f$

IC: $v^{(k)}(x, 0) = \begin{cases} \partial_x^{(k)} g_i(x + x_{i+1/2}) & \text{if } x < 0 \\ \partial_x^{(k)} g_{i+1}(x + x_{i+1/2}) & \text{if } x > 0 \end{cases}$

$x = 0, t \rightarrow +0$ におけるDGRPの解は,
 $x/t = 0$ におけるDRPの相似解に等しい
 $\lim_{t \rightarrow +0} v^{(k)}(0, t) = v^*(f_L^{(k)}|_{i+1/2}, f_R^{(k)}|_{i+1/2})$

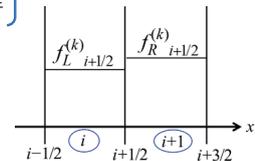


2') 微分リーマン問題 (DRP)

PDE: $\partial_t v + \lambda \partial_x v = 0, \quad \left[\lambda = \lambda(q_{i+1/2}^{(0)}) \quad q_{i+1/2}^{(0)} : x/t=0 \text{ における通常RPの解} \right]$

IC: $v(x, 0) = \begin{cases} f_L^{(k)}|_{i+1/2} & \text{if } x < 0 \\ f_R^{(k)}|_{i+1/2} & \text{if } x > 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} f_L^{(k)}|_{i+1/2} \equiv \lim_{x \rightarrow x_{i+1/2}-0} \partial_x^{(k)} g_i(x) \\ f_R^{(k)}|_{i+1/2} \equiv \lim_{x \rightarrow x_{i+1/2}+0} \partial_x^{(k)} g_{i+1}(x) \end{cases}$

Similarity Solution of k -th DRP at $x/t=0$: $f_{i+1/2}^{(k)} = v^*(f_L^{(k)}|_{i+1/2}, f_R^{(k)}|_{i+1/2})$



非線形保存則に対するADER 直接展開法 [2/3]

3) 一般リーマン問題 (GRP) の解

f に関する GRP の解を $x=0$ (セル境界) において $t=+0$ まわりで直接 Taylor 展開

$$f(0, \tau) = f(0, +0) + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\tau^k}{k!} \partial_t^{(k)} f(0, +0) + O(\tau^m)$$

PDE を用いて時間微分を空間微分に置き換える:

$$\partial_t^{(k)} f \equiv \beta_f^{(k)}(q_x^{(0)}, q_x^{(1)}, \dots, q_x^{(k-1)}, f_x^{(1)}, \dots, f_x^{(k)})$$

}

Cauchy-Kowalewski 展開

$$\begin{cases} \partial_t f = -\lambda \partial_x f + \lambda s, \\ \partial_{tt} f = \lambda^2 \partial_{xx} f + 2\lambda \frac{d\lambda}{dq} \partial_x q \partial_x f - 2\lambda \left(\lambda \frac{ds}{dq} + \frac{d\lambda}{dq} s \right) \partial_x q - \frac{d\lambda}{dq} s \partial_x f + \left(\lambda \frac{ds}{dq} + \frac{d\lambda}{dq} s \right) s, \\ \vdots \\ \text{from } \lambda_q^{(j)} = \lambda_q^{(j)}(q) \text{ and } s_q^{(j)} = s_q^{(j)}(q), \quad j = 0, 1, \dots, k-1, \\ \partial_t^{(k)} f \equiv \beta_f^{(k)}(q_x^{(0)}, q_x^{(1)}, \dots, q_x^{(k-1)}, f_x^{(1)}, \dots, f_x^{(k)}) \end{cases}$$

RP および DRP の解を用いて $x=0$ における GRP の解を得る

$$f_{i+\frac{1}{2}}^{GRP}(0, \tau) = f_{i+\frac{1}{2}}^{(0)} + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\tau^k}{k!} \beta_f^{(k)}(q_{i+\frac{1}{2}}^{(0)}, q_{i+\frac{1}{2}}^{(1)}, \dots, q_{i+\frac{1}{2}}^{(k-1)}, f_{i+\frac{1}{2}}^{(1)}, \dots, f_{i+\frac{1}{2}}^{(k)})$$

$$\begin{cases} q_{i+\frac{1}{2}}^{(0)} : x/t=0 \text{ における 通常 RP の解} \\ q_{i+\frac{1}{2}}^{(k)}, f_{i+\frac{1}{2}}^{(k)} : x/t=0 \text{ における DRP の解} \end{cases}$$

4) 数値流束関数

$$f_{i+\frac{1}{2}}^{ader} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} f_{i+\frac{1}{2}}^{GRP}(0, \tau) d\tau$$

$$= f_{i+\frac{1}{2}}^{(0)} + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{(\Delta t)^k}{(k+1)!} \beta_f^{(k)}(q_{i+\frac{1}{2}}^{(0)}, q_{i+\frac{1}{2}}^{(1)}, \dots, q_{i+\frac{1}{2}}^{(k-1)}, f_{i+\frac{1}{2}}^{(1)}, \dots, f_{i+\frac{1}{2}}^{(k)})$$

解展開法の時必要であった数値積分は含まれない

非線形保存則に対するADER 直接展開法 [3/3]

5) 数値生成関数

生成関数 $s(q(x, t))$ を, 任意の x において $t=t_n$ まわりに直接 Taylor 展開

$$s(x, t_n + \tau) = s(x, t_n) + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\tau^k}{k!} \partial_t^{(k)} s(x, t_n) + O(\tau^m)$$

PDE を用いて時間微分を空間微分に置き換える:

$$\partial_t^{(k)} s \equiv \gamma^{(k)}(q_x^{(0)}, q_x^{(1)}, \dots, q_x^{(k)})$$

}

Cauchy-Kowalewski 展開

$$\begin{cases} \partial_t s = -\frac{ds}{dq} \lambda \partial_x q + \frac{ds}{dq} s, \\ \partial_{tt} s = \frac{ds}{dq} \lambda^2 \partial_{xx} q + \left(2 \frac{ds}{dq} \lambda \frac{d\lambda}{dq} + \frac{d^2 s}{dq^2} \lambda^2 \right) (\partial_x q)^2 - \left\{ 2 \left(\frac{ds}{dq} \right)^2 \lambda + 2s \frac{d^2 s}{dq^2} \lambda + s \frac{ds}{dq} \frac{d\lambda}{dq} \right\} \partial_x q + \left\{ \left(\frac{ds}{dq} \right)^2 + \frac{d^2 s}{dq^2} s \right\} s, \\ \vdots \\ \text{from } \lambda_q^{(j)} = \lambda_q^{(j)}(q) \text{ and } s_q^{(j)} = s_q^{(j)}(q), \quad j = 0, 1, \dots, k-1, \\ \partial_t^{(k)} s \equiv \gamma^{(k)}(q_x^{(0)}, q_x^{(1)}, \dots, q_x^{(k)}) \end{cases}$$

s の分布を

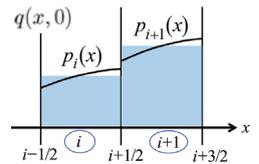
$$s_i^n(x, t_n + \tau) \approx \sum_{k=0}^{m-1} \frac{\tau^k}{k!} \gamma^{(k)}(p_i^{(0)}(x), p_i^{(1)}(x), \dots, p_i^{(k)}(x))$$

で近似し, 数値生成項を得る:

$$s_i^{ader} = \frac{1}{\Delta t \Delta x} \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \int_0^{\Delta t} s_i^n(x, t_n + \tau) d\tau dx \approx \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(\Delta t)^k}{(k+1)!} \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \gamma^{(k)}(p_i^{(0)}(x), \dots, p_i^{(k)}(x)) dx$$

ADER 法: 保存型スキームに, 今まで得られた数値流束と数値生成項を用いる

$$q_i^{n+1} = q_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [f_{i+\frac{1}{2}} - f_{i-\frac{1}{2}}] + \Delta t s_i$$



ADER法の検証：特にNon-convex flux問題について

Y. Takakura, "Direct-expansion Forms of ADER Schemes for Conservation Laws and Their Verification," J. Comput. Phys., Vol.219, Issue 2, pp.855-878, 2006.

PDE: $\partial_t q + \partial_x f(q) = 0$

Convex Flux

Flux: $f(q) = (1/a)q^a$ ($a = 2, 4$)

表示例は $a=2$

IC: $q_0(x) = \begin{cases} -1 & \text{if } |x| \geq \frac{1}{2} \\ 2 & \text{if } |x| < \frac{1}{2} \end{cases}$

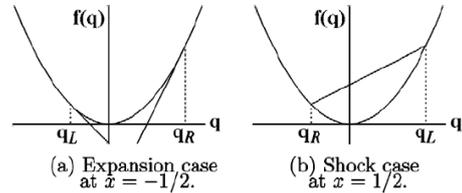


Fig. 4. Case of convex flux $f(q) = (1/a)q^a$ (a : even number).

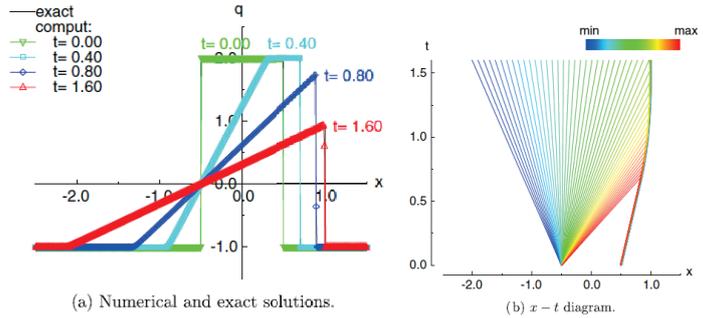


Fig. 6. Wave formation on convex flux $f(q) = (1/2)q^2$ (ADER5-D; 320 cells).

Non-Convex Flux 1

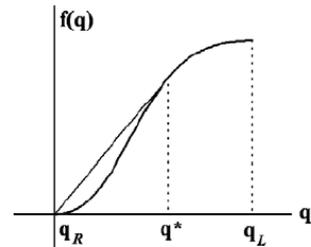
Buckley-Leverett equations

porous medium における
二層流の簡単な方程式

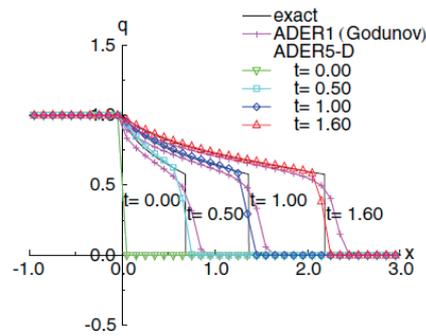
q ($0 \leq q \leq 1$): 水の飽和度

flux: $f(q) = q^2 / (q^2 + a(1-q)^2)$

IC: $q_0(x) = \begin{cases} q_L = 1 & \text{if } x < 0 \\ q_R = 0 & \text{if } x > 0 \end{cases}$



(a) Flux in case of $q_L = 1$ and $q_R = 0$.



(b) Case of expansion-shock.

Fig. 15. Wave formation on non-convex flux $f(q) = q^2 / (q^2 + a(1-q)^2)$ (ADER1 and ADER5-D; 40 cells).

Non-Convex Flux 2

flux: $f(q) = (1/a)q^a$ ($a = 3, 5$) 表示例は $a=3$

$$\text{IC: } q_0(x) = \begin{cases} q_L = -1.5 & \text{if } x < 0 \\ q_R = 1.1 & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

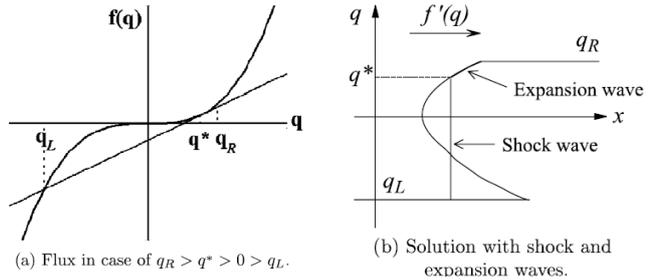


Fig. 9. Case of non-convex flux $f(q) = (1/a)q^a$ (a : odd number).

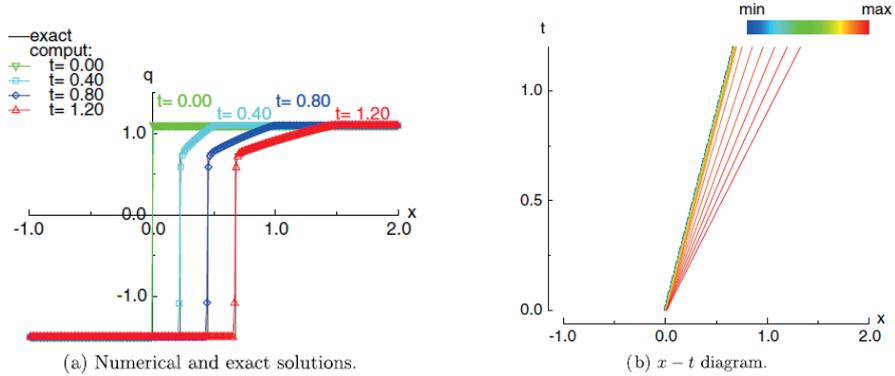
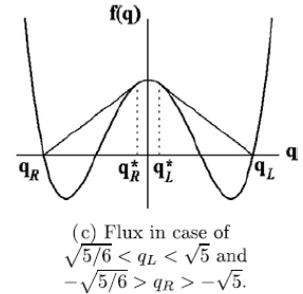
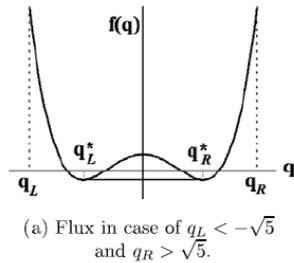


Fig. 11. Wave formation on non-convex flux $f(q) = (1/3)q^3$ (ADER5-D; 240 cells).

Non-Convex Flux 3

flux: $f(q) = (1/4)(q^2 - 1)(q^2 - 4)$

$$\text{IC: } q_0(x) = \begin{cases} q_L & \text{if } x < 0 \\ q_R & \text{if } x > 0 \end{cases}$$



膨張衝撃波は存在するか？

もし存在するとすれば、Flux関数が、凸状中にわずかに非凸部を有する場合と考えられる

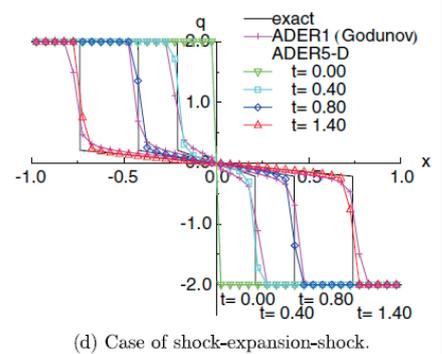
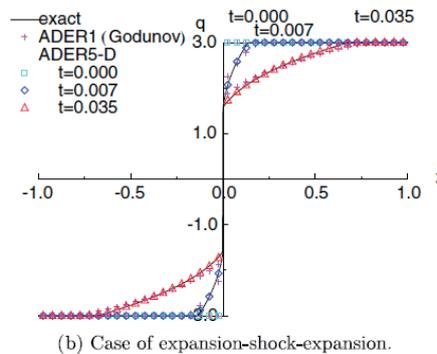


Fig. 14. Wave formation on non-convex flux $f(q) = (1/4)(q^2 - 1)(q^2 - 4)$ (ADER1 and ADER5-D; 40 cells).

高精度スキームの比較検証

Verification of High-Accuracy Non-Oscillatory Schemes

高精度非振動スキーム（非線形問題に適用して3次精度以上）

WENO法
 ADER法
 （不連続 Galerkin 法による適用も発表されている）

現状の**TVD法**（**衝撃波捕獲法**）

非線形保存則に適用すると、2次精度止まり



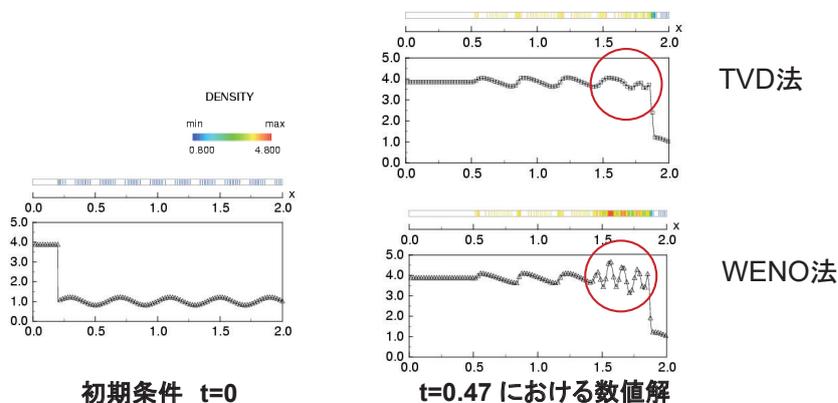
微弱な圧力変動（音波，乱流）
 強い 圧力変化（衝撃波等） } を同時に捕らえるのは困難

TVD法に対するWENO法の優位性

V.A. Titarev, E.F. Toro, "Finite-volume WENO Schemes for three-dimensional conservation laws," J. Comput. Phys., Vol.201, pp.238-260, 2004.

Y. Nakayama, "Introduction to Fluid Mechanics," 2nd Edition, Elsevier Science, 2018.

微弱な密度擾乱の場に衝撃波が押し寄せていく現象の捕獲性



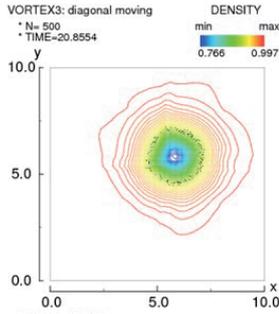
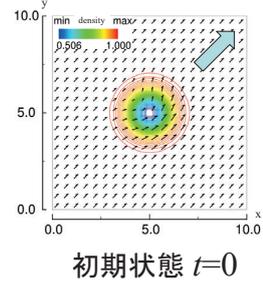
Euler方程式解：TVD法とWENO法（密度分布）

WENO法における精度の影響 [1/2]

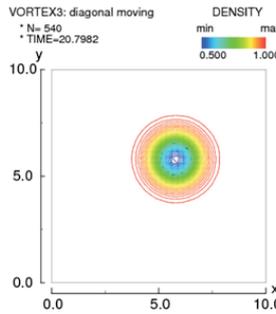
Chi-Wang SHU, "Essentially Non-Oscillatory and Weighted Essentially Non-Oscillatory Schemes for Hyperbolic Conservation Laws," ICASE Report No.97-65, 1997.

エントロピー一定の渦

初期条件: $(u,v)=(1.0,1.0)$
 境界条件: 周期境界
 格子点数: 40×40
 時間: 0から20まで



時間: 20 Unit



$r=2$ (空間3次精度)

$r=5$ (空間9次精度)

... 渦は崩れずに伝播

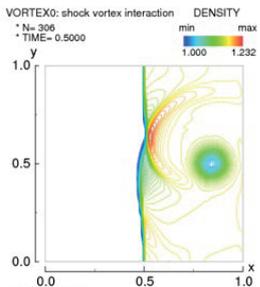
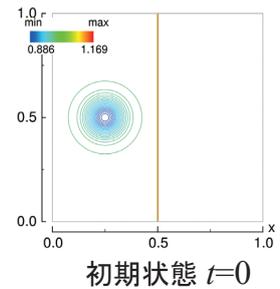
斜めに移流する渦の場合における等密度線図

WENO法における精度の影響 [2/2]

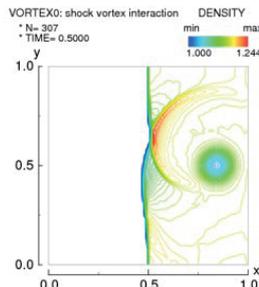
Chi-Wang SHU, "Essentially Non-Oscillatory and Weighted Essentially Non-Oscillatory Schemes for Hyperbolic Conservation Laws," ICASE Report No.97-65, 1997.

衝撃波と渦の干渉

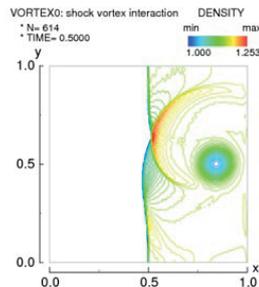
座標系: マッハ1.1で伝播する垂直衝撃波に固定した系
 格子点数: 100×100 および 200×200
 時間: 0から0.5まで



$r=2$ (空間3次精度)
 格子: 100×100



$r=5$ (空間9次精度)
 格子: 100×100



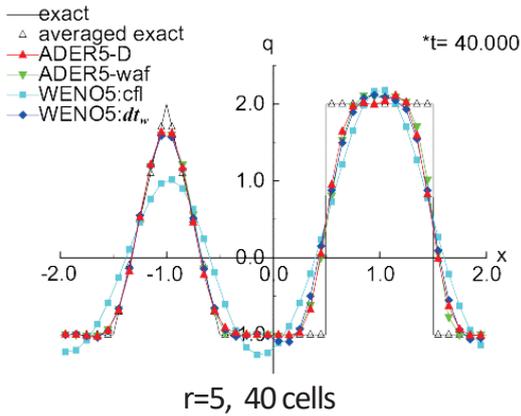
$r=5$ (空間9次精度)
 格子: 200×200

衝撃波と渦の干渉が良く捕らえられる

衝撃波と渦の干渉場における等密度線図(2次元)

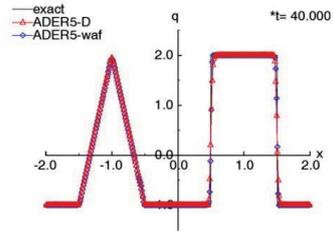
WENO法に対するADER法の優位性

Y. Takakura, "Direct-expansion Forms of ADER Schemes for Conservation Laws and Their Verification," J. Comput. Phys., Vol.219, Issue 2, pp.855-878, 2006.

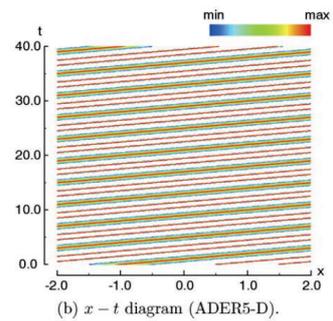


長時間伝播する波の解：WENO法とADER法

線形問題：
ADER法のほうが
初期波形を保って
伝播



(a) Numerical and exact solutions at $t = 40$ (ADER5-D and ADER5-waf).



(b) $x-t$ diagram (ADER5-D).

Fig. 3. Wave propagation on linear flux (320 cells).

高精度スキーム 使用上の注意

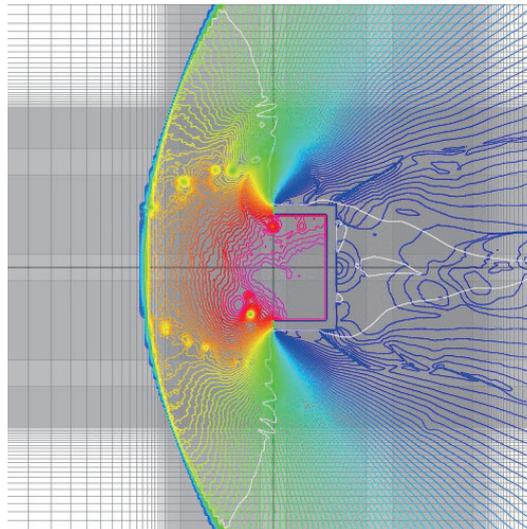
Precautions on Using High-accurate Schemes

非物理的な擾乱の伝播

格子の粗さなど何らかの原因により非物理的な擾乱が生じると、高精度スキームの特質により伝播してしまう。

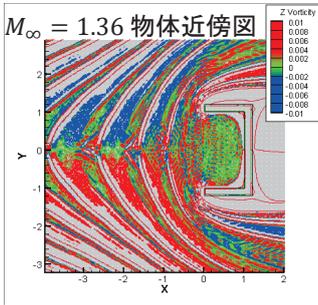
例1) マッハ数擾乱を与えた後の現象：

離脱衝撃波が格子の粗い部分に位置すると、衝撃波からの渦放出が偏り、フィードバック現象が偽強調される。



WENO法：
圧力分布

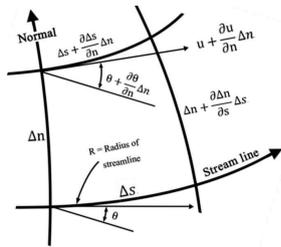
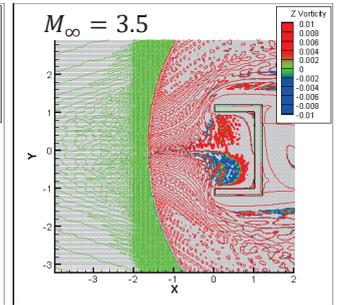
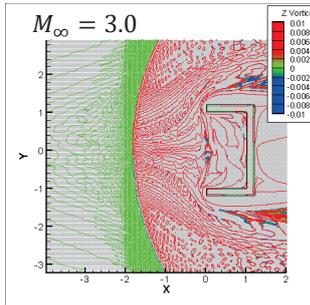
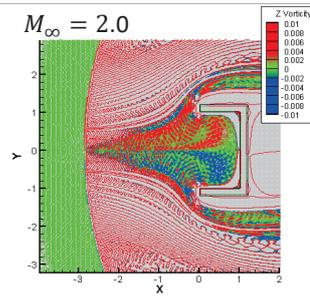
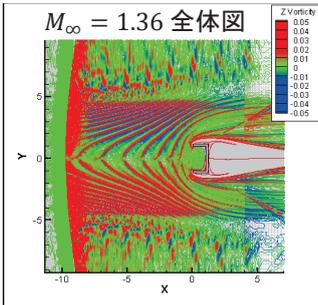
衝撃波位置に対する格子配置に注意すると・・・



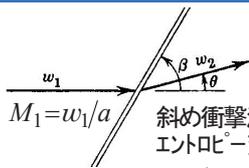
尾崎, 豊里, 高倉, “超音速流中における凹状物体まわりの流れの高精度数値計算”, 第46回流体力学講演会/第32回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム講演論文集, 2C08, 2014年7月; JAXA-SP-14-010, pp.139-144, 2015年3月.

WENO法:
渦度分布

- 離脱衝撃波面からの渦放出の偏りは, 目立たなくなる
- 定常的な流れにおいて, 離脱衝撃波面より放出される渦が凹状内部へと向かう

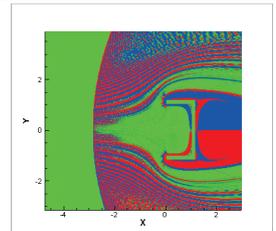


クロッコの定理による渦度放出の確認



$M_{\infty} = 2.0$

斜め衝撃波通過による
エントロピー変化: $\Delta S/R = f(\beta, M_1, \gamma)$
弱い斜め衝撃波の場合: $\Delta S \sim \theta^3$



全体図: 渦度分布

自然座標

s は流線方向の座標線
 n は流線に垂直方向の座標線

クロッコの定理:

$$\frac{\partial S}{\partial s} = 0 \quad \text{流線方向にエントロピー変化なし}$$

$$\frac{\partial S}{\partial n} = \frac{u \zeta}{T} \quad \text{渦度は, 流線に垂直方向のエントロピー勾配と関連する}$$

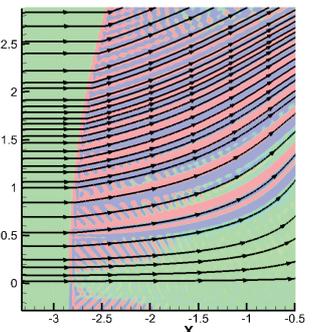
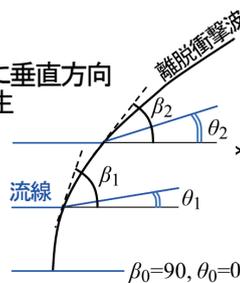
S : エントロピー
 T : 温度
 u : 速度
 ζ : 渦度

衝撃波角 β の変化に応じて,
流れの偏向角 θ は変化し,
エントロピー S も変化

衝撃波通過後の流線に垂直方向
にエントロピー勾配が発生

渦度発生

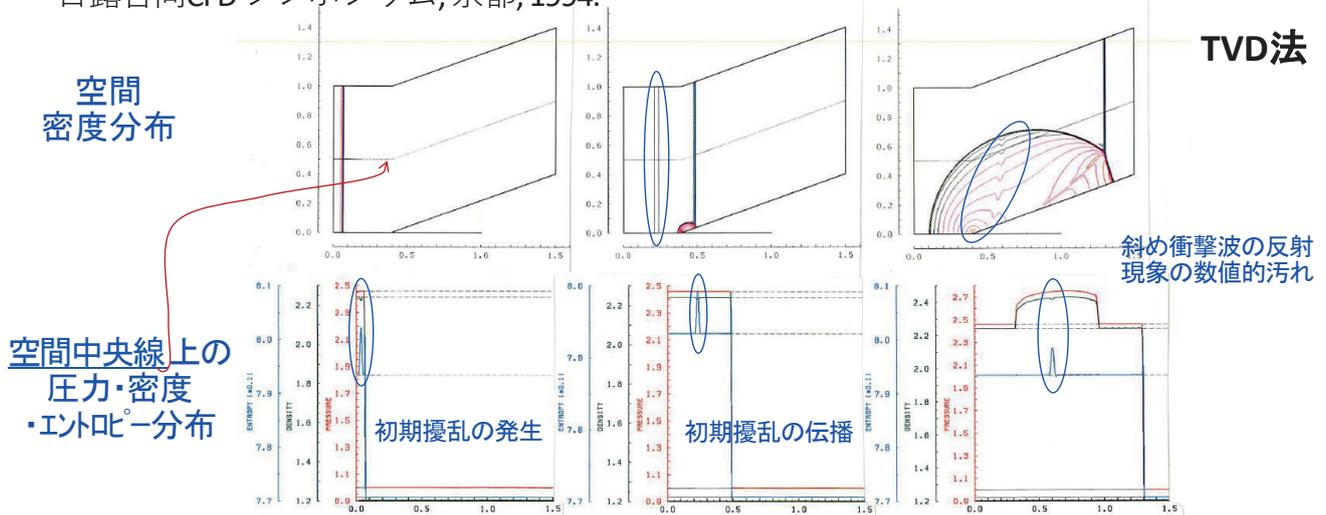
対称面近傍では
垂直衝撃波となるため
渦度は生じない



拡大図: 渦度分布と流線

非物理的な擾乱の伝播：例2) 斜め衝撃波の反射

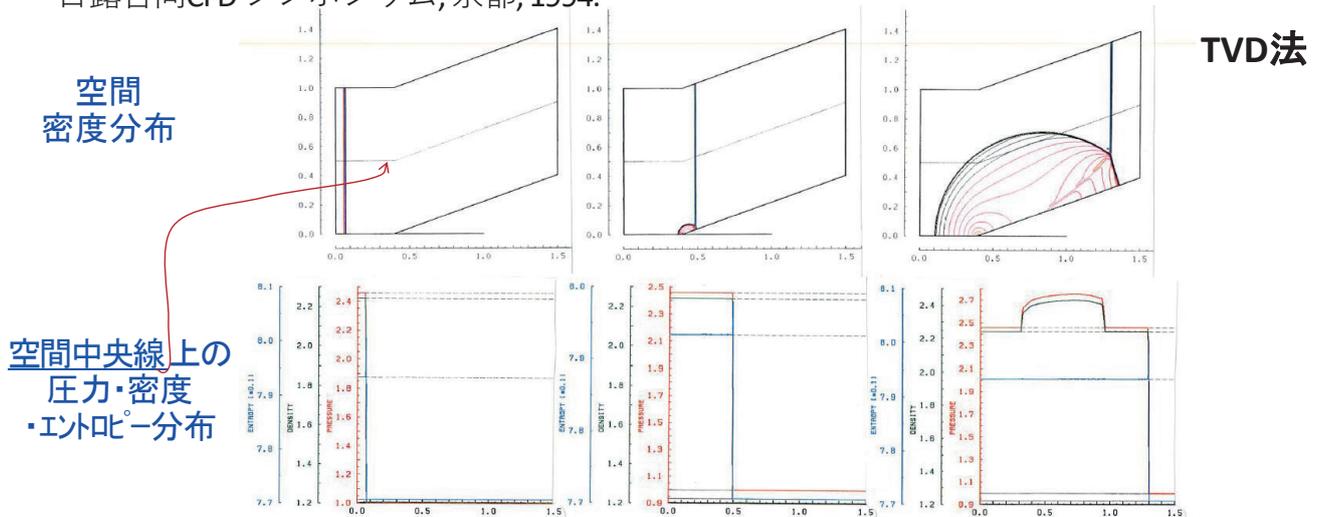
F. Higashino, Y. Takakura, et al., "Oblique Reflection of Shock Waves Simulated by the Full N-S Code,"
日露合同CFD シンポジウム, 京都, 1994.



初期条件における衝撃波(2点で不連続を与える)と数値計算法(TVDスキーム)との不適合により、初期擾乱が発生し伝播する ⇒⇒⇒ 斜め衝撃波の反射現象は数値的に汚される

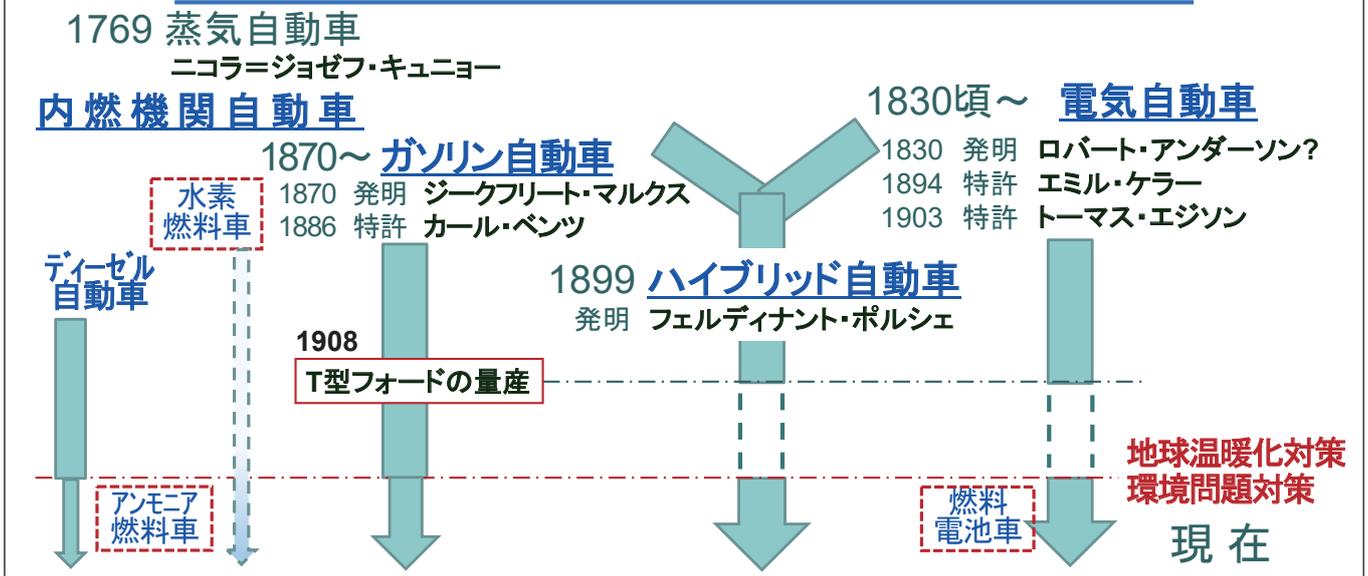
非物理的な擾乱の伝播：例2) 斜め衝撃波の反射

F. Higashino, Y. Takakura, et al., "Oblique Reflection of Shock Waves Simulated by the Full N-S Code,"
日露合同CFD シンポジウム, 京都, 1994.



初期擾乱を壁面反射が起こる前に取り除くと、斜め衝撃波の反射現象は数値的に汚されない

IV. Mobility: 乗り物が多様化するなかで 自動車の歴史



空陸両用車 (空飛ぶクルマ) の開発の歴史

<https://ja.wikipedia.org/wiki/空陸両用車> https://en.wikipedia.org/wiki/Flying_car など

- 1920年代 自動車王 Henry Ford が flying car の開発に挑戦したが、成功しなかった https://en.wikipedia.org/wiki/Ford_Fliver
- 1983年 カナダ人発明家 Paul Moller がVTOL (垂直離着陸) 型の Skycar M400に着手：
40年にわたって開発を続けたが、飛行試験に成功していない https://en.wikipedia.org/wiki/Moller_M400_Skycar
- 2006年 Terrafugia社 (MIT出身者5人が設立) が空陸両用車Transitionの開発に着手：
2009年3月 初飛行； 2011年に生産開始と発表；
2010年7月 軽量スポーツ用航空機の認定を受け、
自動車に必要な装備が可能となる；
2012年4月 ニューヨーク国際オートショーに出展し、2013年発売を目指す
2017年11月 中国の自動車メーカー 汽車吉利の親会社が
Terrafugia社を買収；2019年の市販を発表 https://en.wikipedia.org/wiki/Terrafugia_Transition
- 2009年 Joby Aviation社 (米国) がeVTOL機の開発に着手：
トヨタ自動車(株)はじめ20社が出資 https://en.wikipedia.org/wiki/Joby_Aviation
- 2023年 FAAからコマーシャル・フライトの許認可を取得；
2024年の運用開始を計画 <https://diamond.jp/articles/-/278434>
- 2014年 日本のスタートアップ 企業 SkyDrive社 がeVTOL型の空飛ぶクルマを開発開始；
2022年9月 2025年大阪万博で商用飛行予定の新機種SD-05 (SKYDRIVE)を発表 <https://ja.wikipedia.org/wiki/スカイドライブ>



自動車の地上速度記録 (ジェットおよびロケット推進)

国際自動車競技連盟による認定: https://en.m.wikipedia.org/wiki/Land_speed_record#

- 1963年8月5日 場所: Bonneville Salt Flats (米国) 車輛: Spirit of America 速度: 655.7 km/h
 (初のジェット自動車記録)
- ⋮
- 1997年10月15日 場所: Black Rock Desert (ネバダ州) 車輛: Thrust SSC(英) 速度: 1228 km/h
 (初の超音速走行)

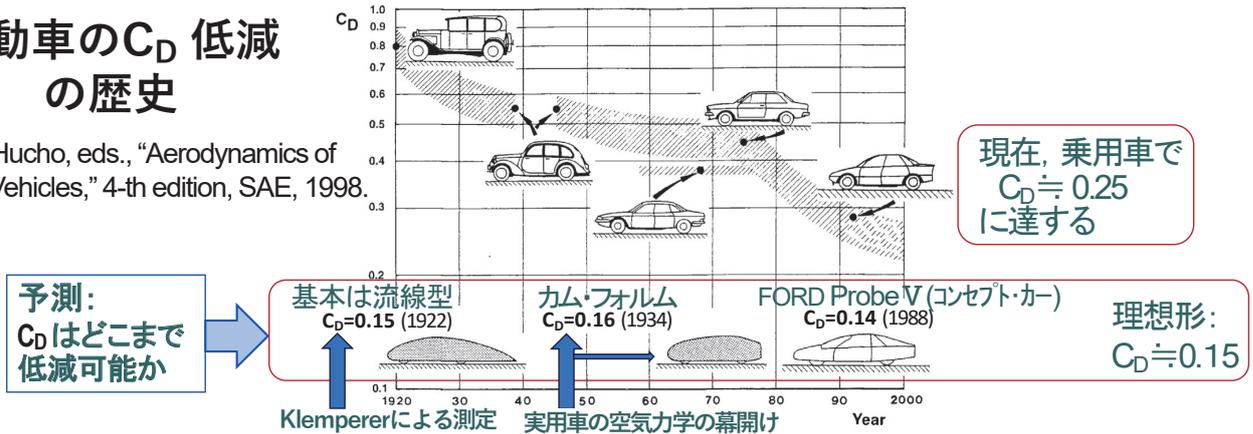


ジェット推進自動車による初の超音速走行 <https://gearslap.com/facts-about-the-thrust-ssc/>

自動車の空気力学 (東海大学に転籍後「教育研究」として)

自動車の C_D 低減の歴史

W.-H. Hucho, eds., "Aerodynamics of Road Vehicles," 4-th edition, SAE, 1998.



自動車の空力性能向上の方針 (航空機からの視点と対比して) :

- (航空機と同様に) 剥離を抑制
- (航空機と異なり) 剥離を活用
- 乱流起因の現象の回避 (層流翼など)
- 乱流起因の現象の活用

剥離の抑制による抵抗低減の例：細部最適化

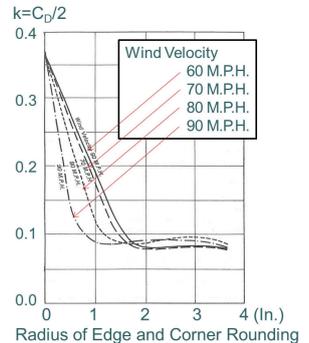
W.-H. Hucho, eds., "Aerodynamics of Road Vehicles," 4-th edition, SAE, 1998.

箱形状の車は、比較的小さな前部の丸み付けで最小抵抗に達する
(Pawlowski, F.W., SAE Journal, Vol.27, 1930)

細部最適化

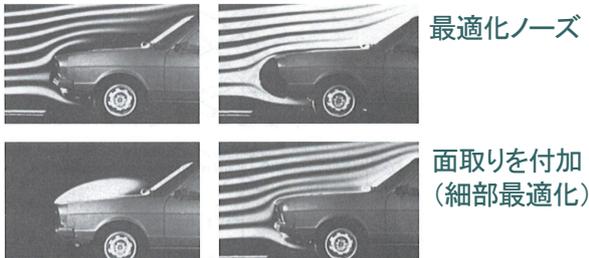
比較的大きな抵抗低減は、局所的な丸み付け等の形状修正で可能
(Fucho, W.-H., et al., SAE paper, No. 760185, 1976)

すなわち、外観を損なわずに空力性能を向上できる



VW Passat の例

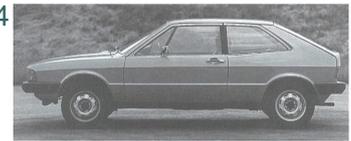
元の車 → 最適化ノーズや面取りを付加
前端から剥離 → 剥離を抑制



Opel GT, 1969
 $C_D=0.41$ 流線形



VW-Scirocco I, 1974
 $C_D=0.41$
細部最適化により
 $C_D: 0.50 \rightarrow 0.41$



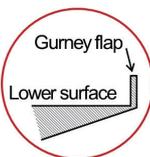
剥離を活用した空力性能向上：翼の高揚力装置の例

Gurney Flap

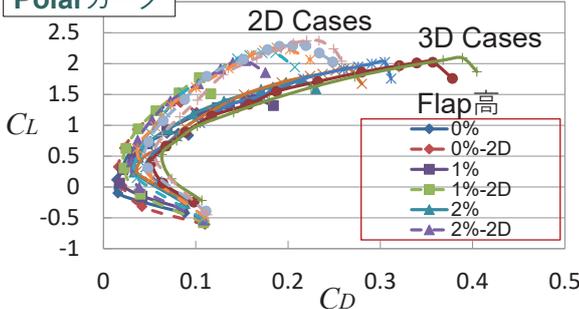
長所：コンパクト (短い)
効果的な揚力/重量比

小林, 高倉, 高木, "翼の空力特性に対するGurney Flapの効果(2)" 第44回流体力学講演会 / ANSS2012 論文集, pp.19-24, JAXA-SP-12-010, 2012.

T. Kobayashi, Y. Takakura, M. Takagi, "Effects of Gurney Flaps for Aerodynamic Characteristics of an Airfoil," Theoretical and Applied Mechanics, vol.61, pp113-121, 2012.



Polarカーブ



- Flapが高くなると最大 C_L と失速角は増加し、3Dでは2Dよりも失速角が顕著に高くなるが C_L 値は低い。
- Polar カーブはFlap高に対して包絡線を形成するので、必要な C_L を与えると、迎角とFlap高および C_D の最小値を見出すことができる。

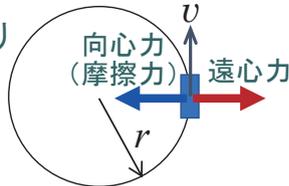
レーシングカーにおける翼の効果

ダウンフォース(負の揚力)とコーナリング速度

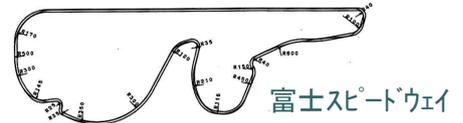
円運動における力の釣合より

$$Mv^2/r = \mu(Mg + DF)$$

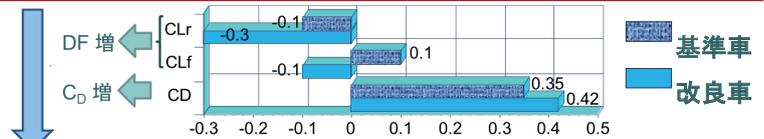
- DF: ダウンフォース
- M: 車の質量
- μ : 路面とタイヤ間の摩擦係数
- v: 回転速度



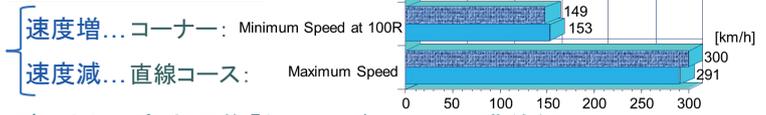
ダウンフォースを得るため、翼を上下反転して装着



ダウンフォースが増加するよう改良(ただし抵抗は増加)

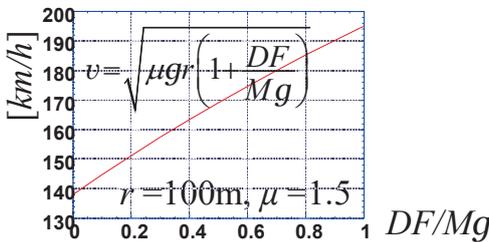


ラップタイム短縮!



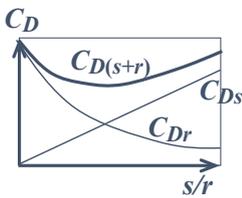
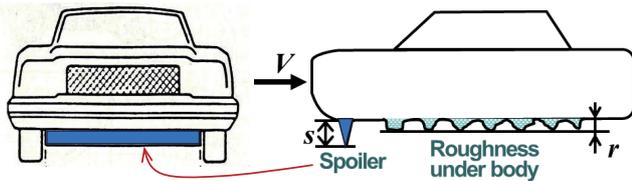
データは、高木通俊「カーエアロダイナミクス」講義録より

Cornering Speed



剥離を活用した空力性能向上：低抵抗装置の例

Front Spoiler



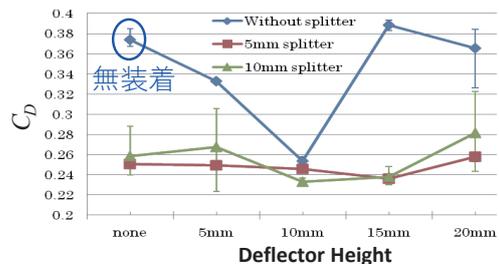
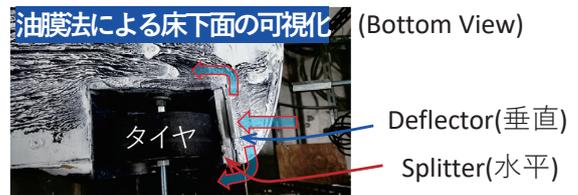
- スポイラ単体には抵抗 C_{Ds} が作用
- スポイラは車体下面流れを減速 \Rightarrow roughness等の抵抗 C_{Dr} は減少
- スポイラ単体で増えた抵抗よりも車体下面で減った抵抗の効果が大きければ、車全体の C_D は減少

W.-H. Hucho, eds., "Aerodynamics of Road Vehicles," 4-th edition, SAE, 1998.

山口, 高倉, 高木, "エアダムを用いた自動車の空気抵抗低減に関する実験的研究" 自動車技術会秋季学術講演会, 20125817, 2012.
 戸帳, 矢崎, 澤口, 高倉, "自動車のエンジン冷却風とフロントスポイラーによる空力特性, 日本機械学会2019年度年次大会, S05530P, 2019.

タイヤ前DeflectorとSplitter

気流を直接タイヤに当てずに、内側または外側に逃がす



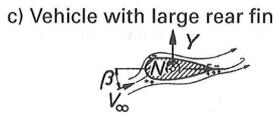
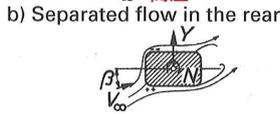
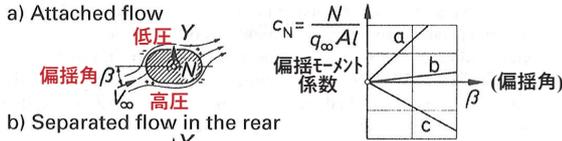
三川, 國森, 高倉, "デフレクターとスプリッターによる自動車の空気抵抗低減に関する実験的研究" 日本機械学会2015年次大会, G0500603, 2015.

剥離を活用した空力性能向上：横風安定性 [1/2]

剥離の少ない低抵抗車は横風安定性に欠けることは昔から指摘
 H. Schlichting, "Aerodynamische Untersuchungen an Kraftfahrzeugen,"
 Institute fuer Stroemungstechnik, TH Braunschweig, 1953.

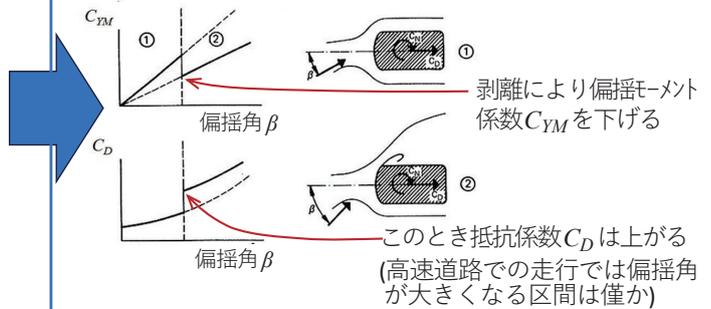
Fuchoの提案

Hucho, W.-H., "Designing Cars for Low Drag-State of the Art and
 Future Potential," Int. Journ. of Vehicle Design, SP3, 1982, pp 1-8.



- a) $\frac{\partial C_N}{\partial \beta} \gg 0$ extremely unstable
- b) $\frac{\partial C_N}{\partial \beta} > 0$ unstable
- c) $\frac{\partial C_N}{\partial \beta} < 0$ stable

- (a) 剥離のない物体では、横風に対し偏揺モーメント増大
- (b) 下流側後部で剥離が起こると、偏揺モーメント増大は緩和
- (c) 後部にFin(垂直尾翼)を装着すると、偏揺モーメントは負



偏揺モーメント低減方針：
 ある偏揺角から強制的に剥離を起こす
 (下流側面圧力の低下を防止)

炭谷, 前田, 一之瀬, "自動車と流体力学: 車体周り流れと空力特性", ながれ: 日本流体力学会誌, Vol.23, PP.445-454, 2004.

Fuchoの提案の実現機構：“エアロスリット” (ダクト外構造を有する導風機構)

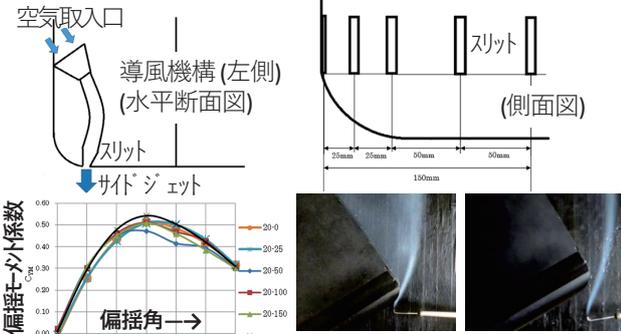
横風の影響の大きい箱型車に対し、横風受風時のみダクト外出入り口間の圧力差によりスリットから流れを吹出す

剥離を活用した空力性能向上：横風安定性 [2/2]

導風機構を用いたサイドジェット

鈴木, Saad, 高倉, "サイドジェットによる車輛の横風安定性の向上: 横変位と横転の抑制" 日本機械学会2016年度年次大会, G0500303.

車体模型：Ahmed body (実車形状を模して前部丸み半径は1/2)
 導風条件：スリット高さと位置を変化させる
 風洞実験条件：風速20m/s, 偏揺角 0~60°



- 横風安定性を最も改善(偏揺モーメント係数が減少)したのは、前部丸み終了位置にあって吹出口面積が最も小さいスリット。
- サイドジェットによる抵抗増加はなかった。

• 高木らの方法(下記)により横転限界風速の評価も行った結果、サイドジェットによる抑制効果はごく僅か。

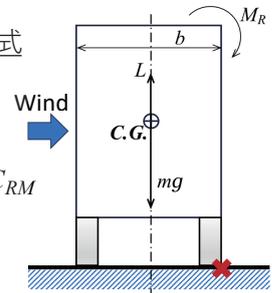
高木通俊らによる転倒速度評価式

$$M_R \geq (mg - L) \times \frac{b}{2}$$

$$\text{揚力: } L = \frac{1}{2} \rho U^2 A C_L$$

$$\text{ローリングモーメント: } M_R = \frac{1}{2} \rho U^2 A l C_{RM}$$

$$\therefore U \geq \sqrt{\frac{b \times mg}{\rho A (C_{RM} l + (1/2) C_L b)}}$$



風洞実験において偏揺角0~180°に対し、 C_L および C_{RM} を求め転倒速度を計算した結果、フル積載よりも空荷のトラックのほうが横転しやすいという結論を得た。(台風などの風速30~40m/s, 偏揺角120~130°で転倒)

奥野, 高木(指導教員), "横風によるトラックの転倒に関する研究", 東海大学工学部, 2004年度卒業論文, 2005年2月

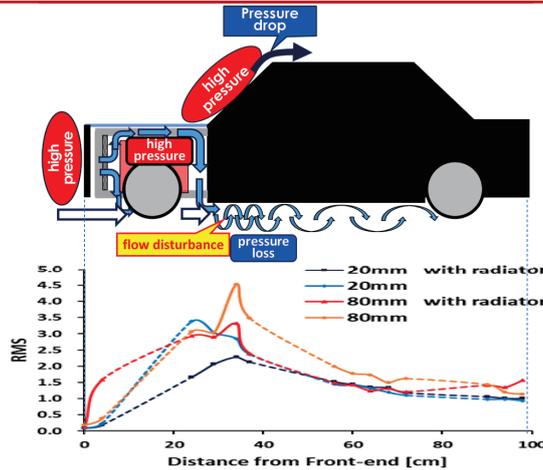
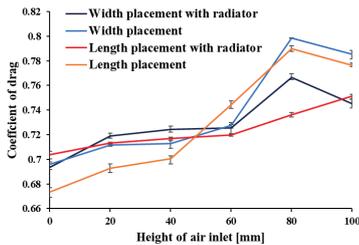
乱流の抑制による空力性能向上：エンジン冷却風の掃気対策

Sawaguchi, T. and Takakura, Y., "Reduction of Aerodynamically Undesirable Influences Due to Engine Cooling Flow in Road Vehicle," Journal of Flow Control, Measurement & Visualization, vol. 8, pp.1-24, 2020. <https://doi.org/10.4236/jfcmv.2020.81001>

中村, 高倉, 岡永, "自動車のフロントエンド形状とエンジン冷却風による空力特性" 日本機械学会第100期流体工学部門講演会, OS05-19, 2022.

エンジン冷却風取入口高さを増加させると、空気抵抗は増加した。エンジンルーム掃気流れと車体床下流れの干渉(流れの乱れ)によるせき止め効果が、エンジンルームおよび車体前端圧力の増加を引き起こすためと考察

抵抗係数



抵抗低減のためには、掃気流との干渉による床下乱れを低減させる

- 1) エンジンアンダーカバー装着
 - 2) 冷却風の車体後方掃気
 - 3) フェンダーからの側方掃気
 - 4) ボンネットからの上方掃気
 - 5) 車体前端部下面の丸み付けにより、車体下面流を整流
- 4) 5) に関しては、実証実験済

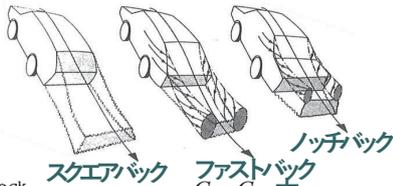
乱流起因の現象による空力性能向上：車体形状と後曳き渦

航空機

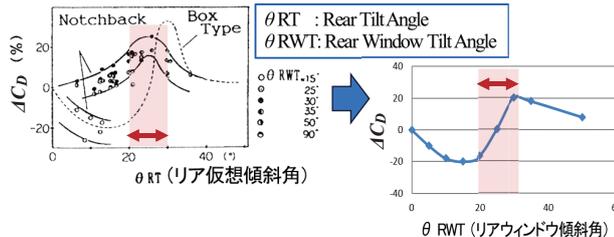
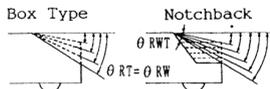
翼端渦(後曳き渦)による揚力低下と誘導抵抗増加

自動車

後曳き渦による抵抗・揚力の増加

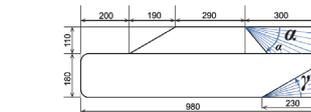


農澤, 他, 日本機械学会論文集 (B編) 58巻556号, 1992.



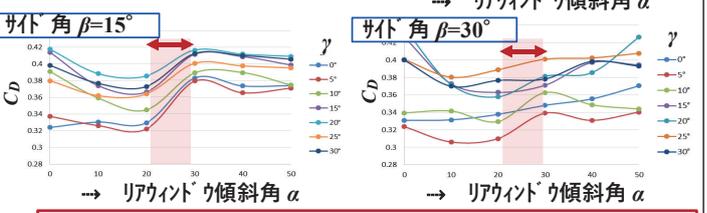
theta RT および theta RWT が 20~30° で抵抗は急激に増加

Aizawa, Matsumoto, and Takakura, FLUCOME 2013, Paper No. 0237. 相澤, 國森, 高倉: 日本機械学会2014年度年次大会, G0510203. 國森, 高倉: 日本機械学会2016年度年次大会, G0500301.



形状パラメーター
 alpha: リアウィンドウ傾斜角
 beta: サイドウィンドウ傾斜角
 gamma: ディフューザー傾斜角

農澤らのパラメータに, beta, gamma を付加

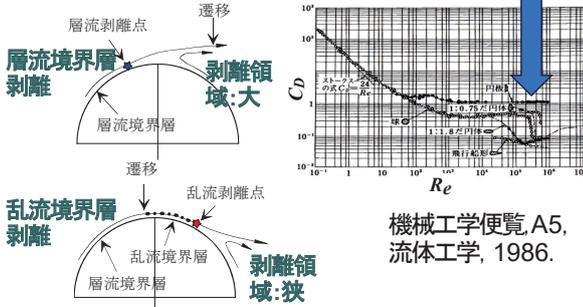


サイド角 beta が 15° から 30° に近づくにつれて, alpha=20~30° における急激な抵抗増加は緩和し, 後曳き渦は小さくなることを確認

乱流起因の現象による空力性能向上：ボルテックス・ジェネレーター

教科書事項：球・楕円体まわりの流れ

層流から乱流に遷移すると、剥離点が下流側に移動し剥離領域が小くなるため、抵抗が急激に低減



教科書事項：デルタ翼まわりの流れ

前縁渦の再付着による流れの剥離の抑制



ボルテックス・ジェネレーター (VG)

小突起を並べて小さい縦渦を複数発生させ、流れの剥離を抑制；⇒運動量補給という観点からは、プラズマ・アクチュエーターに置換え可

航空機

- a) 翼前縁近傍にVGを配置して乱流境界層に遷移させ剥離を抑制
- b) 胴体後方にVGを配置して乱流が剥離しないよう整流

自動車

- b) 主に車体ルーフにVGを配置し、ルーフ端からの乱流剥離を整流・抑制

小池, 永吉, 濱本, “ボルテックスジェネレーターによる空気抵抗低減の研究”, テクニカルレビュー16, 三菱自工, 2004

翼タイプのアスポイラー(右図)との組合せにより, VGによる C_D 低減効果を確認; 特にデルタ翼型のVGの効果は顕著



新澤, “アスポイラー装着車のボルテックスジェネレーター適用による空力特性向上の研究”, 東海大学工学部, 2010年度卒業論文, 2011年2月.

せき止め型アスポイラー(右図)との組合せにより, VGによる C_D 低減効果を確認



おわりに

運動座標法とその周辺 (Moving-Coordinate Method and Other Numerical Aspects)

- ・ 数値計算法に関する主な研究テーマ：運動座標法, 高精度スキームについて示した。乗り物が多様化する現在, ご参考になればと下記についても触れた。
- ・ 教育研究テーマ：自動車の空気力学 (航空機からの視点と対比して)

ここ20年ほどの研究体制状況を静観しての個人的・主観的感想：

- ・ チームを組んで連携するのは1つの強力な方法；しかしながら, 個別の独自性を育てないのでは？
- ・ 時勢に迎合しなくとも, 時代が後からついてくる, あるいは時代がどこかで見ているという意識 (思い上がり, あるいは謙虚さ) もあってよいのでは？

中学ー高校で記憶に残った出来事(ニュース) (順不同)：

宇宙開発：(物心つく頃：旧ソ連の有人宇宙飛行), アポロ11号の有人月面着陸
国際社会：Women's Liberty運動, アフリカ系米国人の公民権運動

JSASSの倫理規定項目10

ジェンダー平等
Gender Equality
多様性包含
Diversity Inclusion

High-fidelity simulations of transonic buffet on wide-span airfoils in the OpenSBLI automatic code-generation framework on GPUs

David J. Lusher*, Andrea Sansica, Markus Zauner, Atsushi Hashimoto (JAXA)

JAPAN SOCIETY FOR THE PROMOTION OF SCIENCE
日本学術振興会

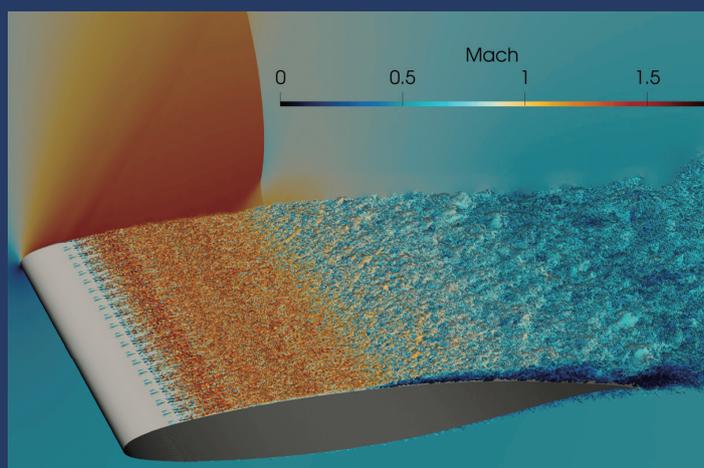
ANSS 55 Grand Numerical Prize Award Lecture - JAXA Chofu Aerospace Centre - November 21st 2023
第55回流体力学講演会／第41回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 最優秀賞
*JSPS Postdoctoral Research Fellow & JSPS KAKENHI Grant: 22F2205



Acknowledgements

The authors would like to thank the following people for their support:

- 溝渕さん, 橋本さん, 中北さん and other LC Hub members.
- 中村さん, 上野さん, 松山さん, and all ANSS organising committee.
- JSS3 management and support team staff.



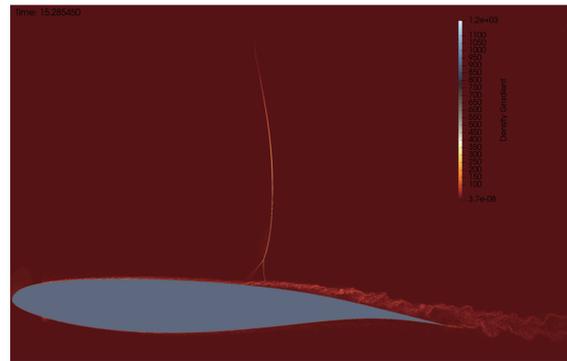
Wide-span turbulent transonic buffet simulation in OpenSBLI on the JAXA JSS3 GPU nodes

JAPAN SOCIETY FOR THE PROMOTION OF SCIENCE
日本学術振興会

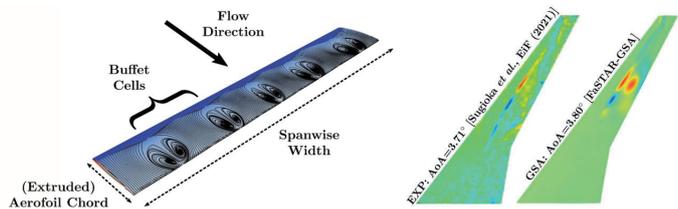


High-fidelity transonic buffet instabilities

- Transonic buffet is an aerodynamic instability that limits the flight envelope of aircraft.
- Depending on configuration, known to consist of:
 - a) A 2D **shock-oscillation** mode.
 - b) A 3D 'buffet cell' **span wise modulation** mode.
- Most computational studies are limited to **low-fidelity (RANS)-based methods**.
- High-fidelity (ILES/DNS) are very expensive, typically limited to narrow domains (Span ~ 5% chord length ~ 0.05 aspect ratio).
- Therefore, **only suitable for studying the 2D shock oscillations**.
- In this work, we apply ILES to **wider spans up to AR=3**, to search for 3D effects.



a) **2D shock oscillation instability**: OpenSBLI multi-block simulation of transonic buffet on infinite (span-periodic) OAT 15A wing segment, on 100 V100 GPUs on the JSS3 supercomputer.



b) **3D buffet cell instability**: [CFD: Sansica A., Hashimoto A. AIAA-J, 61(10) 2023]; [EXP: Koike et al. AIAA Aviation, 2016; Sugioka et al. Exp. In Fluids, 2018]

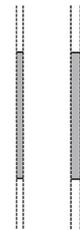
High-fidelity transonic buffet instabilities

- Transonic buffet is an aerodynamic instability that limits the flight envelope of aircraft.
- Depending on configuration, known to consist of:
 - a) A 2D **shock-oscillation** mode.
 - b) A 3D 'buffet cell' **span wise modulation** mode.
- Most computational studies are limited to **low-fidelity (RANS)-based methods**.
- High-fidelity (ILES/DNS) are very expensive, typically limited to narrow domains (Span ~ 5% chord length ~ 0.05 aspect ratio).
- Therefore, **only suitable for studying the 2D shock oscillations**.
- In this work, we apply ILES to **wider spans up to AR=3**, to search for 3D effects.

Extruded wings comparison

Existing high-fidelity buffet studies: **Only 2D shock instability**

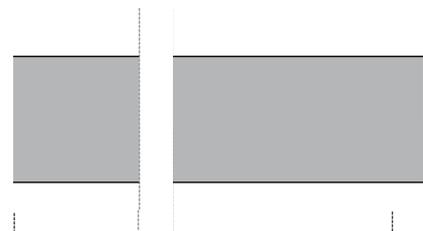
AR ~ 0.05 - 0.065



Current study:

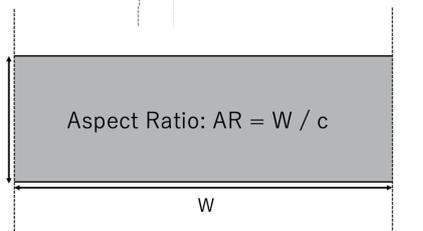
3D buffet cell instability

AR = 1, AR = 2



AR = 3

Aspect Ratio: $AR = W / c$

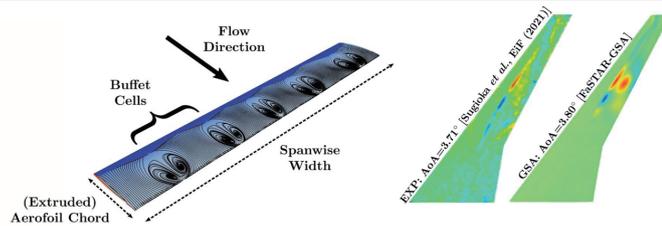


Open questions and previous studies

3D 'buffet cell' span wise modulation

• Previous studies:

- 3D instability is superimposed over the 2D shock-oscillation.
- **3D instability is dominant** for realistic configurations (finite-wings).
- Buffet cells convect with sweep angle.
- Q: Can we identify **3D effects in the absence of sweep (+ infinite wing)?**
- **Lack of high-fidelity literature** for 3D buffet.
- Buffet cells / stall cells share similar features - Are they the **same phenomena** at different flow conditions?



3D buffet cell instability: [CFD: Sansica A., Hashimoto A. AIAA-J, 61(10) 2023];
EXP: Koike et al, AIAA Aviation, 2016; Sugioka et al. Exp. In Fluids, 2018]

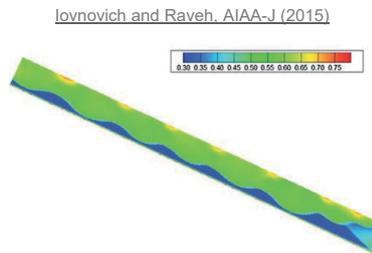


Fig. 26 Upper-surface-pressure coefficient snapshot: infinite-swept configuration, $b/c = 12$, and $\Lambda = 25$ deg nominal buffet conditions.

Plante et al., JFM (2021)

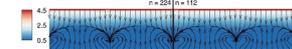
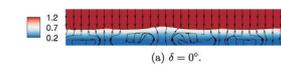
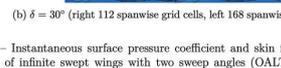


Figure 4.3 – Surface pressure coefficient and skin friction lines of 3-D steady solution with 224 (left) and 112 (right) spanwise grid cells (NACA4412, $M = 0.2$, $Re = 350\,000$, $\alpha = 15^\circ$, $\delta = 0^\circ$, $L_x = 6$).



(a) $\delta = 0^\circ$.



(b) $\delta = 30^\circ$ (right 112 spanwise grid cells, left 168 spanwise grid cells).

Figure 4.7 – Instantaneous surface pressure coefficient and skin friction lines for URANS simulations of infinite swept wings with two sweep angles (OALT25, $M = 0.7352$, $Re = 3 \times 10^6$, $\alpha = 4^\circ$, $L_x = 6$).

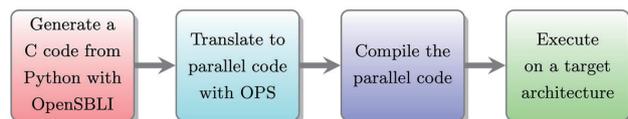
OpenSBLI Python-based code-generation

High-level problem specification via symbolic algebra

- OpenSBLI is a Python-based **code-generation** framework for compressible CFD using finite-differences [1].
- **Users specify the equations to solve** and simulation options in Python.
- **Symbolic algebra (SymPy)** is converted into a complete ILES/DNS CFD solver in **C/C++ code**.
- The OPS DSL enables parallel execution on many platforms (MPI/OpenMP/CUDA/...).
- Developed **2016-2021 (University of Southampton)**, during my PhD [1].
- New development at **JAXA, JSPS project (2022-2023) - next release & paper**.

```

1 ndim = 3
2 scl = """(scheme\A\Teno\"""
3 # Define the compressible Navier-Stokes equations in Einstein notation.
4 mass = "Eq(Der(rho,t), - Conservative(rho_j,x_j,ks))" % scl
5 momentum = "Eq(Der(rho_i,t), -Conservative(rho_i*u_j + KD(L_i,j)*p,x_j) + Der(tau_i,j,x_j))" % scl
6 energy = "Eq(Der(rho_e,t), - Conservative((p+rhoE)*u_j,x_j,ks) - Der(q_i,x_j) + Der(u_i*tau_i,j,x_j))" % scl
7 stress_tensor = "Eq(tau_i,j, (mu/Re)*(Der(u_i,x_j) + Der(u_j,x_i) - (2/3)*KD(L_i,j)*Der(u_k,x_k)))"
8 heat_flux = "Eq(q_j, (-mu/(gamma-1)*MinF*MinF*PrRe)*Der(T,x_j))"
9 # Numerical scheme selection
10 Avg = RoeAverage([0, 1])
11 LLF = LLFeno(teno_order, averaging=Avg)
12 cent = Central(4)
13 rk = RungeKuttaLS(3, formulation='SSP')
14 # Specify the boundary conditions
15 boundaries[direction][side] = IsothermalWallBC(direction, 0, wall_eqns)
16 # Generate a C code
17 alg = TraditionalAlgorithmRK(block)
18 OPSc(alg)
    
```



[1] D.J. Lusher, S.P. Jammy, N.D. Sandham. OpenSBLI: Automated code-generation for heterogeneous computing architectures applied to compressible fluid dynamics on structured grids. *Computer Physics Communications* (2021).

Oxford Parallel Structured (OPS) DSL



Automatic parallelisation for multi-block structured mesh applications

- OpenSBLI/OPS collaboration.
- The OPS library uses **source-to-source code translation** for structured mesh applications.
- OpenSBLI code written in the OPS API can be **automatically parallelised**.
- Supports C/C++/Fortran, to generate: MPI/OpenMP/CUDA/OpenCL/OpenACC/HIP
- **JSS3 TOKI-RURI & NASA Cluster** (Nvidia GPUs) -> CUDA+MPI+GPUDIRECT.
- **JSS3 TOKI-SORA & Fugaku** (A64FX CPUs) -> Hybrid MPI+OpenMP.

Parallel loop structure

```
int range4[] = {-3, b0np0 + 4, -3, b0np1 + 4, -3, b0np2 + 4};
ops_par_loop(ops_sbliblock00Kernel1064,
"Constituent Relations evaluation", ops_sbliblock00, 3, range64,
ops_arg_dat(ET_B0, 1, stencil_0_00, "double", OPS_READ),
ops_arg_dat(rho_B0, 1, stencil_0_00, "double", OPS_READ),
ops_arg_dat(u0_B0, 1, stencil_0_00, "double", OPS_READ),
ops_arg_dat(ui_B0, 1, stencil_0_00, "double", OPS_READ),
ops_arg_dat(u2_B0, 1, stencil_0_00, "double", OPS_READ),
ops_arg_dat(a_B0, 1, stencil_0_00, "double", OPS_WRITE),
ops_arg_dat(p_B0, 1, stencil_0_00, "double", OPS_RW));
```

Body of the function being called

```
void ops_sbliblock00Kernel1064(const ACC<double> &ET_B0, const ACC<double> &rho_B0,
const ACC<double> &u0_B0, const ACC<double> &ui_B0, const ACC<double> &u2_B0,
ACC<double> &a_B0, ACC<double> &p_B0)
{
double inv_rho = 0.0;
inv_rho = 1.0/rho_B0(0,0,0);
p_B0(0,0,0) = (gamma - 1) * (ET_B0(0,0,0) - 0.5*pow(u0_B0(0,0,0), 2)
- 0.5*pow(ui_B0(0,0,0), 2) - 0.5*pow(u2_B0(0,0,0), 2)) * rho_B0(0,0,0);
a_B0(0,0,0) = sqrt(gamma*inv_rho*p_B0(0,0,0));
```

Automatically generated CUDA GPU code

```
__global__ void ops_sbliblock00Kernel1064
{
double restrict arg0;
double restrict arg1;
double restrict arg2;
double restrict arg3;
double restrict arg4;
double restrict arg5;
double restrict arg6;
double restrict arg7;
double restrict arg8;
int size0;
int size1;
int size2;

int idx_x = blockIdx.x * blockDim.x + threadIdx.x;
int idx_y = blockIdx.y * blockDim.y + threadIdx.y;
int idx_z = blockIdx.z * blockDim.z + threadIdx.z;

arg0 = idx_x - 1; idx_y = 1; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[0][0]; idx_x = 1; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[1][0]; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[2][0];
arg1 = idx_x + 1; idx_y = 1; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[1][1]; idx_x = 1; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[1][1]; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[2][1];
arg2 = idx_x - 1; idx_y = 1; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[2][0]; idx_x = 1; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[2][0]; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[2][1];
arg3 = idx_x + 1; idx_y = 1; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[2][1]; idx_x = 1; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[2][1]; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[2][1];
arg4 = idx_x - 1; idx_y = 1; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[3][0]; idx_x = 1; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[3][0]; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[3][1];
arg5 = idx_x + 1; idx_y = 1; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[3][1]; idx_x = 1; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[3][1]; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[3][1];
arg6 = idx_x - 1; idx_y = 1; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[4][0]; idx_x = 1; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[4][0]; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[4][1];
arg7 = idx_x + 1; idx_y = 1; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[4][1]; idx_x = 1; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[4][1]; dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[4][1];
if (idx_x < size0 && idx_y < size1 && idx_z < size2) {
const ACC<double> arg0(dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[0][0]); dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[0][1]; arg0);
const ACC<double> arg1(dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[1][0]); dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[1][1]; arg1);
const ACC<double> arg2(dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[2][0]); dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[2][1]; arg2);
const ACC<double> arg3(dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[3][0]); dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[3][1]; arg3);
const ACC<double> arg4(dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[4][0]); dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[4][1]; arg4);
const ACC<double> arg5(dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[5][0]); dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[5][1]; arg5);
const ACC<double> arg6(dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[6][0]); dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[6][1]; arg6);
const ACC<double> arg7(dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[7][0]); dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[7][1]; arg7);
const ACC<double> arg8(dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[8][0]); dim3 ops_sbliblock00Kernel1064[8][1]; arg8);
ops_sbliblock00Kernel1064(arg0, arg1, arg2, arg3, arg4, arg5, arg6, arg7, arg8);
}
```

G. Mudalige, I. Reguly, M. Giles.

<https://op-dsl.github.io/>

I. Z. Reguly, G. R. Mudalige and M. B. Giles, Loop Tiling in Large-Scale Stencil Codes at Run-Time with OPS, in IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, vol. 29, no. 4, pp. 873-886, 1 April 2018, doi: 10.1109/TPDS.2017.2778161.

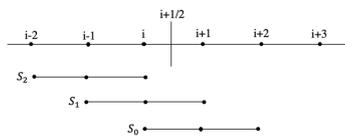
Summary of OpenSBLI numerical methods

Central + WENO shock-capturing

- **Non-dissipative (central) schemes** for high-resolution of turbulence and wave propagation.
- Convective terms written in cubic-split form to **improve numerical stability**.
- 5th order WENO-based shock-capturing is **applied only at shockwaves**.
- Dispersion-Relation-Preserving (DRP) filters are used in the freestream.
- Explicit 4th order low-storage Runge-Kutta time-stepping.

$$\frac{\partial \rho u \varphi}{\partial x} = \alpha \frac{\partial \rho u \varphi}{\partial x} + \beta \left(u \frac{\partial \rho \varphi}{\partial x} + \rho \frac{\partial u \varphi}{\partial x} + \varphi \frac{\partial \rho u}{\partial x} \right) + (1 - \alpha - 2\beta) \left(\rho u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \rho \varphi \frac{\partial u}{\partial x} + u \varphi \frac{\partial \rho}{\partial x} \right)$$

Cubic split-form of convective derivative operators for the compressible Navier-Stokes equations [1]



$$U^{n+1} = \hat{U}^{n+1} - \Delta t L_f(F)_{i,j,k}$$

$$L_f(F)_{i,j,k} = \frac{1}{\Delta x} \left[\tilde{F}_{j+1/2,k}^* - \tilde{F}_{j-1/2,k}^* \right] + \dots$$

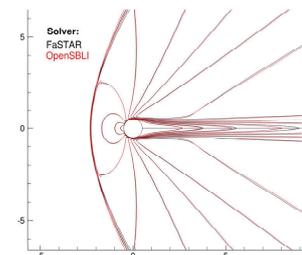
Staggered 5th order WENO shock-capturing stencil

Application of non-linear shock-capturing at the end of a full time-step [2]

Cross-validation of OpenSBLI to the FaSTAR code for supersonic cylinder flows.

Sansica, A, Lusher, D., Hashimoto, A. Mach Evolution of the Cylinder Wake Flow Bifurcations.

The 34th International Symposium on Shockwaves (ISSW34, South Korea 2023)



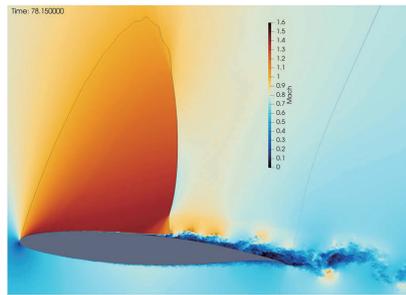
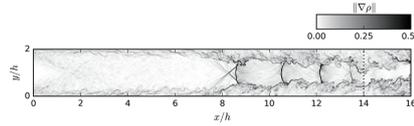
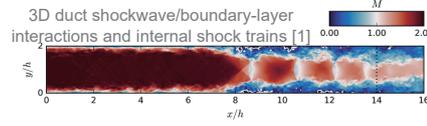
[1] G. Coppola et al. Journal of Computational Physics (2019).

[2] H. Yee et al. Computers & Fluids (2018).

OpenSBLI: Applications

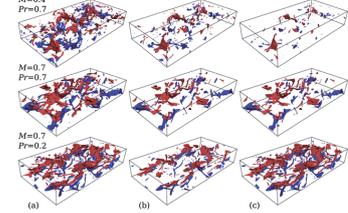
Compressible turbulence and shockwave/boundary-layer interactions

- Previous applications include **compressible turbulence**[2], 3D shockwave/boundary-layer interactions, shock-trains.
- Now extended to **multi-block for aerofoil and cylinder problems** (bottom, right).
- Successful **Fugaku FY2023 Junior Researcher project** completed.

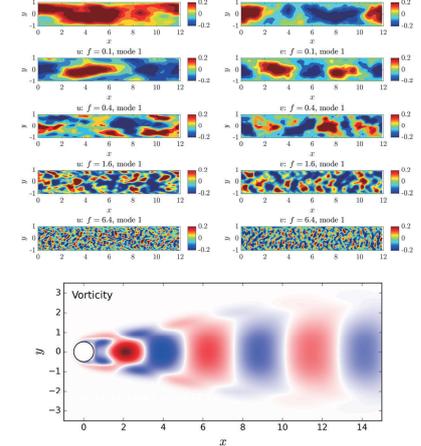


Turbulent transonic shock buffet (NASA CRM)

Eddy shocklets in turbulent counter-flows [3].



SPOD modal decomposition



[1] A. Gillespie, N.D. Sandham. Shock Train Response to High-Frequency Backpressure Forcing. AIAA Journal 60 (6), 3736-3748

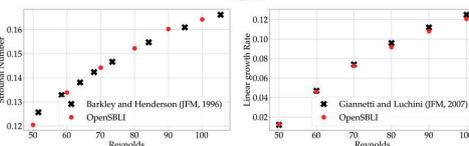
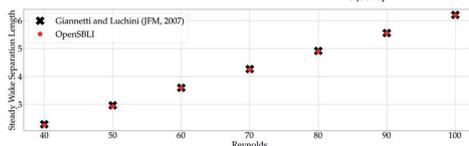
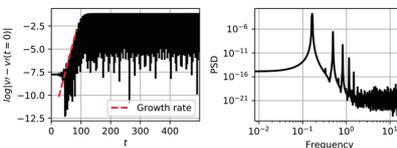
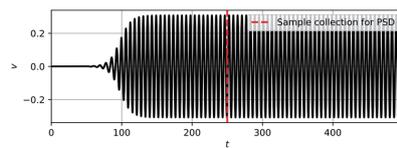
[2] D.J. Lusher, N.D. Sandham. Assessment of Low-Dissipative Shock-Capturing Schemes for the Compressible Taylor-Green Vortex. AIAA Journal (2021).

[3] A. Hamzehloo, D.J. Lusher, S. Laizet, N.D. Sandham. Direct numerical simulation of compressible turbulence in a counter-flow channel configuration. Physical Review Fluids 6 (9), 094603

OpenSBLI: Recent validations

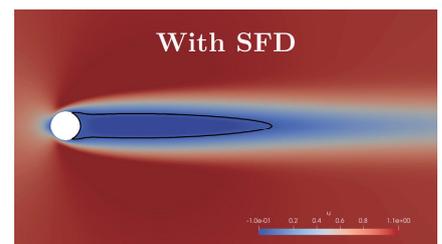
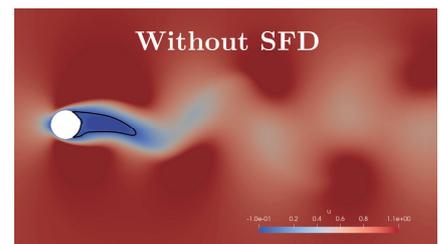
Cylinder and Airfoil validations in new OpenSBLI release

- Low Reynolds number (Re=100) validations against literature [1,2].
- Circular cylinder flows with Selective Frequency Damping (SFD).
- SFD demonstration with code and mesh in the release.



[1] F. Giannetti, et al. Journal of Fluid Mechanics 581 (2007).

[2] D. Barkley, et al. Journal of Fluid Mechanics (1996).



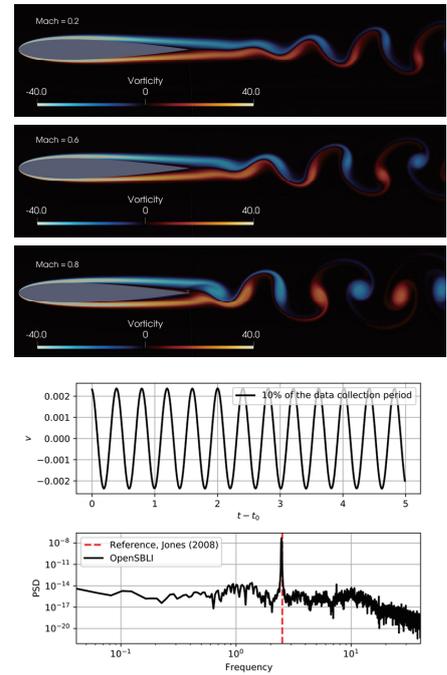
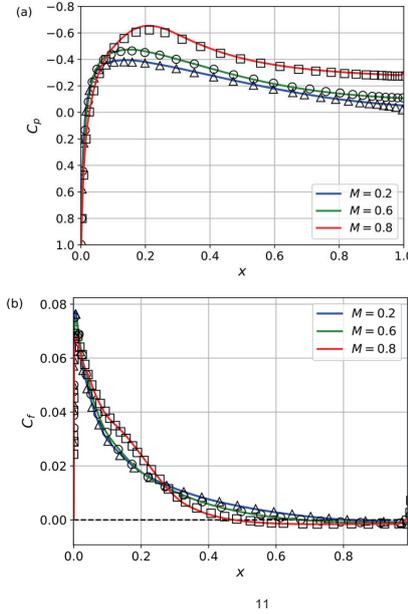
OpenSBLI: Recent validations

Cylinder and Airfoil validations in new OpenSBLI release

- Low Reynolds number ($Re=10,000$) validations against DNS data [1,2].
- NACA0012 airfoil.
- Open geometry can be contained in the code release.
- Airfoil demonstration with code and mesh

[1] L. E. Jones, Ph.D. thesis, University of Southampton (2008).

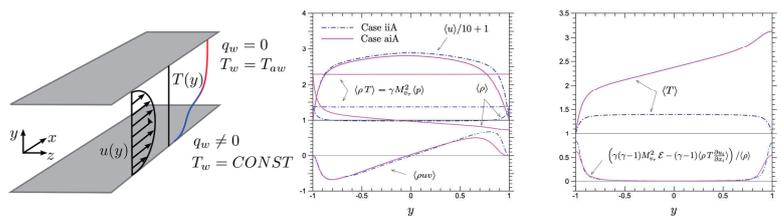
[2] L. E. Jones, Journal of Fluid Mechanics (2008).



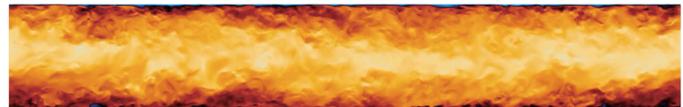
OpenSBLI: Large-scale HPC on JAXA JSS3 GPUs

Using JSS3/Fugaku to generate high-quality DNS databases to improve RANS models at JAXA

- DNS of supersonic turbulence, **mixed isothermal/adiabatic** wall conditions within the same problem configuration [1].
- (JAXA): Dr. David J. Lusher, Dr. Andrea Sansica, Dr. Atsushi Hashimoto, Dr. Hiroyuki Abe.
- (NASA): Dr. Gary Coleman, (Boeing/Retired) Dr. Philippe Spalart.
- Generation of high-quality (**thermally balanced**) DNS databases of turbulent quantities.
- OpenSBLI DNS on JSS3 GPUs allows us to:
 - Validate lower-fidelity methods and boundary-conditions used in FaSTAR.
 - Improved understanding of terms such as the turbulent Prandtl number.
- Applied for **FY2024 Fugaku Junior Researcher Project**.



OpenSBLI mixed thermal wall conditions DNS: aIF2s (2201x787x1237)



[1] DJ Lusher, GN Coleman. Numerical Study of Compressible Wall-Bounded Turbulence—the Effect of Thermal Wall Conditions on the Turbulent Prandtl Number in the Low-Supersonic Regime. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 1-19, (2023).

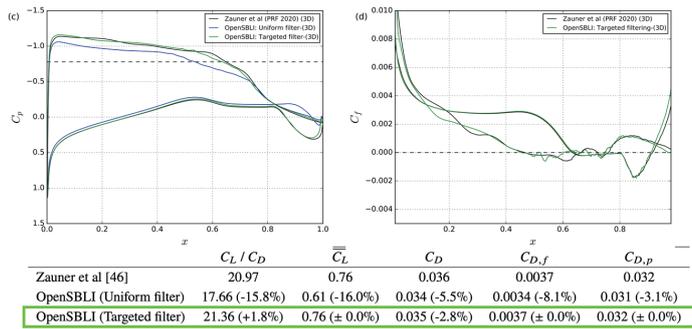
[2] D.J. Lusher, G.N. Coleman. Numerical Study of the Turbulent Prandtl Number in Supersonic Plane-Channel Flow – the Effect of Thermal Boundary Conditions. *NASA Technical Memorandum*, 10483 (2022).

Computational setup

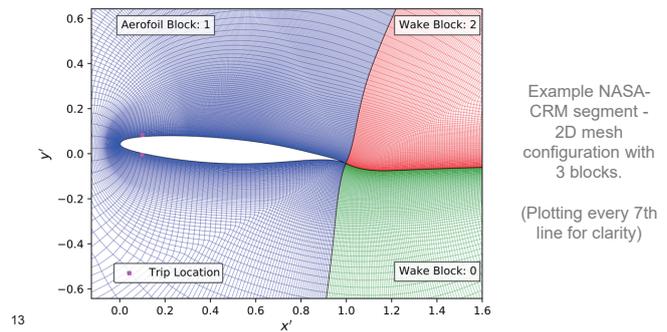
Multi-block mesh and flow parameters

- OpenSBLI was **validated for buffet** against literature for **Dassault Aviation V2C airfoil** [1].
- Using 3-block structured C-Mesh (Nx, Ny) plane points: (701,681), (2249,681), (701,681).
- Uniformly extruded in the span: 50-75 points per 0.05c width ~ **2.5 - 7.5 billion mesh points**.
- Narrow (0.05c) cases are extruded to generate **restart conditions for wide-span** (1c - 2c) cases.
- Flow conditions:
 - Moderate Reynolds number: 500,000.
 - Baseline Freestream Mach: 0.72.
 - AoA: 4 to 8 degrees.
 - **Zero sweep angle:** Q: Can we observe 3D effects without any imposed cross-flow?
 - **Turbulent buffet:** wall tripped at 0.1c chord.

$$\rho u_\eta|_{\eta=0} = \sum_{i=1}^3 A \exp\left(-\frac{(x-x_i)^2}{2\sigma^2}\right) \sin\left(\frac{k_i z}{0.05c}\right) \sin(\omega_i t + \Phi_i)$$



[1] Lusher D., et al. Automatic Code-Generation to Enable High-Fidelity Simulations of Multi-Block Airfoils on GPUs. AIAA SciTech 2023.

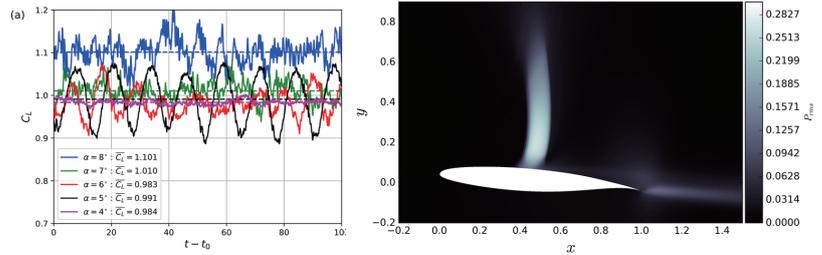


Example NASA-CRM segment - 2D mesh configuration with 3 blocks. (Plotting every 7th line for clarity)

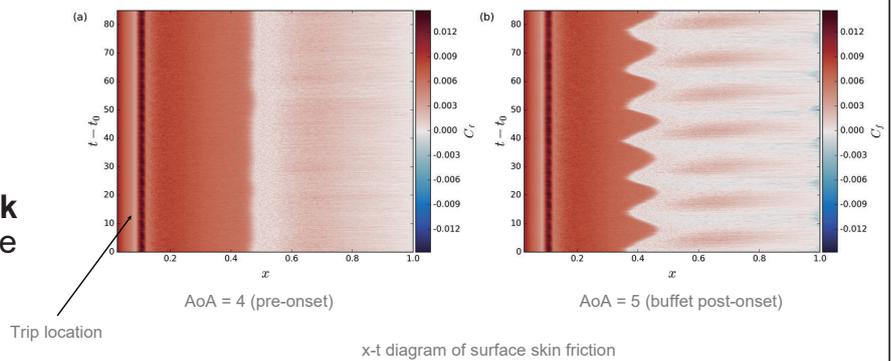
Narrow Domain: AoA Study

Time histories of surface skin-friction

- 2D (shock oscillation) buffet **onset conditions** are investigated with 3D simulations at AR=0.05.
- Range of: 4-8 degrees AoA.
- Time history (x-t) plot of surface **skin-friction**.
- AoA = 4 (pre-onset): **fixed shock location**.
- AoA = 5 (buffet onset): **shock oscillates** on the suction side



Time history of aerodynamic lift coefficient and RMS of pressure.

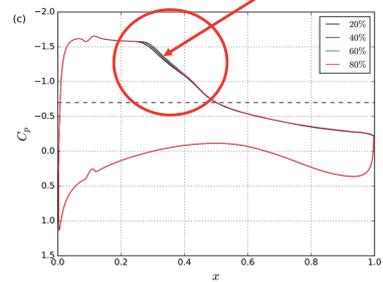
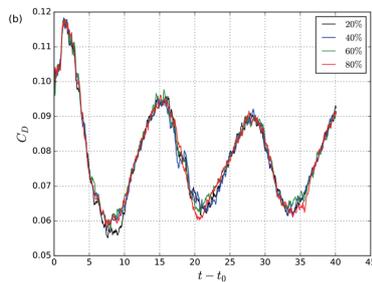
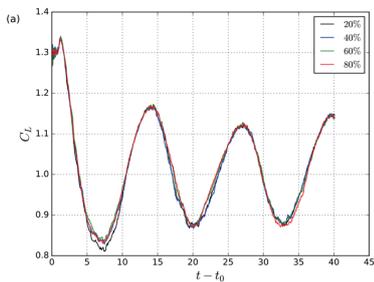
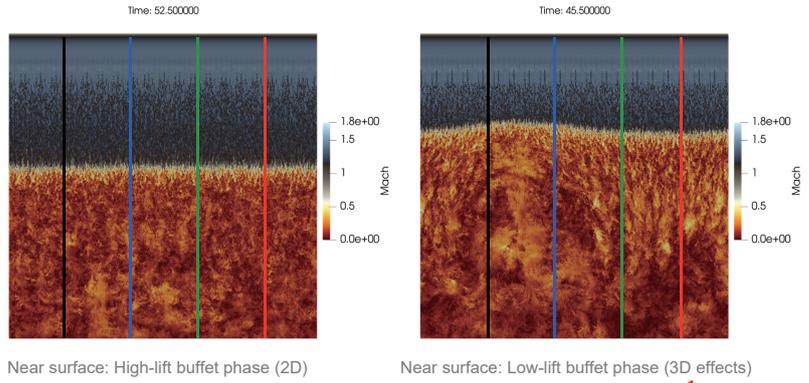


x-t diagram of surface skin friction

Extrusion to wide-span: AR1

Wide-span buffet effects no longer purely 2D

- AR=1 case, $M=0.72$, AoA : 6 degrees.
- 2.5 billion mesh points at AR=1
- At AR=1: the flow is no longer strictly 2D across the span.
- Large 3D separation bubbles occur, during low-lift phases.
- Sectional plots across the span (bottom) show the lack of span homogeneity.
- Seem to be linked to the point of maximum flow separation (low-lift).

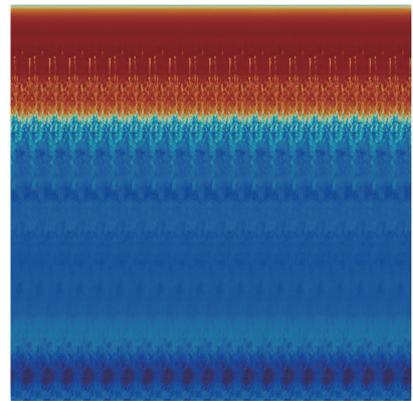


Extrusion to wide-span: AR1, AoA: 8

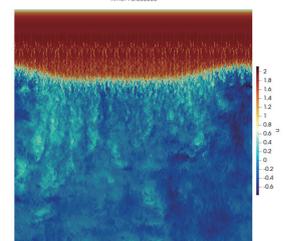
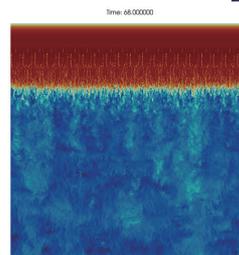
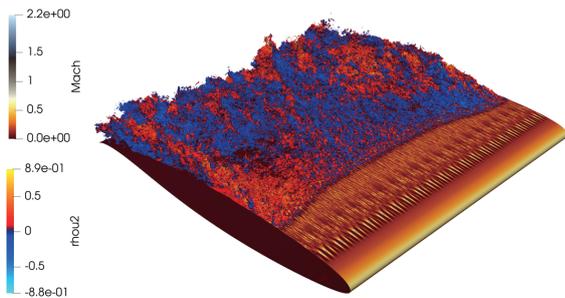
Wide-span buffet effects no longer purely 2D

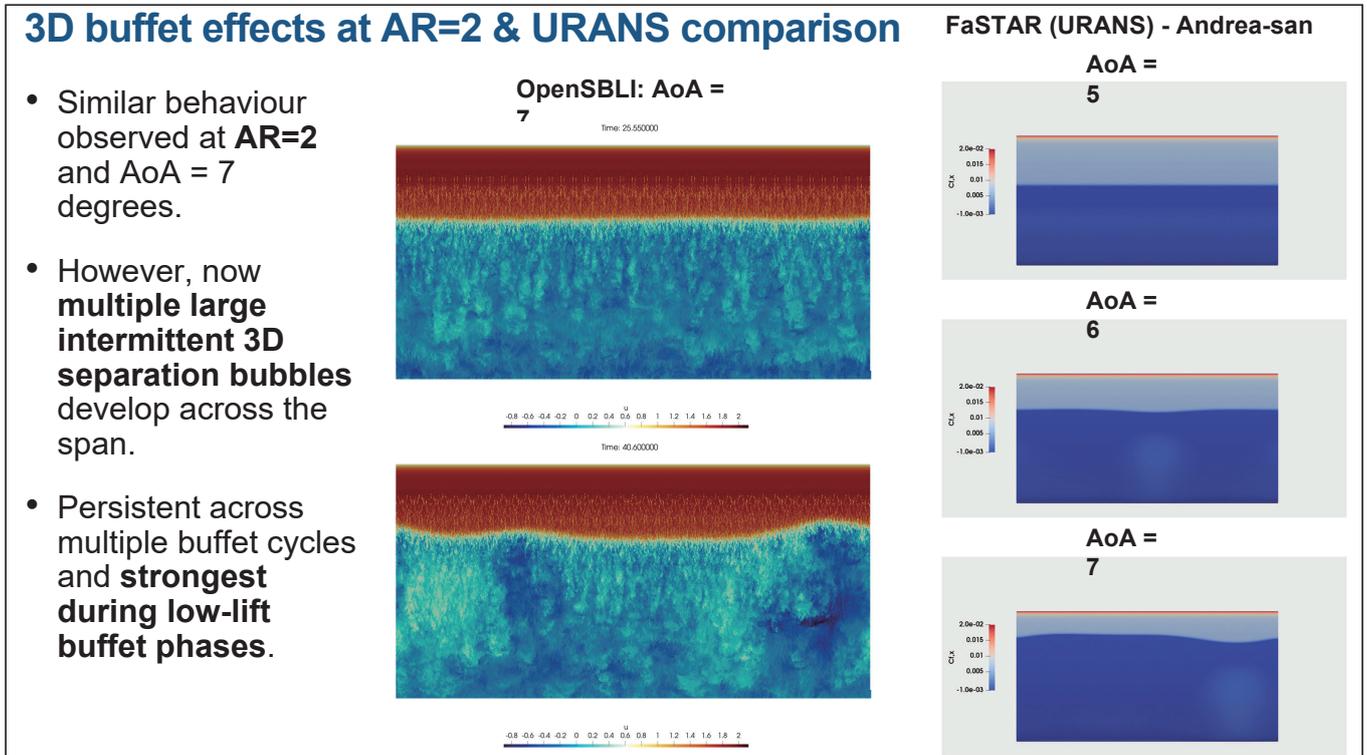
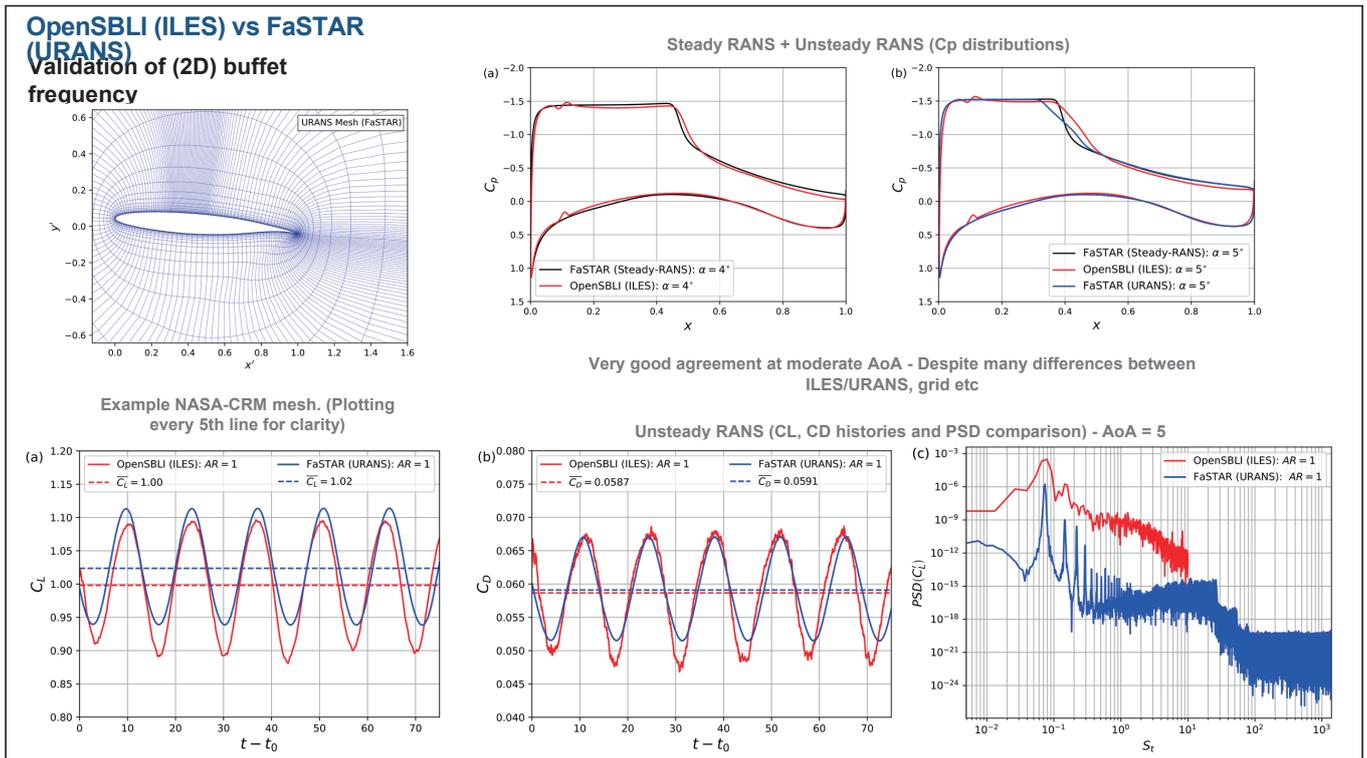
- AR=1 case, $M=0.72$, AoA : 8 degrees.
- At AR=1: the flow is no longer strictly 2D across the span.
- Large 3D separation bubbles occur, during low-lift phases.
- Seem to be linked to the point of maximum flow separation (low-lift).
- Curvature of the shock front (no longer 2D planar shock)

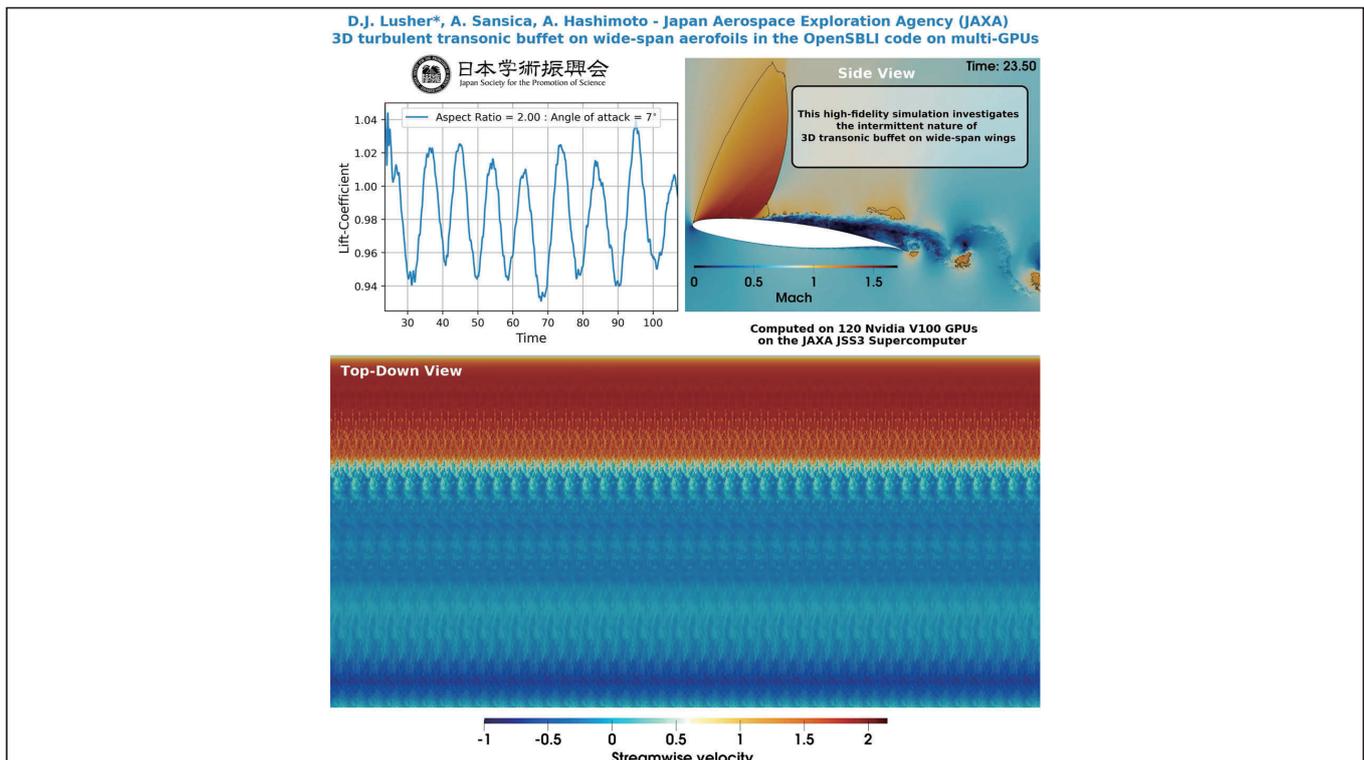
Time: 63.750000



Time: 75.500450







Conclusions & Summary

- Q: Can we observe 3D buffet effects for infinite (periodic) wings with zero sweep? - Yes, **at sufficiently wide aspect ratios**.
- World first high-fidelity **3D wide-span turbulent transonic buffet** simulations were performed on JSS3 GPU nodes, for NASA-CRM extruded wings at $Re = 500,000$ and Mach 0.72.
- **Large simulations on $N > 10^9$ mesh points**.
- Parametric study showed **2D shock oscillation buffet onset** occurs between 4-5 degrees AoA at **AR=0.05**.
- At **wide-span (AR=1,2,3)**, large **3D separation bubbles** form during low-lift phases, these **cannot be captured by narrow-span simulations**.
- They lead to **span-wise inhomogeneous curvature of the main shockwave**.
- We show that **narrow span simulations are not sufficient** to fully capture buffet phenomenon.
- Outlook: **Applying Modal Decomposition Methods (SPOD/DMD)**, publishing results.

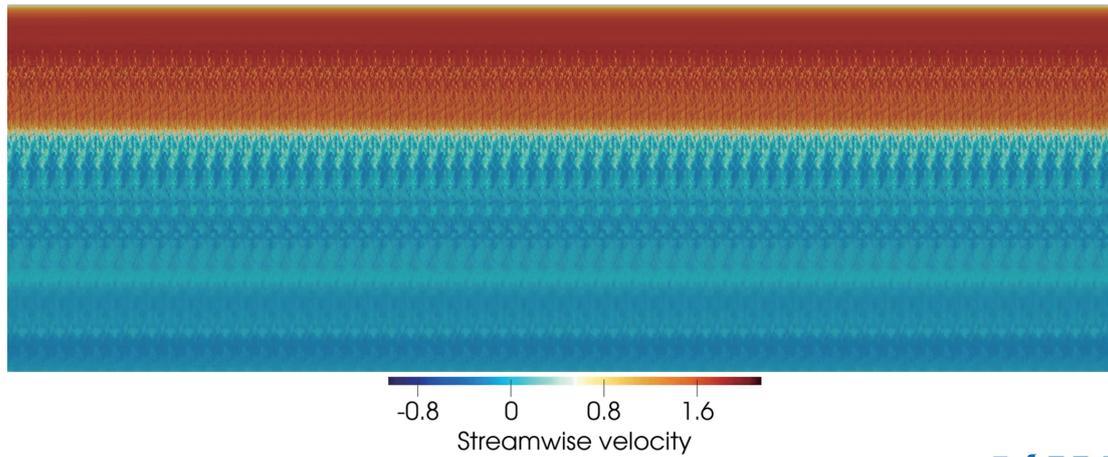
Contact: lusher.david@jaxa.jp. More information on the OpenSBLI code (<https://github.com/opensbli/opensbli>): D.J. Lusher, S.P. Jammy, N.D. Sandham. OpenSBLI: Automated code-generation for heterogeneous computing architectures applied to compressible fluid dynamics on structured grids. Computer Physics Communications (2021).

This work is funded by a JSPS postdoctoral fellowship and JSPS KAKENHI Grant: 22F2205. Computational time was provided by the JAXA JSS3 supercomputing facility and associated support staff, and the Fugaku supercomputer at RIKEN on projects hp220195, hp220226.

Thank you - Questions?

Aspect ratio $AR=3$, $AoA = 6$

Time: 159.50



Contact: lusher.david@jaxa.jp. More information on the OpenSBLI code (<https://github.com/opensbli/opensbli>): D.J. Lusher, S.P. Jammy, N.D. Sandham. **OpenSBLI: Automated code-generation for heterogeneous computing architectures applied to compressible fluid dynamics on structured grids.** Computer Physics Communications (2021).

This work is funded by a JSPS postdoctoral fellowship and JSPS KAKENHI Grant: 22F2205. Computational time was provided by the JAXA JSS3 supercomputing facility and associated support staff, and the Fugaku supercomputer at RIKEN on projects hp220195, hp220226.

21

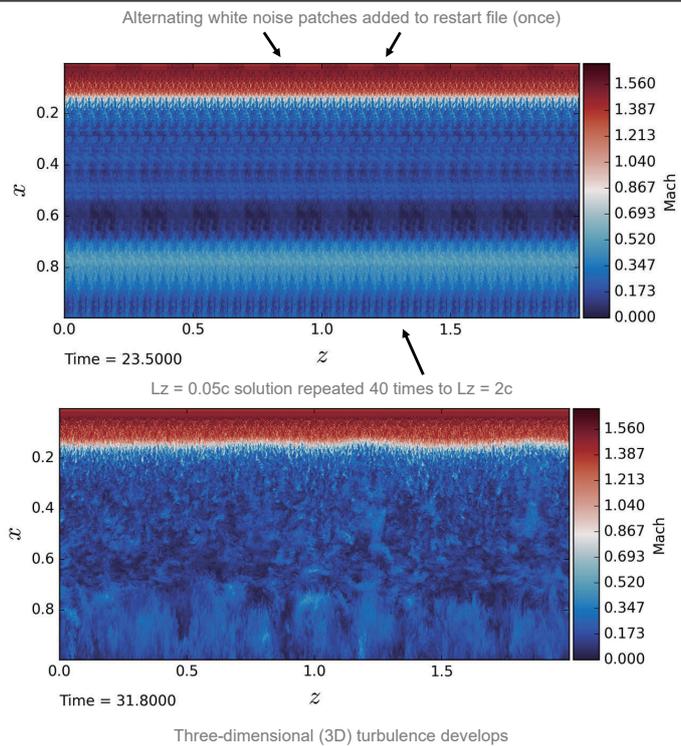


Extra

Extrusion to wide-span: initial condition

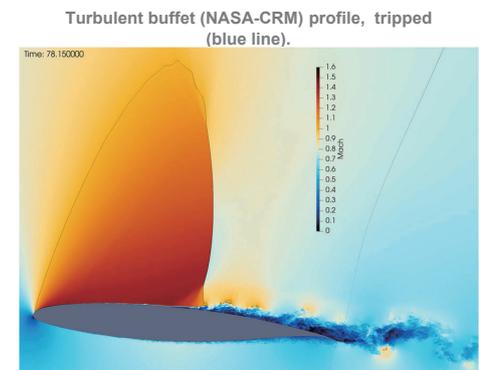
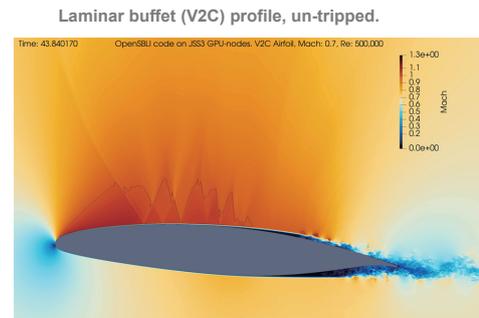
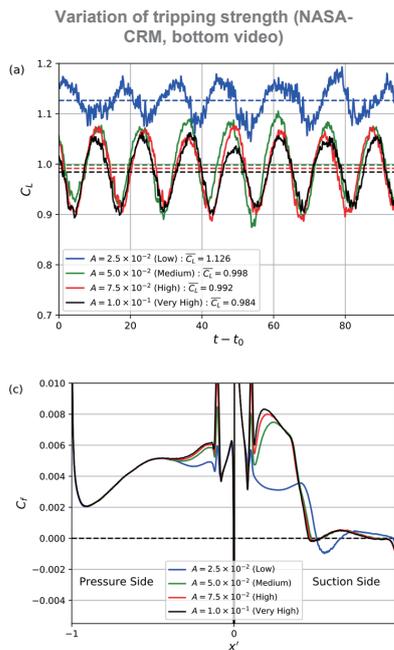
Avoiding long expensive transients

- Due to span wise periodic boundary condition, wide-span simulations can be **initialised with the fully developed narrow-domain flow-fields**.
- 0.05c profile is **repeated across the span 20-60 (AR1-AR3) times**.
- White noise is added to the boundary-layer once into the restart file to help **break symmetry quickly**.
- No long wavelengths are forced, large 3D effects develop naturally.

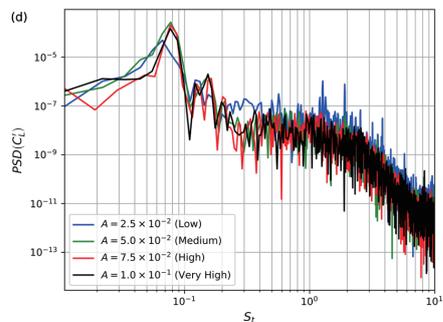
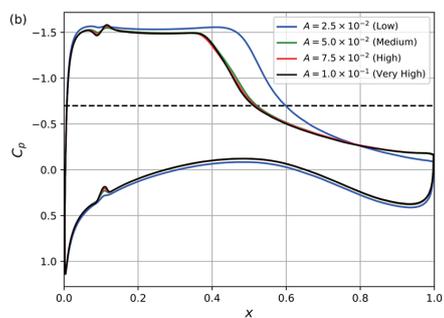


Influence of forcing amplitude - IUTAM 2024

- Plan to submit work to **IUTAM 2024 conference**.
- Varying the **strength of the tripping** on buffet cases.
- For weaker cases, the flow becomes transitional.
- Would like to understand **the point of switching** between laminar and turbulent buffet.



Influence of forcing amplitude



Elements of Modern Computing Hardware for Computational Fluid Dynamics

F.D. Witherden

Department of Ocean Engineering
Texas A&M University



Introduction



How a CPU
Works



The Memory
Wall



Cache Blocking



GPUs



Conclusion

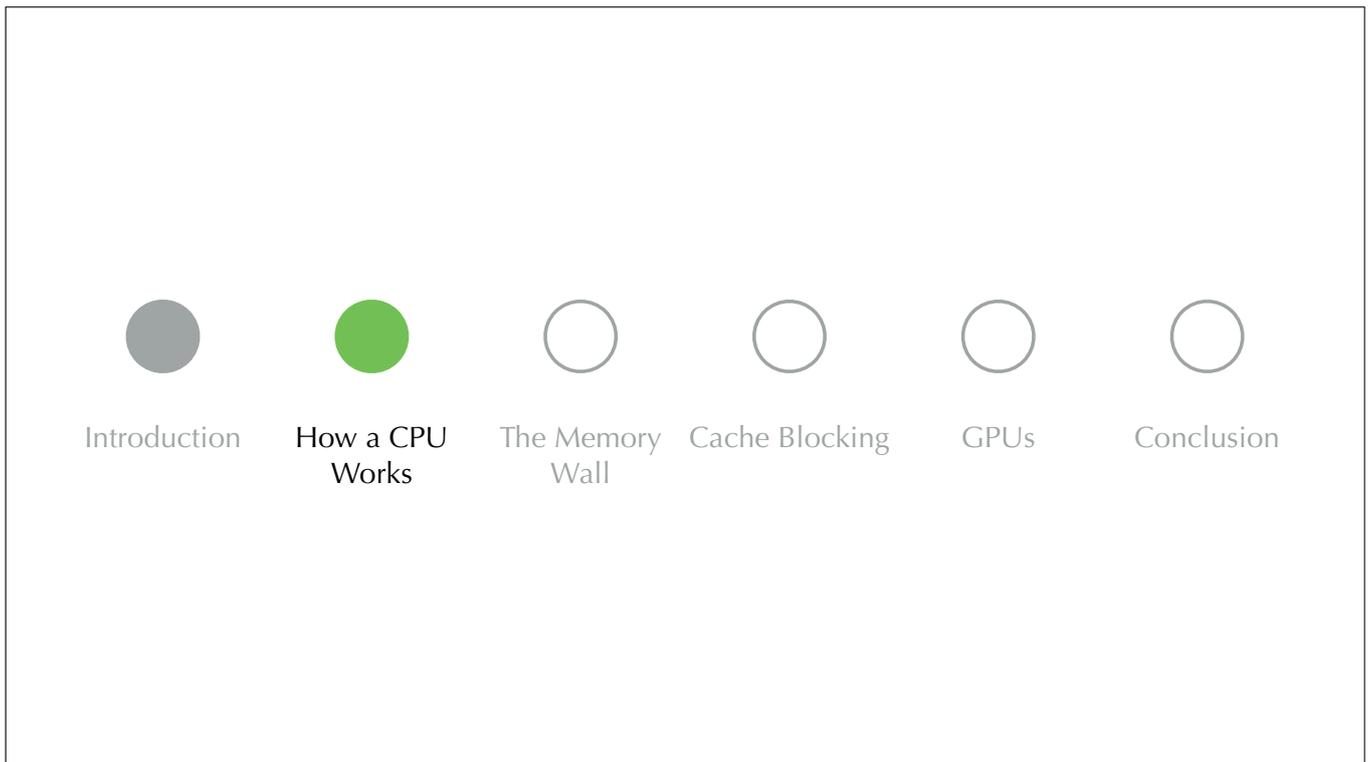
Introduction



- Computational fluid dynamics (CFD) is the bedrock of several high-tech industries.

Introduction

- However, over the last decade—on a cost basis—the performance of many industrial CFD codes has plateaued.
- In this presentation we will **investigate the root cause** of this and review alternative coding paradigms and hardware that can **get solver performance back on track**.



How a CPU Works

- CPUs perform work by **executing a series of simple instructions**.
- These instructions **manipulate data stored in registers**.
- A register is a **small region** of ultra-fast memory located on the chip itself.

How a CPU Works

- The data itself can be broken up into two categories:

42
-1912

Integers
(32- or 64-bit)

3.14159
-0.88

Floating point numbers
(32- or 64-bit)

How a CPU Works

- The rate at which a processor can execute instructions is determined by its **clock speed**.
- This is usually somewhere between **2 and 5 GHz**.
- We remark here that **power consumption** scales with approximately the **cube of the clock speed**.

How a CPU Works

- This relationship places **practical limits** on how high a chip can be clocked and still be power efficient.
- The solution here is to **increase the amount of work** we do per clock cycle.

How a CPU Works

- One issue is that many instructions, especially those operating on floating point data, take **multiple cycles to return a result**.
- A solution to this is **pipelining** which enables a new instruction to start execution before the current one has finished.

How a CPU Works

- Consider evaluating $f = a + b + c + d$ as:

add f, a, b

add f, f, c

add f, f, d

- Now, let us assume add takes **two cycles** to complete:



How a CPU Works

- As our code is currently structured it **does not matter** if our processor is pipelined or not: execution will **always take 6 cycles**.
- However, this can be resolved by rearranging our operations.

How a CPU Works

- Lets try $f = (a + b) + (c + d)$ as:

add f, a, b

add t, c, d

add f, f, t

- Again assuming add takes **two cycles** to complete:

Without pipelining:  6 cycles total

With pipelining:  5 cycles total

How a CPU Works

- Going beyond pipelining another a second strategy is that of **superscalar execution**.
- Here, we duplicate functional units enabling us to execute **multiple independent instructions per cycle**.

How a CPU Works

- If our processor can **simultaneously issue** independent add instructions then things get even better still:

```
add f, a, b
add t, c, d
add f, f, t
```

Pipelined superscalar:



4 cycles total

How a CPU Works

- Decoding and scheduling a large number of instructions however is a **power intensive operation**.
- As such the practical limit for modern high-end processors is around **eight instructions per cycle**.

How a CPU Works

Processor	Instruction Set	Issue Width (Instructions / Cycle)	Max Clock Speed (GHz)
Intel Golden Cove	x86-64	6	5.8
AMD Zen 4	x86-64	6	5.4
Apple Firestorm	AARCH64	8	3.2
Fujitsu A64FX	AARCH64	4	2.2

How a CPU Works

- For numerical applications the key operation is the **floating point operation** or FLOP (+ or – or *).
- To improve efficiency most architectures support a **fused multiply-add** instruction (FMA) which computes:

$$c \leftarrow a \cdot b + c \quad (\text{two FLOPs}).$$

How a CPU Works

- The best means of further improving performance is to increase the **amount of work done by each instruction**.
- This can be accomplished by having the instructions operate on **small vectors in lieu of simple scalars**.

How a CPU Works

- Also known as **single instruction multiple data (SIMD)** typical vector lengths are between 128- and 512-bits.
- SIMD capabilities are a core part of all recent processor architectures.

How a CPU Works

- Increasing the vector length is a simple means of **improving peak performance**.
- However, not all codes can fully utilise large vectors.
- As such general purpose processors are yet to **go beyond 512-bits**.

How a CPU Works

Processor	Vector Width	Multiply-Add Rate (Per Cycle)	Max DP FLOPs (Per Cycle)
Intel Golden Cove	512-bit	2 MADD	32
AMD Zen 4	512-bit	1 MADD 1 ADD	24
Apple Firestorm	128-bit	4 MADD	16
Fujitsu A64FX	512-bit	2 MADD	32

How a CPU Works

- Having reached the practical limit of what is possible for a single general purpose core, the simplest means of improving performance is to **replicate them**.
- This leads us to multi-core chips with the number of cores on a single package being **between 8 and 128**.

How a CPU Works

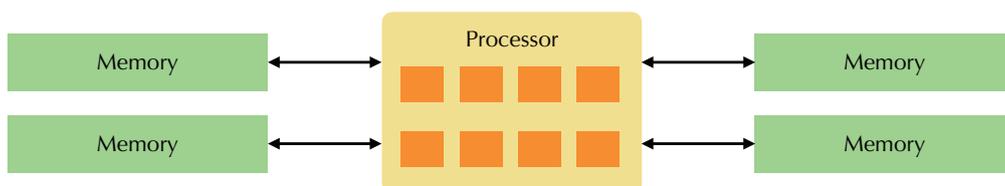
- A typical processor has either 16 or 32 **general purpose integer registers** and either 16 or 32 **vector registers**.
- Clearly, this is **not sufficient** to contain all of the data needed for any non-trivial problem.

How a CPU Works

- The solution here is to attach some memory to our processor.
- This is usually some kind of **dynamic memory** which is **cheap** and has **reasonable densities**.

How a CPU Works

- Memory is usually connected to the CPU through traces (wires) on a circuit board.



How a CPU Works

- This places practical limits on the latency and bandwidth of main memory.
- Specifically latency is usually **~50 ns** and bandwidth for an **eight channel DDR4** configuration is **~250 GiB/s**.



Introduction



How a CPU
Works



The Memory
Wall



Cache Blocking



GPUs



Conclusion

The Memory Wall

- To put these numbers into perspective a six-issue core running at 3 GHz can execute almost **1,000 instructions in 50 ns!**
- If we can **dual-issue 512-bit FMA's** this is about the same amount of time as is needed to perform 4,800 double precision floating point operations.

The Memory Wall

- Now, let us consider bandwidth.
- Consider a function to perform the following **'AXPY'** operation:

$$\mathbf{y} \leftarrow \alpha \mathbf{x} + \mathbf{y},$$

where \mathbf{x} and \mathbf{y} are vectors and α is a scalar.

The Memory Wall

- This simple vector addition operation is a **building-block of many linear algebra kernels**.
- Running through our vectors each loop iteration requires us to load a component of \mathbf{x} and \mathbf{y} and write a component of \mathbf{y} .

The Memory Wall

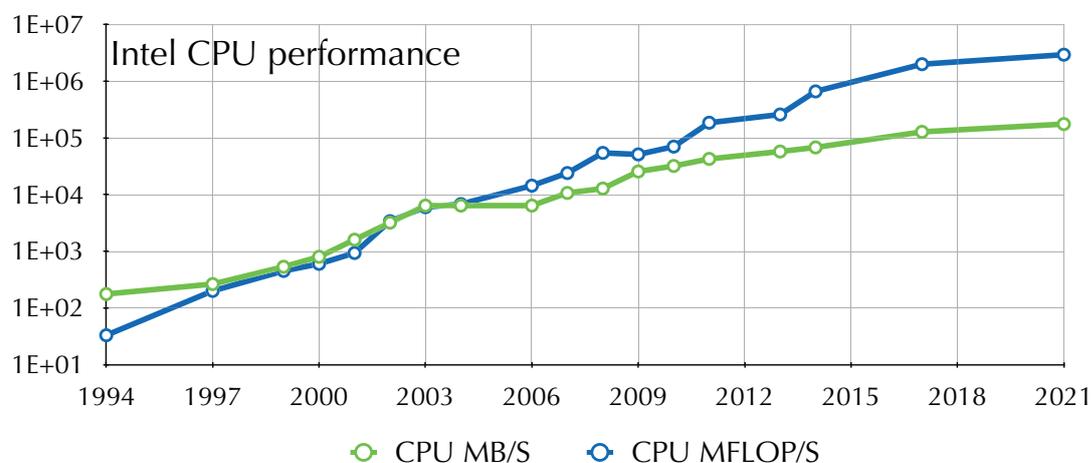
- On a 2 GHz core with 512-bit vectors that can sustain **two loads** and **one store** per cycle our bandwidth requirements are:

$$\left\{ 2 \times \frac{512}{8} + \frac{512}{8} \right\} \times 2 \cdot 10^9 = 358 \text{ GiB/s!}$$

The Memory Wall

- A **single core** hence needs **one and a half times** more bandwidth than our entire memory setup can provide.
- This memory bandwidth, however, is **shared amongst all of the cores on the chip.**

The Memory Wall



The Memory Wall

- Although it is possible to increase memory bandwidth it is **not economical at scale**.
- Most general purpose (non-HPC) applications are **not bandwidth limited** and thus it is not worth the extra expense and power.



Introduction



How a CPU
Works



The Memory
Wall



Cache Blocking



GPUs



Conclusion

Cache Blocking

- The standard approach for reducing the bandwidth requirements for a scheme is **kernel fusion**.

```
for (int i = 0; i < n; i++)  
    a[i] += b[i];
```

```
for (int i = 0; i < n; i++)  
    a[i] += c[i];
```

Bandwidth $\sim 6n$

```
for (int i = 0; i < n; i++)  
    a[i] += b[i] + c[i];
```

Bandwidth $\sim 4n$

Cache Blocking

- Fusion is not a panacea however.
- Kernels become more difficult to write, test and maintain.
- Also requires access to the source since one **can't fuse across library calls**.

Cache Blocking

- An alternative to fusion on CPUs is cache blocking.
- Idea is to break up our loops into small blocks **b** such that the outputs **remain resident in cache**.

```
for (int j = 0; j < n; j += b) {
    for (int i = j; i < j + b; i++)
        a[i] += b[i];

    for (int i = j; i < j + b; i++)
        a[i] += c[i];
}
```

Cache Blocking

- Key advantage is that it enables existing **tried, tested, and optimised kernels to be used**—only now we call them more frequently with different starting offsets and smaller element counts.
- Not a new idea; has been used by BLAS for decades.

Cache Blocking

Intel Sapphire Rapids Xeon 2 Ghz / 56 cores	Capacity (KiB)	Latency (Cycles)	Bandwidth (Bytes / cycle)	Net Bandwidth (GiB/s)
L1 (Private per core)	48	5	128	13,351
L2 (Private per core)	2,048	14	~50	5,215
L3 (Shared)	1,920 (per core) 107,968 (56 cores)	88	< 32	< 1,000

Cache Blocking

- Effectiveness depends on the working set of the application relative to the size of the cache being blocked for.
- When solving the **Euler equations** using DG on a $p = 4$ hexahedra storing **U** and **F(U)** for **eight elements** requires 160 KB.

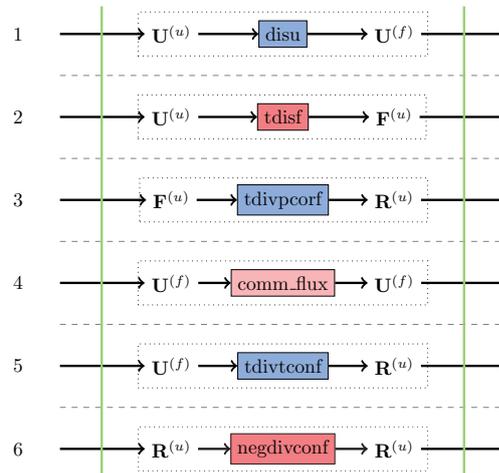
Cache Blocking

- Baseline arrangement for evaluating $\partial_t \mathbf{U} = -\nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{U})$.

Matrix multiplication

Pointwise operation

Pointwise operation (indirect)

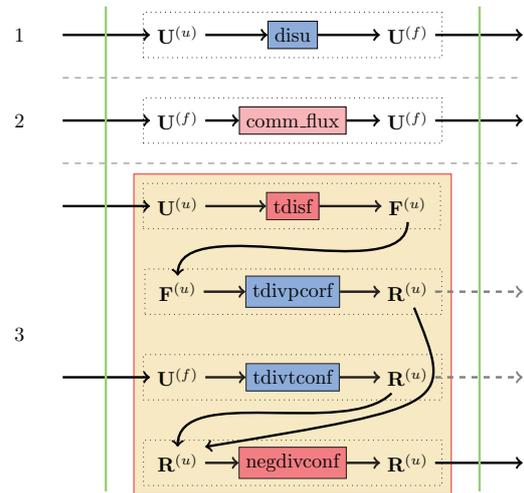


Cache Blocking

- Scheduling designed to maximise **overlapping of MPI communication with computation.**
- Net main memory bandwidth for one RHS eval:
 - ~59 KiB / curved $p = 3$ hex;
 - ~107 KiB / curved $p = 4$ hex.

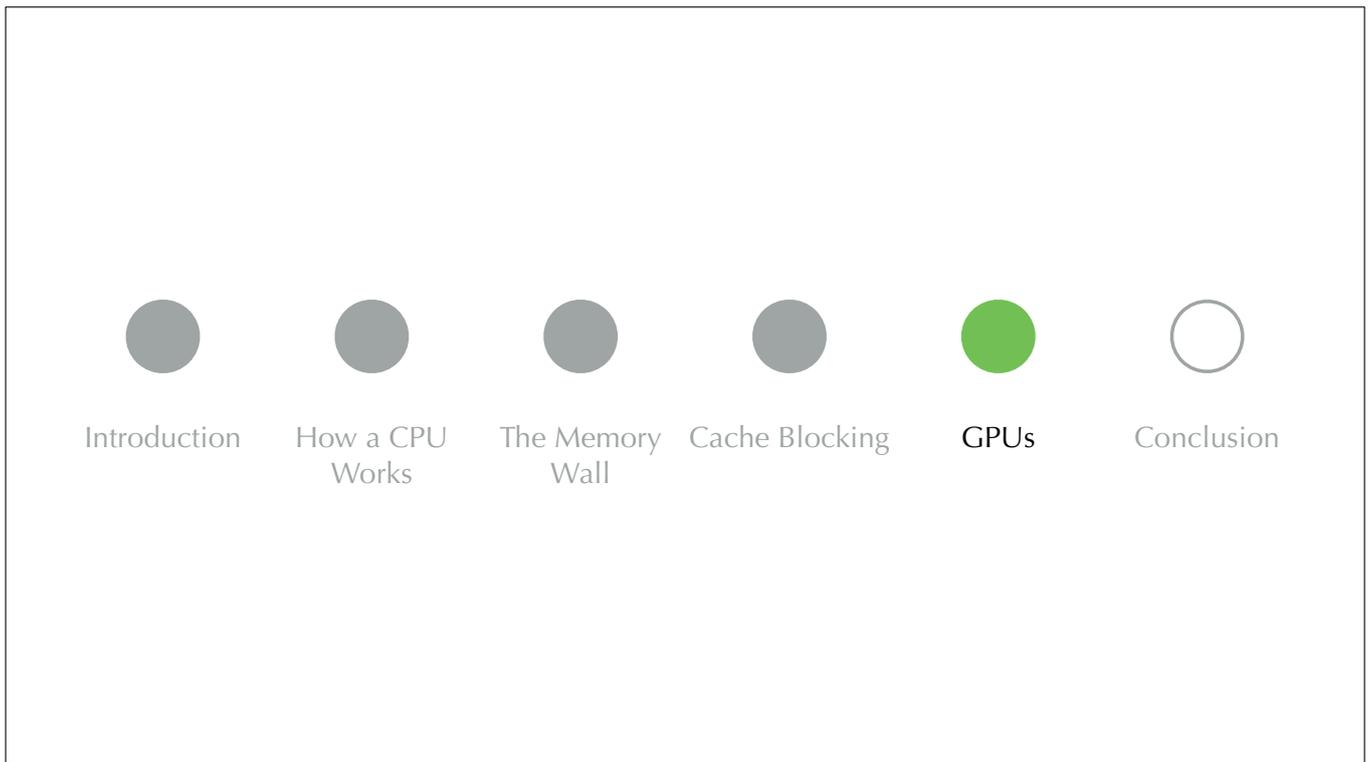
Cache Blocking

- Net main memory bandwidth for one RHS eval:
- ~29 KiB / curved $p = 3$ hex;
- ~49 KiB / curved $p = 4$ hex.



Cache Blocking

- This represents a twofold reduction in bandwidth!
- For Navier–Stokes the **reduction is closer to threefold** due to additional opportunities for data reuse.



GPUs

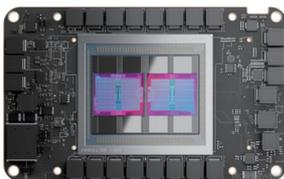
- All of the cache, wide issue width, and advanced execution capabilities in CPUs **consume large amounts of power and area.**
- GPUs remove this functionality in lieu of more execution resources enabling **super peak performance per Watt.**

GPUs

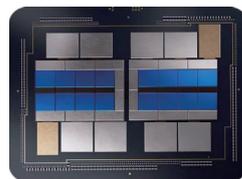
- This makes them more efficient, but also **more difficult to program**, as the hardware is doing less work for you.
- Moreover, the **minimum problem size** required to fully utilise a GPU is typically much larger than is required by a CPU.

GPUs

- Examples GPUs for **high-performance computing** include:



AMD MI250X



Intel Max



NVIDIA H100

GPUs

	Clock Speed (GHz)	Power (W)	DP TFLOP/s (Vector/Matrix)	Ratio (W per TFLOP/s)
Intel Sapphire Rapids (56 cores)	2.00	350	3.6	97.7
			3.6	97.7
NVIDIA H100 (132 cores)	1.98	700	34.0	20.9
			66.9	10.5
AMD Mi250X (2 × 110 cores)	1.70	560	47.9	11.7
			95.7	5.9

GPUs

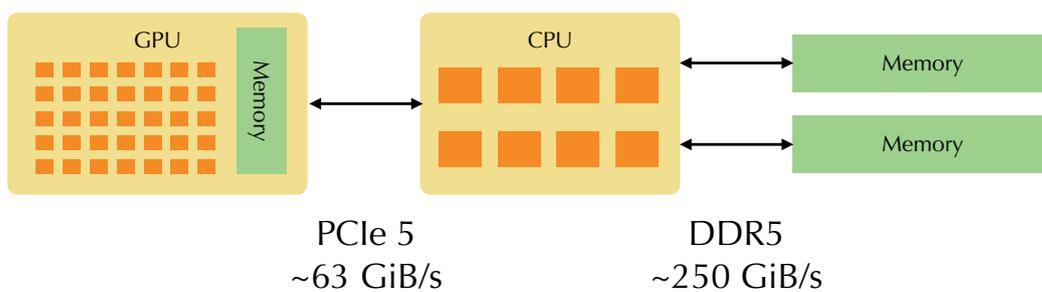
- GPUs also typically come with **high bandwidth memory**.
- However, this **comes at the cost of capacity**, which can be a problem for some (typically implicit) solvers.
- Furthermore, as cache blocking is not practical on GPUs they often **make less efficient use of bandwidth**.

GPUs

	Memory Type	Memory Capacity (GiB)	Memory Bandwidth (TiB /s)
Intel Sapphire Rapids (One Socket)	DDR5	1,536	0.25
NVIDIA H100	HBM3	80	3.0
AMD Mi250X	HBM2e	128 (2 × 64)	3.2 (2 × 1.6)

GPUs

- At the moment GPU memory is **usually managed separately to that of the host.**



GPUs

- Thankfully, there is a strong trend towards **fully unified memory** which will eliminate this issue.
- The first such HPC GPU doing this is the upcoming **AMD MI300A**, but we can expect other vendors to follow suit.
- The transfer problem is solved!

GPUs

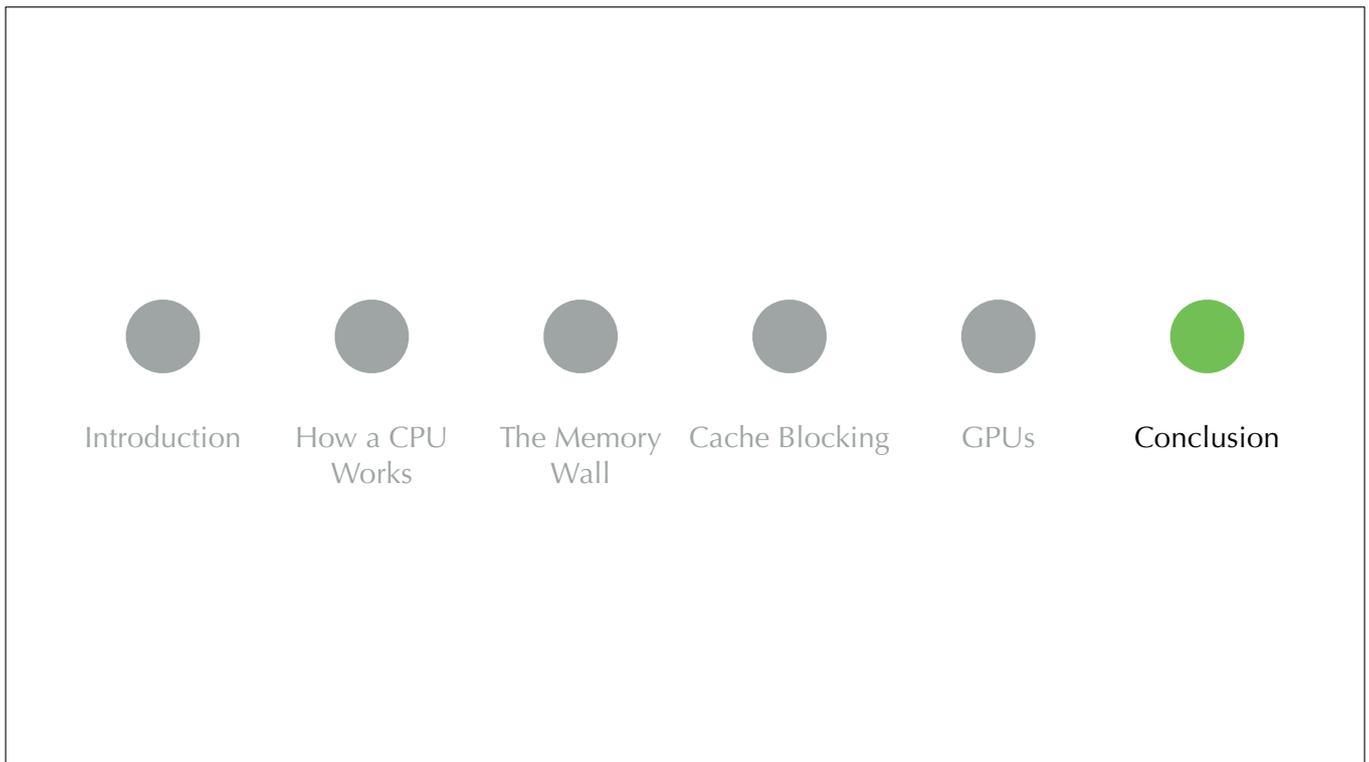
- Practically, the biggest downside of GPUs is the use of **vendor-specific programming languages**:
 - NVIDIA: CUDA.
 - AMD: HIP.
 - Intel: OpenCL and oneAPI.

GPUs

- This makes it difficult to achieve **performance portability** and can lead to **vendor lock-in**.
- Irrespective of which environment one uses there is one common problem: **kernel launch latency**.
- This makes it difficult to port codes **function-by-function** even if memory is unified.

GPUs

- As such porting a code to GPUs is a substantial undertaking and a lot of work is often required before observing any performance gains.
- Often it is easier to **rewrite a code from scratch**, e.g., Nek5000 to nekRS.



Conclusion

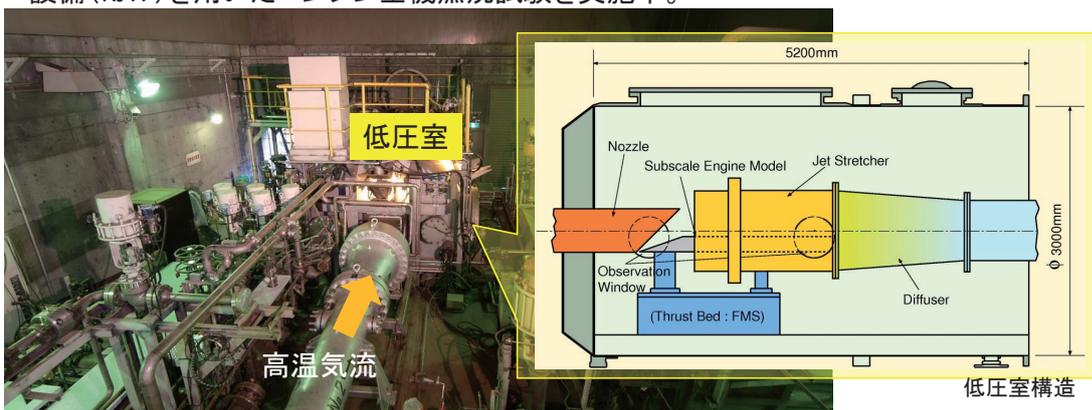
- Computing hardware for CFD—and HPC in general—is at an inflection point.
- Performance per Watt requirements means that **GPUs are probably here to stay...**
 - ...but you'll probably need to **rewrite your code.**



1. 始めに

ラムジェットエンジン試験設備

エアブリーザ研究開発の要として、角田宇宙センターでは1994年よりラムジェットエンジン試験設備(RJTF)を用いたエンジン全機燃焼試験を実施中。



RJTFで再現できる気流条件			
Flow Conditions			
飛行マッハ数	エンジン入口マッハ数	昇温方法	総温 (K)
Flight Mach No.	Mach No. at Entrance	Air Heater	Total Temperature
4	3.4	SAH	800
6	5.4	SAH	1500
6	5.2	VAH	1500
8	6.7	SAH+VAH	2400

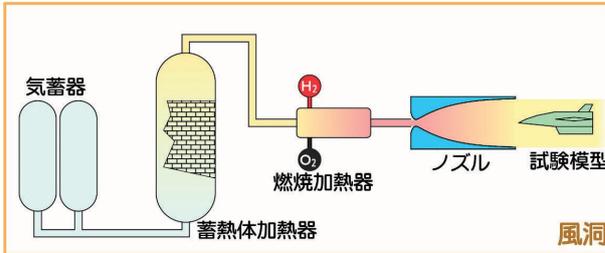
総圧 (MPa)
Total Pressure

SAH : 蓄熱体加熱 (Storage Air Heater)
VAH : 燃焼加熱 (Vitiated Air Heater)

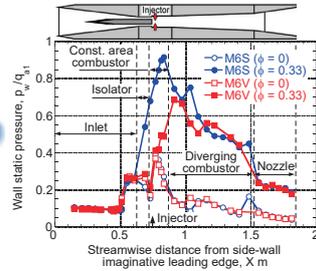
1. 始めに
「風洞依存性」とは

RJTFで総温調整のために用いる「**燃焼加熱器**」は酸素・水素の燃焼による加温装置。よって気流への「**水の混入**」が避けられず、**実飛行とは異なる性質の気流での試験**となる。

- ⇒エンジン燃焼現象や、空力加熱試験結果に影響。
- ⇒飛行試験供試体設計に影響。



RJTFの気流製造工程概念図



水分混入の有無による圧力分布の変化※

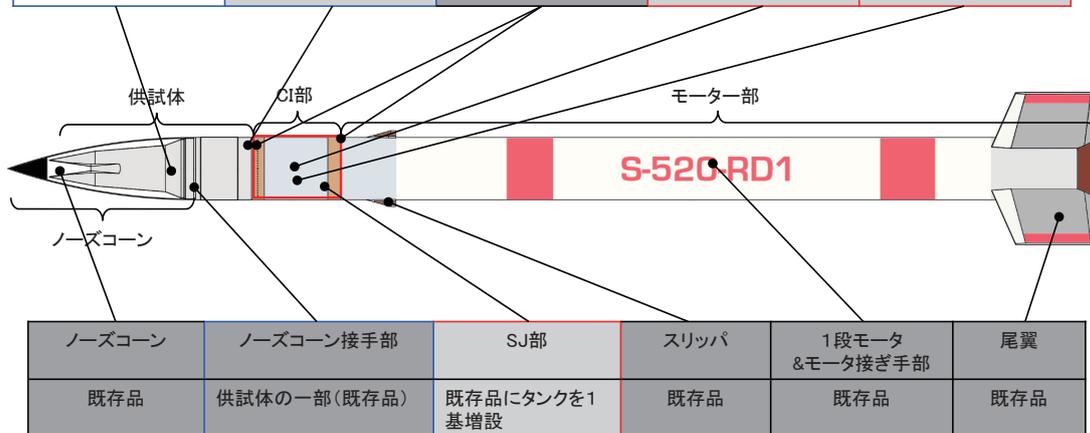
- **地上設備(風洞)でのデータからCFDをベースとした解析で実飛行状態の特性を予測**するための解析ツール(ソフトウェア)を作成し、**超音速燃焼飛行試験で得るデータを用いて検証し、実飛行状態と合致するよう解析ツールを調整**する。
- 本解析ツールの構築により、**実際の飛行状態を予測する精度を向上し、将来の極超音速エンジン搭載機体の開発に際し、飛行試験回数減等による開発コストの低減につなげる**。

※T. Mitani, T. Hiraiwa, S. Sato, S. Tomioka, T. Kanda, and K. Tani, 'Comparison of Scramjet Engine Performance in Mach 6 Vitiated and Storage-Heated Air,' *J. Propulsion and Power*, Vol. 13 (1997), pp.635-642.

2. 飛行試験システムの概要
飛行試験システム

- S-520Iに、**ラムライン制御装置、飛行試験供試体を結合して構成**。
- **既存品をできるだけ活用するコンセプト。ラムライン装置(SJ部)の改造がポイント**

供試体	供試体接手部	マルマンバンド	アピオニクス	フライトソフトウェア
本試験用に新規製作	供試体の一部(通常1段モータ分離用の接手を流用)	既存品を流用	既存品・艀装踏襲 一部部品枯渇対応等で改修	既存品ベースに姿勢制御目標値を変更



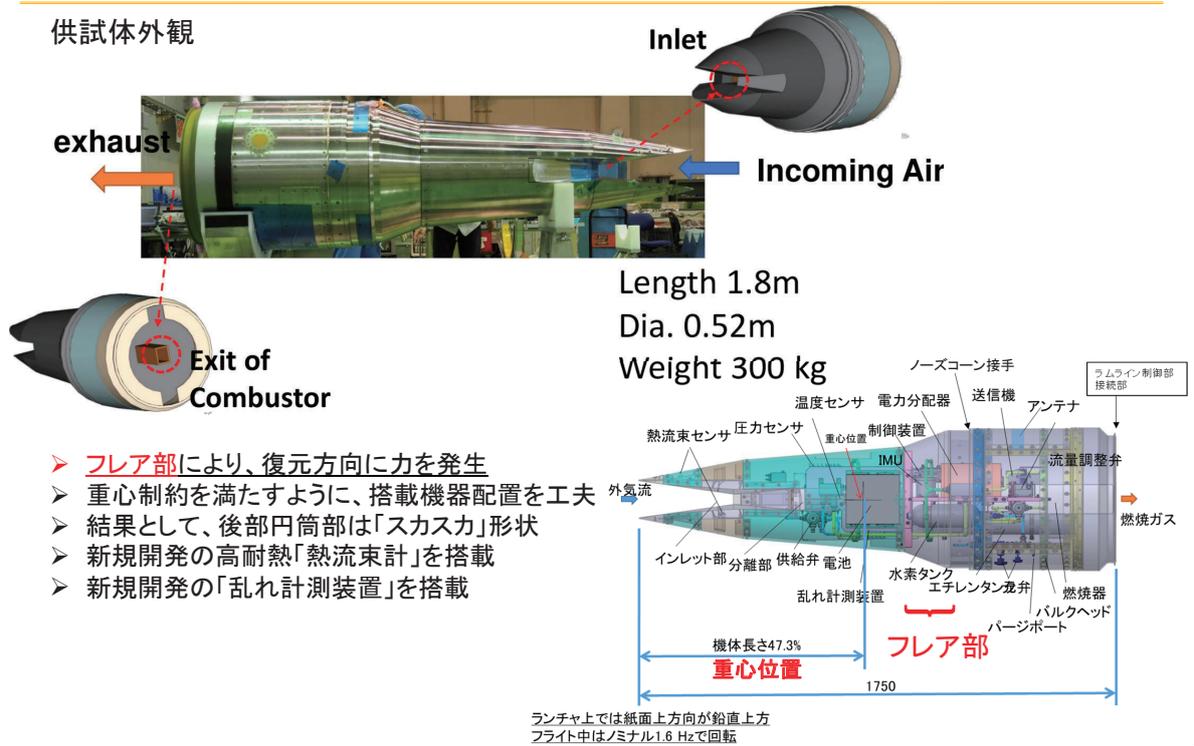
- : ラムライン制御部
- : 新規箇所
- : 既存品の一部変更
- : 飛行試験供試体
- : 既存品

※研開部門の1号機=RD1と名称を設定

2. 飛行試験システムの概要

飛行試験供試体②

供試体外観



- フレア部により、復元方向に力を発生
- 重心制約を満たすように、搭載機器配置を工夫
- 結果として、後部円筒部は「スカスカ」形状
- 新規開発の高耐熱「熱流束計」を搭載
- 新規開発の「乱れ計測装置」を搭載

3. 飛行試験の概要

飛行試験システム(S-520-RD1)は2022年7月24日05:00に内之浦宇宙区間観測所より、打ち上げられ、推定412秒後に予定の落下区域に供試体が着水して、終了した。



ランチャ上のS-520-RD1(7/23撮影)



S-520-RD1発射の瞬間(7/24撮影)

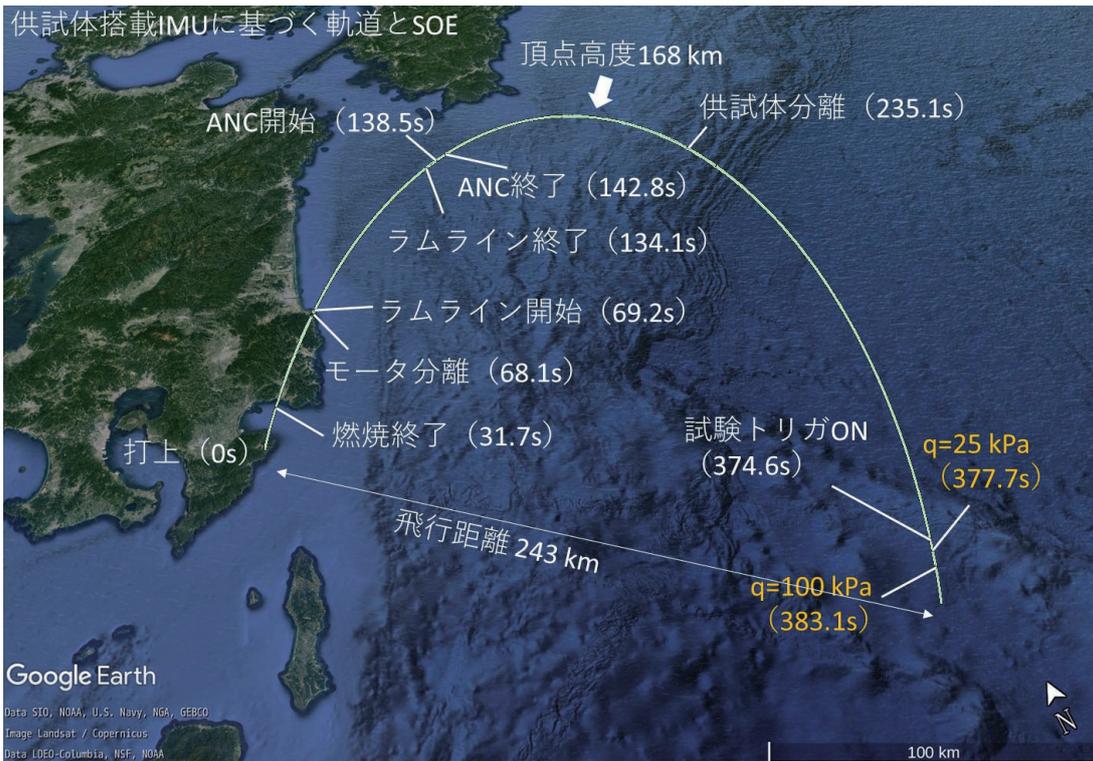
3. 飛行試験の概要



7

3. 飛行試験の概要

4.1 軌道



8

3. 飛行試験の概要

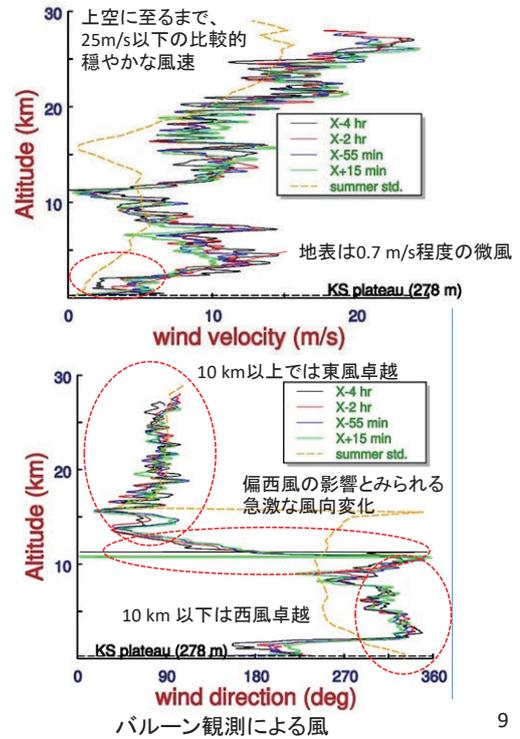
3.1 試験条件①

【気象条件】

- 総じて天候はよく、風も穏やかで、絶好の条件での打上となった。風向は夏期平均風に近く、風速はやや早めであった。
- なお、打上当日の風観測結果を用いて飛行解析を行い、予定落下区域にロケット等が落下するように射角と方位角が調整された。

打上環境・設定一覧

項目	実績値
打上時刻	2022年7月24日05:00 (JST)
射角	79° (ノミナル77°)
方位角	125° (ノミナル135°)
天候	晴れ(薄い雲あり)
気温	23.5°C
風	地表は0.7 m/s 低層は西、高層は東風



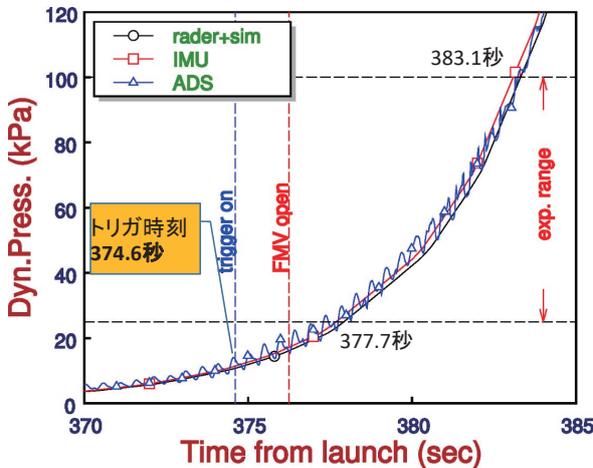
3. 飛行試験概要

3.2 試験条件②

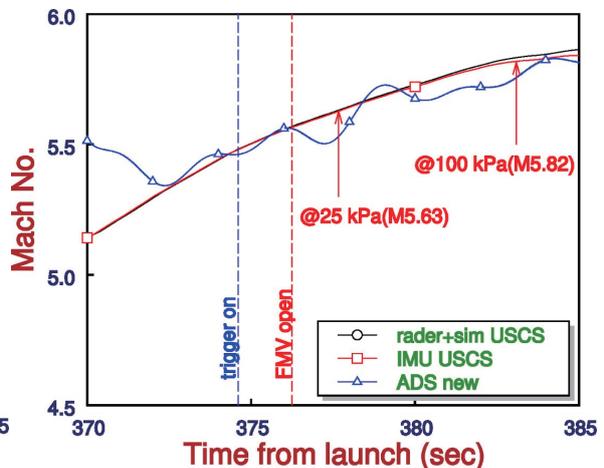
【動圧・マッハ数】

IMU、レーダベース解析、ADSに基づく、試験中の動圧とマッハ数の変化を以下に示す

- 動圧が25~100 kPaと変化する時間は5.4秒であった。(=試験時間)
- 試験時間中のマッハ数は5.6~5.8であった。
- ADSはスピンとニュートレーションによる圧力の周期的変化の影響を強く受け振動したが、動圧12 kPaを検知して、試験開始(燃料投入)は予定通り実施された。



IMU/レーダベース解析/ADSによる動圧変化



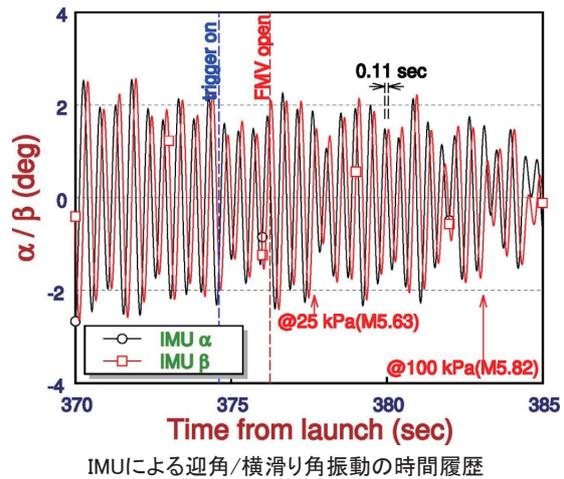
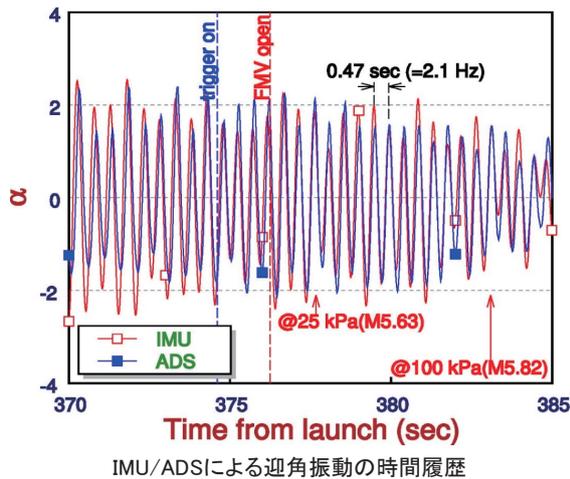
IMU/レーダベース解析によるマッハ数変化

3. 飛行試験の概要

3.2 試験条件③

【迎角・横滑り角】

- 迎角については、IMUとADSはよく一致している。ともに約2 Hzの振動周期で、約2度以内の変化を示している(左図)。
- ADSでは横滑り角のデータに偏りが見られたため、IMUデータに基づき、姿勢を判断することとした。迎角に対して、0.11秒の位相ズレをもって、同じ振幅で変化していることを示している(右図)。



11

4. 供試体設計における数値解析の活用

5年間の期間で、未知の供試体を設計し、課題をつぶす！
 とかく**極超の実験は仕掛けが大変！**

金！

時

間！

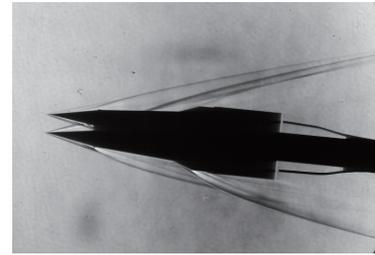
**CFD・数値解析を活用して、
 課題解決を図る！**

12

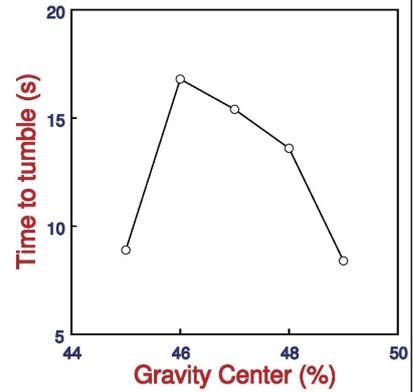
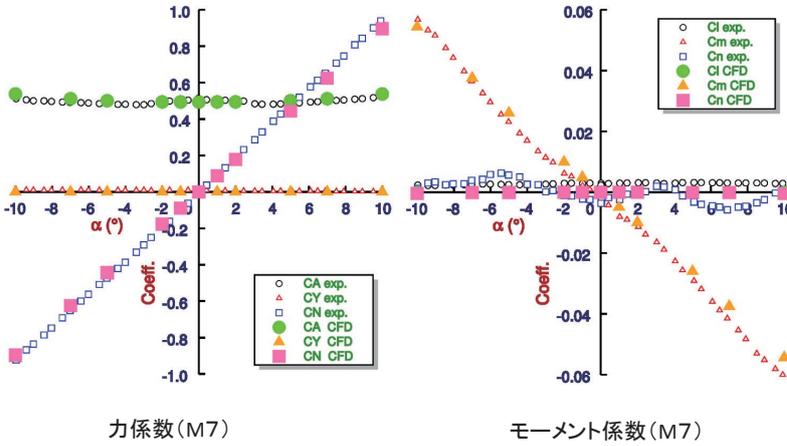
4. 供試体設計における数値解析の活用

4.1 供試体空力設計①

フレアで発生する力で静安定とするため、空力性能特定が重要
CFD (FaSTER) で推定し、風洞試験で検証。両者は良い一致。



1/8模型風洞試験の様子 (Schlieren)



重心位置と試験後、安定を失うまでの時間

加えて、安定した飛行には重心設定位置も重要。前過ぎて、後ろ過ぎて、試験後(動圧100 kPa通過後)に安定を失うまでの時間が短くなる。

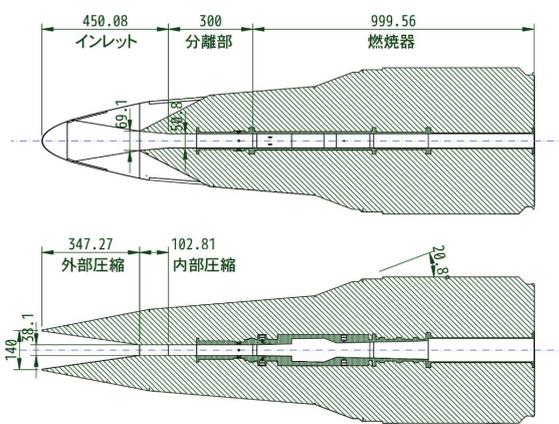
4. 供試体設計における数値解析の活用

4.1 供試体空力設計②

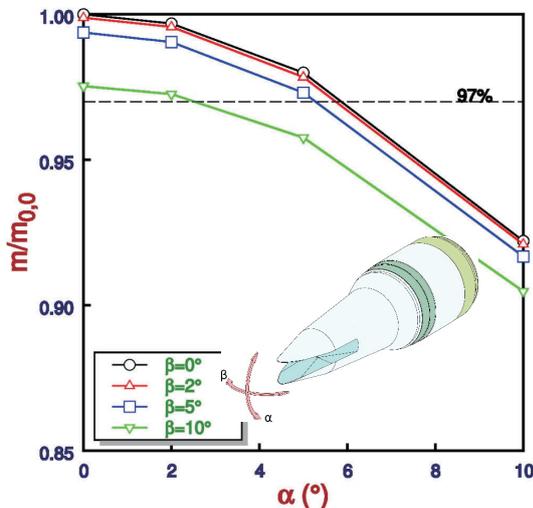
流量の推定

- 供試体中央に燃焼のための流路を設置
- インレットは二段(外部圧縮、内部圧縮)、分離部を挟んで、燃焼器と接続。
- 流量の変動を3%以下に抑えるために、迎角・横滑り角制限は5度に設定

➡ 姿勢制御装置の許容誤差として設定



供試体内の流路形状



マッハ6における迎角と流量の関係

4. 供試体設計における数値解析の活用

4.2 飛行中の諸課題への対応①

ノーズコーン開傘時に気流がCI部に流入する問題

【課題】

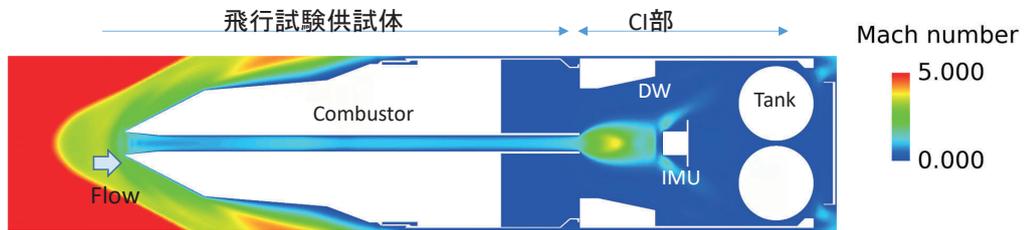
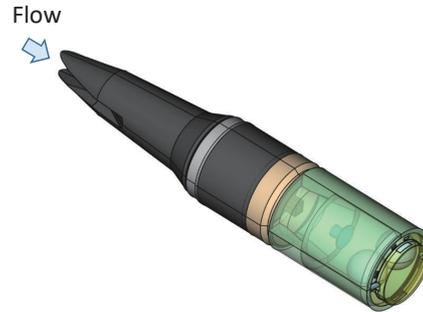
供試体とCI部は直結され、供試体中央の燃焼器ダクトを通して気流がCI部に流入する。

- 分離高度: 80 km
- 推定マッハ数: 5



【CFDによる解析結果】

- ダクト直下流のIMUに超音速(約マッハ2)で衝突する。
- 低密度のため、気流運動量は家庭用の扇風機のみ。
- 加熱やハーネスバタつきの問題は無いと結論



ノーズコーン開傘時のCI部内流れ(マッハ数分布)

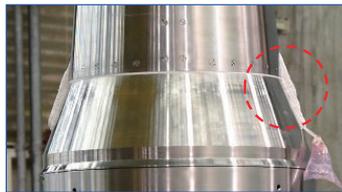
4. 供試体設計における数値解析の活用

4.2 飛行中の諸課題への対応②

ノーズコーンハーネス通し孔保護の問題

【課題】

NCを開くための火薬に信号を送るハーネスを供試体内部から導き出す必要があるため、供試体フレア部に孔が空く。孔塞ぎが空力的に影響する事が懸念される

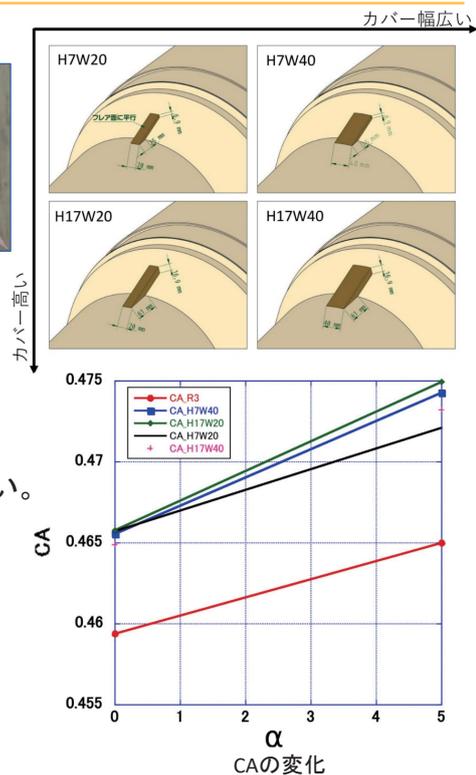


耐熱シリコン材による孔塞ぎ状況 (RD1実機)



【CFDによる解析結果】

- 孔塞ぎのサイズを変えつつ、空力係数をCFDで評価
- 盛り幅20 mm程度ならほぼ1%程度のCA増加でしかない。
- 安定性に関わるCmはほぼ変化見られず
- よって誤差の範囲と結論



4. 供試体設計における数値解析の活用

4.3 空調設計への対応

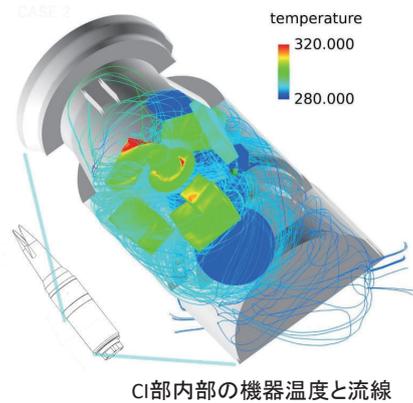
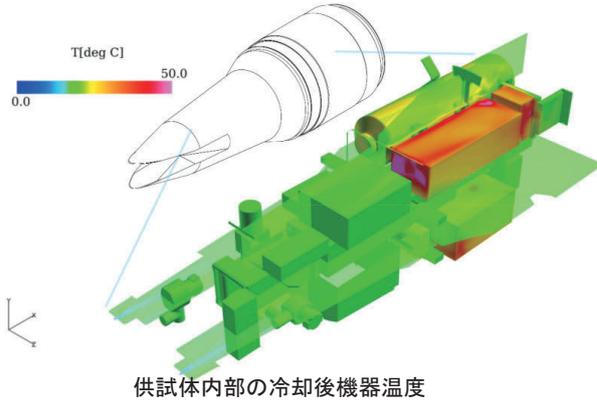
供試体とCI部の機器を冷却する問題

【課題】

- 供試体内部に高密度に配置された電子機器が夏場の打上で高温になる可能性あり。またCI部のIMUは精度管理のため所定の温度に維持する必要あり(供試体とCIの2系統冷却とする)
- 供試体を冷やしたガスがCI部に流入するため、ガスの流れが複雑化

➔ 【CFDによる解析結果】

- 供試体について流量を変えたCFDを実施し、機器への熱伝達率を冷却流量の関数としてモデル化
- 供試体冷却モデルで求めたCI部への排気流れを含めてCI部も熱伝達率を流量関数としてモデル化
- モデルを用いて、必要流量を推定
- 噛合せ試験時に確認試験を実施



4. 供試体設計における数値解析の活用

4.4 燃焼器設計

燃焼器形状の検討

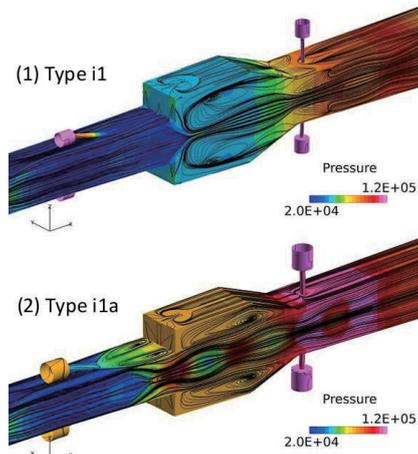
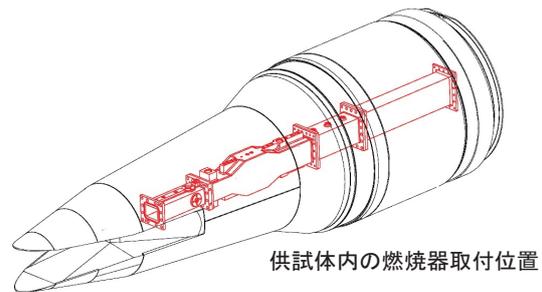
【課題】

- 一発勝負の試験故、燃料(エチレン)が必ず燃える事
- 飛行実験データと風洞実験データの違いが、よく見える事(圧力分布の違いがはっきり出ること)



【CFDによる解析結果】

- “キャビティ”(保炎器)形状をパラメタとして燃え方を設定
- 保炎器を挟み、上下流の噴射器の位置・形状を設定
- 風洞試験にて、設計結果を確認
- 飛行試験結果と風洞試験結果は実際に違いを観察できた
- インレット圧縮率が小さく、予想ほどは燃えなかった



キャビティの違いによる流れ場変化

4. 供試体設計における数値解析の活用

4.5 熱構造設計

燃焼器形状の検討

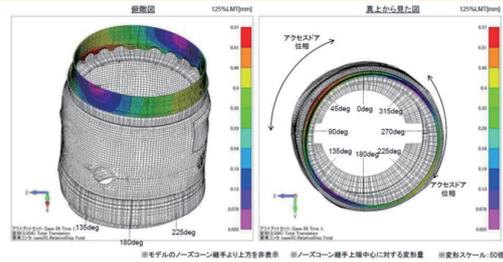
【課題】

- 供試体をモータに直接接続し、既存ノーズコーンを被せる構造＝供試体はロケットの一部故、ロケットとしての強度評価必要
- M6飛行時の空力加熱による溶融

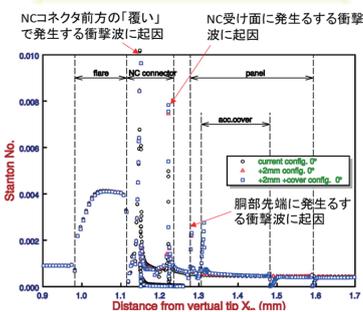
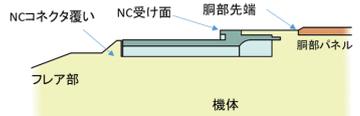


【CFD・FEMによる解析結果】

- S-520予測値に基づく荷重を設定して、飛行供試体胴部（特にアクセス窓周辺）、接手部の応力、歪量を調べ、問題無き事を確認
- 最終的には実機に荷重を掛けた試験で確認
- 飛行解析に基づき、動圧、マッハ数の変化も考慮して、空力加熱量を推定。実際に加熱が厳しいのは動圧が高くなる(> 1kPa程度)時間帯に限られことを確認＝溶融の恐れなし



S-520基準の空力荷重負荷に基づく供試体胴部歪



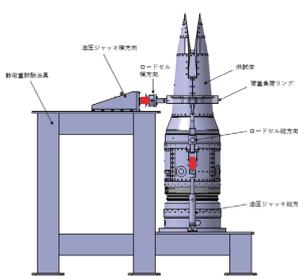
フレアから胴部に掛けての Stanton 数分布 (M6)

4. 供試体設計における数値解析の活用

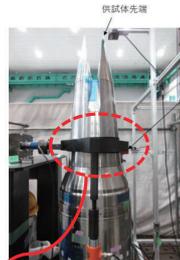
4.5 熱構造設計②

【荷重試験】

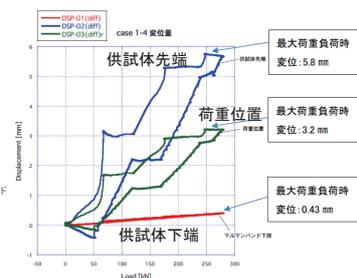
出来上がった供試体に直接荷重を掛けて、構造強度を評価。治具不具合もあったが、軸方向、せん断方向ともに想定荷重における健全性を確認した。



荷重試験装置



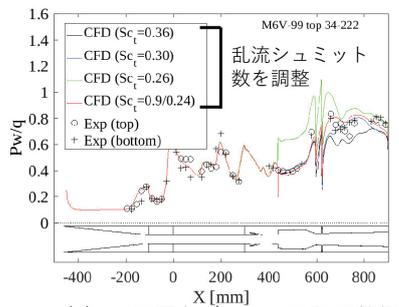
荷重試験@相模原('22年3月)



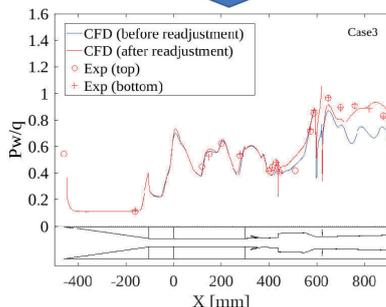
荷重時の変位例



5. 風洞依存性補正ツール



(a) 風洞圧力データの再現調整例



(b) 実飛行圧力データの再現例

飛行試験後に、条件を合わせた風洞試験を実施
(燃焼器入口でマッハ数、運動エネルギーを合わせた)

風洞データを、「異ガス=水」を含む反応モデルを
入れたCFDツールで再現(上の図)。再現に必要な
パラメータを調整

パラメータをそのままに、水を含まない反応モデル
に置き換えて、飛行試験条件で計算

飛行試験での燃焼状態を、積分推力誤差として、
3%で再現できることを確認(下の図)

大成功！

21

5. まとめ

1. 飛行試験供試体の空力特性をCFDにより求め、風洞試験で検証、広範囲なマッハ数、迎角にてデータ・ベースを構築し、飛行解析に応用した。結果として、迎角変化の少ない安定した飛行を実現できた。
2. 今回の供試体の形状からくる特有の課題(気流の流入や、ハーネスカバーの影響)についてもCFDにより、流れ場や空力の変化を評価し、大きな影響が無いことを確認した。
3. 機器動作により高温化が懸念された供試体内部の空調については、CFDによる熱伝達率とこれを元にした熱収支の解析により、空調流量を設定した。結果として十分な冷却性能を確保した。
4. 燃焼器形状、構造解析にもCFD、FEMを用い、限られた期間内で、形状設定を行うことができた。
5. 飛行試験の結果から、風洞依存性ツールの調整・検証を行い、目標精度を有するツールを完成させた。

謝辞

本飛行試験実施にあたっては、東海大学、岡山大学、JAXA 宇宙科学研究所(ISAS)の観測ロケット従事者の皆様、ロケットメーカ、供試体製造メーカ、またJAXA 研究開発部門研究推進部、ISAS 科学推進部、内之浦宇宙空間観測所他、多大なご支援を頂きましたこと改めて感謝致します。

22

2B11 極超音速飛行試験を行う上での 空気力学上の諸問題について

「S-520-RD1飛行試験におけるシミュレーションの 活用事例」

長谷川 進、谷 香一郎

宇宙航空研究開発機構 第四研究ユニット

本研究は、防衛装備庁が実施する安全保障技術研究推進制度(JPJ004596)の支援を受けたものである。

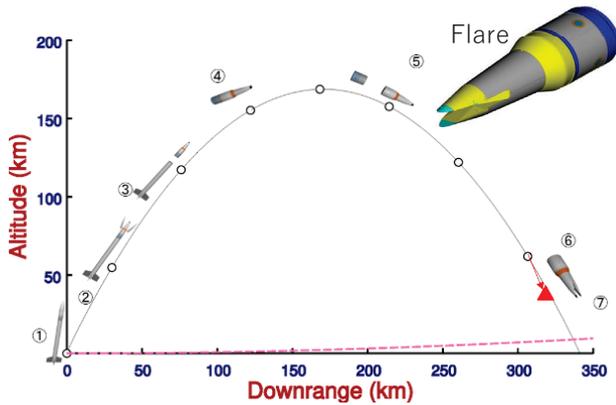
概要

- 目的
- 供試体の空力係数の算出と検証
- α β を変えた捕獲流量の算定
- ハーネスのカバー付加による空力へ影響
- ADS (Air Data Sensor) から飛行状態の推定
- ノーズコーン開頭時の流れの解析
- 空調の設計に関する流れ解析

- まとめ

目的- 極超音速飛行試験

本研究では、極超音速飛翔体の数値シミュレーションを行いました。特に、飛翔体の空力特性を数値的に求め、極超音速風洞で得られた試験データと連携して検証した。さらに、熱伝達解析、開頭時の流れ解析、冷却の流れ解析等を行い、2022年7月時点での飛行試験の検討を行いました。私の発表は、事前検討が主な内容です。



No.	Event
①	Launch
②	End of Burning
③	Separation, Nose cone open
④	Attitude control starts. (55degree)
⑤	Attitude control ends (-55degree)
⑥	Injection starts.(q=12 kPa)
⑦	End of Test(q=100 kPa)
⑧	Water landing

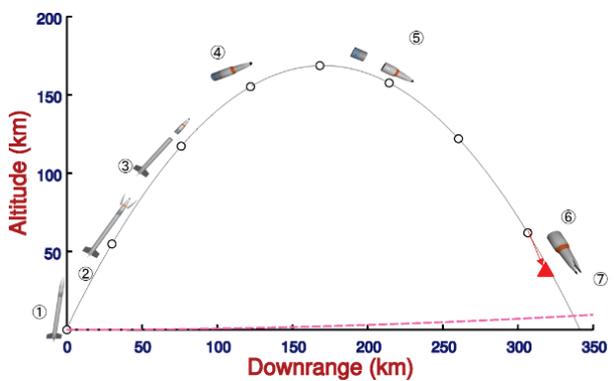
到達高度
レーダ 167.59 km

高度30km 到達時間
解析 378.4 sec

高度20km 到達時間
解析 384.7 sec

目的- 極超音速飛行試験

極超音速燃焼飛行試験では、マッハ6前後で飛行する機体でエチレン燃料を燃焼させ、実際の飛行状態での燃焼状態を探ることを目的としています。
試験体は小型ロケットS-520によって弾道飛行軌道に投入され、落下中にマッハ数に達した時点で試験が行われます。落下中の外乱により軌道が不安定になることが予想されるため、機体後部にフレアを追加し、フレアによる抗力を利用して機体の復元力と飛行安定性を持たせることにしました。



No.	Event
①	Launch
②	End of Burning
③	Separation, Nose cone open
④	Attitude control starts. (55degree)
⑤	Attitude control ends (-55degree)
⑥	Injection starts.(q=12 kPa)
⑦	End of Test(q=100 kPa)
⑧	Water landing

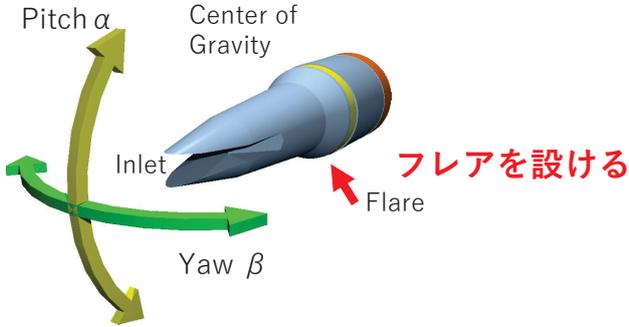
到達高度
レーダ 167.59 km

高度30km 到達時間
解析 378.4 sec

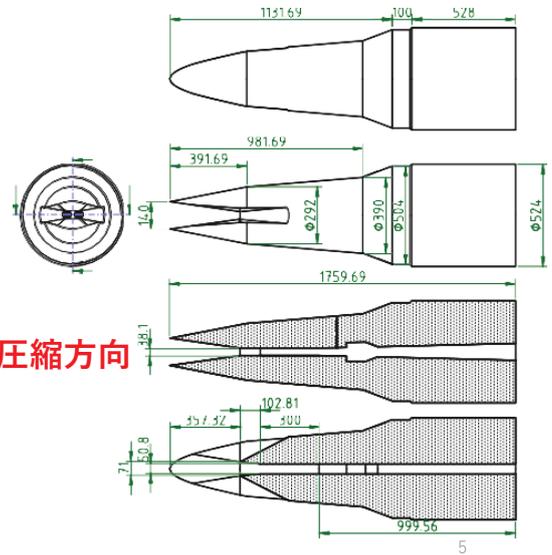
高度20km 到達時間
解析 384.7 sec

飛翔体形状

インレット圧縮方向



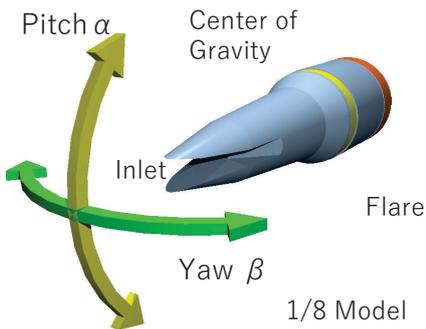
Flight Vehicle Configuration



The flight condition of Mach 6

Physical Quantity	Value
Mach Number	6
Density	3.12E-2 kg/m ³
Static Pressure	1997.5 Pa
Temperature	223.14 K
Velocity	1797 m/s

極超音速風洞試験



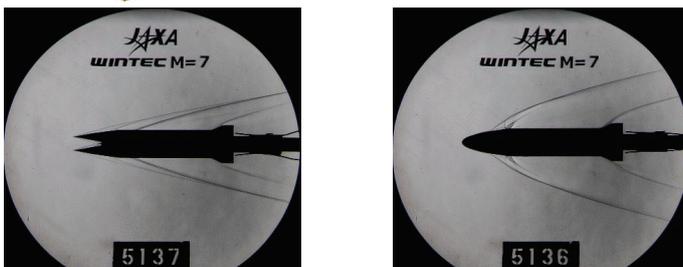
Wind Tunnel	Turbulence
Mach Number	7
Total Pressure	6 MPa
Total Temperature	920 K

Sweep -10° ~ 10°

調布極超音速風洞を用いて試験データを取得する。

形状：3種類

トリッピングワイアで乱流化させる。



α sweep Schlieren Photo β sweep

数値計算法と計算条件

・非構造格子のソルバーFaSTARを使用した。この研究では、ナビエ・ストークス方程式を、有限体積法を用いて非構造格子上で解いた。

GLSQ (Green-Gauss based weighted least square),
 HLLEW, LU-SGS,
 Hashida's limiter
 Turbulence Model "SA-noft2-R" with $Crot = 1$. from NASA LaRC

・非構造格子は、商用ソフトPointwise を用いて生成した。

・JAXAスーパーコンピュータシステム(JSS3)を用いて数値シミュレーションを行った。

7

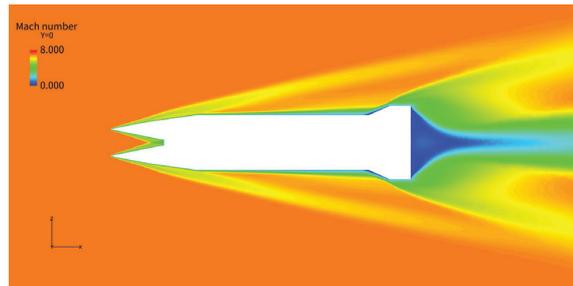
(a)

極超音速風洞試験



Schlieren Photo 1/8 Model

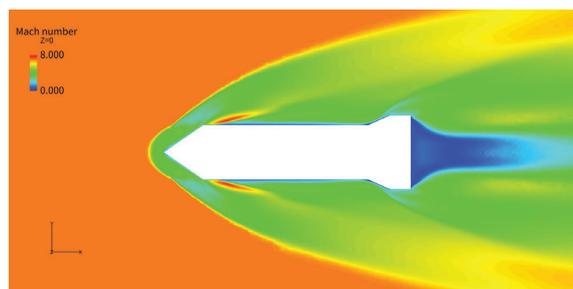
α sweep



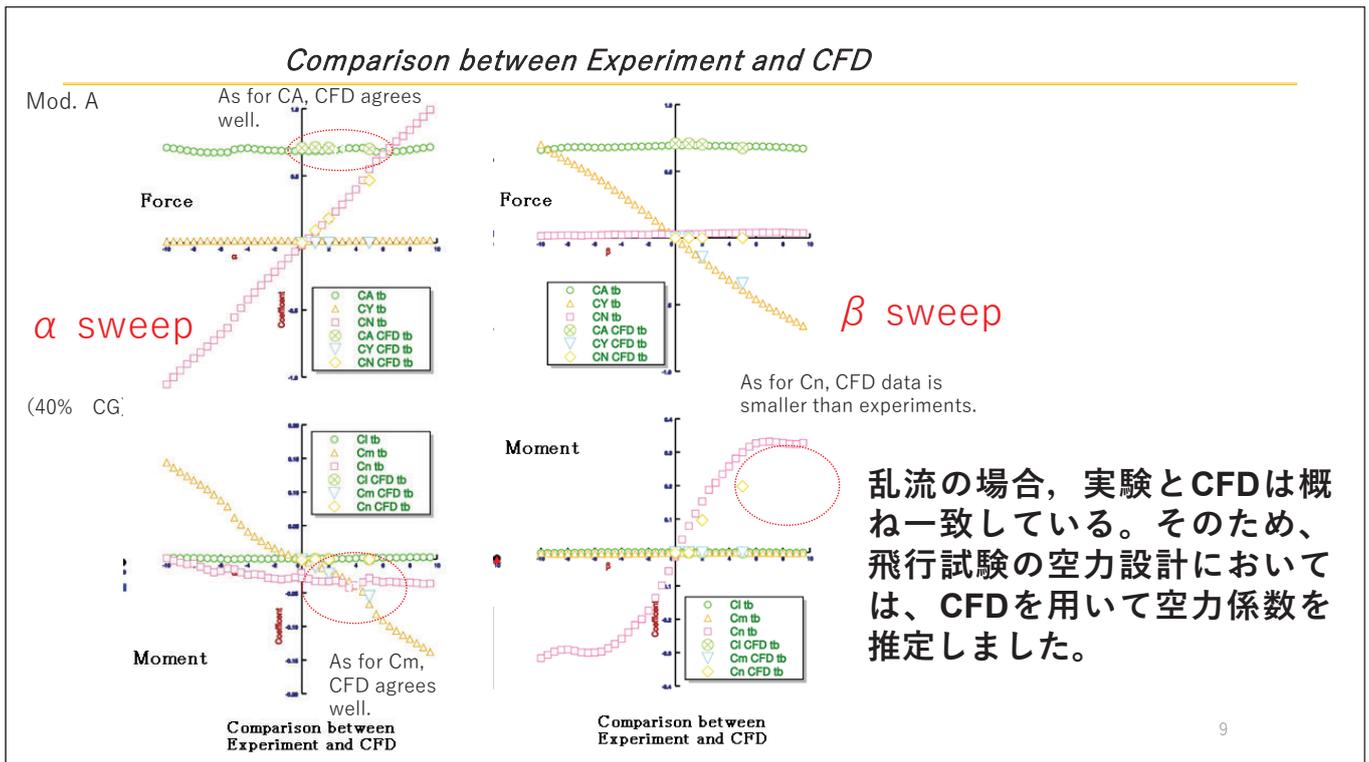
Mach Number



β sweep

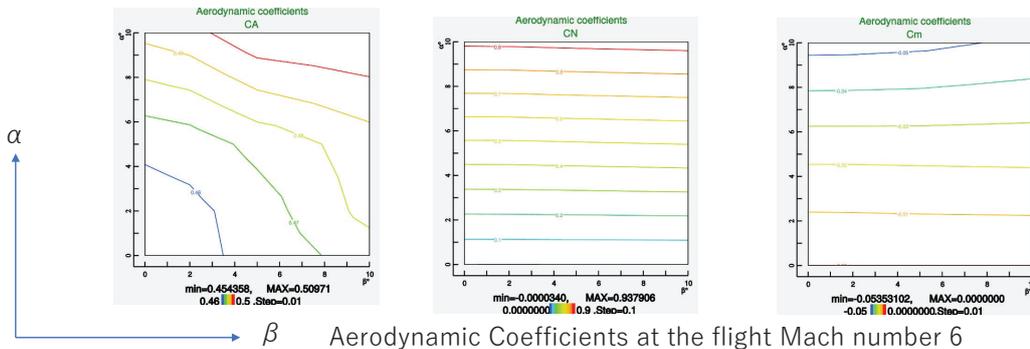


8

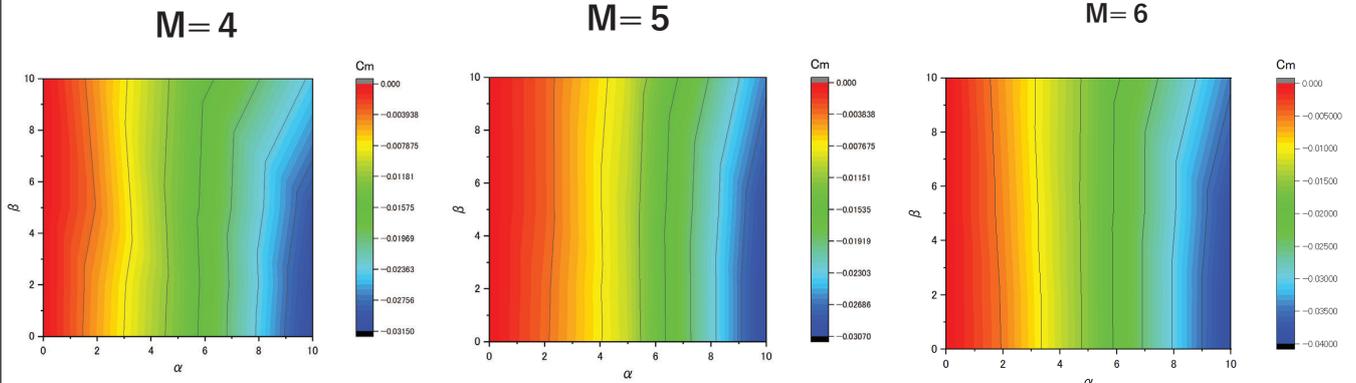


飛行解析のための空力係数の算出

Configuration	Aerodynamics Estimation
All	DATCOM Calculation
Vehicle + CI Part	DATCOM Calculation
Vehicle (100km above)	DATCOM Calculation (CFD values are not available at high altitude due to the high angle of attack)
Vehicle (100 km below)	FaSTAR ($\alpha, \beta = 0 \sim 10^\circ$, Response Surface Method) Mach = 2, 4, 5, 6, 7, linear interpolation



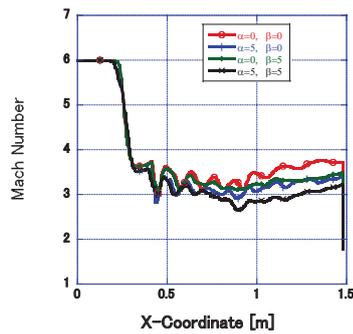
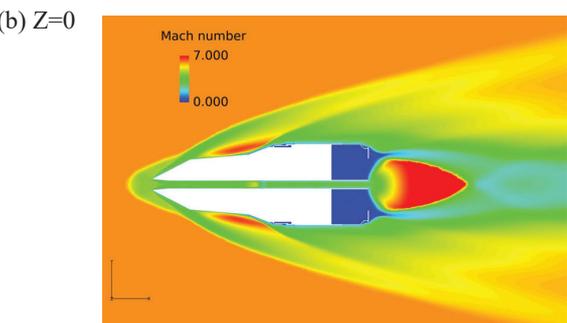
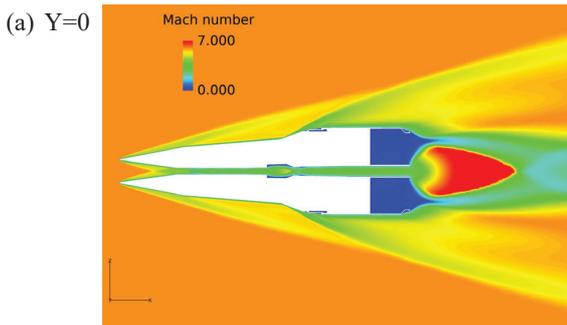
飛行解析のための空力係数の算出 C_m



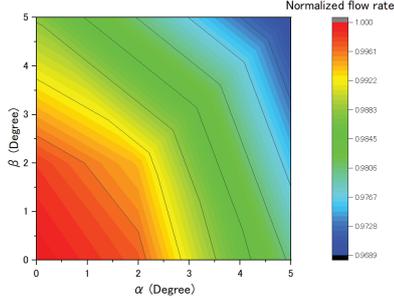
縦安定性が成立している。

Aerodynamic Coefficients at the flight Mach number 4, 5, 6

数値計算 (マッハ数)



各 α 、 β でインレットは始動している。

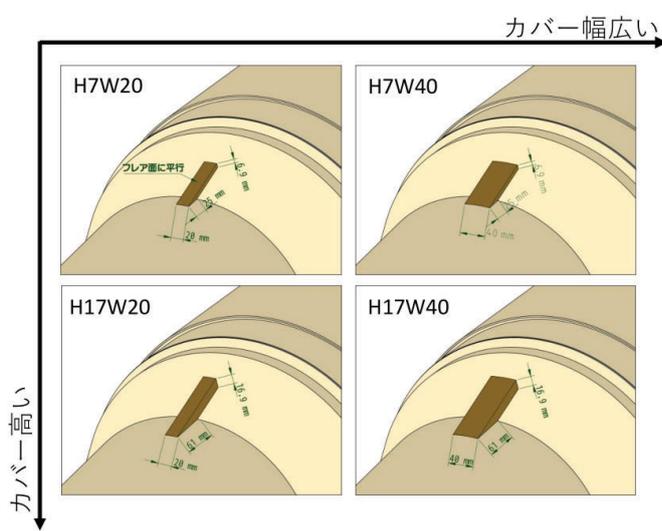


規格化された流量は、 α 方向に比べ、 β 方向には変化は少ない。

3%の流量変動を許容する場合、概ね α も β も 5度以下を目指す必要があることが分かった。

NCハーネスのカバー付加による空力へ影響

NCハーネスをフレア面に固定した状態をモデル化し、空力（CAとCm）への影響を評価した。計算は迎角0度と5度で実施した。モデルは以下の4形態である。



カバーは軸対称位置に一对設定した

H7W20 : 基本形状。ハーネスを通す孔を塞ぐような最小サイズ。傾斜面はフレア面に平行。

H7W40 : H7W20と同じ高さで幅が倍のモデル

H17W20 : H7W20に高さを10 mm加えたモデル。

H17W40 : 上記の幅をさらに倍にした

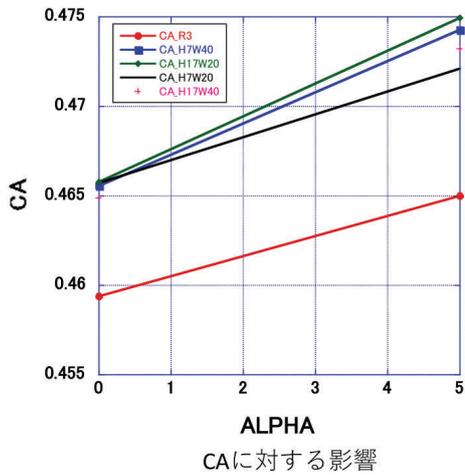
次ページに示す通り、左記の範囲内では大きな違いが無いが、できるだけ障害を少なくする観点から、幅20 mm程度、高さ7 mm程度に抑えることを目指す。

NCハーネスへのカバー付加による空力への影響

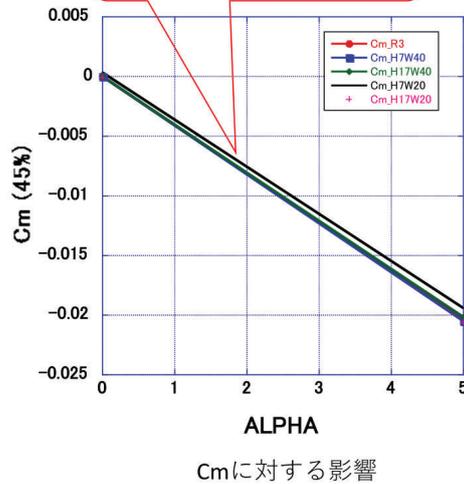
空力係数の変化状況

CAとCmに対する影響を以下に示す。なお、"R3"はカバー無形状の結果である。

想定される空力係数誤差 5%の範囲内に入るため、設計変更は不要と判断

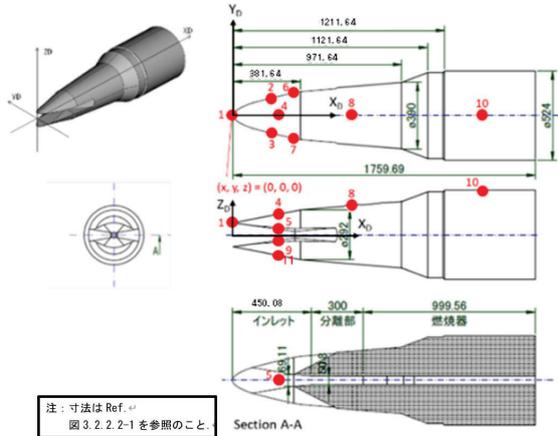
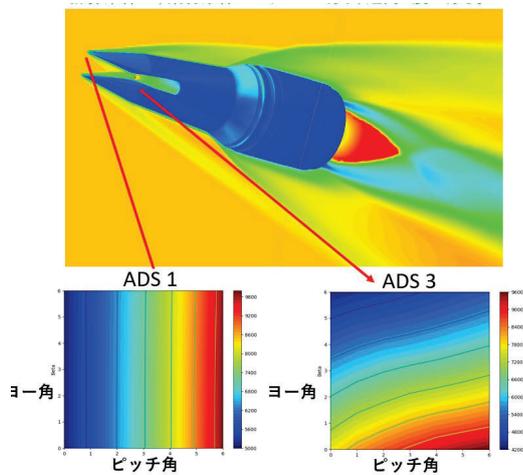


CAに対する影響



Cmに対する影響

ADS (Air Data Sensor) から飛行状態の推定



動圧の推定等に関しては、従来の手法で一定の精度の範囲で成功した。

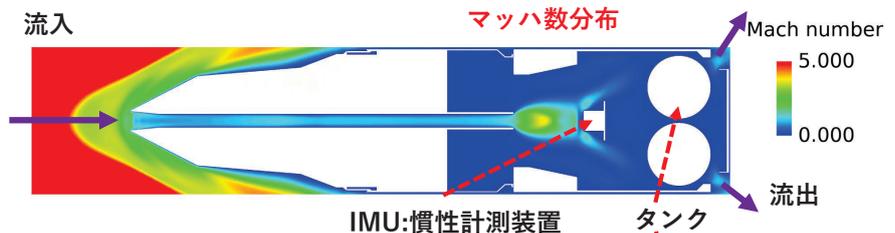
飛翔体表面の圧力係数と機体周囲のマッハ数分布。飛行条件はマッハ6、迎角5度。

今後は、より高精度の手法の開発が必要。

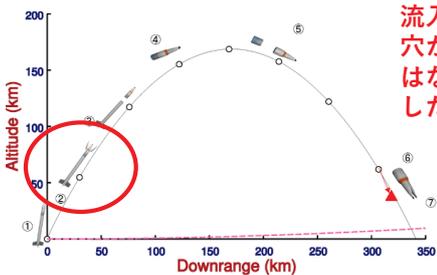
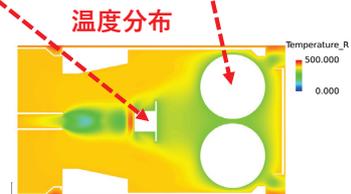
ノーズコーン開傘時の流れの解析

本試験では、高度約80kmでノーズコーンを開傘する必要がある。マッハ数は、約5であり、密度は低いもの流れがインレット、分離部、燃焼器を通して、CI部に流れ込む。その再、特に問題になるのは、IMUに気流が当たることである。それを解析するために、開傘する飛行条件相当の条件で、数値計算を行った。

高度	75.69 m
マッハ数	5.15
大気静圧	2.1375 Pa
大気静温	207.03K
大気密度	3.59678 kg/m ³
音速	288.44 m/sec



流入してきた空気は、タンク横にある穴から出ていき空気が溜まっていくことはない。IMUにかかる力、熱流束を計算した。



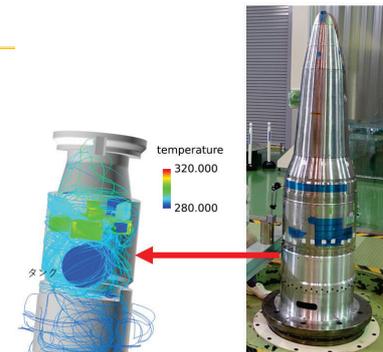
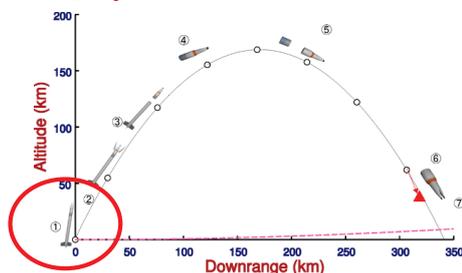
マッハ5の場合、流れは入り口で不始動となり亜音速まで減速する。その後、ダクト出口で膨張し加速され超音速でCI部に流入する。空気密度が小さいために、内部機器に大きな影響を及ぼすことはないことが分かった。16

空調の設計に関する流れ解析

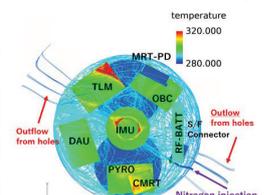
IMU、CMRT、RF-BATTERYなど電子機器は打上げ前から作動させる必要がある。各電子機器の発熱によりCI部の温度が過度に上昇すると電子機器が不具合を起こすリスクがあることから、供試体外部からホースにより窒素ガスを注入してPI部やCI部内の過度の**温度上昇を抑制する必要あり温度調整を行った。**

PI部、CI部内の打上げ前冷却方法の検討を行う必要があり、Ansys Fluentを用いて流れ場を計算した。解析は、非圧縮流とみなして熱流体解析を行った。

窒素流量と熱伝達率の関係を評価するためにCFDで定常解を得て、熱伝達率を算出している。効果的な冷却方法を熱流体解析CFDを行い検討し、**打ち上げ時には十分な温度コントロールを行うことができた。**



左図は搭載機器の表面温度と流線（色はガス温度）。右図は飛行試験機の写真。



右図はCI部を上流側から撮影したもの。左図は表面温度と搭載機器の流線（色はガス温度）。

まとめ

本研究では、極超音速飛翔体の数値シミュレーションを行いました。特に、極超音速飛行実験を実現するために必要だった、空力解析、熱伝達解析等を紹介しました。

極超音速試験は、多くの方のご協力により、昨年七月に実施されて多くのデータを取得することができた。

- ・極超音速飛行のための試験供試体を設計し、飛行マッハ数を6とし、CFDにより機体周りの流れ場を求めた。ピッチ角とヨー角をそれぞれ5度まで変更し流入気流を調べた。いずれの場合も、入口内部の流れは超音速を維持しており、入口の始動条件は維持されていた。さらに、流量変動を3%以内にするためには、ピッチ角 α 、ヨー角 β 、共に5度以内に収めることが重要である。

- ・本試験では、高度約80kmでノーズコーンを開傘する必要がある。その際のマッハ数は、約5であり、密度は低いもの流れがインレット、分離部、燃焼器を通過して、CI部に流れ込む。その再、特に問題になるのは、IMUに気流が当たることである。しかしながら、空気密度が小さいために、内部機器に大きな影響を及ぼすことはないことが分かった。

- ・PI部、CI部内の打上げ前、冷却方法の検討を行う必要があり、熱流体解析を行った。窒素流量と熱伝達率の関係を評価するためにCFDで定常解を得て、熱伝達率を算出している。効果的な冷却の熱流体解析を行い検討し、打ち上げ時には十分な温度コントロールを行うことができた。

2B12 S-520-RD1飛行試験用スクラムジェット燃焼器のCFDによる性能予測

小寺正敏, 高橋政浩, 小林完, 富岡定毅
宇宙航空研究開発機構 角田宇宙センター

2023/07/12-14

第55回流力講演会/第41回ANSS
@国立オリンピック記念青少年総合センター



アジェンダ

- 1. 背景
- 2. 目的
- 3. CFDによる燃焼器性能予測ツールの検証
 - 3.1 CFDツール概要
 - 3.2 飛行試験結果との比較 その1
 - 3.3 飛行試験後の地上試験結果による再調整
 - 3.4 飛行試験結果との比較 その2
 - 3.5 積分圧力推力による予測評価
- 4. まとめ



1. 背景

• JAXAスクラムジェット地上試験設備

– ラムジェットエンジン試験設備 (RJTF)

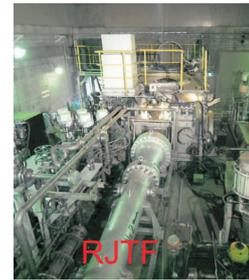
- マッハ4、6、8飛行条件模擬
- 高速気流 = 高エンタルピ流 ⇒ 空気加熱必要
- 加熱方式

- S: 蓄熱体加熱
- V: H_2/O_2 燃焼加熱

• 風洞依存要因

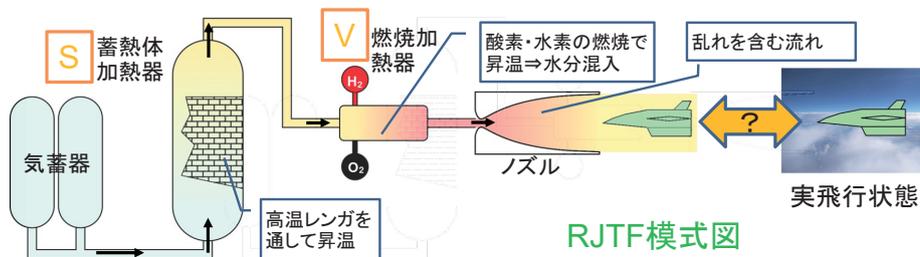
- ① 水蒸気混入 (V使用時)
- ② 主流乱れ

• ⇒ 飛行状態と異なる可能性有



飛行マッハ数	4	6	8	
総温 [K]	900	1655	1580	2600
加熱方式	S	S	V	S+V

↓ M6S ↓ M6V



RJTF模式図



2. 目的

• RD1: 地上試験結果を補正して実飛行状態を予測するツールを構築する

– アプローチ:

- Step1: 機体空力・燃焼に関し、風洞依存要因 (水蒸気・乱れ) の影響を調査する地上試験を実施
- Step2: 上記地上試験データを用いてCFDをベースとする予測ツールを構築
- Step3: 飛行試験を実施し、予測ツール結果と比較・検証

– 本日の内容

- 燃焼器性能を予測するCFDツールの飛行試験データによる検証



3.1 CFDツール概要

- ①計算時間の抑制
 - RANSの採用
 - 岡山大の噴流混合に関するLES解析により、混合への影響小
– ⇒主流乱れ考慮しない
 - 時間積分法の工夫
 - Diagonal Algorithm + sub-iteration
 - エチレン・空気反応機構の簡略化
 - 詳細機構(USC Mech II, 111種770反応)⇒Skeletal(20種96反応)
- ②水蒸気の影響を再現
 - 飛行試験前にM6S・M6V条件でRJTF試験実施
 - M6S: 水蒸気無し
 - M6V: 水蒸気含む
 - 上記試験結果と比較し、水蒸気有無の効果を表現できるCFDパラメータ・物理モデルを調整・決定
 - 乱流シュミット数
 - 乱流モデル
 - 乱流燃焼モデル



3.1 CFDツール概要

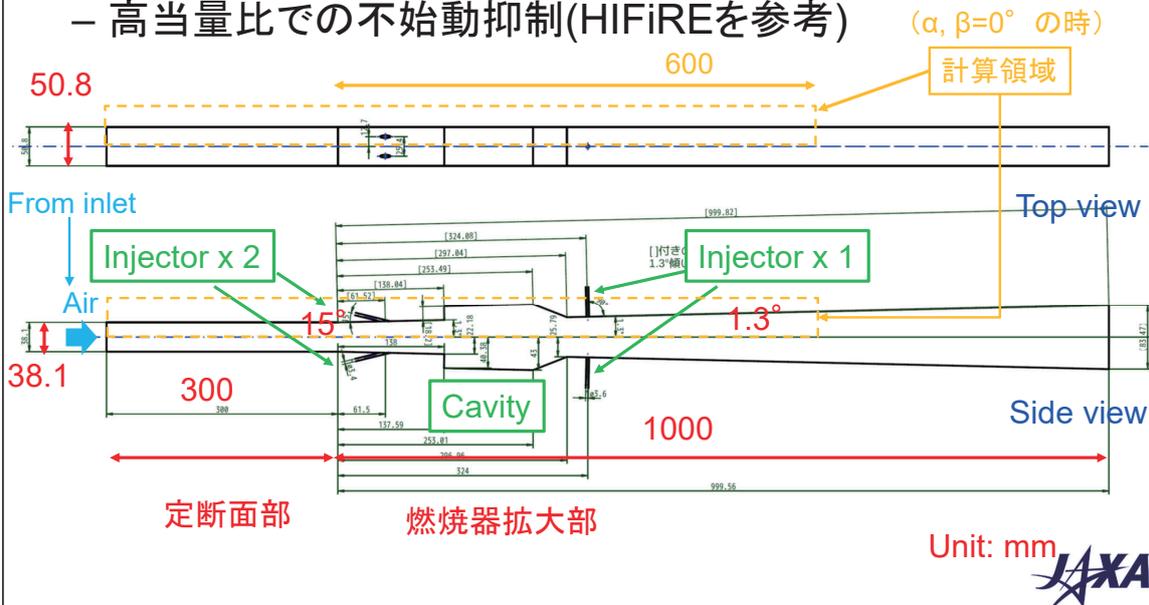
- (地上試験による調整後)

支配方程式	RANS+化学種保存
離散化	有限体積法
格子	非構造格子
非粘性流束スキーム	AUSM-DV (2nd order)
時間積分法	LU-SGS Implicit + Diagonal algorithm + Crank-Nicolson (2nd order in time)
時間刻み	Global time step ($\Delta t=2 \times 10^{-8}$ s)
乱流シュミット数 (Sc_t) 乱流プラントル数 (Pr_t)	0.9 0.9
乱流モデル	k- ω SST-V with compressibility correction
化学反応機構	C ₂ H ₄ /air reduced mechanism (20 species 96 reactions)
壁温 (T_w)	500K
乱流燃焼モデル	PaSR (Berglund et al.)



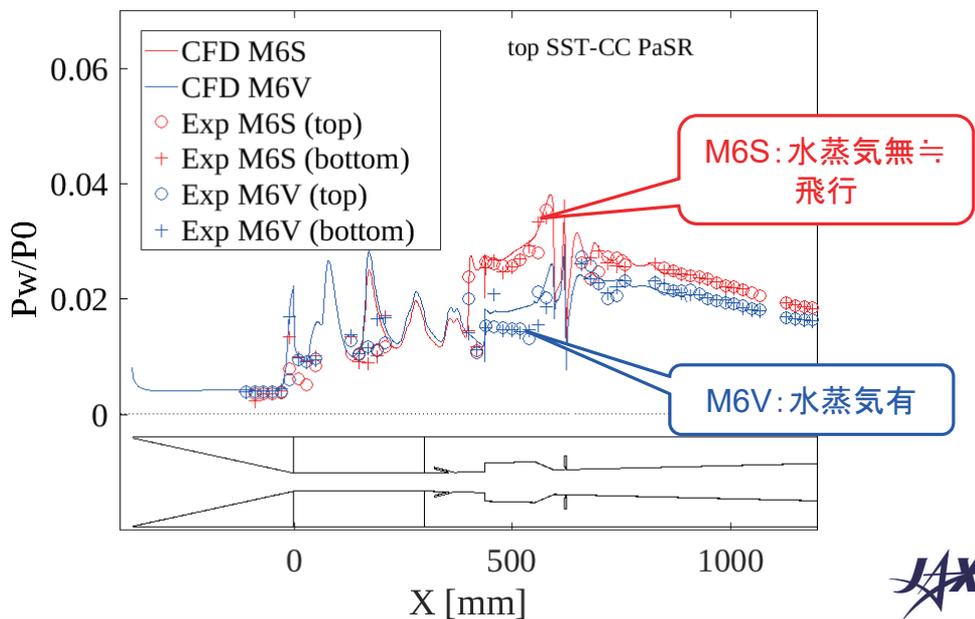
3.1 CFDツール概要

- 供試体燃焼器形状
 - 水蒸気の影響差が明瞭に確認できるようにQ1D解析、CFDで設計
 - 高当量比での不始動抑制(HIFiREを参考)



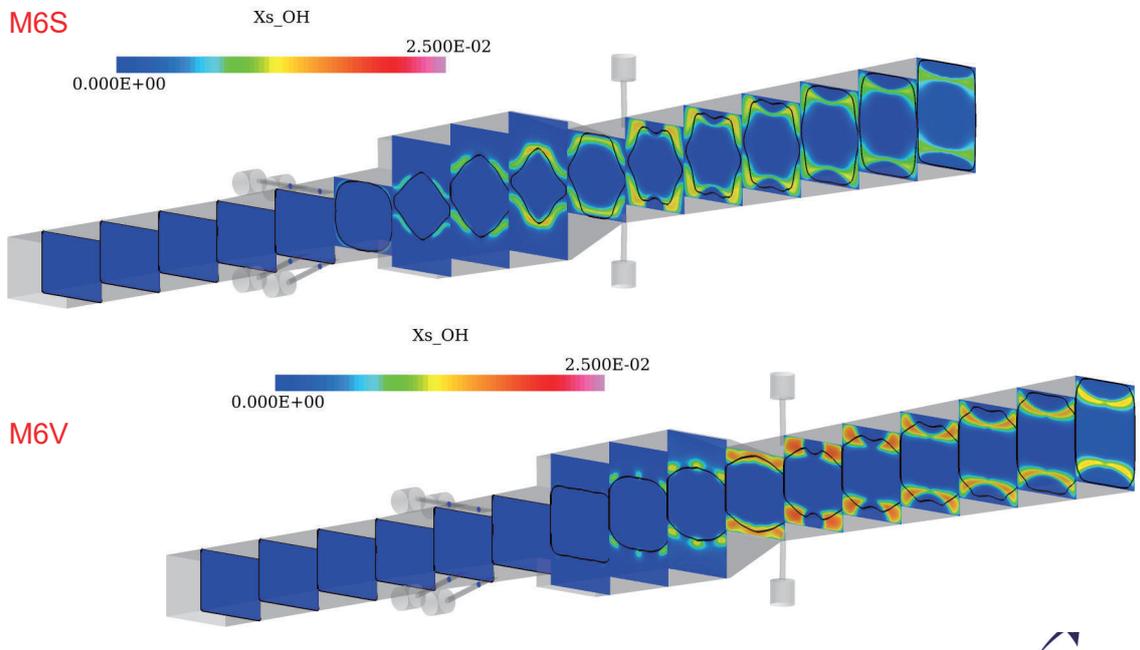
3.1 CFDツール概要

- RJTF試験との比較(飛行試験前)
 - 上面壁圧分布



3.1 CFDツール概要

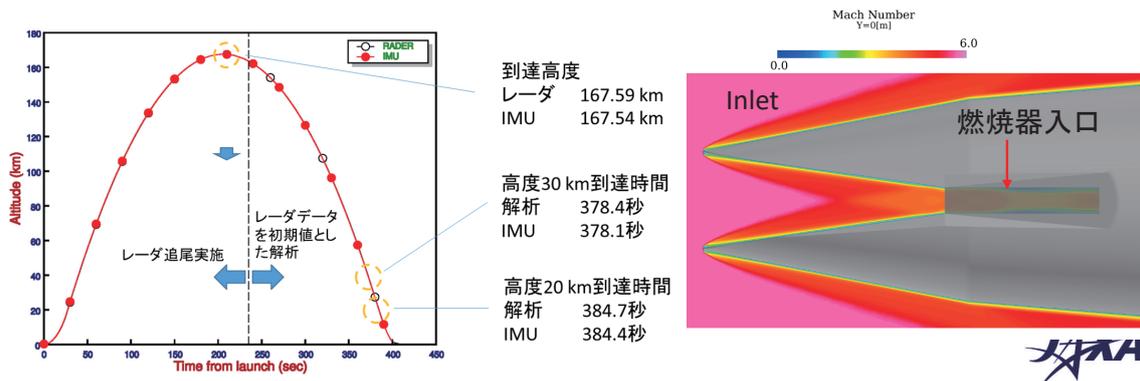
- CFD予測結果(飛行試験前)
 - OH分布



3.2 飛行試験結果との比較1

- 飛行条件

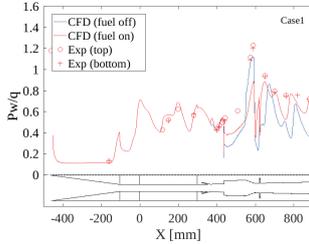
Case	t [s]	q [kPa]	M	V [m/s]	P [kPa]	T [K]	\dot{m} [g/s]	Φ
Case1	379.7	41.7	5.71	1716.9	1.82	224.9	10.37	0.416
Case2	381.0	57.6	5.76	1716.5	2.48	221.0	11.53	0.333
Case3	382.7	90.8	5.81	1709.4	3.84	215.3	16.99	0.309
Case4	383.5	109.9	5.82	1701.8	4.63	212.6	18.80	0.281
Case5	384.9	156.9	5.84	1681.2	6.57	206.2	16.70	0.173



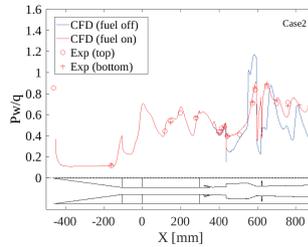
3.2 飛行試験結果との比較1

- 上面壁圧分布(動圧 q で無次元化)
 - $\alpha=\beta=0^\circ$ を仮定

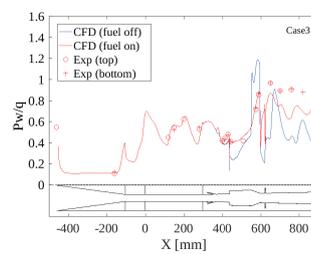
Case1 ($q=41.7\text{kPa}$)



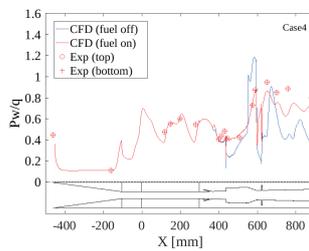
Case2 ($q=57.6\text{kPa}$)



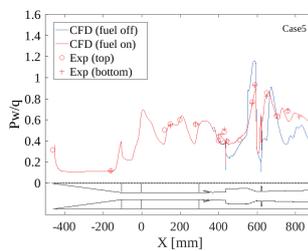
Case3 ($q=90.8\text{kPa}$)



Case4 ($q=109.9\text{kPa}$)



Case5 ($q=156.9\text{kPa}$)



- Case2は良く一致
- Case3、Case4の時、下流燃焼圧を過小評価

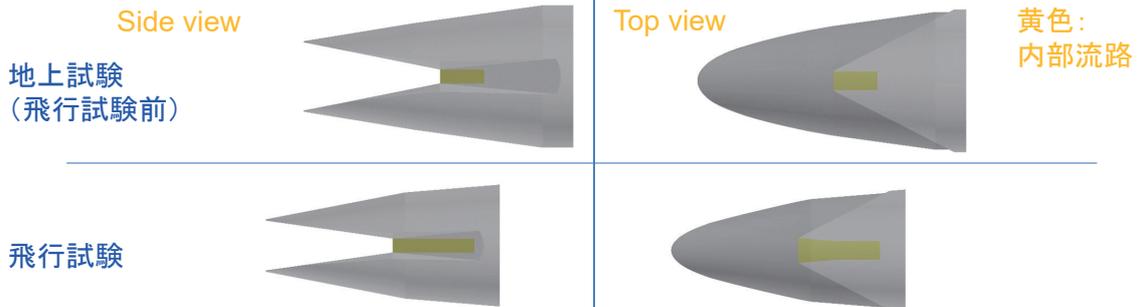


3.2 飛行試験結果との比較1

- 地上試験(飛行試験前) vs. 飛行試験

	Case	q [kPa]	M	V [m/s]	P [kPa]	T [K]	ϕ
Ground	M6S	104.1	5.30	1620.7	5.30	232.0	0.30
Flight	Case3	90.8	5.81	1709.4	3.84	215.3	0.31
	Case4	109.9	5.82	1701.8	4.63	212.6	0.28

マッハ数、運動E異なる

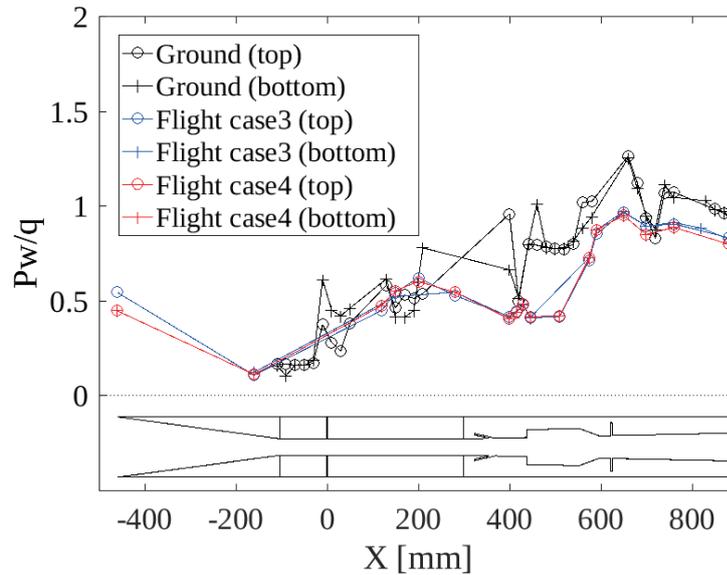


インレット異なる



3.2 飛行試験結果との比較1

- 地上試験(飛行試験前) vs. 飛行試験
 - 上面圧力分布

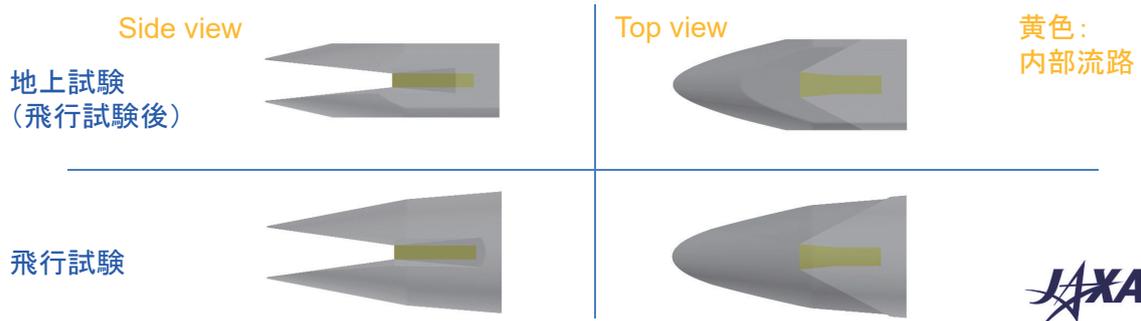


3.3 飛行試験後の地上試験結果による再調整

- 試験条件(M6V)の変更
 - 総温を下げて気流運動エネルギーを飛行条件に合わせる

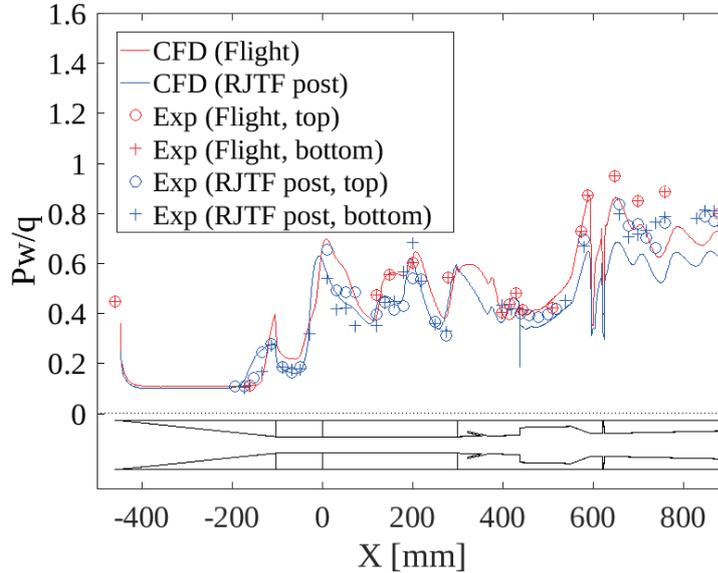
飛行	P_0 (MPa)	T_0 (K)	P (kPa)	T (K)	Mach	V (m/s)	Y_{O_2}	Y_{N_2}	Y_{H_2O}
後 (M6V-99)	4.43	1407	5.5	249	5.18	1676.2	0.250	0.649	0.101
前	4.52	1530	5.8	271	5.15	1746.5	0.251	0.635	0.114

- インレット形状の変更
 - 上下面の圧縮を弱め、燃焼器入口マッハ数を飛行条件に合わせる



3.3 RJTF (飛行後) 結果による再調整

- 再調整前のCFDとの比較 (動圧で無次元化)
 - Exp No. M6V-99: $q=101.9\text{kPa}$, $\Phi=0.29$ \Rightarrow 飛行試験 Case4
 - 上面壁圧分布



飛行試験と同様に、下流燃焼圧を過小評価



3.3 RJTF (飛行後) 結果による再調整

- Skeletal反応機構の影響

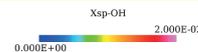
— 燃焼器拡大部2DCFD

Cavity良く燃えたことを仮定
20種でも詳細反応と同等の結果

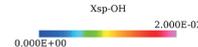
20種 温度分布



OH分布



23種

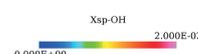


34種



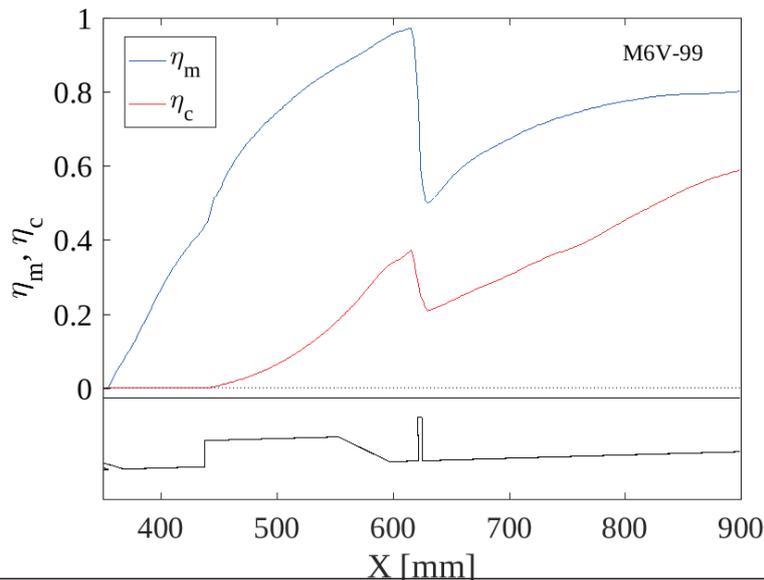
詳細反応機構

111種



3.3 RJTF (飛行後) 結果による再調整

- 再調整前のCFD結果 (飛行後RJTF条件)
 - 混合・燃焼効率
 - Cavityで良く燃えていない⇒反応機構に依存する可能性有



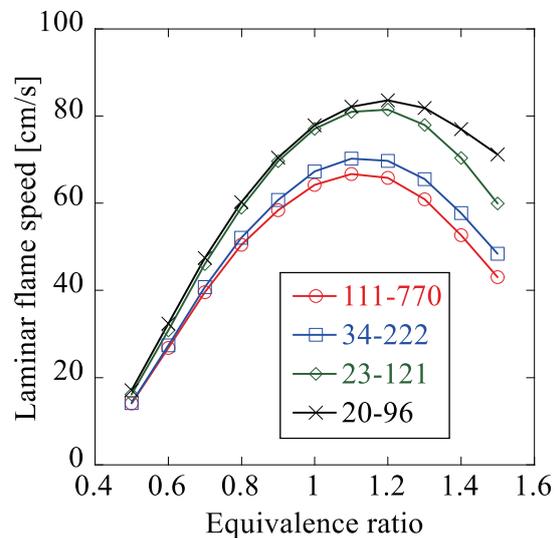
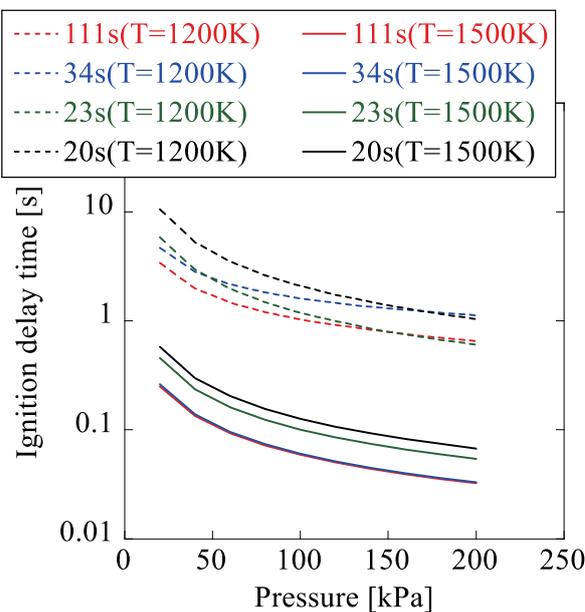
3.3 RJTF (飛行後) 結果による再調整

- Skeletal反応機構の影響
 - 基礎燃焼特性

111s or 111-770:
詳細反応機構

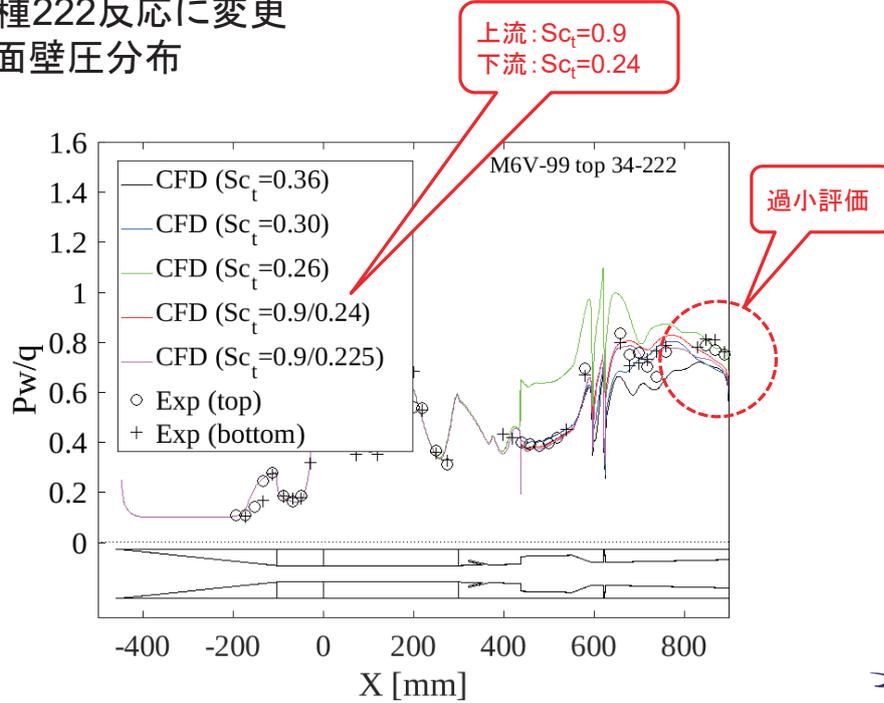
着火遅れ時間

層流火炎速度(p=1atm)



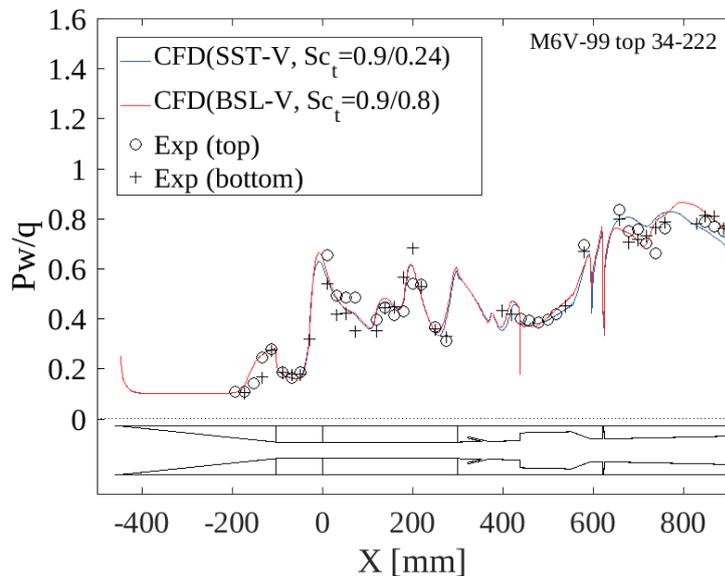
3.3 RJTF(飛行後)結果による再調整

- Sc_t の影響
 - 34種222反応に変更
 - 上面壁圧分布



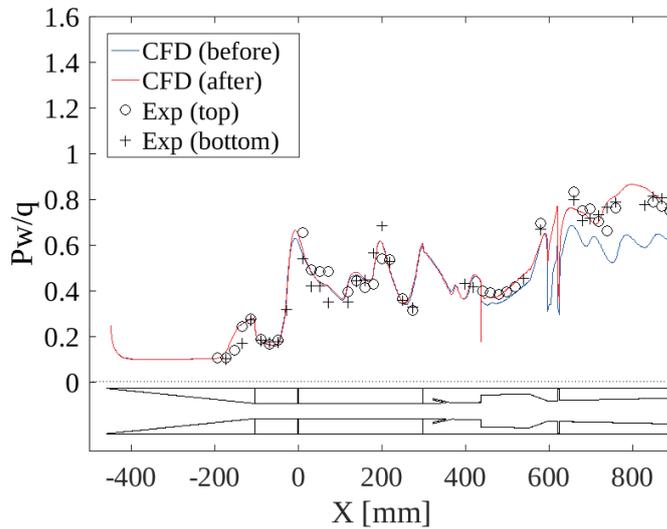
3.3 RJTF(飛行後)結果による再調整

- 乱流モデルの影響
 - SST-V vs. BSL-V
 - 上面壁圧分布



3.3 RJTF(飛行後)結果による再調整

- 再調整前後のCFDの比較
 - 上面壁圧分布



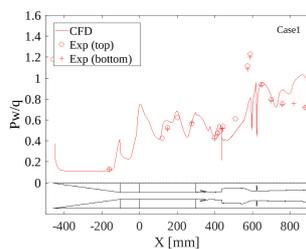
	再調整前	再調整後
乱流シュミット数	0.9	0.9/0.8
乱流モデル	SST-V-CC	BSL-V-CC
反応機構	20-96	34-222



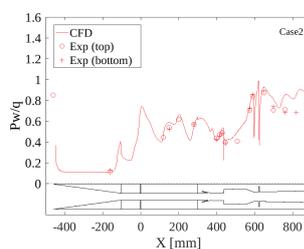
3.4 飛行試験結果との比較2

- 上面壁圧分布(動圧 q で無次元化)
 - CFD再調整後

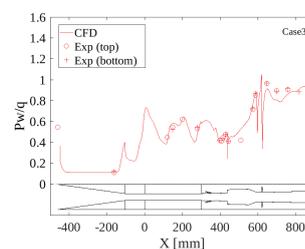
Case1 ($q=41.7\text{kPa}$)



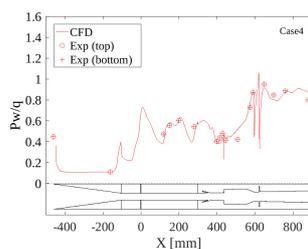
Case2 ($q=57.6\text{kPa}$)



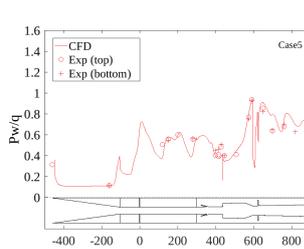
Case3 ($q=90.8\text{kPa}$)



Case4 ($q=109.9\text{kPa}$)



Case5 ($q=156.9\text{kPa}$)

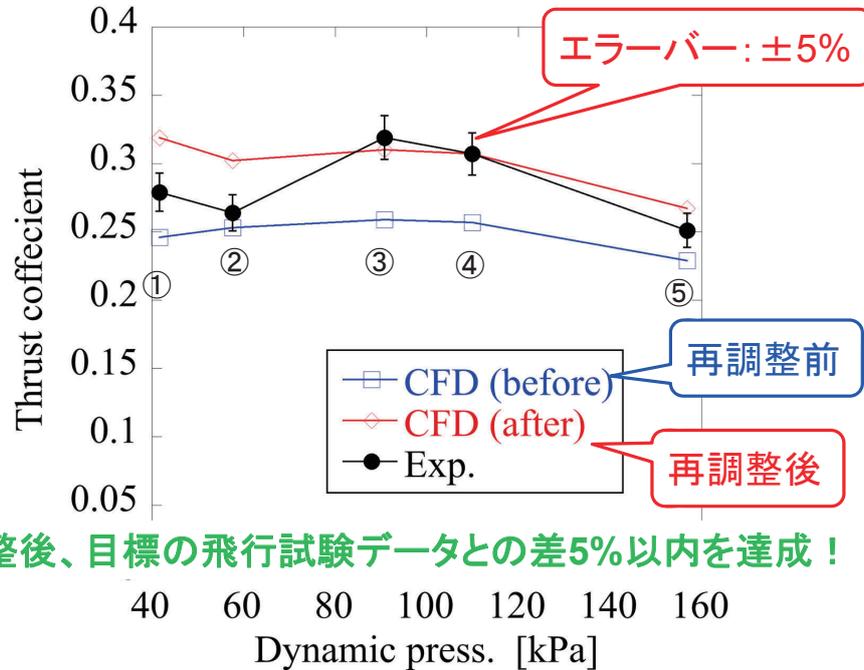


- Case3、Case4の一致度改善
- Case2は過大評価



3.5 積分圧力推力による予測評価

- 推力係数
 - qA (動圧 × 燃焼器入口断面積) で無次元化



- 再調整後、目標の飛行試験データとの差5%以内を達成！



4. まとめ

- 超音速燃焼飛行試験供試体燃焼器の性能を予測するCFDツールを用いて、飛行試験データとの比較を実施
- 飛行試験前地上試験データでCFDを調整し、飛行試験条件で $\alpha=\beta=0^\circ$ を仮定して解析
 - $q=100\text{kPa}$ 付近で下流燃焼圧を過小評価
- 飛行試験後、飛行条件に近い条件で実施した地上試験データでCFDを再調整



- 目標であった、予測値と飛行試験値との差が $\pm 5\%$ 以下(積分圧力推力)を達成



第55回流体力学講演会／第41回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム
2023年7月12日(水)-14日(金)
国立オリンピック記念青少年総合センター
ANSS企画2「宇宙輸送を支えるシミュレーション: S-520-RD1飛行試験におけるシミュレーションの活用事例」

2B13

極超音速流れにおける 埋め込み境界法を用いた複雑形状周りの熱流束予測

○高橋俊(JAXA) 山田剛治(東海大) 小寺正敏(JAXA)

2

目次

1. 研究の背景
2. 飛行試験
3. 数値解析手法
4. 解析結果, 飛行試験との比較
5. 結言

3

目次

1. 研究の背景

2. 飛行試験

3. 数値解析手法

4. 解析結果, 飛行試験との比較

5. 結言

4

宇宙輸送技術

文部科学省:革新的将来宇宙輸送システム実現に向けたロードマップ検討会(第6回)資料6-2(令和3年3月3日)

- 2040年代に向けて、宇宙輸送システム方式として、これまでのミッション検討結果及び重要技術の網羅性を踏まえ、1段垂直離陸／水平離陸、2段垂直着陸／水平着陸の形態から抽出したリファレンスシステムA, B, Cの3方式を紹介する。

部分再使用ロケット

- リファレンスシステムA
飛行実証は2030年頃

水平離着陸飛行機

- リファレンスシステムB
飛行実証は2035年頃

完全再使用ロケット

- リファレンスシステムC
飛行実証は2040年頃

(リファレンスシステムAの上段を発展)



1段: 垂直離陸・垂直着陸
2段: 使い切り
(推進薬: 左は水素、右はLNG(将来的にはCNメタン*))
* Carbon Neutral: カーボンニュートラル



1段: エアブリージングエンジン※搭載機体
2段: 使い切りロケット



1段: エアブリージングエンジン※搭載機体
2段部に有人搭載部を装着
※エアブリージングエンジンは、宇宙へのアクセスも可能なロケットエンジンをベースとした複合サイクルエンジン



完全再使用



有人P2P仕様(1段再使用)

5

各形態の特徴

文部科学省:革新的将来宇宙輸送システム実現に向けたロードマップ検討会(第6回)資料6-2(令和3年3月3日)

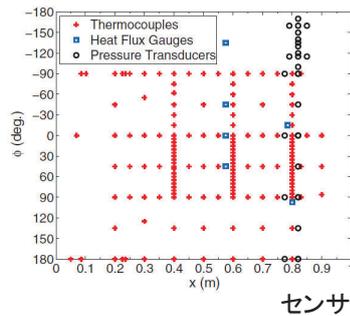
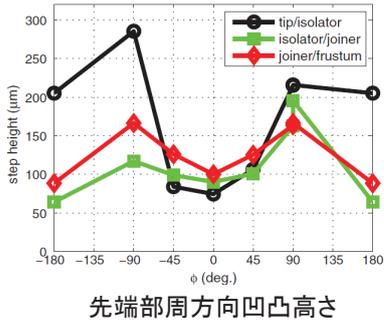
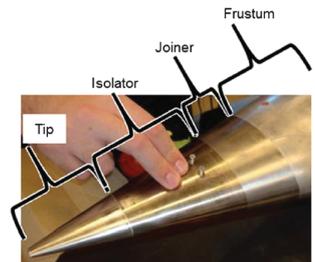
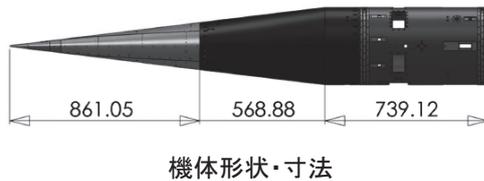
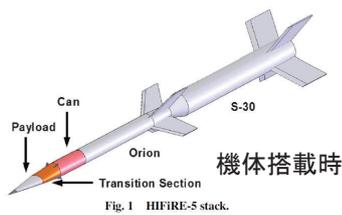
	システムA ロケットタイプ	システムB 有翼タイプ	システムC ロケット+上段有翼
メリット	<ul style="list-style-type: none"> サブオービタルを含む大部分のミッションに対応可能(深宇宙への輸送が可能) 搭載輸送能力が大きい(大型化が相対的に容易) 開発の知見/関連技術の蓄積がある 有人輸送の可能性(有人カプセル輸送など海外での実績あり) 	<ul style="list-style-type: none"> P2Pに最適 空港など地上インフラの共用が可能 推進剤(酸化剤)を減らせるため、機体軽量化が可能 有人輸送の可能性(航空機運用技術が使用できる) 	<ul style="list-style-type: none"> P2P、サブオービタルを含むあらゆるミッションに対応可能(深宇宙への輸送が可能) ロケット部分は開発の知見/関連技術の蓄積がある(上段部分は技術成熟度低) 有人輸送の可能性
デメリット	<ul style="list-style-type: none"> 射点が限定的 機体の軽量化、エンジン高性能化 海上回収などの新規設備・維持 P2Pは対応できない 	<ul style="list-style-type: none"> 単独での大型建造物の軌道上輸送や深宇宙への輸送は困難(現実的な機体サイズを超え、長距離の発着場が必要になる) 現時点で、主要技術(エンジン・熱構造)の技術成熟度が低い(航空分野との融合が必要) 	<ul style="list-style-type: none"> 搭載輸送能力がロケットタイプに比べ相対的に低い(大型化が相対的に容易) 現時点で、上段再使用に係る主要技術(軽量熱構造、再突入誘導)の技術成熟度が低い 

再使用の意義・価値について(共通)

- 高頻度打上への対応
- 高頻度打上機会による高頻度改良開発機会の増加(新旧同時搭載フライトの活用等)
- 無人/有人輸送に対して、安全信頼性の早期熟成

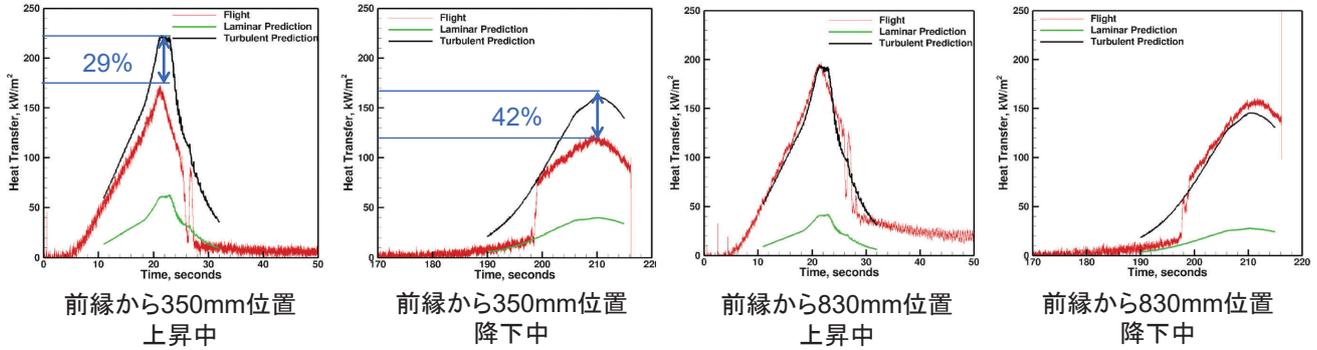
6 関連研究(1) NS解析による飛行試験の熱流束予測

Juliano, T. J., et al. "HIFiRE-5 Flight Test Result", J. Spacecraft and Rocket, Vol. 52, No. 3, 2015



7 関連研究(1) NS解析による飛行試験の熱流束予測

Juliano, T. J., et al. "HIFiRE-5 Flight Test Result", *J. Spacecraft and Rocket*, Vol. 52, No. 3, 2015



- ✓ 解析側はparabolized NS解析 (乱流モデル: Baldwin-Lomax)
- ✓ 一様流Mach数2.5, 迎角ゼロでのみStanton数算出
- ✓ その他の条件では熱流束を飛行条件と壁面温度から算出
- ✓ 乱流熱流束42%過大評価

8 関連研究(2) Cart3D and Reference Temperature Method (RTM)

Hamilton, H. H., et al., *J. Spacecraft and Rockets*, Vol. 51, No. 4, 2014

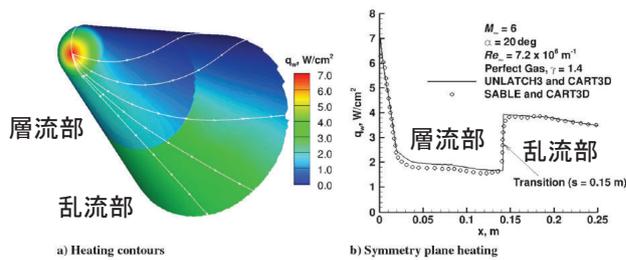
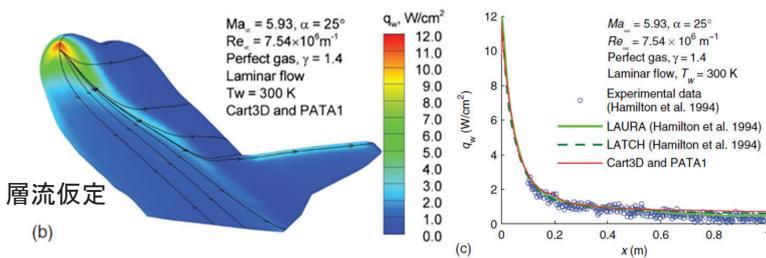


Fig. 10 Laminar and turbulent heating on a spherically blunted 15 deg half-angle cone, perfect gas, $\gamma = 1.4$, $M_\infty = 6$, $Re = 7.2 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$, $\alpha = 20$ deg.

- 直交格子Cart 3D応用
- Euler解析後, RTMで後処理
- 平板境界層熱流束推算式
- 全機の熱流束分布を算出可能
- NS解析より高速

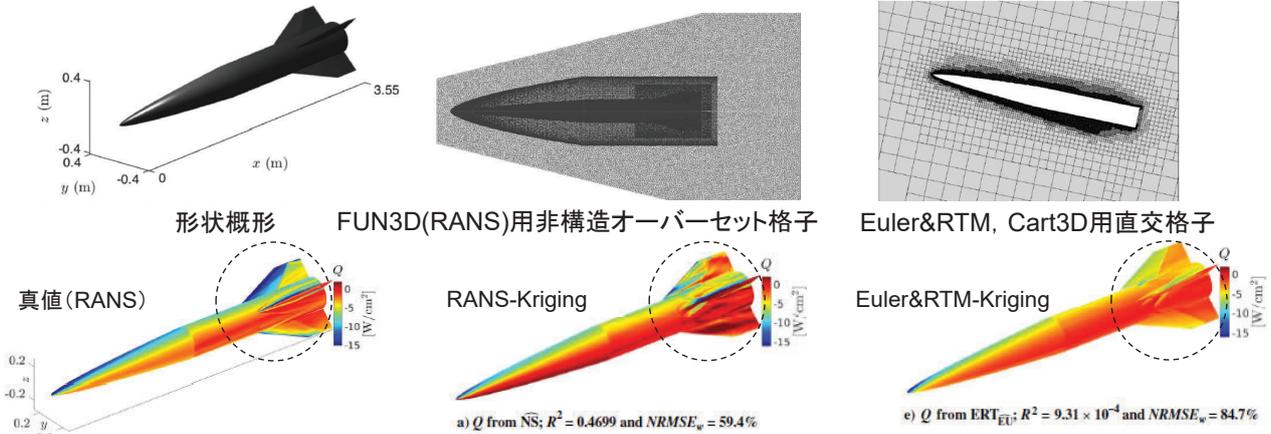
Zhao, J., et al., *J. Aerospace Engineering*, Vol. 31, No. 5, 2018



9

関連研究(3) Cart3D & RTMの応用

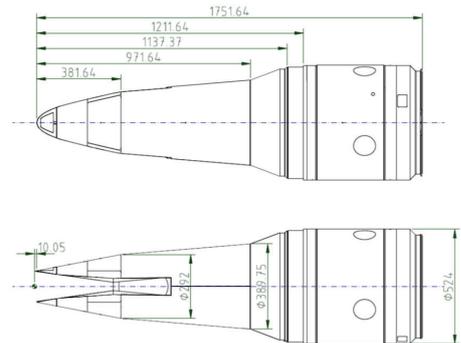
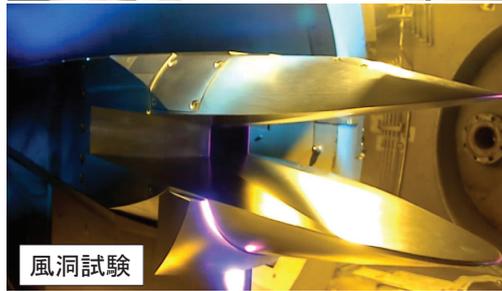
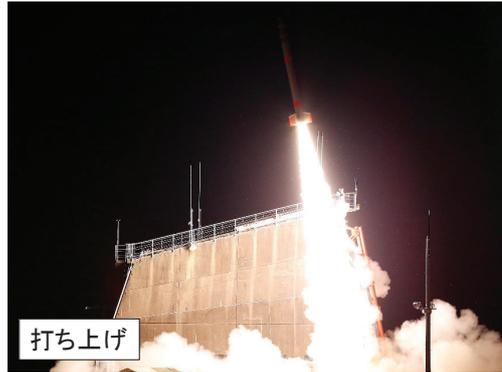
Dreyer, E. R., et al. "Rapid Steady-State Hypersonic Aerothermodynamic Loads Prediction Using Reduced Fidelity Models", J. Aircraft, Vol. 58, No. 3, 2021



- ✓ 飛行軌道全体を予測するため、定常RANSと、Euler&RTM等でKriging応答曲面を作成
- ✓ 定常RANSの応答局面の予測が高精度(特に大迎角時の翼周り:○印部)

10

スクラムジェットエンジン実証機RD1



- 全長1.8メートル弱
- インレット部0.38メートル
- エンジン燃焼試験成功
- 表面空力加熱計測成功

11

研究目的

1. 極超音速流中の任意形状の高効率な熱流束予測法の開発
2. 飛行試験RD1の計測結果と比較検討

12

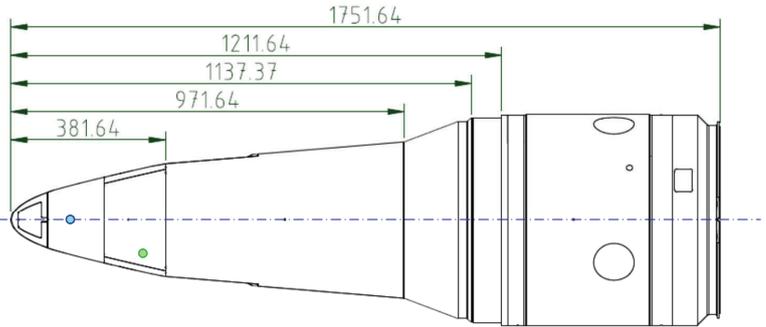
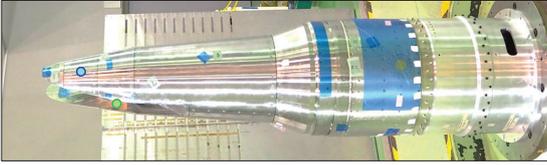
目次

1. 研究の背景
2. 飛行試験
3. 数値解析手法
4. 解析結果, 飛行試験との比較
5. 結言

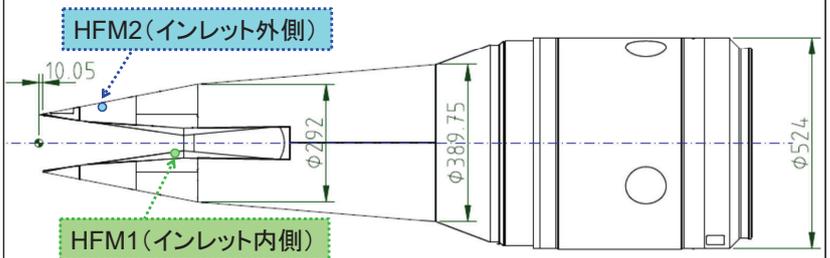
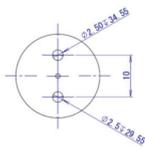
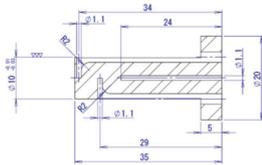
13

熱流束センサー配置

飛行供試体の写真とセンサー位置

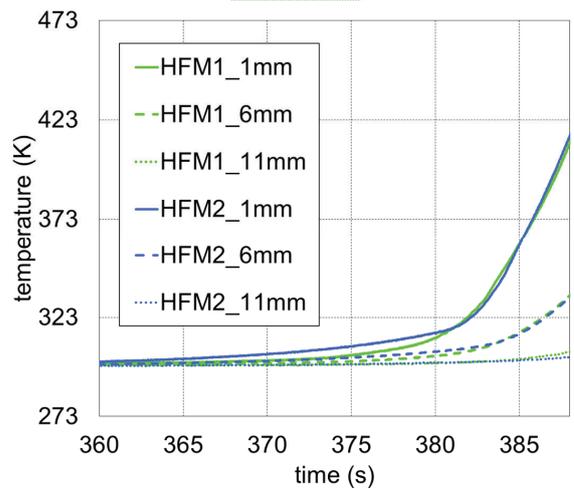
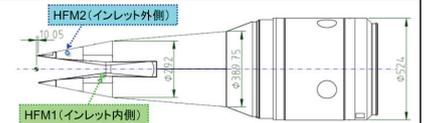


- ✓ 熱流束センサー外観
- ✓ 全長34mm
- ✓ 面一になるよう埋め込み
- ✓ 3つの熱電対で温度計測
- ✓ 温度分布から熱流束算出



14

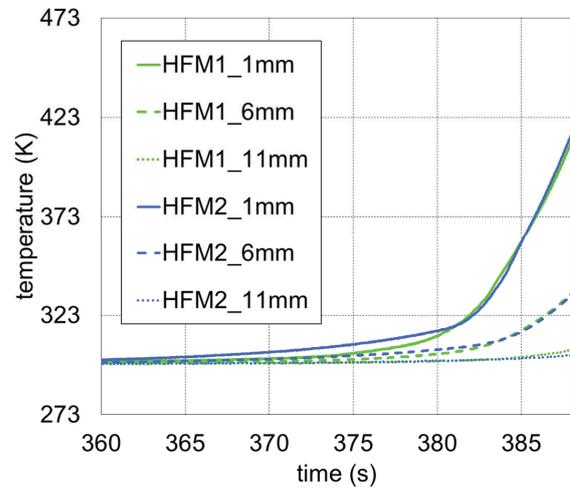
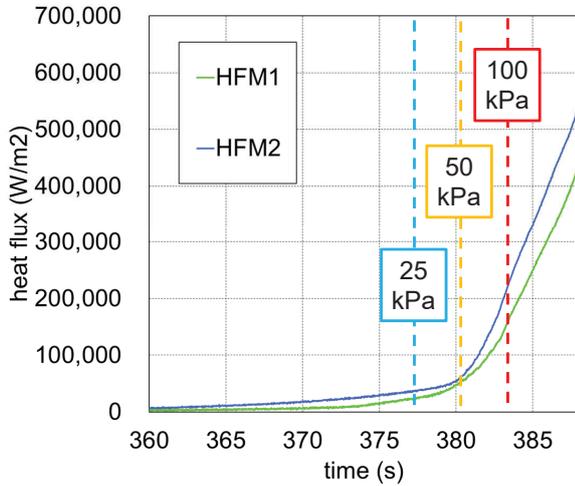
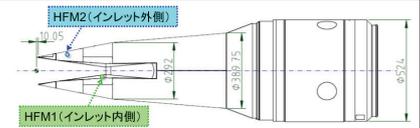
計測値(温度)



- ✓ 深さ1mm, 6mm, 11mmの位置で温度を計測, インレットの内外でよく似た温度変化を確認

15

熱流束換算



- ✓ 深さ1mm, 6mm, 11mmの位置で温度を計測, インレットの内外でよく似た温度変化を確認
- ✓ 事前の較正実験で決定した換算式を用いて熱流束を算出
- ✓ 動圧が異なる3条件(25, 50, 100kPa)において, 熱流束を予測

16

目次

1. 研究の背景
2. 飛行試験
3. 数値解析手法
4. 解析結果, 飛行試験との比較
5. 結言

17

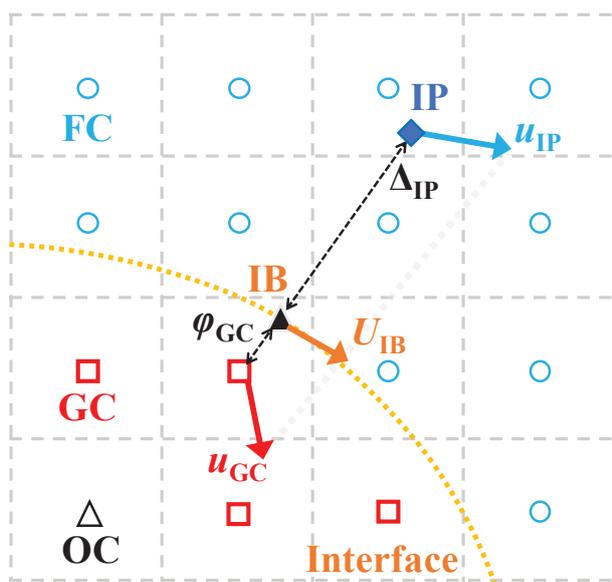
計算手法

支配方程式	3次元圧縮性Euler方程式
計算格子	等間隔直交格子
非粘性流束	3次精度MUSCL SLAU スキーム
時間積分法	3次精度 TVD Runge-Kutta 陽解法
壁面境界条件 埋め込み境界	滑り壁・断熱壁

- Euler方程式によるCFD解析で物体表面(=境界層外縁)の物理量を算出
- 物体表面の値とReference Temperature Methodによる後処理で熱流束を算出

18

埋め込み境界法



滑り壁

法線方向速度

$$u_{GC,n} = -\frac{|\varphi_{GC}|}{\Delta_{IP}} u_{IP,n}$$

接線方向速度 各成分の和

$$u_{GC,t} = u_{IP,t} \quad u_{GC} = u_{GC,n} + u_{GC,t}$$

断熱壁

$$\rho_{GC} = \rho_{IP}$$

$$p_{GC} = p_{IP}$$

$$E_{GC} = \frac{p_{GC}}{\rho_{GC}} \frac{1}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} |u_{GC}|^2$$

19 Reference temperature method (層流)

Eckert, E. R. G., *Trans. ASME*, Vol. 78, No. 6, (1956) pp. 1273-1283.

Liu, C., *Int. J. Heat and Mass Trans.* 111 (2017): 1079-1086.

Recovery factor

$$r = \sqrt{Pr}$$

Recovery temperature

$$T_r = \left(1 + r \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2\right) T_e$$

Reference temperature

$$T^* = AT_e + BT_w + CT_r$$

Reference density

$$\rho^* = \frac{\rho_e T_e}{T^*}$$

Sutherland's law

$$\mu^* = \left(\frac{T^*}{T_e}\right)^{1.5} \frac{T_e + C_s}{T^* + C_s} \mu_e$$

Edge enthalpy

$$H_e = \frac{E_e + p_e}{\rho_e}$$

Recovery enthalpy

$$H_r = H_e + r \frac{u_e^2}{2}$$

Surface enthalpy

$$H_w = c_p T_w$$

Heat flux for laminar boundary layer

$$q_{w,l} = \frac{0.332}{Pr^{1/3}} \left(\frac{\rho^* \mu^* u_e}{x}\right)^{0.5} (H_r - H_w)$$

添え字	意味
r	回復
w	壁面
e	境界層外縁
*	reference

これまでに提案された係数のセット

係数	(i)	(ii)	(iii)
A	0.36	0.45	0.19
B	0.23	0.58	0.19
C	0.28	0.50	0.22

20 Reference temperature method (乱流)

Zoby, E.V., et al., *J. Spacecraft* 18 (1981)

$$r = Pr^{1/3}$$

$T_r, T^*, \rho^*, \mu^*, H_e, H_r, H_w$ は層流と同じ

$$Re_{\theta,e} = \frac{\rho_e u_e \theta_T}{\mu_e} \quad \text{運動量厚さ基準Re数}$$

経路積分

$$\theta_T = \frac{1}{\rho_e u_e r} \left(c_2 \int_0^S \rho^* u_e \mu^{*m} r^{c_3} dS \right)^{c_4}$$

$$N = 12.67 - 6.5 \ln Re_{\theta,e} + 1.21 (\log Re_{\theta,e})^2$$

LookUpTable必須

$$m = \frac{2}{N + 1} \quad \text{繰り返し計算が必要}$$

$$c_1 = \left(\frac{1}{c_5}\right)^{\frac{2N}{N+1}} \left(\frac{N}{(N+1)(N+2)}\right)^m$$

$$c_2 = c_1(1 + m)$$

$$c_3 = 1 + m$$

$$c_4 = \frac{1}{c_3}$$

$$c_5 = 2.2433 + 0.93N$$

N値に基づく変数

Heat flux for turbulent boundary layer

$$q_{w,t} = c_1 \left(Re_{\theta,e} \frac{\mu_e}{\mu^*} \right)^{-m} \rho_e u_e \frac{\rho^*}{\rho_e} Pr^{-0.4} (H_r - H_w)$$

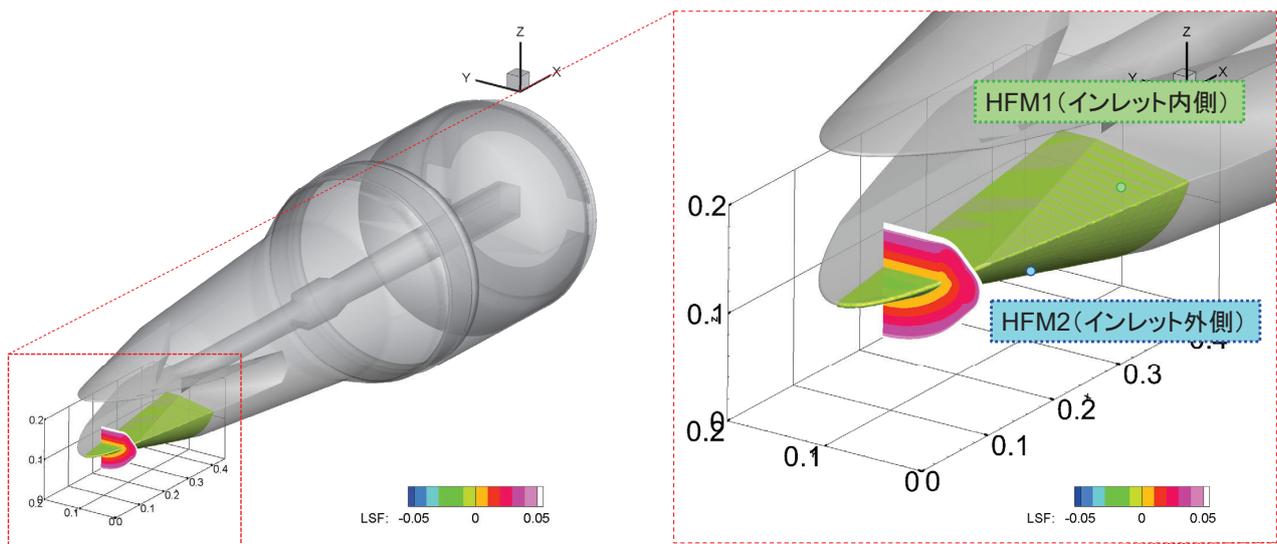
21

目次

1. 研究の背景
2. 飛行試験
3. 数値解析手法
4. 解析結果, 飛行試験との比較
5. 結言

22

形状定義(レベルセット関数)



- 1mm格子幅 ($I_{\max}=438, J_{\max}=156, K_{\max}=156$), 10.6M格子点
- 対称境界条件を使用して1/4の領域に対して解析

23

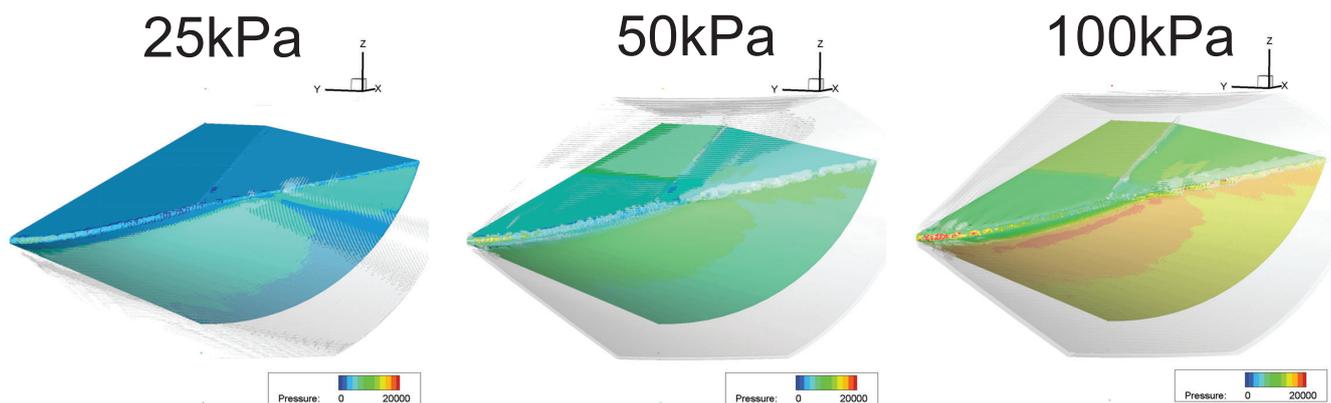
解析条件

名称	時間 (s)	高度 (km)	マッハ数	動圧 (kPa)	全迎角 (deg)	気圧 (kPa)	気温 (K)	音速 (m/s)	速度 (m/s)	密度 (kg/m ³)	粘度 (Pas)
25kPa	377.68	30.714	5.628	25.01	1.671	1.13	229.94	303.68	1710.68	0.0170896	1.4937E-5
50kPa	380.49	26.245	5.740	50.06	1.557	2.17	222.69	299.13	1717.07	0.0339624	1.8419E-5
100kPa	383.09	22.104	5.818	100.1	1.679	4.22	213.93	293.18	1705.86	0.0688121	1.8421E-5

- 動圧3条件で定常Euler解析, 物体表面の物理量を算出
- その後, Reference Temperature Methodにより後処理

24

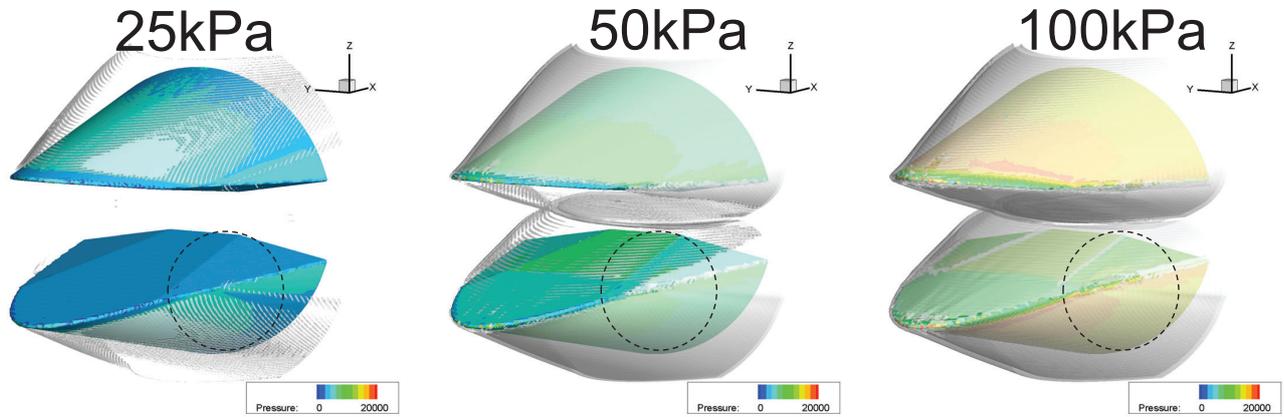
表面圧力と密度勾配の等値面



- 物体表面(=レベルセット関数がゼロの等値面)の圧力分布
- 密度勾配の絶対値の等値面で衝撃波面を模擬的に可視化
- 4分の1領域のため見づらい

25

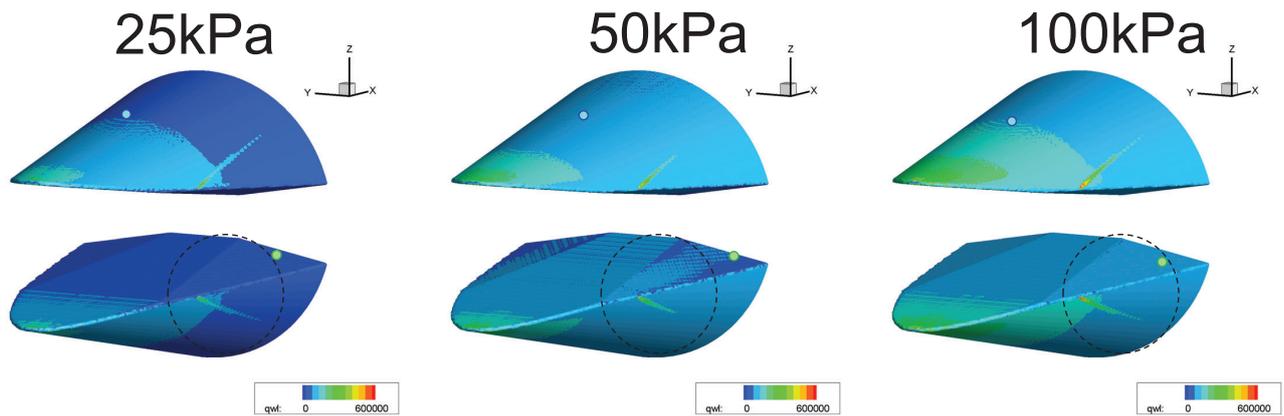
全体(対称境界考慮)



- 各軸方向の対称面を追加(各軸方向に半分に粗視化)
- 密度勾配絶対値の濃淡の差異は有次元解析のため
- 前縁前方の流れの影響による前縁側方での流れの分岐

26

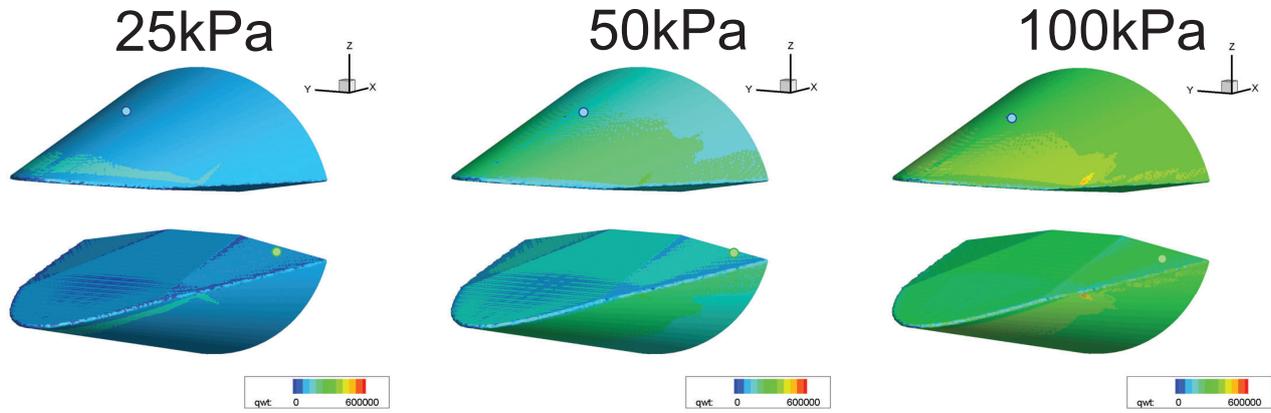
熱流束分布(層流)



- 層流仮定のRTMの後処理を適用した結果
- 前縁先端側が熱流束大
- 流れの分岐の箇所において熱流束が増加

27

熱流束分布(乱流)



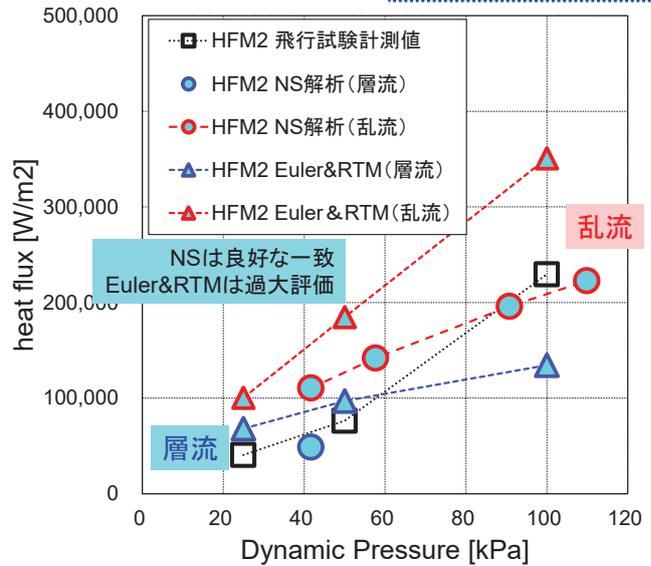
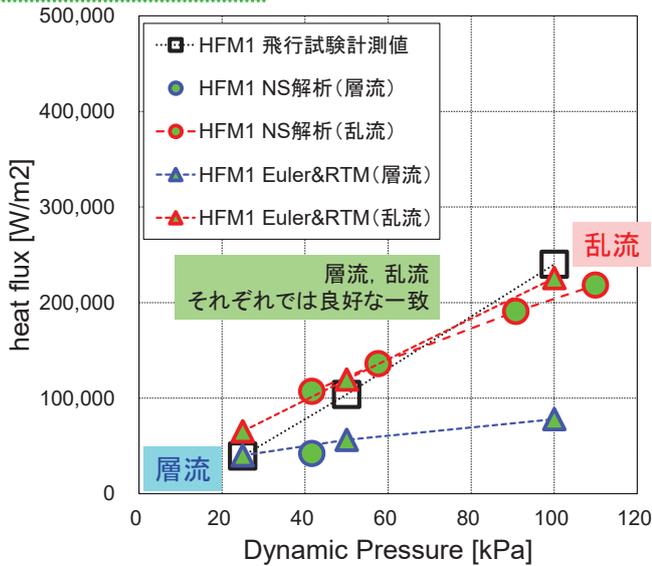
- 乱流仮定のRTMの後処理を適用した結果
- インレット内側の前方部は熱流束低
- 層流と同様に流れの分岐の箇所で熱流束が増加

28

飛行試験と解析の比較

HFM1(インレット内側)

HFM2(インレット外側)



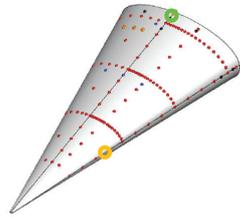
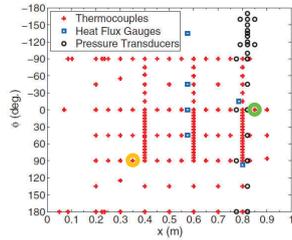
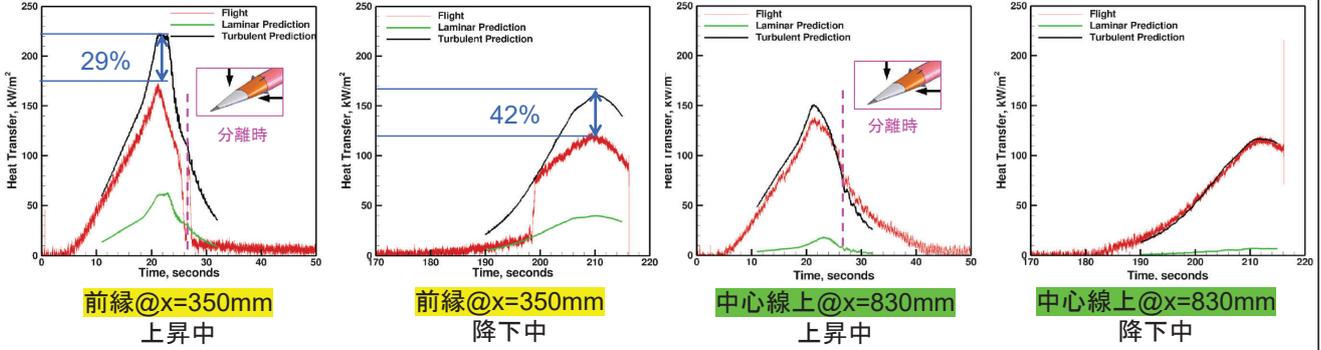
- 飛行試験結果と層流・乱流の解析との整合性から乱流遷移が生じた可能性
- インレット内側はNS, Euler&RTM良い一致, 外側はEuler&RTMが過大評価

29

関連研究(1) NS解析による飛行試験の熱流束予測



Juliano, T. J., et al. "HIFiRE-5 Flight Test Result", J. Spacecraft and Rocket, Vol. 52, No. 3, 2015



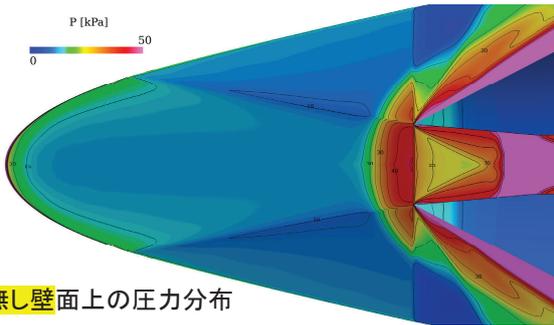
- ✓ 解析側はparabolized NS解析 (乱流モデル: Baldwin-Lomax)
- ✓ 一様流Mach数2.5, 迎角ゼロでのみStanton数算出
- ✓ その他の条件では熱流束を飛行条件と壁面温度から算出
- ✓ 乱流熱流束42%過大評価

✓ 表面のRによっては横流れの影響で予測がずれる可能性

30

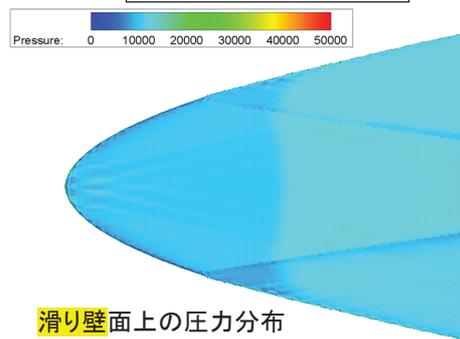
非構造格子Navier-Stokesとの比較

非構造格子Navier-Stokes



滑り無し壁面上の圧力分布

直交格子Euler&RTM



滑り壁面上の圧力分布

	非構造格子Navier-Stokes	直交格子Euler&RTM
最小格子幅	高さ0.005mm (幅1mm)	1mm
格子点数	140万	1000万
格子生成	手作業	自動
格子生成時間	5時間	10分
解析時間	50分 (MPI128) (最短25分以下)	5時間 (OMP200)

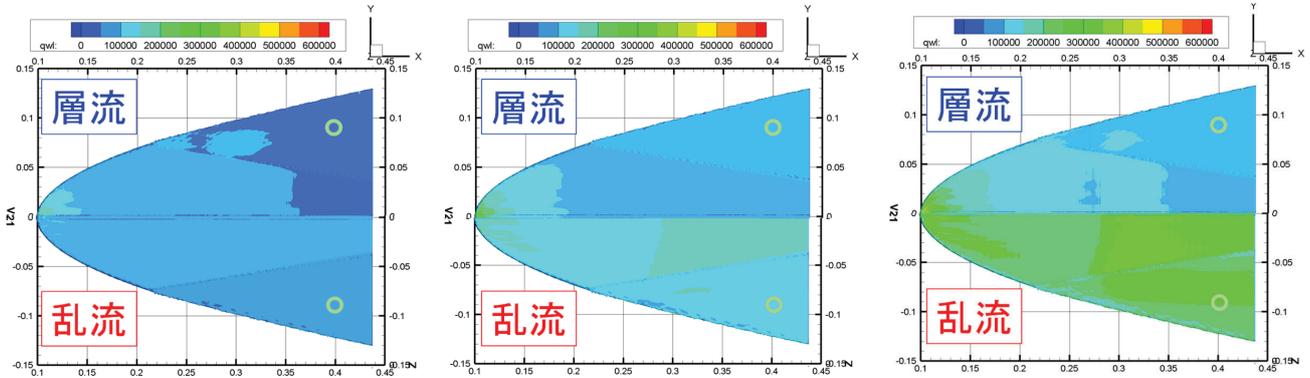
31

HFM1 (インレット内側)

25kPa

50kPa

100kPa



- 飛行試験結果と層流・乱流の解析との整合性から乱流遷移が生じた可能性
- インレット内側はNS, Euler&RTM良い一致

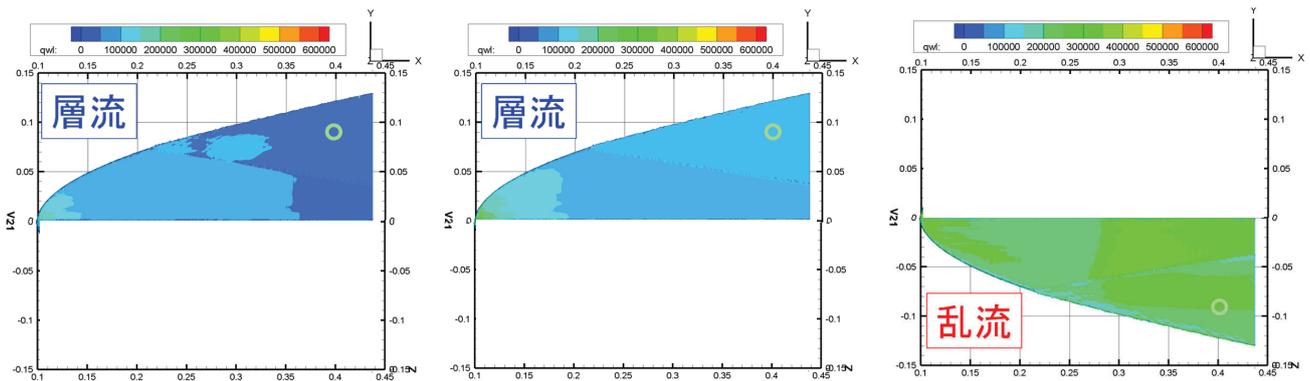
32

HFM1 (インレット内側)

25kPa

50kPa

100kPa



- 飛行試験結果と層流・乱流の解析との整合性から乱流遷移が生じた可能性
- インレット内側はNS, Euler&RTM良い一致
- 局所的に乱流遷移している可能性も

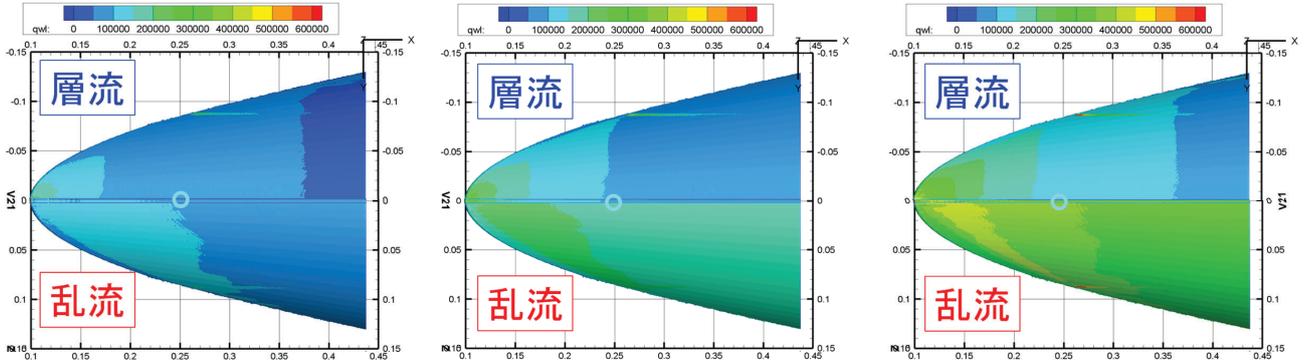
33

HFM2(インレット外側)

25kPa

50kPa

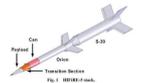
100kPa



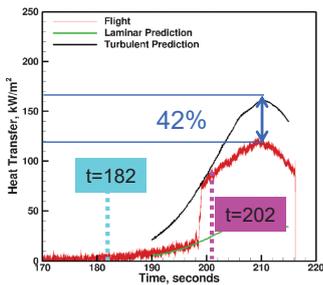
- インレット外側はEuler&RTMが全体的に過大評価
- NSとの差異の原因調査が必要

34

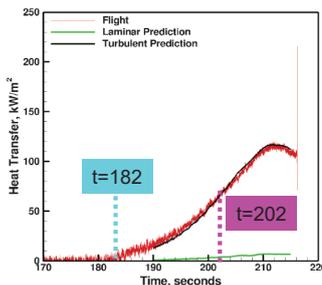
関連研究(1) NS解析による飛行試験の熱流束予測



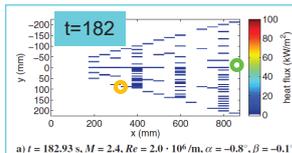
Juliano, T. J., et al. "HiFiRE-5 Flight Test Result", J. Spacecraft and Rocket, Vol. 52, No. 3, 2015



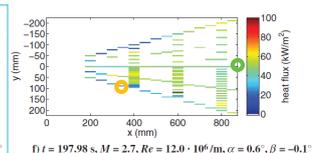
前縁@x=350mm
降下中



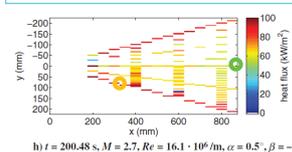
中心線上@x=830mm
降下中



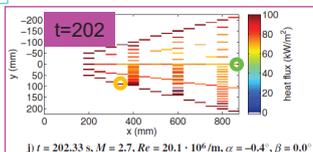
a) $t = 182.93 \text{ s}, M = 2.4, Re = 2.0 \cdot 10^6/\text{m}, \alpha = -0.8^\circ, \beta = -0.1^\circ$



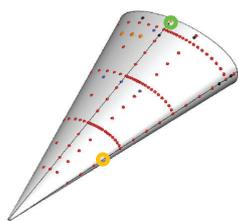
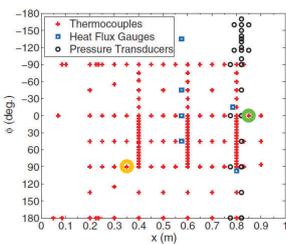
f) $t = 197.98 \text{ s}, M = 2.7, Re = 12.0 \cdot 10^6/\text{m}, \alpha = 0.6^\circ, \beta = -0.1^\circ$



h) $t = 200.48 \text{ s}, M = 2.7, Re = 16.1 \cdot 10^6/\text{m}, \alpha = 0.5^\circ, \beta = -$



j) $t = 202.33 \text{ s}, M = 2.7, Re = 20.1 \cdot 10^6/\text{m}, \alpha = -0.4^\circ, \beta = 0.0^\circ$



- ✓ 解析側はparabolized NS解析(乱流モデル: Baldwin-Lomax)
- ✓ 一様流Mach数2.5, 迎角ゼロでのみStanton数算出
- ✓ その他の条件では熱流束を飛行条件と壁面温度から算出
- ✓ 乱流熱流束42%過大評価

- ✓ HiFiRE-5は中央部が低Re数で遷移しやすい
- ✓ 表面のRによっては横流れの影響が大きい可能性

35

目次

1. 研究の背景
2. 飛行試験
3. 数値解析手法
4. 解析結果, 飛行試験との比較
5. 結言

36

結言

1. 極超音速流中の任意形状に対するEuler&RTMIによる熱流束予測法を開発
2. 開発した手法は非構造格子Navier-Stokesに比べて高速に自動で格子生成が可能
3. 飛行試験RD1の熱流束の計測結果とインレット内側の解析値が良好に一致

課題

1. 非構造格子Navier-Stokesに比べて計算の総コストが同程度
2. 飛行試験RD1の計測結果に対してインレット外側の解析値が過大評価

37

謝辞

本研究は防衛装備庁安全保障技術研究推進制度にて
平成29年度に採択された委託研究
「極超音速飛行に向けた、流体・燃焼の基盤的研究」
を受けて行われた。

S-520-RD1号機飛行試験供試体開発段階における熱・構造・振動解析

第55回流体力学講演会/
第41回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム
2023年7月13日

竹腰正雄, 小寺正敏, 長谷川進, 吉田誠, 谷香一郎,
田口秀之, 富岡定毅, 高橋政浩, 百瀬雅文(JAXA)

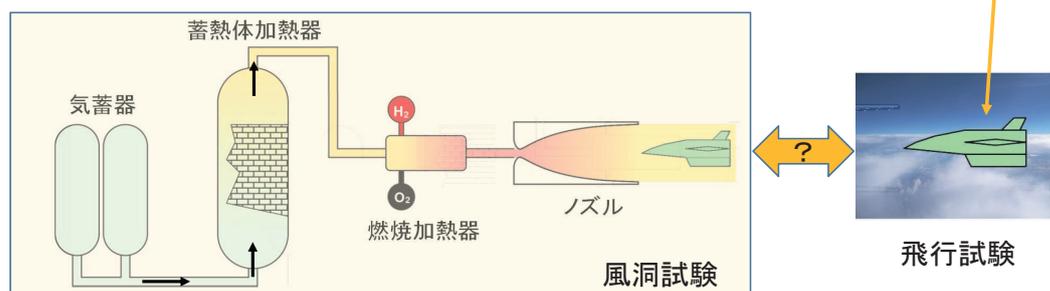
1. 背景 及び 目的

● 背景

- 極超音速風洞では、気流を模擬するために、空気への強い加圧・加温が必要である。このため風洞気流には、実際の飛行状態とは異なる成分の混入（加熱の際の燃焼ガス等）が起こり、試験気流の加熱方法の違いによりエンジン燃焼試験結果に差異が生じることがわかっている。
- 極超音速エンジン搭載機の開発には、地上設備（風洞）での燃焼データ取得は欠かせないため、実際の飛行状態を予測する精度を向上させるため、実飛行での超音速燃焼データを取得し、予測ツールの有効性を及び精度を確認することが必要。

● 目的

- 所定の軌道を飛行し、設定された計測・試験を実現する**飛行試験供試体の開発**において実施した設計・検証段階での数値計算と実験結果について紹介する。



ラムジェットエンジン試験設備の模式図 (RJTF=Ramjet Engine Test Facility)

2. ミッション要求

- 1 極超音速飛行中に空気を吸い込んで燃焼を行い、気流の状態量(マッハ数, 動圧, 乱れ強さ等), 燃焼器内の圧力分布に基づく発生推力及び空力加熱量のデータを取得する。
- 2 燃焼試験時の飛行条件は、飛行マッハ数と飛行動圧の範囲を図1のように設定し、迎角及び横滑り角 $\pm 5^\circ$ 以内とする。
- 3 燃焼試験時間は、右下の飛行条件において、3秒以上とする。

風洞試験結果(RJTF)と比較する観点から、以下の範囲でのデータ取得を行う。

	最低	最大
マッハ数	5.5	8.0
動圧	25 kPa	100 kPa

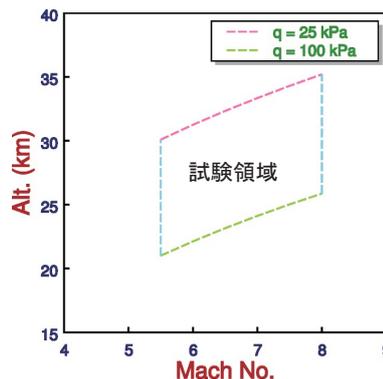


図1 飛行領域

3

4. システム要求

ミッション要求を基に設計した結果、以下のシステム要求を設定した。

- 1) 飛行試験供試体は、飛行試験システムにより弾道軌道に投入・分離された後、図1の飛行領域で燃焼試験を実施すること。
- 2) 供試体システムの作動状態及び飛行状態(慣性データ)並びに以下を評価するための実験データを計測し、地上システムへ送信すること。
- 3) 供試体は先端部から気流を取り込めるように姿勢制御を行い、降下中に試験を行う。
 - ・ 気流の状態量(マッハ数, 動圧, 迎角, 横滑り角)
 - ・ 気流の乱れ強さ
 - ・ 燃焼状態を把握するための燃焼器内の圧力分布及び温度分布
 - ・ 空力加熱量を推算するための熱流束
- 4) 飛行試験供試体は、想定する飛行環境条件(真空環境, 熱環境, 加速度, 振動, 衝撃等)に対応すること。
- 5) 機械的インターフェース, 質量特性を満足すること。
 - 1) 供試体の形状・寸法・質量特性は、以下の条件を満足すること。(条件の記載省略)
 - 2) 超音速燃焼のための流路を形成できること。
- 6) 機体システムから分離後、供試体を空力安定とし、飛行条件の迎角及び横滑り角を満足すること。
- 7) 構造系は、供試体システムの他のサブシステムを搭載し、環境条件, 飛行条件及び燃焼試験に対して、必要な強度及び剛性を持ち、供試体システムの搭載機器の温度仕様を満足させる断熱性を持つこと。
- 8) 供給系は、地上システムから燃料であるエチレン, 点火用の水素ガスを充填され、燃焼試験時にこれらのガスを供給すること。また、燃焼試験終了後は、残ガスを排気すること。これらは、計測制御系からの制御信号でバルブを開閉させることにより行い、バルブ開閉のデータを計測制御系へ送信すること。
- 9) 空調系は、地上システムからバージガスを供給され、燃料及び点火用ガスの漏洩ガスを希釈し、外部へ排気するとともに、供試体内部の温度調整を行うこと。
- 10) 計測制御系は、供試体システムのシーケンス制御並びにデータ計測及びデータ受信を行い、それらのデータを通信系へ送信すること。
- 11) 電源系は、バッテリーを内蔵し、地上システムまたは計測制御系からの制御信号により、地上システムからの外部電力またはバッテリーを切り替え、供試体システムの搭載機器への電力供給をon/offし、その電圧・電流を計測して計測制御系へ送信すること。また、外部電力によりバッテリーへ充電できること。
- 12) 通信系は、計測制御系から受信したデータをテレメトリデータとして地上システムへ送信すること。送信周波数帯は、Sバンドとする。
- 13) 計装系は、搭載機器を保持・接続すること。
- 14) 実験装置は、気流の圧力, 気流の乱れ強さ, 構造系先端部の熱流束を計測し、計測制御系へ送信すること。

⇒システム要求を基に、設計を具体化

4

3. 制約

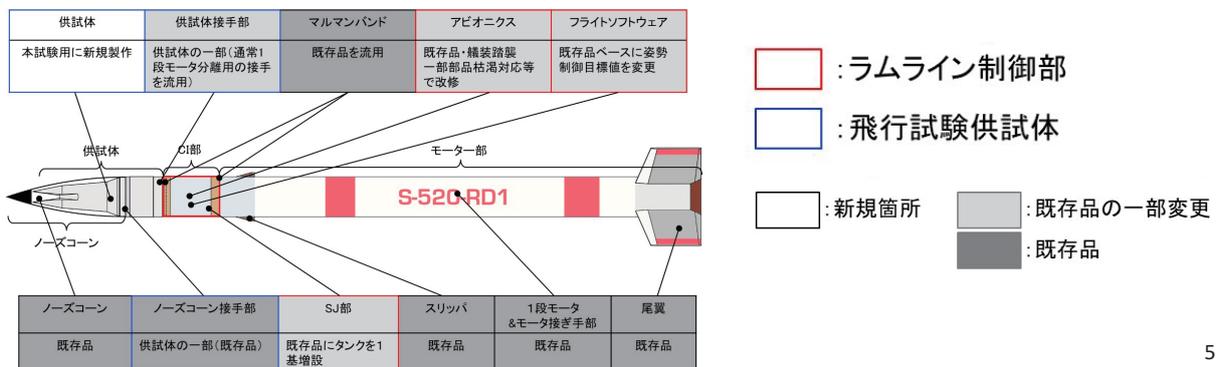
飛行試験の実施は、**プロジェクト**(資金と期間に限られる)

- ✓ 予算的な制約(受託研究:間接費を含み総額18億円)
- ✓ 設計開始から飛行試験完了まで最大4年4か月間(実際は4年8か月)

期間延長理由 2019年台風19号による設備故障による実験遅延
2020年COVID-19によるJAXA・大学の閉鎖の影響

短期間での開発を成功させるため、以下の条件を設けた。

- ① 小型ロケット(S-520)を用いて供試体を打ち上げる。
- ② ノーズコーンは既存品を用いる。その他の機器についても可能な限り既存品を利用する。
- ③ 試験後の供試体の回収は行わない。(アンテナによるデータ送受信)



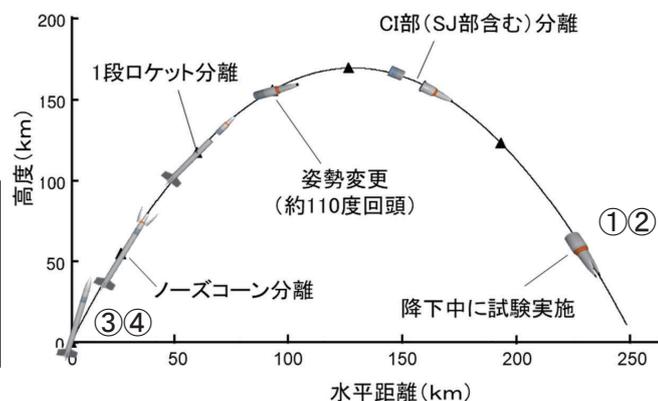
5. 熱・構造 設計・検証

供試体の設計・製作に当たり、成立性に関わるところは初期段階から重点的に数値解析を実施

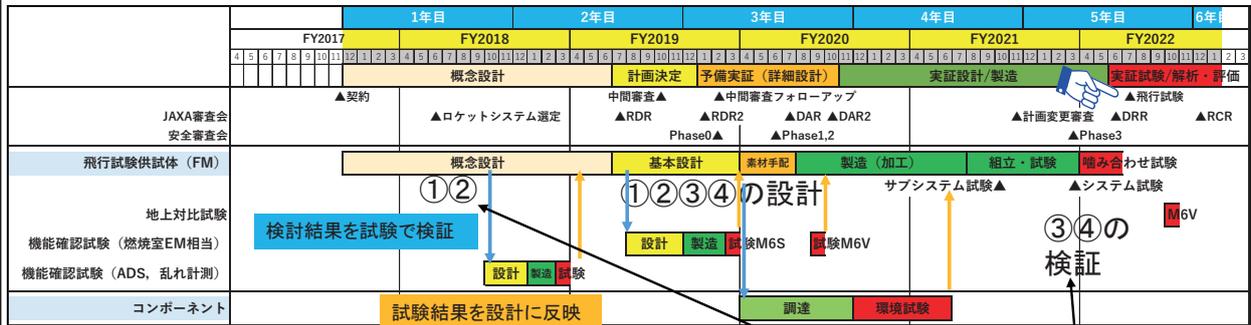
➤ 構造強度設計(基本的には、すべての部材について強度解析を実施)

- ① 供試体の空力加熱に対する熱設計(概念設計～詳細設計)
- ② 燃焼器の熱・断熱設計(概念設計～詳細設計)
- ③ 加速度・空力荷重に対する強度設計・設計検証(基本設計～システム試験)
- ④ 打ち上げ・分離時の振動・衝撃に対する設計・検証(基本設計～システム試験)

③④に関しては、設計・検証段階で実施した数値解析と検証結果について、設計のみの項目①②に関しては、飛行試験データと比較し、設計時の仮定等を検証したので報告する。



6. 開発スケジュール（プロジェクト開始から飛行試験まで4年8か月）



概念設計（フィジビリティスタディ＝成立性の確認）

- ① 供試体の空力加熱に対する熱設計
- ② 燃焼器の熱・断熱設計

基本設計①②③④

風洞での燃焼試験を通じて、各機器の設計を確定

詳細設計①②③④

製造前までに、構造や各機器の設計を完了

実証設計/製造③④

設計通りに供試体が製造されているかを確認

本資料で紹介する内容

7. ①供試体の空力加熱に対する設計 と 飛行試験の結果(1/5)

概念設計において、以下の点に絞って成立性を検討

- ・加熱の厳しい箇所、試験の成立性に関わる箇所
- ・温度制限のある部品（代替物がない部品箇所）



数値解析と（可能な場合は）実験を通して成立性を確認

- ✓ 空力加熱により溶融してしまうと空力安定性が低下し、試験の成否に関わる箇所

- (1) 空気取入口先端
- (2) ノーズコーン接手部（既開発品で代替物なし）

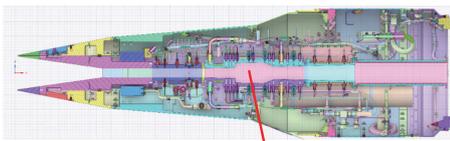
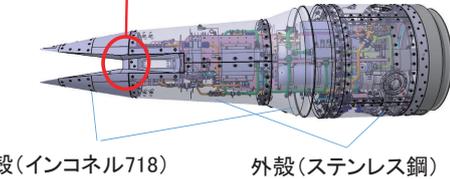
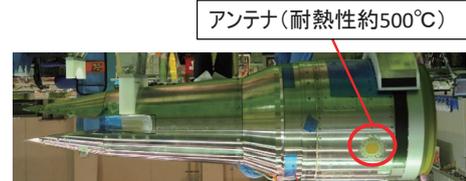
- ✓ 機能上、温度上限値があり、代替部品なし

- (3) アンテナ

- ✓ 飛行試験実施まで、完成品での実験をしない箇所

- (4) 燃焼器

- ・ 地上試験→繰り返し試験をするため無酸素銅製の燃焼器を使用
- ・ 飛行試験→高温比強度大のインコネル718製の燃焼器を使用



- ・基本構造（外殻、ロンジロン）は、高温比強度に優れるインコネル718
- ・加熱率の低い箇所は、ステンレス鋼15-5PH

7. ①空力加熱に対する設計 と 飛行試験の結果 (2/5)

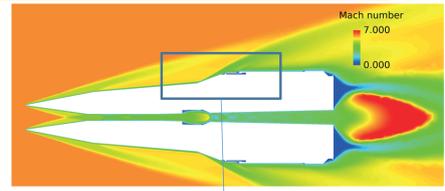
手順

1. 飛行マッハ数6, 壁温400Kを仮定し, FaSTARによるCFD解析
2. スタントン数 ch の分布を用いて熱伝達係数を下の通り設定

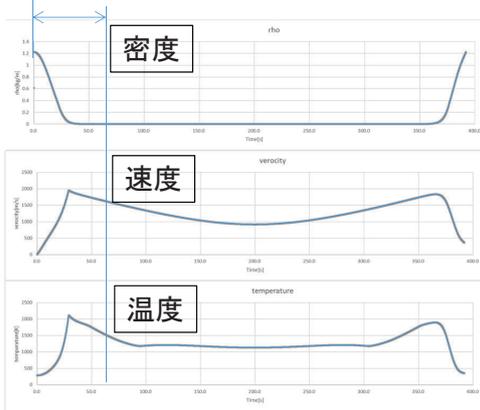
$$h = 1.5 \times Ch \times \rho \times u \times Cp \dots \text{式(1)}$$

1.5は安全係数, ρ 大気密度, u 速度, Cp 比熱

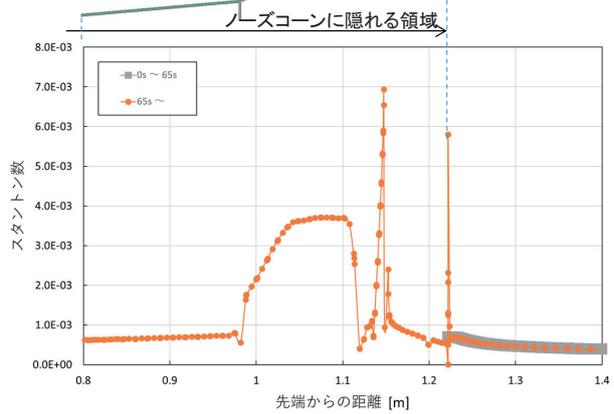
3. 軌道に沿って, ρ, u, Cp を変化させ, 機体表面に熱伝達関数を与えて, 構造温度を計算した。
4. 最大温度で, 最大応力を計算し, 強度余裕を確認する。



ノーズコーンに隠れる時間帯

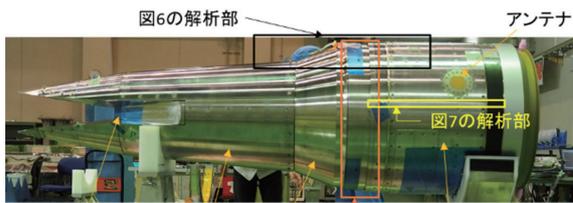


ノーズコーン



9

7. ①空力加熱に対する設計 と 飛行試験の結果 (3/5)



・ノーズコーン接手部の温度は材料融点以下であり, 余裕のある設計, また, アンテナ耐熱温度773Kに対して, 余裕のある設計結果だった。

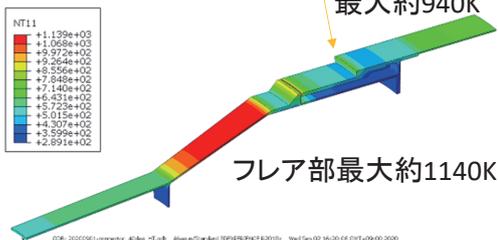


図6 ノーズコーン接手部解析

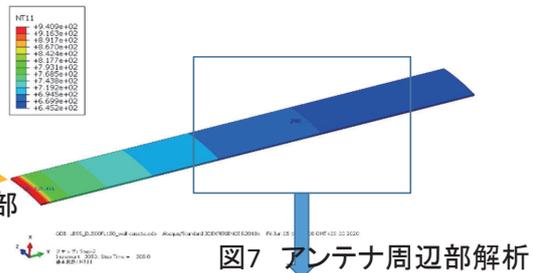
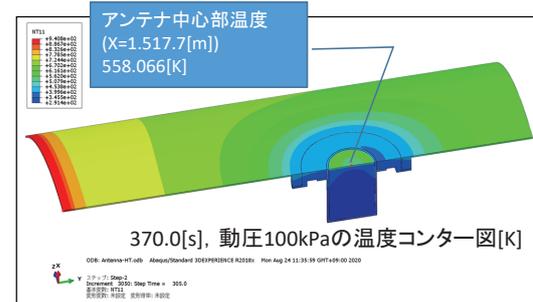


図7 アンテナ周辺部解析



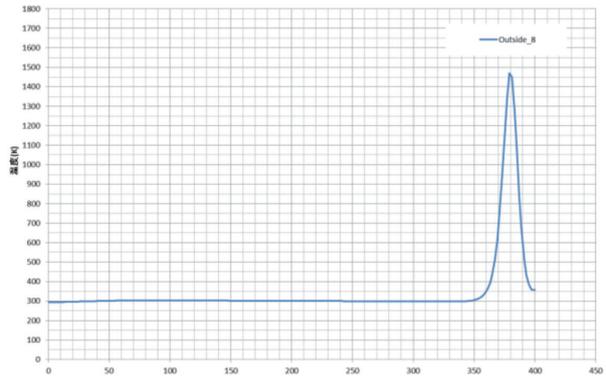
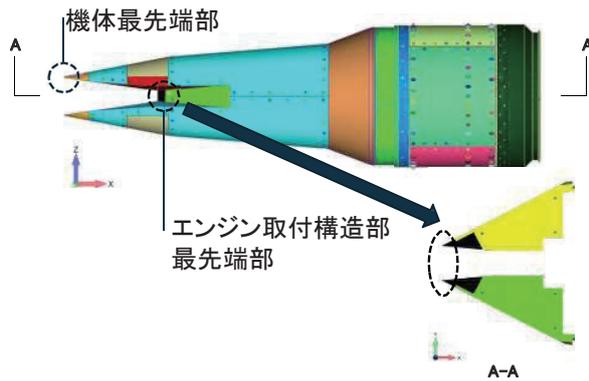
10

7. ①空力加熱に対する設計 と 飛行試験の結果(4/5)

最も温度の高くなる空気取入口 最先端部

下図のエンジン取付構造部最先端部の到達温度は約1470K

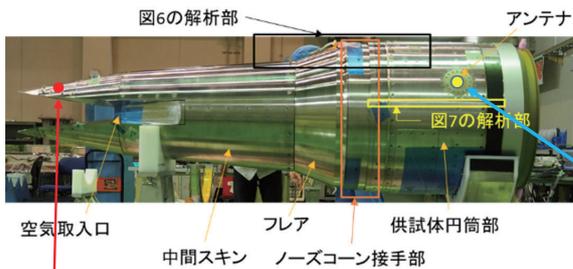
下図の2か所の最先端部分のみ、耐熱性の余裕を持たせるためタングステンとした。



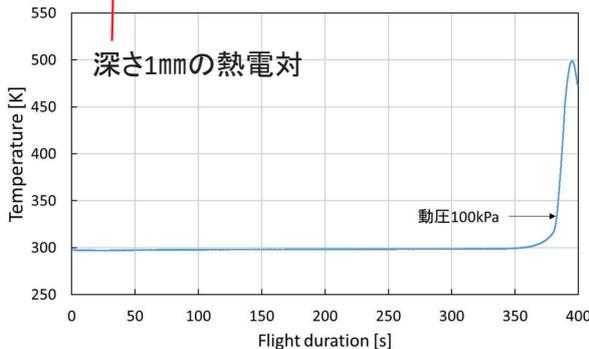
7. ①空力加熱に対する設計 と 飛行試験の結果(5/5)

試験結果との比較

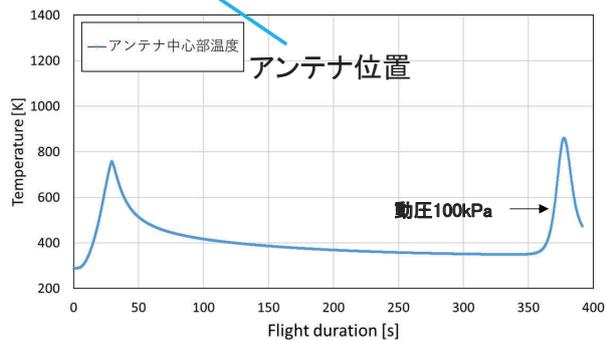
⇒ 耐熱性に余裕を持った設計になっていた



- ✓ 試験前の予測では、供試体前面の赤丸部(左図)よりも、加熱率の低いアンテナ部(黄丸)の予測温度は558K(動圧100kPa)だった。
- ✓ 試験結果は、飛行マッハ数が低いこともあるが、加熱率の高い赤丸部でも、温度は340K程度(動圧100kPa)となり、全体的に過剰に安全側の見積もりをしたことがわかる。



飛行試験時の壁温履歴(最大マッハ数5.8)



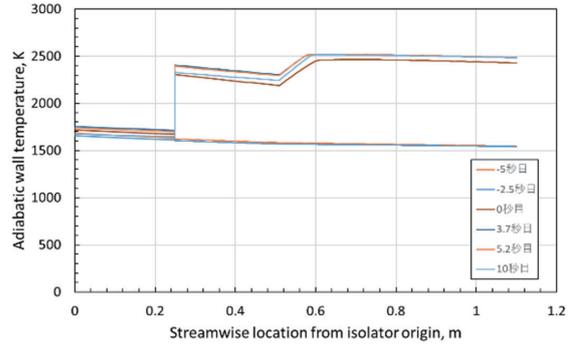
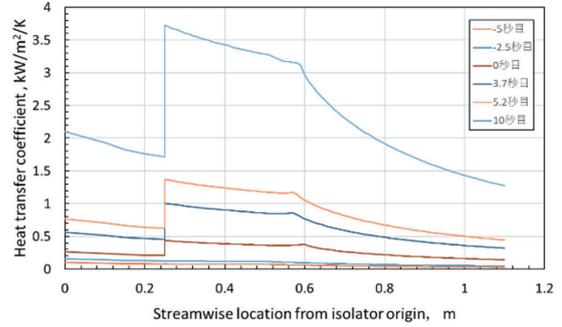
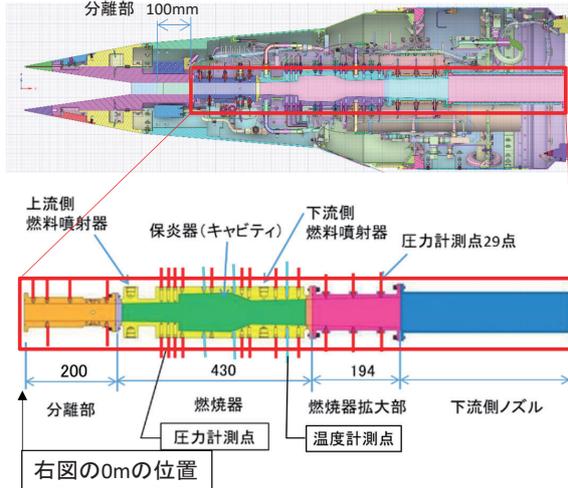
飛行試験時の予測温度(最大マッハ数6.1) 12

7. ②燃焼器の設計 と 飛行試験の結果(1/3)

手順

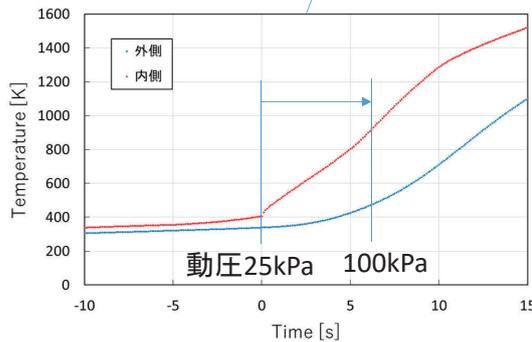
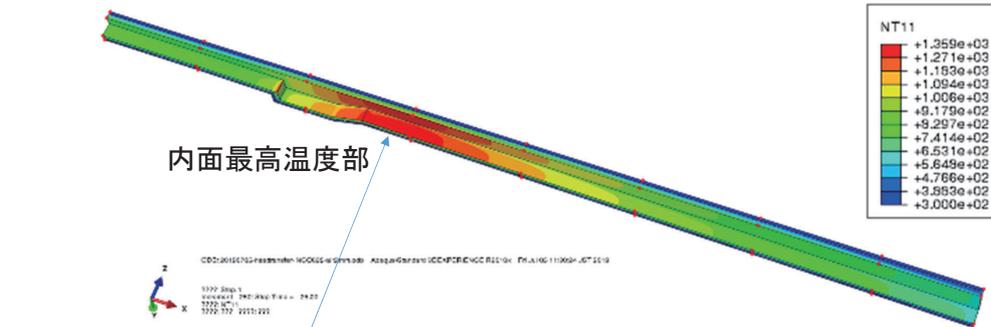
1. 1次元計算により壁面熱伝達係数を算出(右上)
2. 断熱火炎温度分布を算出(右下)
3. 境界条件(1. と2. の結果)を基に数値解析にて壁温を算出

[熱流束 = $h \times (T_0 - T_w)$... 式(2)]



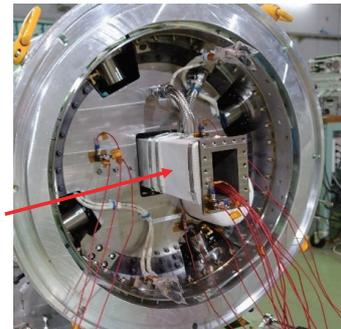
13

7. ②燃焼器の設計 と 飛行試験の結果(2/3)



壁面温度予測値
(最大マッハ数6.1, 燃料当量比 0.5)

燃焼器の外側温度が、473Kを超える可能性があるため、周辺機器への熱影響を防ぐため断熱材を巻いた。
(白いものが断熱材)

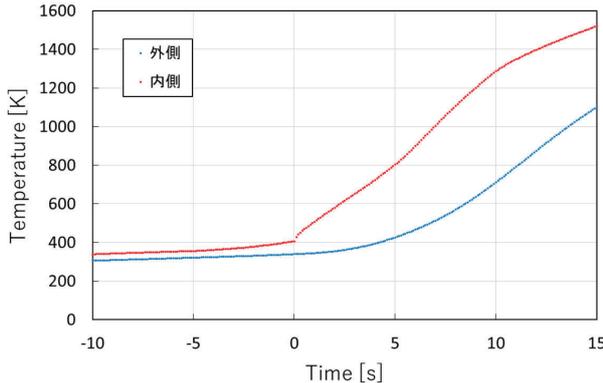
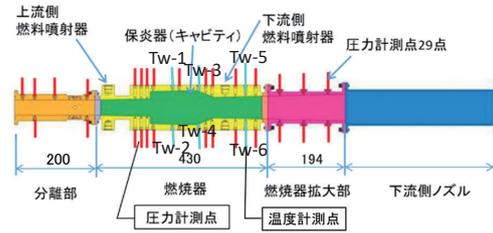


14

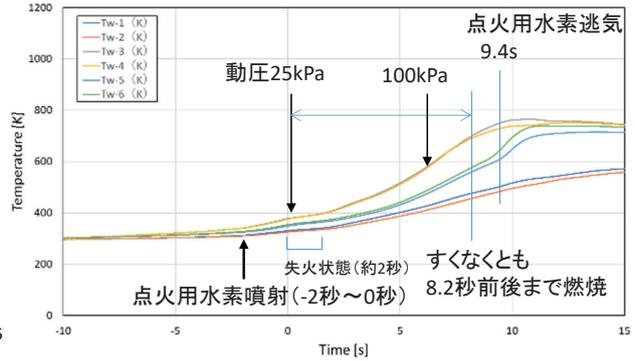
7. ② 燃焼器の設計 と 飛行試験の結果 (3/3)

試験結果との比較

⇒ 設計当初の想定より
 圧縮比、マッハ数、燃料当量比等が低くなり、
 壁温上昇は少なかった。



壁面温度予測値
 (燃料噴射開始=0s)
 (最大マッハ数6.1, 燃料当量比 0.5)

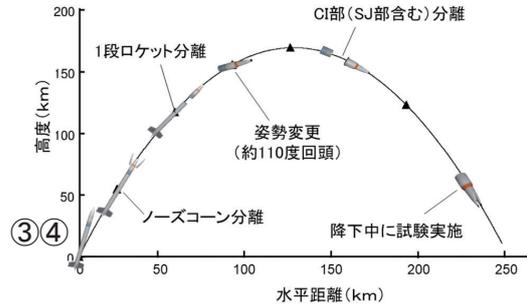


飛行試験での壁面計測温度
 (エチレン噴射開始=-1.1s)
 (最大マッハ数5.6~5.8, 燃料当量比 0.4~0.3)
 15

7. 設計検証

供試体完成後のシステム試験(下図)にて、以下の内容について設計検証を実施した。

- ③ 静荷重試験 (設計通りの強度を有するか)
- ④ 振動・衝撃試験 (打ち上げ時の振動・衝撃でも不具合が起こらないか)



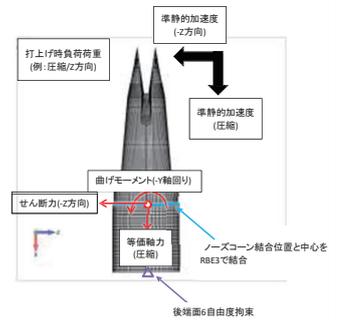
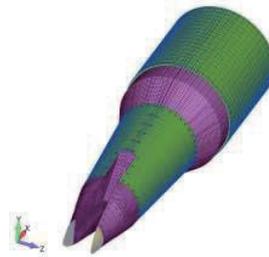
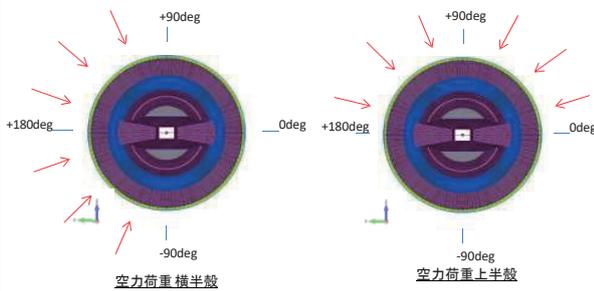
	1年目				2年目				3年目				4年目				5年目				6年目															
	FY2017				FY2018				FY2019				FY2020				FY2021				FY2022															
	概念設計																計画決定				予備実証(詳細設計)				実証設計/製造				実証試験/解析・評価							
JAXA審査会 安全審査会	▲契約				▲ロケットシステム選定				中間審査▲ ▲RDR Phase0▲				▲中間審査フォローアップ ▲DAR ▲DAR2 ▲Phase1,2				▲計画変更審査 ▲DRR ▲Phase3				▲飛行試験 ▲RCR															
飛行試験供試体 (FM)	概念設計																基本設計				素材手配				製造(加工)				組立・試験				融み合わせ試験			
地上対比試験																									サブシステム試験▲				▲システム試験							
機能確認試験(燃焼室EM相当)																	設計				製造				試験M6S				試験M6V							
機能確認試験(ADS, 乱れ計測)																	設計				製造				試験											
コンポーネント																					調達				環境試験											

7. ③加速度・空力荷重に対する強度設計・設計検証(1/5)

供試体設計では、部品レベルでモデル化して、下の表の荷重条件(打上げ時の荷重)で設計している。安全率等の設計係数として、終極強度の1.25倍とノンテストファクタ1.5倍で約1.8倍をみている。静荷重試験では、フライト荷重の1.25倍で検証した。

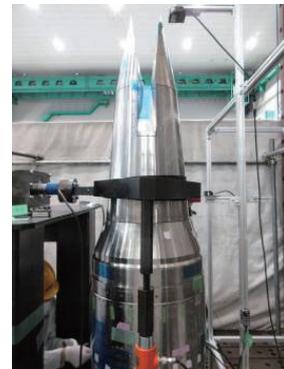
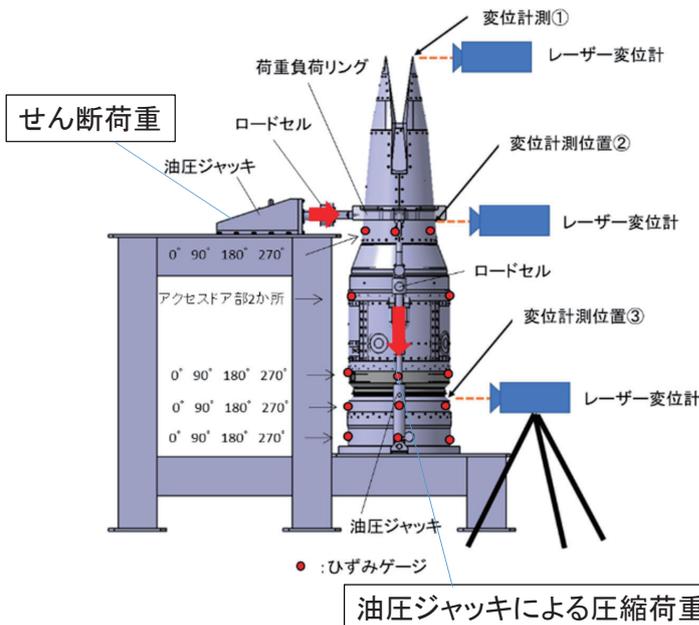
CaseID	フェーズ	空力荷重負荷領域 (迎角5deg)	推力[N]	準静的加速度[G]			ノーズコーンからの打上時最大空力荷重			拘束
				機軸方向 (+X)	機軸直交方向 +Y +Z	機軸直交方向 +Z	等価軸力(+X) kN	曲げモーメント kNm	せん断力 kN	
1	打上げ時	圧縮/Y方向	-	14	-3	0	95.4	9.5 (Z軸回り)	-11.8 (Y方向)	後端面6自由度拘束
2		圧縮/Z方向		14	0	-3	95.4	-9.5 (Y軸回り)	-11.8 (Z方向)	
3		引張/Y方向		-3	-3	0	72.7	9.5 (Z軸回り)	-11.8 (Y方向)	
4		引張/Z方向		-3	0	-3	72.7	-9.5 (Y軸回り)	-11.8 (Z方向)	
5	自由落下時	横半殻(-90~+90deg)	300	-			-			なし(慣性リリーフ)
6		上半殻(0~+180deg)		-			-			

※温度荷重は入力せず、温度に対応した材料許容値に対して評価した。

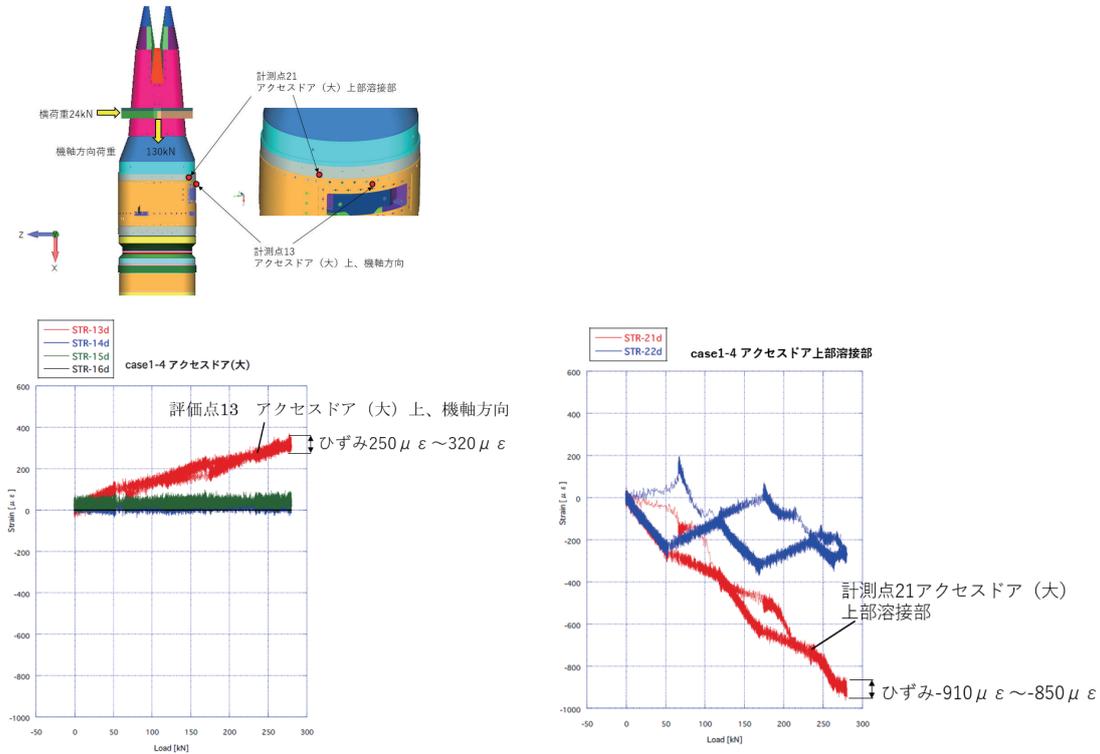


7. ③加速度・空力荷重に対する強度設計・設計検証(2/5)

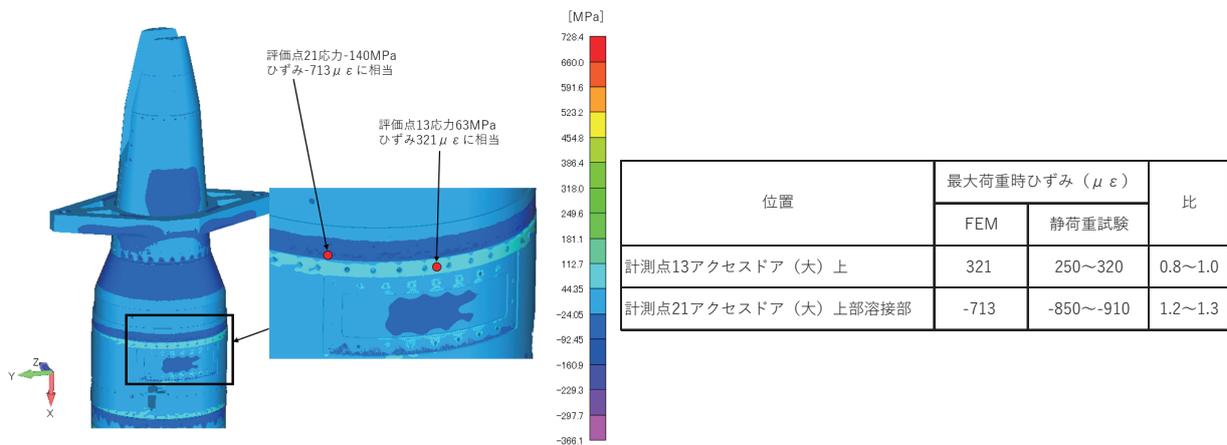
設計検証として、設計通りの強度を有するかを確認する静荷重試験を実施した。



7. ③加速度・空力荷重に対する強度設計・設計検証(3/5)

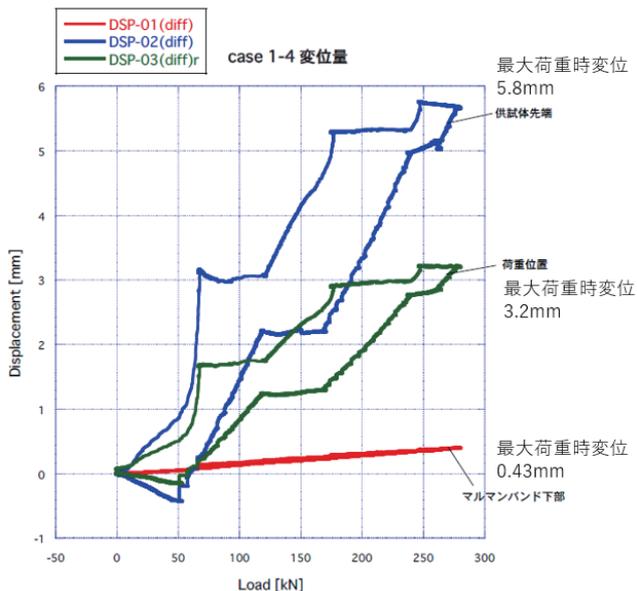


7. ③加速度・空力荷重に対する強度設計・設計検証(4/5)



構造解析結果

7. ③加速度・空力荷重に対する強度設計・設計検証(5/5)



位置	最大荷重時変位 (mm)		比
	FEM	静荷重試験	
供試体先端	5.7	5.8	1.02
荷重位置	3.0	3.2	1.07
マルマンバンド下部	0.24	0.43	1.79

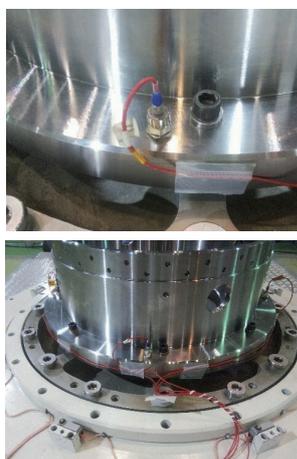


FEM予測値と静荷重試験の差は供試体と治具固定のボルト穴のガタ分ずれたのが原因

7. ④打上時・飛行時の衝撃・振動に対する強度設計・設計検証(1/7)

打ち上げ時の音響や構造を伝わってくる振動を模擬して、ランダム振動試験を実施し、打ち上げ時の衝撃を模擬して、衝撃試験(低周波衝撃試験)を実施し、構造や内部機器に異常がないことを事前に確認した。(設計検証試験)

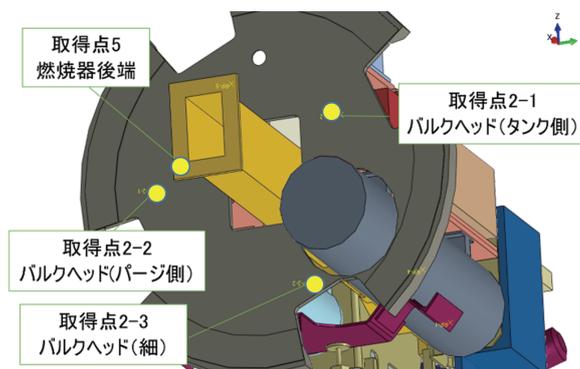
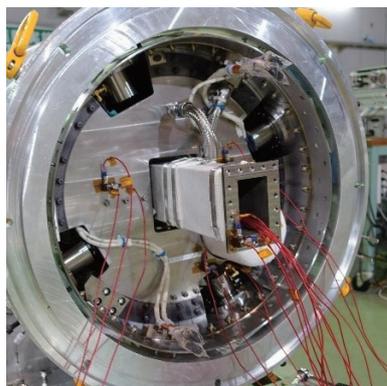
試験では、加速度計を取り付けて、印加する振動に対して応答の振動を計測(共振等がないか確認)。全ての機器に加速度計を取り付けることができないため、振動解析で全体的に確認した。



これらの供試体内部機器は、ランダム振動・衝撃試験で印加される振動・衝撃でも、機器に異常が生じないことを、事前に確認済。

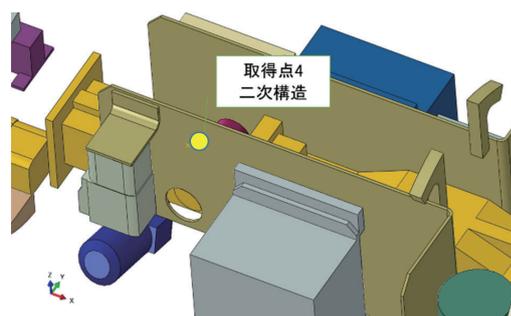
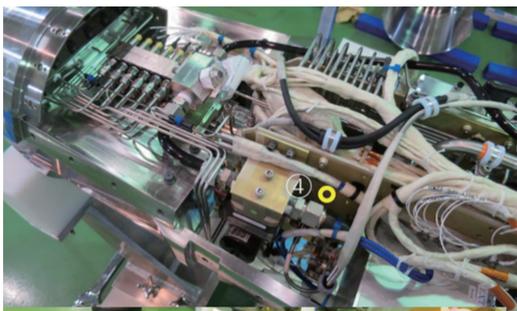
振動試験機に設置した飛行試験供試体

7. ④打上時・飛行時の衝撃・振動に対する強度設計・設計検証(2/7)



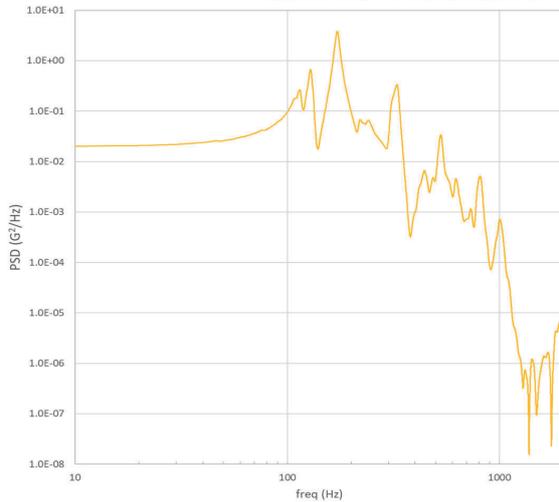
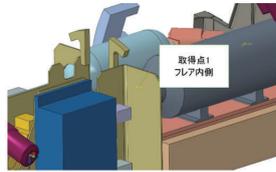
23

7. ④打上時・飛行時の衝撃・振動に対する強度設計・設計検証(3/7)

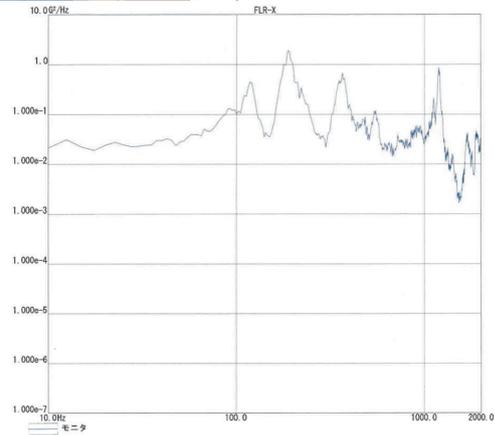


24

7. ④打上時・飛行時の衝撃・振動に対する強度設計・設計検証(4/7)



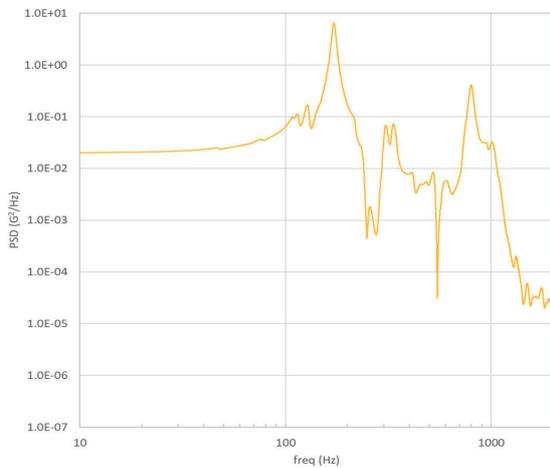
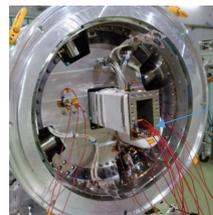
(a) 解析結果



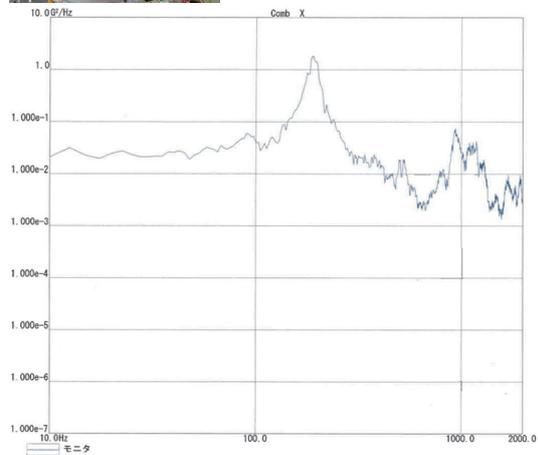
(b) 振動試験結果

事前解析と振動試験のPSDの比較(計測点1)

7. ④打上時・飛行時の衝撃・振動に対する強度設計・設計検証(5/7)



(a) 解析結果

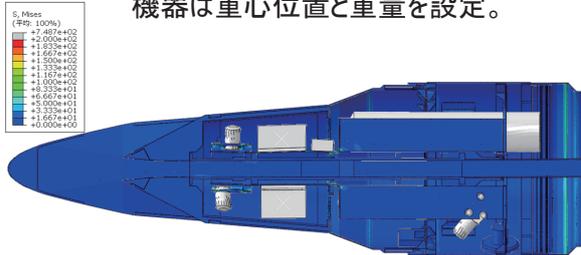


(b) 振動試験結果

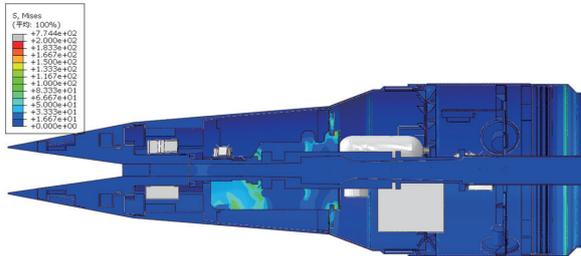
事前解析と振動試験のPSDの比較(計測点5)

7. ④打上時・飛行時の衝撃・振動に対する強度設計・設計検証(6/7)

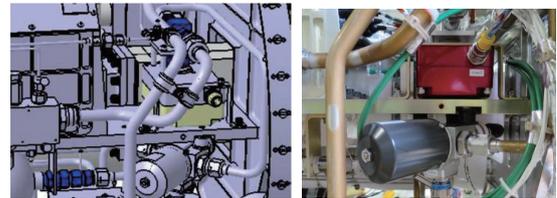
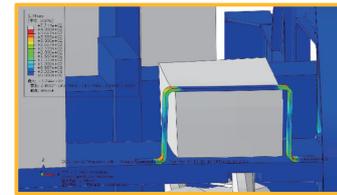
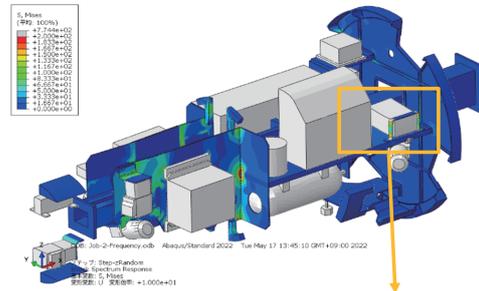
ハーネス類、配管、圧力導管等は省略。
機器は重心位置と重量を設定。



ODB: Job-2-Frequency.odb Abaqus/Standard 2022 Tue May 17 13:45:10 GMT+09:00 2022
 Step: 7, Step-Off-End
 Shock Spectrum Response
 基本変位: S, Mises
 変形係数: U 変形係数: +1.000e+01



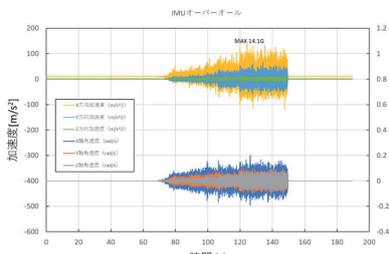
ODB: Job-2-Frequency.odb Abaqus/Standard 2022 Tue May 17 13:45:10 GMT+09:00 2022
 Step: 7, Step-Off-End
 Shock Spectrum Response
 基本変位: S, Mises
 変形係数: U 変形係数: +1.000e+01



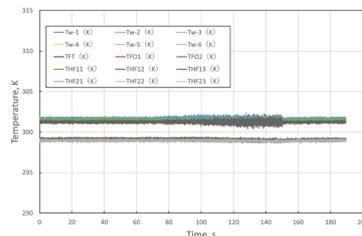
7. ④打上時・飛行時の衝撃・振動に対する強度設計・設計検証(7/7)

振動・衝撃試験時、及び事後に、機能確認試験を実施

- 1) 外部電源から内部電池に切り替え、テレメ経由でデータを受信
- 2) IMU, 熱電対, 電池, 圧力センサ, 乱れ計測装置等の作動を確認し、正常に機能していることを確認した。
- 3) 下は、ランダム振動試験時に確認した計測記録結果。



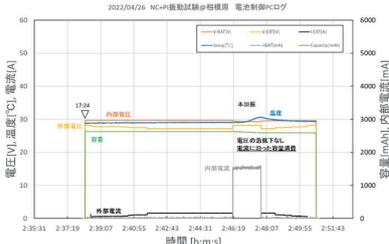
IMUによる加速度と角速度の変化



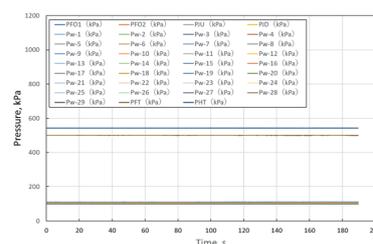
熱電対の指示値の変化



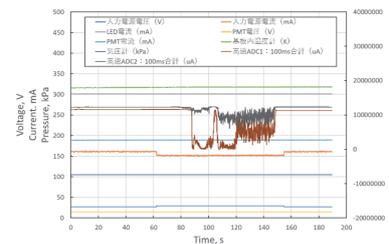
供試体が振動装置に取り付けられた状態



電池の電圧・電流・容量の変化



圧力センサの指示値の変化



乱れ計測装置の電圧・電流変化

9. まとめ

- 実飛行環境での超音速燃焼データの取得を目指し、燃焼と空力加熱のデータ取得のための飛行試験供試体の開発を行った。設計段階での数値計算による温度解析と飛行試験の結果の比較、及び、供試体の検証試験段階での数値計算によるひずみ解析や振動解析結果と評価試験の結果を比較した。
- 概念設計段階では、供試体の成立性を確保するため、安全側の評価をしており、また、前提条件とした飛行マッハ数6～6.1に対して、実際の飛行マッハ数は最大5.8まで下がったため、結果的に余裕のある設計となった。一方で、供試体の完成時の評価、特に静荷重試験では、予測値と実測値がほぼ一致しており、ほぼ設計通りの供試体が完成したと評価できる。
- このような評価を実施したのち、2022年7月24日に飛行試験を実施し、計画通りのデータを取得し、実験を終了することができた。

※本研究は、防衛装備庁が実施する安全保障技術研究推進制度JPJ004596の支援を受けたものである。

高温プラズマ流中のケイ素系耐熱材料周りの放射計測

山部 友紀翔（群馬大院理工・院），塚田 健人（群馬大院理工・院），

船津 賢人（群馬大院理工）

Radiation Measurements around Silicon-based Heat-resistant Materials in High-temperature Plasmajets

YAMABE Yukito, TSUKADA Kento and FUNATSU Masato
(Graduate School of Science and Technology, Gunma University)

ABSTRACT

When a space vehicle re-enters the Earth's atmosphere, a strong shock wave is generated in front of the vehicle and it undergoes severe aerodynamic heating. In order to protect the capsule from the heating, the ablation method is known as a thermal protection system. In our laboratory, we focus on silicon carbides as silicon-based heat-resistant materials which have high density and wear resistance. The heating experiments using air plasma freejets are performed systematically. In this study, we measured the strong radiation on the test-piece surface, the weak radiation around the test piece temporally and spatially with Wide Dynamic Range (WDR) camera. Then, we focused on the weak radiation around the test piece and analyzed its spatial-temporal distributions and mechanisms.

1. はじめに

地球大気圏に再突入する宇宙往還機前方には衝撃波が発生する。機体は衝撃波背後の高温・高圧気体から著しい空力加熱を受ける。この高温環境から機体を守る熱防御法の一つにアブレーション法がある⁽¹⁾。アブレーション法とは、熱防御材料の相変化を利用し、機体に流入する熱量を低減する方法である。現在、熱防御材料にはCFRP（Carbon Fiber Reinforced Plastic）やPICA（Phenolic Impregnated Carbon Ablator）など、主に炭素系材料が利用されている⁽²⁾。近年では、ケイ素系材料が高密度、高耐熱性、高耐摩耗性をもつことから、次世代の革新的な熱防御材料として注目されている⁽³⁾。

本研究室ではケイ素系材料のうち、耐熱性に優れる炭化ケイ素（SiC）に着目し、高温プラズマ流を用いた加熱試験を系統的に行っている^{(4)~(7)}。

以前の研究⁽⁵⁾において、SiCの定常加熱試験時には、試料表面にリング状物質が形成されることがわかっている。このリング状物質より前方の試料まわりは強く発光（放射）し、リング状物

質より後方の試料まわりでは生成された気体による発光（放射）を観測した。また、定常加熱試験中の試料表面の著しく強い放射と試料まわりに生成された気体の微弱な青白い放射を空間的に（面的に）同時計測した。

本研究では、高温プラズマ流中のSiCの非定常加熱挙動に着目し、広いダイナミックレンジをもつWDR（Wide Dynamic Range）カメラにより、

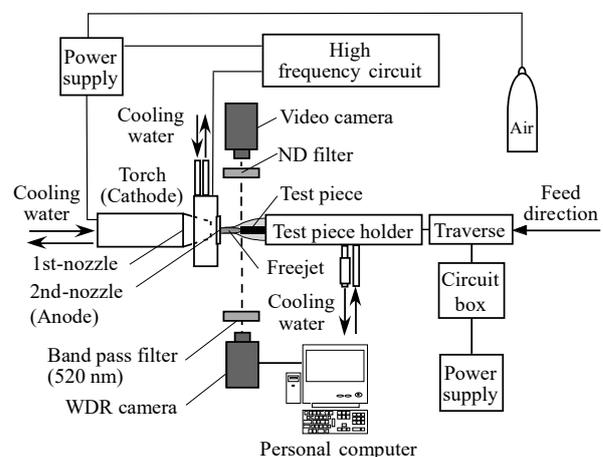


Fig. 1 Schematic view of experimental setup

その挙動を時間的空間的（時空間的）に計測した。特に，試料まわりの微弱な青白い放射に注目し，その時空間的な放射分布とその放射にいたるメカニズムを検討した。

2. 実験装置および実験方法

図1に実験装置概略を示す。実験装置は大別して空気プラズマフリージェット発生装置部と観察部からなる。空気プラズマフリージェット発生装置部は空気プラズマフリージェット発生装置，試料ホルダー，自動試料送り装置で構成される。一方，観察部では，2台のカメラをジェットの流れに対して垂直方向に設置し，計測を行った。図の下側には，計測可能な放射強度差が大きい（ 2^{16} :65,536階調）WDR（Wide Dynamic Range）カメラで計測を行った。また，試料表面から生成された気体の微弱な放射は青白く，波長520 nm付近の放射が支配的であることが分光計測によりわかっている⁽⁴⁾⁽⁵⁾。この波長に対応する520 nmの狭帯域フィルターを介したWDRカメラで，試料表面から生成される気体の微弱な放射を計測した。比較のため，図の上側には汎用ビデオカメラ（ 2^8 :256階調）を設置した。汎用ビデオカメラにはO.D. = 3.0（透過率が $1/10^{3.0}$ ）の減光フィルター（NDフィルター）を介して減光し，計測を行った。

空気プラズマフリージェット発生装置のノズル配置概略を図2に示す。一次ノズル部分は，陰極を有したトーチと出口直径0.7 mmの一次ノズルが一体となっている。また，外部には陽極を兼ねた二次ノズルが設置されている。作動気体には空気（体積比率 $N_2 : O_2 = 79 : 21$ ）を使用した。一次，二次ノズル間の距離は2.5 mmとし，ノズル間に極小空気プラズマジェットを発生させた。そして，二次ノズル出口から噴出させることにより，空気プラズマフリージェットを得た。二次ノズルホルダーは内部に水を流し，冷却した。空気プラズマフリージェットのビデオカメラ画像を図3の上段に示す。ビデオカメラ画像より，二次ノズル出口から約20 mmまでは白色，20 mm以降では淡緑色の発光領域をもつ⁽⁷⁾。空気プラズマフリージェットの発生条件は，放電電流15 A，放電電圧 180 ± 2 V，貯気室圧力0.6 MPa（絶対圧力），雰囲気圧力は大気圧（0.1 MPa）である。試料ホルダーは三重円管構造であり，内部を流れる水で冷却している。次に，本研究で用いたジェットの特性について述べる。二次ノズル出口からの距離と熱流束の関係を図3の下段に示す。空気プラズマフリージェットの流

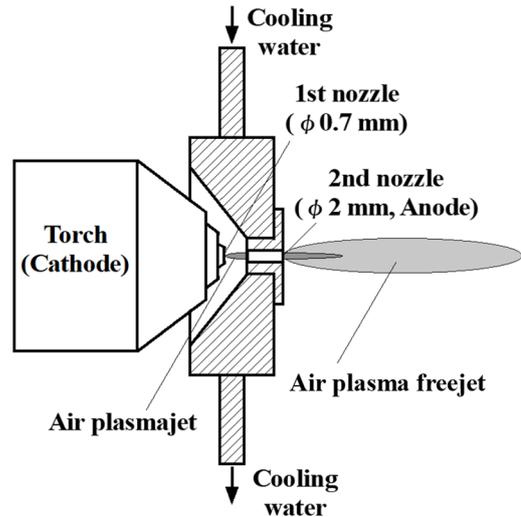


Fig. 2 Schematic view of nozzle layout of plasma freejets generator

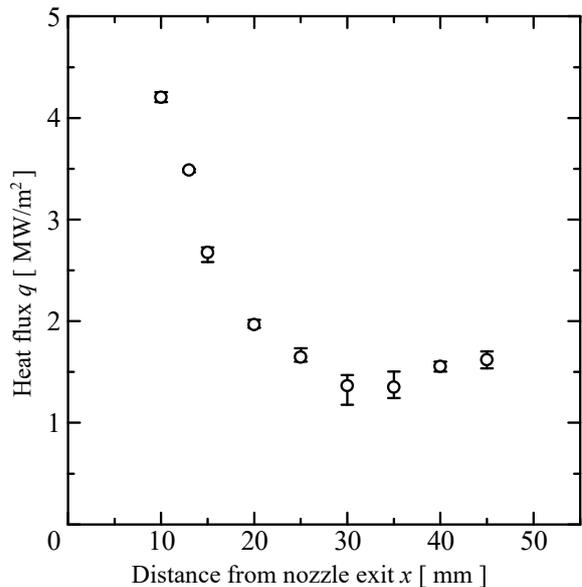


Fig. 3 Photo and heat flux distribution on flow axis of air plasma freejets



Fig. 4 Silicon carbide (SiC, diameter 2.0 mm)

れ方向に対して熱流束計を挿入し，熱流束を計測した。横軸は二次ノズル出口からの距離，縦軸は熱流束値である。図3下段より，二次ノズ

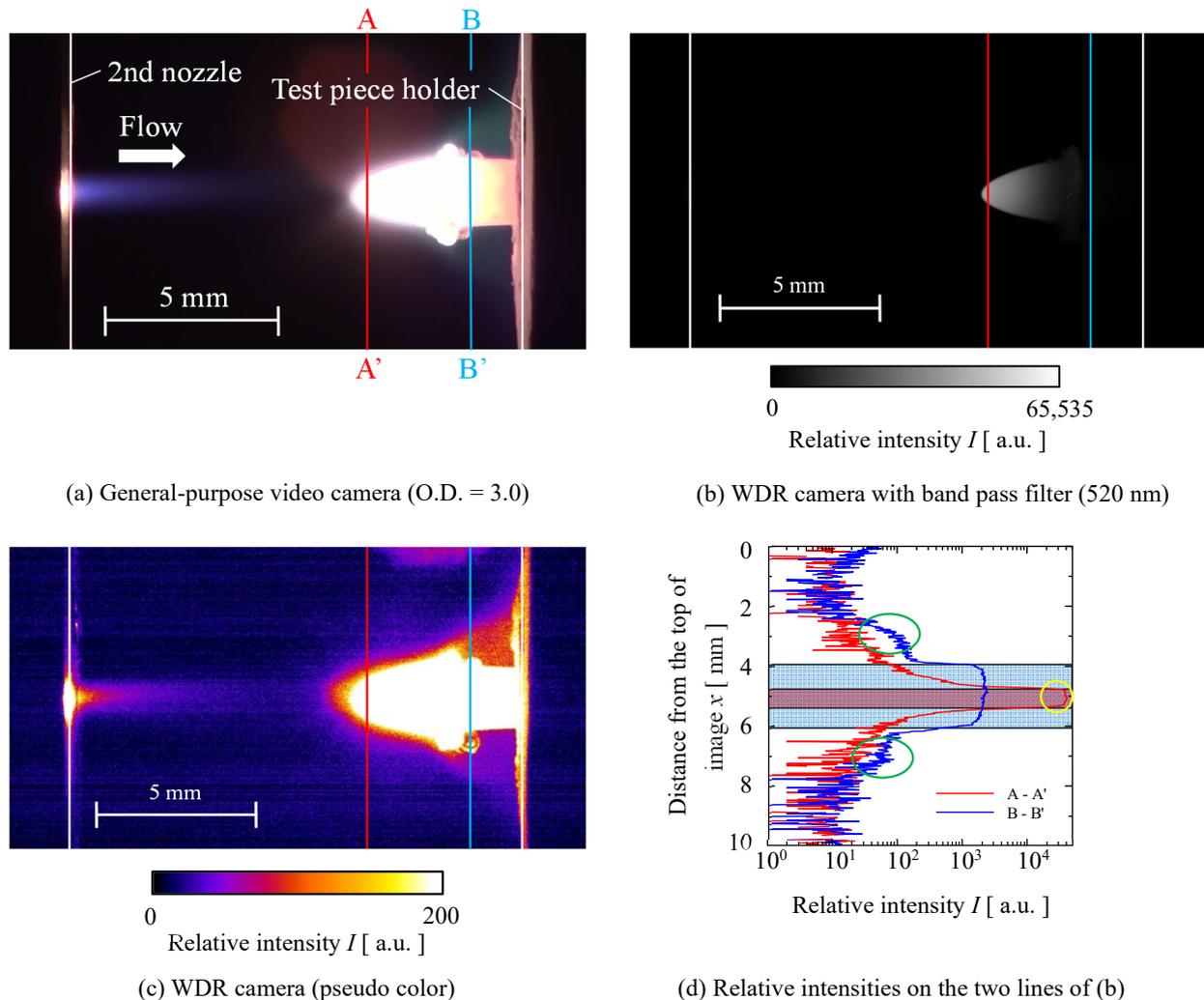


Fig. 5 Images of general-purpose video camera and WDR camera of SiC ablations, and its relative intensities (10.0 s)

ル出口からの距離の増加に伴い、熱流束値が減少していることがわかる。二次ノズル出口からの距離約20 mmまでは熱流束値が急激に減少し、20 mm以降ではほぼ一定となる。これより、アブレーション試験は、本実験装置において高い加熱率が得られる二次ノズル出口からの距離10 mmの位置で行った。この位置での熱流束は4.2 MW/m²である⁽⁸⁾。また、アブレーションの進行に伴い、試料先端位置は後退するため、自動試料送り装置を用いて試料を一定速度(0.61 mm/s)で送った。図4は試験に用いた試料画像である。試料は直径2 mmの断面形状を持つ丸棒のSiCである。

3. 実験結果および考察

3.1. 加熱時間 10.0 秒以降の試料まわりの微弱な放射分布

図5に加熱時間10.0秒のSiCの定常加熱試験時の画像を示す。ここで10.0秒以降はほぼ定常状態として仮定できるため、代表的な10.0秒の

画像を示している。図は動画から切り出した静止画像である。(a)は汎用ビデオカメラ、(b)はWDRカメラ、(c)は試料まわりの微弱な放射に注目し(b)のWDRカメラ画像の相対強度値200未満を疑似カラー表示した。そのため200以上の強度値は飽和している。(d)は(b)のA-A' (赤の実線)、B-B' (青の実線)に対応した放射強度分布を示す。(a)~(c)のA-A'は(b)の試料表面の放射強度値が最も高い点を通る径方向位置であり、B-B'は(a)の試料中央の突起状物質(実際は試料を覆うようにリング状に生成された物質)から軸方向後方0.5 mmの径方向位置を示す。これは微弱な青白い放射領域の一部に対応する。(d)の縦軸はWDRカメラの画像上端部からの距離、横軸は放射強度値を対数表示した。赤と青の領域はそれぞれA-A'、B-B'上の試料が存在する領域に対応する。まず(a)と(b)を比較すると、(a)は試料表面の著しく強い発光によって飽和しているが、試料後方の微弱な青白い発光がフレア状に広がっている様子がみてとれる。一方、(b)では試料

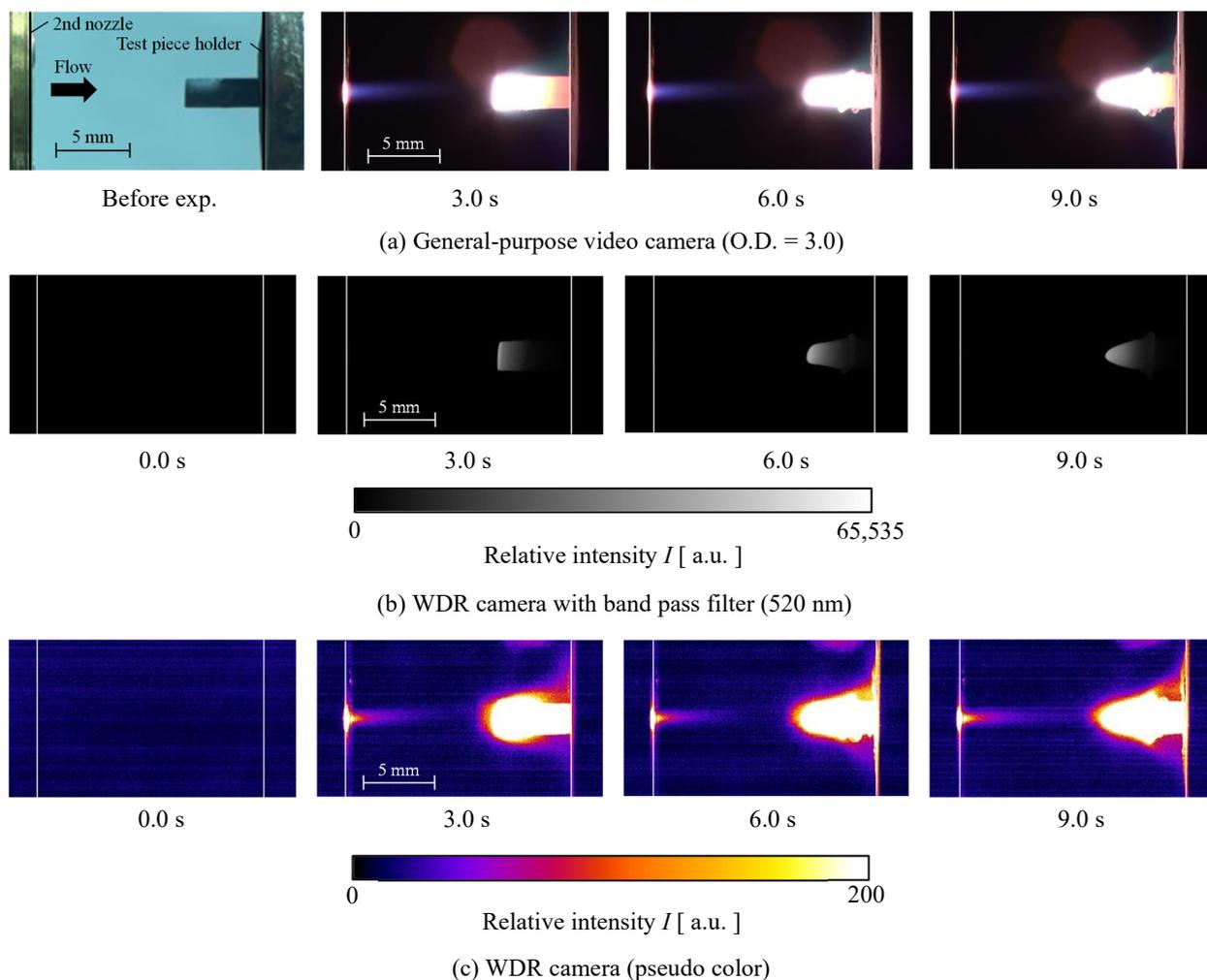


Fig. 6 Images of general-purpose video camera and WDR camera of SiC ablations before about 10.0 s

表面は飽和しておらず、(a)で確認された微弱な発光は確認できない。次に(b)と(c)を比較すると、(b)は試料後方の微弱な放射は確認できないが、(c)は(a)の微弱な青白い放射が確認できる。(d)のA-A'をみると、相対強度値は飽和せず、試料表面の強い放射をとらえている(黄色の実線で囲まれた丸い領域)。 (d)のB-B'をみると微弱ではあるが放射をとらえていることがわかる(緑の実線で囲まれた丸い領域内)。したがって、WDRカメラにより試料表面の著しく強い放射と微弱な青白い放射を以前の研究⁽⁵⁾と同様に同時計測することができた。

以前の研究⁽⁴⁾で、加熱時に生じる微弱な青白い放射は、局所的な分光計測から C_2 Swanバンドが支配的であることがわかっている。 C_2 分子の生成メカニズムは高温加熱によりSiCが熱分解し、その際に生じたC原子が再結合することで C_2 分子が生じている可能性がある。また、 C_2 Swanバンドの生成領域は、突起状物質(リング状物質)後方付近で生じていることから、この突起

状物質の形成と C_2 Swanバンドの発生には因果関係があると考えられる。すなわち、突起状物質をまわり込んだ流れは、急速に温度が低下し、 C_2 分子の再結合が促進される可能性がある。そこで、定常状態以前(10.0秒以前)のSiCの非定常加熱挙動を時空間的に計測し、考察する。

3.2. 加熱時間 10.0 秒以前の試料まわりの微弱な放射分布

図6に加熱時間10.0秒以前の試験時の画像を示す。図6は図5の(a), (b), (c)と同様の処理を行っている。また、右側の実線は試料ホルダー側面位置であり、ジェットは矢印の方向に流れている。3.0秒以降では、(a)の汎用ビデオカメラの青白い放射と(c)の擬似カラー表示した微弱な放射領域がほぼ一致する。また、(b)のWDRカメラ画像から試料表面が飽和せずを取得できていることがわかる。これらのことから、WDRカメラにより、試料表面の著しく強い放射と微弱な青白い放射を同時に時間的・空間的に計測できていることがわかる。

加熱時間3.0秒では(a)の汎用ビデオカメラ画像と(c)の擬似カラー表示したWDRカメラ画像から、微弱な放射が生成されていることがわかる。加熱時間6.0秒の(a)と(c)では、微弱な放射領域が3.0秒より広がっており、試料中央部に6.0秒の(a)から突起状物質（リング状物質）が形成されていることがみてとれる。さらに、時間経過とともに突起状物質（リング状物質）が径方向に広がり、その後方に微弱な放射領域が存在している。加熱時間9.0秒では軸方向に一定位置で突起状物質（リング状物質）がさらに径方向に成長し、その後方の微弱な放射領域も広がっている。これより、ジェットが、成長する突起状物質（リング状物質）の後方にまわり込むことで、ジェットの温度が低下しC₂分子が生成され、C₂ Swanバンドの放射が生じていると考えられる。

4. まとめ

本研究では、高温プラズマ流中のSiCの非定常加熱挙動に着目し、広いダイナミックレンジをもつWide Dynamic Rangeカメラにより、その挙動を時間的空間的（時空間的）に計測した。特に、試料まわりの微弱な青白い放射に注目し、その時空間的な放射分布とその放射にいたるメカニズムを検討した。

- (1) 炭化ケイ素の非定常加熱試験において、試料表面の著しく強い放射と試料まわりの微弱な放射を同時に時空間的に計測することができた。
- (2) 青白い微弱な放射領域は、突起状物質（リング状物質）の成長により、その後方に広がることがわかった。

5. 謝辞

本研究の一部は、JSPS 科研費JP17K06941, 20K04915の助成を受けた。

6. 参考文献

- (1) Park, C., “Review of Chemical-Kinetic Problems of Future NASA Missions, I: Earth Entries,” *J. Thermophysics Heat Transfer*, Vol. 7, No. 3, pp. 385-398, 1993.
- (2) For example, Willcockson, W. H., “Stardust Sample Return Capsule Design Experience,” *J. Spacecraft Rockets*, Vol. 36, No. 3, pp. 470-474, 1999.
- (3) Tran, H. K. and Sawko, P. M., “Thermal

Degradation Study of Silicon Carbide Threads Developed for Advanced Flexible Thermal Protection Systems,” *NASA-TM-103952*, pp. 1-11, 1992.

- (4) 斧澤良太, 小澤正裕, 船津賢人, 白井紘行, 高草 木文雄, 「空気プラズマフリージェット中の炭化ケイ素アブレーションの放射測定」, 平成23年度衝撃波シンポジウム講演論文集, pp. 373-376, 2012.
- (5) 船津賢人, 菅原大聖, 半田圭佑, 橋本真, 「高温プラズマジェット中のケイ素系耐熱材料周りの放射計測に関する一考察」, 2019年度衝撃波シンポジウム講演論文集, 2C2-1, 4pages, 2020.
- (6) Funatsu, M., Konishi, K., Kawada, M., Ozawa, M., and Takakusagi, F., “Visualizations of SiC Ablations in Air Plasma Freejets,” *Trans. JSASS Aerospace Technology Japan*, Vol. 12, No. ists29, pp. Po_2_45-Po_2_50, 2014.
- (7) Hashimoto, M., Funatsu, M., Malisa, N., Morioka, G., and Ozawa, M., “Temperature Estimations of SiC Ablations with Several Kinds of Narrow Band-pass Filters,” *Trans. JSASS Aerospace Technology Japan*, Vol. 17, No. ists31, pp. 561-567, 2014.
- (8) Matsuoka, Y., Oya, Y., and Funatsu, M., “Ablation Experiments of Porous Carbonbased Heat-resistant Materials in Highenthalpy Air Plasma Freejets,” *Trans. JSASS Aerospace Technology Japan*, No. ists33, 2022-e-03.pdf, 6pages, 2022.

Logarithm conformation representation による

圧縮性流体ソルバーの開発

中澤 嵩 (大学 MMDS)

Compressible fluid solver based on Logarithm conformation representation

NAKAZAWA Takashi (MMDS, Osaka university, Japan)

ABSTRACT

This paper introduces new numerical scheme for compressible Euler equation based on Logarithm conformation representation. With using Adaptive Mesh Refinement, the author shows some numerical calculation results about Sod Shock tube.

1. はじめに

航空工学や自動車工学では非定常・圧縮性（高レイノルズ数）流体を扱う必要があるため、圧縮性 Navier-Stokes 方程式が支配方程式として多く利用されるが、時間方向・空間方向の高精度な離散化を担保する必要があるため計算コストが膨大となる。そこで、最適設計を行う際には、圧縮性 Navier-Stokes 方程式と比較して計算コストを抑制することが可能な、式(1)に記述している保存系圧縮性 Euler 方程の利用が一般的である。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (1-a)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + \nabla p = 0, \quad (1-b)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot \{(\rho E + p) \mathbf{u}\} = 0. \quad (1-c)$$

この圧縮性流体を扱う際、非圧縮性流体と比較して、時空間に複雑な応力分布が発生し、局所的に密度が集中する衝撃波が発生する。このような場合には、衝撃波を高精度に捕捉する必要がある

ため、界面を高精度に解像することが可能な有限体積法や不連続ガラキン法等を用いた空間離散化が行われるが、形状最適化を行う際には順問題だけでなく逆問題を解く必要があるためアルゴリズムが非常に煩雑となることが予想される。

近年、Multi Fidelity 設計を考慮したアプローチが注目を集めつつある。ここで、圧縮性 Navier-Stokes 方程式を用いた設計を High-Fidelity 設計とする。一方、圧縮性 Euler 方程式に対して何らかの数学的な操作を行った際に得られる簡易な数理モデルを用いた設計を Low-Fidelity 設計とすることで（厳密に圧縮性 Euler 方程式を解いていないが）、膨大な計算コストを緩和しつつ妥当な最適形状が得られると考えられる。ここでは、Low-Fidelity 設計を行う際の支配方程式として式(2)に記述している F. De Vuyst が提案している数理モデルを活用する。便宜上、本原稿では FDV 方程式と呼ぶこととする。

$$\frac{D a_\rho}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, a_\rho = \log(\rho), \quad (2-a)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} + \frac{p}{\rho}\nabla a_p = 0, \quad (2-b)$$

$$\frac{Da_p}{Dt} + \gamma\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, a_p = \log(p). \quad (2-c)$$

当該数理モデルでは、ガラーキン法で離散化が可能であり、更に移流項については直接法で演算が可能な特性曲線法を用いることで、計算コストを大幅に抑制することが可能となる。

2. 導出

FDV 方程式(2)の導出には、非保存系圧縮性 Euler 方程式(3)を利用することが便利である。

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho(\nabla \cdot \mathbf{u}) = 0, \quad (3-a)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} + \frac{1}{\rho}\nabla p = 0, \quad (3-b)$$

$$\frac{Dp}{Dt} + \rho c^2(\nabla \cdot \mathbf{u}) = 0. \quad (3-c)$$

$a_\rho = \log \rho, a_p = \log p, e^{a_\rho} = \rho, e^{a_p} = p$ を非保存系圧縮性 Euler 方程式(3)に代入することで、FDV 方程式(2)が用意に得られる。

3. 位相速度・適合方程式・保存料

まず初めに、位相速度を調べることにする。 q を下記のベクトルとすると、

$$q = [a_\rho, u, a_p]^T$$

FDV 方程式(2)は式(4)のように記述し直すことが可能である。

$$q_t + Aq_x = 0, A = \begin{bmatrix} u & 1 & 0 \\ 0 & u & \frac{p}{\rho} \\ 0 & \gamma & u \end{bmatrix}. \quad (4)$$

位相速度は行列 A の固有値 λ として評価することで、

$$\begin{aligned} |A - \lambda I| &= \begin{vmatrix} u - \lambda & 1 & 0 \\ 0 & u - \lambda & \frac{p}{\rho} \\ 0 & \gamma & u - \lambda \end{vmatrix} \\ &= (u - \lambda)\{(u - \lambda)^2 - c^2\} \\ &= (u - \lambda)(u - \lambda - c)(u - \lambda + c) \end{aligned}$$

$\lambda = u, u - c, u + c$ となる。これは、非保存系圧縮性 Euler 方程式(3)の位相速度と一致する。次に、適合方程式を導出する。行列 A を対角化する際に得られる左固有行列を L として、

$$A = \begin{bmatrix} u & 1 & 0 \\ 0 & u & \frac{p}{\rho} \\ 0 & \gamma & u \end{bmatrix} = L\Lambda R, \Lambda = \begin{bmatrix} u & 0 & 0 \\ 0 & u + c & 0 \\ 0 & 0 & u - c \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{\gamma} \\ 0 & 1 & \frac{c}{\gamma} \\ 0 & 1 & -\frac{c}{\gamma} \end{bmatrix}.$$

式(4)に左固有行列 L を作用させることで、下記のODE が得られる。

$$D_1 a_\rho - \frac{1}{\gamma} D_1 a_p = 0, \quad (5-a)$$

$$D_2 u + \frac{c}{\gamma} D_2 a_p = 0, \quad (5-b)$$

$$D_3 u - \frac{c}{\gamma} D_3 a_p = 0. \quad (5-c)$$

その際、 D_i は下記である。

$$D_i = \frac{\partial}{\partial t} + \lambda_i \frac{\partial}{\partial x}, \lambda_1 = u, \lambda_2 = u + c, \lambda_3 = u - c$$

式(5)を変数変換することで式(6)が得られるが、これは非保存系圧縮性 Euler 方程式(3)の適合方程

式と一致する.

$$D_1\rho - \frac{1}{c^2}D_1p = 0, \quad (6-a)$$

$$D_2u + \frac{1}{\rho c}D_2p = 0, \quad (6-b)$$

$$D_3u - \frac{1}{\rho c}D_3p = 0. \quad (6-c)$$

このことから, FDV 方程式(2)が特性線上に限りリーマン不変量(7)を保存することは明らかである.

$$\frac{p}{\rho\gamma'} \quad (7-a)$$

$$u + \frac{2}{\gamma-1}c, \quad (7-b)$$

$$u - \frac{2}{\gamma-1}c. \quad (7-c)$$

しかしながら, 非保存系圧縮性 Euler 方程(3)と同様に FDV 方程式(2)もまた保存系圧縮性 Euler 方程(1)の保存料(8)やエントロピー(9)を全て保存する訳ではない.

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \rho}{\partial t} dx = 0, \quad (8-a)$$

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \rho u}{\partial t} dx = 0, \quad (8-b)$$

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2}\rho u^2 \right) dx = 0, \quad (8-c)$$

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \left(\log \frac{p}{\rho\gamma'} \right) dx = 0, \quad (9)$$

式(8-a)は保存することが自明であるが, 式(8-b), (8-c), が保本量であることは一般に示せない. また(9)は特性線上で保存することは示せるが, その他の領域では保存しないこととなる. このよう

な事情から, 保存料(8,9)は Adaptive Mesh Refinement (AMR)を用いて高精度に近似することにする.

(8-a):

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{\partial \rho}{\partial t} dx &:= \int_{\Omega} \rho \frac{\partial a_{\rho}}{\partial t} dx \\ &= - \int_{\Omega} \rho [u \cdot \nabla a_{\rho} + (\nabla \cdot u)] dx \\ &= - \int_{\Omega} [u \cdot \nabla \rho + \rho(\nabla \cdot u)] dx \\ &= - \int_{\Omega} \nabla \cdot (\rho u) dx = 0. \end{aligned}$$

(8-b):

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{\partial \rho u}{\partial t} dx &= \int_{\Omega} \rho \frac{\partial u}{\partial t} dx + \int_{\Omega} u \frac{\partial \rho}{\partial t} dx \\ &\leq \int_{\Omega} \rho \frac{\partial u}{\partial t} dx + \|u\|_{L^2}^2 \left(\int_{\Omega} \frac{\partial \rho}{\partial t} dx \right)^2 \\ &= - \int_{\Omega} \rho u \cdot \nabla u dx - \int_{\Omega} \nabla \cdot (pI) dx \\ &= - \int_{\Omega} \rho u \cdot \nabla u dx \neq 0. \end{aligned}$$

(8-c):

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2}\rho u^2 \right) dx \\ &= \frac{1}{\gamma-1} \int_{\Omega} \frac{\partial p}{\partial t} dx + \frac{1}{2} \|u\|_{L^2}^2 \left(\int_{\Omega} \frac{\partial \rho u}{\partial t} dx \right)^2 \\ &\leq \frac{1}{\gamma-1} \int_{\Omega} p (u \cdot \nabla a_p + \gamma(\nabla \cdot u)) dx \\ &\quad + \frac{1}{2} \|u\|_{L^2}^2 \left(- \int_{\Omega} \rho u \cdot \nabla u dx \right) \\ &= \frac{1}{\gamma-1} \int_{\Omega} \{u \cdot \nabla p + \gamma p(\nabla \cdot u)\} dx \\ &\quad + \frac{1}{2} \|u\|_{L^2}^2 \left(- \int_{\Omega} \rho u \cdot \nabla u dx \right) \neq 0. \end{aligned}$$

(9):

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \left(\log \frac{p}{\rho^\gamma} \right) dx &= \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} (a_p - \gamma a_\rho) dx \\
&= - \int_{\Omega} \left(u \cdot \nabla a_p + \gamma (\nabla \cdot u) \right) dx \\
&\quad + \int_{\Omega} \gamma \left(u \cdot \nabla a_\rho + (\nabla \cdot u) \right) dx \\
&= \int_{\Omega} \left(-u \cdot \nabla a_p + \gamma u \cdot \nabla a_\rho \right) dx \\
&= \int_{\Omega} u \cdot \nabla (a_p - \gamma a_\rho) dx \neq 0.
\end{aligned}$$

4. Adaptive Mesh Refinement

本研究では、Freefem++にインプリメントされている AMR solver を利用する。この AMR solver は、有限要素法における誤差解析を利用している。任意の関数 u を有限要素空間に射影する作用素 Π_h とすると $\Pi_h u(\mathbf{x})$ は基底関数 $\psi_i(\mathbf{x})$ を用いて下記のように記述できる。

$$\Pi_h u(\mathbf{x}) = u_h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n u(\mathbf{p}_i) \psi_i(\mathbf{x}).$$

そして、連続空間における関数 u と有限要素空間における関数 $\Pi_h u(\mathbf{x})$ との L^∞ ノルムは下記のように評価することが可能である。

$$\|u - \Pi_h u\|_{L^\infty(K)} \leq \frac{\lambda^2}{2} \max_{\mathbf{x} \in K} \max_{i=1,2,3} \langle \mathbf{e}_i, |H_u(\mathbf{x})| \mathbf{e}_i \rangle.$$

その際、 \mathbf{e}_i は三角形要素におけるエッジのベクトル、 H_u は関数 u のヘッシアンである。この L^∞ ノルムを最小化するように三角形要素を生成する。なお、関数 u を保存料(8,9)と置き換えて AMR を施すことで、非保存系圧縮性 Euler 方程(3)から導出された FDV 方程式(2)を計算する際に、保存料(8,9)を高精度に近似することが期待される。

5. 数値計算モデルの導出

本研究では、時間方向に対して C^1 級 2 次精度の数理モデルを導出する。初めに、密度について考察する。 \mathbf{x} を解析領域における座標として、 ρ^{n-1} を上流点 \mathbf{y} においてテイラー展開すると

$$\rho^{n-1}(\mathbf{y}) = \rho^{n-1}(\mathbf{x}) - \Delta t \mathbf{k} \cdot \nabla \rho^{n-1}(\mathbf{x}). \quad (10)$$

となる。そこで、評価点 (\mathbf{x}, t^n) における速度場 \mathbf{k} を時間 2 次精度で近似することで $\mathbf{k} = \mathbf{u}^n = 2\mathbf{u}^{n-1} - \mathbf{u}^{n-2}$ 得られる。また、評価点 (\mathbf{x}, t^n) と評価点 (\mathbf{y}, t^{n-1}) における微小領域の関係式は下記のように記載できる。

$$\begin{aligned}
d\mathbf{y} &= \left(1 - \Delta t \nabla \cdot \mathbf{k} \right. \\
&\quad \left. + \Delta t^2 \det[(\nabla \mathbf{k}^T)^T] \right. \\
&\quad \left. + o(\Delta t^3) \right) d\mathbf{x}.
\end{aligned} \quad (11)$$

そして、式(10,11)を下記の積分に代入する。

$$\begin{aligned}
&\int_{\Omega(\mathbf{y})} \rho^{n-1}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \\
&= \int_{\Omega(\mathbf{x})} \left[\rho^{n-1}(\mathbf{x}) - \Delta t \{ \mathbf{k} \cdot \nabla \rho^{n-1} + (\nabla \cdot \mathbf{k}) \rho^{n-1} \} \right. \\
&\quad \left. + \Delta t^2 \{ (\nabla \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k} \cdot \nabla \rho^{n-1} + \det[(\nabla \mathbf{k}^T)^T] \rho^{n-1} \} \right] d\mathbf{x}
\end{aligned}$$

最終的に、下記のように時間方向に対して C^1 級 2 次精度の物質微分を近似する。

$$\begin{aligned}
\frac{D\rho^n}{Dt} &= \frac{\rho^n(\mathbf{x}) - \rho^{n-1}(\mathbf{x})}{\Delta t} \\
&\quad + \mathbf{k} \cdot \nabla \rho^{n-1} + (\nabla \cdot \mathbf{k}) \rho^{n-1} \\
&\quad - \Delta t \{ (\nabla \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k} \cdot \nabla \rho^{n-1} \\
&\quad + \det[(\nabla \mathbf{k}^T)^T] \rho^{n-1} \}.
\end{aligned} \quad (12)$$

次に、 $a_\rho = \log \rho, e^{a_\rho} = \rho$ に加え、時間微分項を時間方向に離散化した下記の式を用いることで

$$\frac{\rho^n(\mathbf{x}) - \rho^{n-1}(\mathbf{x})}{\Delta t} \approx \rho^{n-1} \frac{a_\rho^n(\mathbf{x}) - a_\rho^{n-1}(\mathbf{x})}{\Delta t}$$

a_ρ に関する支配方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{Da_\rho^{n-1}}{Dt} + (\nabla \cdot \mathbf{k}) \\ & - \Delta t \{ (\nabla \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k} \cdot \nabla a_\rho^{n-1} + \det[(\nabla \mathbf{k}^T)^T] \} = 0 \end{aligned}$$

ここで、 D/Dt は物質微分であり特性曲線法を用いて近似するが、1次精度と2次精度が既に提案されている。

1次精度：

$$\frac{D\phi}{Dt}(\mathbf{x}, t^n) = \frac{\phi^n(\mathbf{x}) - \phi^{n-1}(\mathbf{y})}{\Delta t} + o(\Delta t),$$

2次精度：

$$\begin{aligned} \frac{D\phi}{Dt}(\mathbf{x}, t^n) &= \frac{3\phi^n(\mathbf{x}) - 4\phi^{n-1}(\mathbf{y}) - \phi^{n-1}(\mathbf{z})}{2\Delta t} \\ &+ o(\Delta t^2) \end{aligned}$$

その際、 $\mathbf{y} = \mathbf{x} - \Delta t \mathbf{k}$, $\mathbf{k} \approx 2\mathbf{u}^{n-1} - \mathbf{u}^{n-2}$, $\mathbf{z} = \mathbf{x} - 2\Delta t \mathbf{k}$ である。他の支配方程式に対しても同様の手続きで導出することが可能である。

6. 弱形式

ここでは、FDV方程式(2)の弱形式と時間方向に対して C^1 級2次精度の数値モデル (Modified FDV方程式) の弱形式を記載する。

FDV 方程式

Density:

$$\int_{\Omega} \frac{a_\rho^n(\mathbf{x}) - a_\rho^{n-1}(\mathbf{y})}{\Delta t} v dx - \int_{\Omega} \mathbf{u}^n \cdot \nabla v dx = 0$$

Velocity:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{\mathbf{u}^n(\mathbf{x}) - \mathbf{u}^{n-1}(\mathbf{y})}{\Delta t} \cdot \mathbf{v} dx + \int_{\Omega} \frac{p^n}{\rho_*^{n-1}} \nabla a_\rho^n \cdot \mathbf{v} dx \\ = 0 \end{aligned}$$

Pressure:

$$\int_{\Omega} \frac{a_p^n(\mathbf{x}) - a_p^{n-1}(\mathbf{y})}{\Delta t} w dx - \int_{\Omega} \gamma \mathbf{u}^n \cdot \nabla w dx = 0$$

Modified FDV 方程式

Density:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{D}{Dt} (a_\rho^n(\mathbf{x}), a_\rho^{n-1}(\mathbf{y}), a_\rho^{n-2}(\mathbf{z}), \mathbf{k}) v dx \\ - \int_{\Omega} \mathbf{u}^n \cdot \nabla v dx = 0 \end{aligned}$$

Velocity:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{D}{Dt} (\mathbf{u}^n(\mathbf{x}), \mathbf{u}^{n-1}(\mathbf{y}), \mathbf{u}^{n-2}(\mathbf{z}), \mathbf{k}) \cdot \mathbf{v} dx \\ + \int_{\Omega} \frac{p^n}{\rho_*^{n-1}} \nabla a_\rho^n \cdot \mathbf{v} dx = 0 \end{aligned}$$

Pressure:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{D}{Dt} (a_p^n(\mathbf{x}), a_p^{n-1}(\mathbf{y}), a_p^{n-2}(\mathbf{z}), \mathbf{k}) w dx \\ - \int_{\Omega} \mathbf{u}^n \cdot \nabla w dx + \int_{\Omega} (\gamma - 1) \frac{p^n}{\rho^{n-1}} (\nabla \cdot \mathbf{u}) w dx = 0 \end{aligned}$$

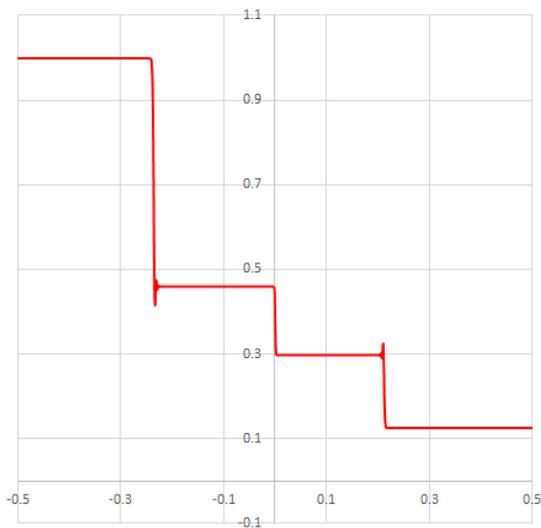
そこで、

$$\begin{aligned} & \frac{D}{Dt} (a^n(\mathbf{x}), a^{n-1}(\mathbf{y}), a^{n-2}(\mathbf{z}), \mathbf{k}) \\ & = \frac{3a^n(\mathbf{x}) - 4a^{n-1}(\mathbf{y}) + a^{n-2}(\mathbf{z})}{2\Delta t} \\ & - \Delta t \{ (\nabla \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k} \cdot \nabla a + \det[(\nabla \mathbf{k}^T)^T] \}, \end{aligned}$$

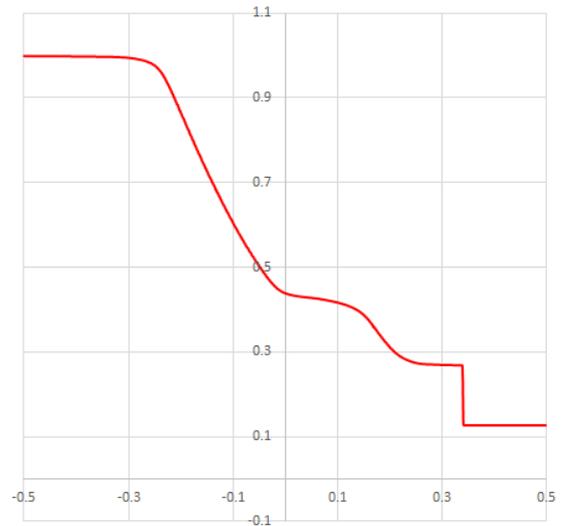
である。

7. 数値計算例：Sod Shock Tube

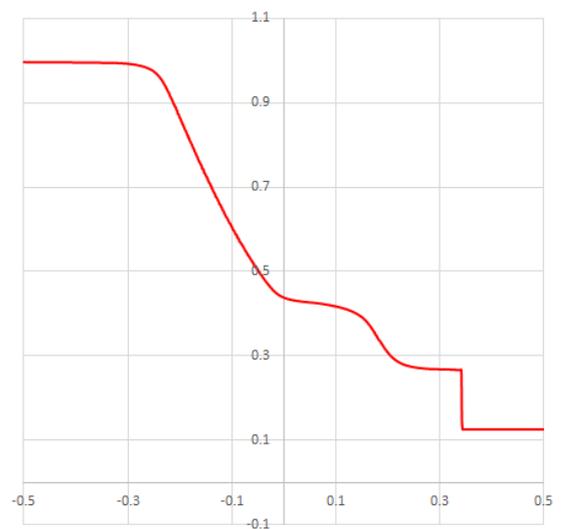
ここで、7 case の AMR を行った結果を図示する。Case (1) は AMR を行わなかった計算結果であるが全く異なった結果となった。Case (2,3) は衝撃波については概ね妥当な結果となったが、接触不連続面が鈍った分布となった。次に、Case (4) では接触不連続面を精度よく解像するために、エントロピーを用いた。その結果、接触不連続面は精度よく解像出来たものの、衝撃波が全く異なる結果となった。次に、Case (5) では特性線上の不変量を精度よく近似するために、リーマン不変量を用いたが、接触不連続面が鈍った分布となった。次に、Case (6) では式(8)を用いて AMR を行ったが、衝撃波でオーバーシュートが発生した。Case (7) では式(8,9) を用いて AMR を行ったが、オーバーシュートが発生することもなく妥当な結果が得られた。



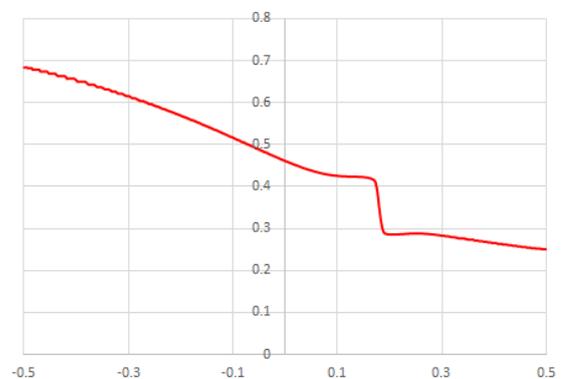
Case (1) AMR なし



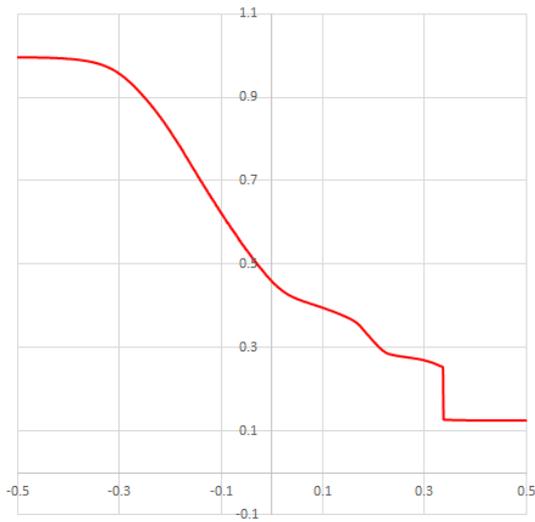
Case (2) AMR あり: ρ, u, p



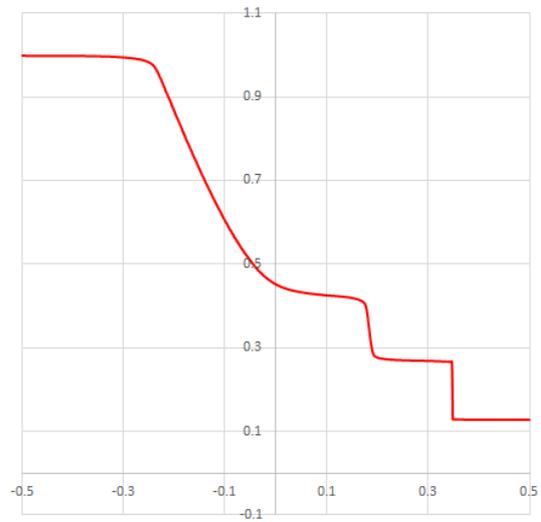
Case (3) AMR あり: a_p, u, a_p



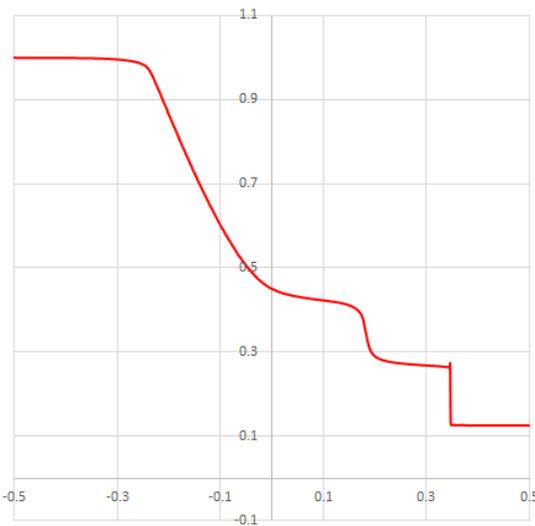
Case (4) AMR あり: $a_p - \gamma a_p$



Case (5) AMR あり :Riemann Invariant



Case (7) AMR あり : $\rho, \rho u, \frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \rho u^2, a_p - \gamma a_p$



Case (6) AMR あり : $\rho, \rho u, \frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \rho u^2$

図 1 . Sod Shock Tube の数値計算結果.

8. まとめ

本講演では，Logarithm conformation representation による圧縮性流体ソルバーに関して，圧縮性 Euler 方程式に関して数値計算アルゴリズムを構築した．そして，Sod Shock tube の計算結果を通して適切な AMR 法も併せて提案した．今後は，Shu Osher Shock tube や Double Mach Reflection 等の代表的な問題に対して適用し，その妥当性を数値的に検証する．

参考文献

- (1) F. De Vuyst, HAL Id : cel-00842234, ver. 1.

ツイン斜め翼を持つ極超音速機の提案とその空力特性

馬場 一郎, 鈴木 宏二郎 (東京大学)

A Proposal and Aerodynamic Characteristics of Hypersonic Aircraft with Wing having X-shaped Plane form

BABA Ichiro, SUZUKI Kojiro (The University of Tokyo)

ABSTRACT

To develop a hypersonic aircraft, the aerodynamic shape design must be conducted to show high performance in a wide range of flight regime from low-speed to hypersonic speed. To realize that, variable geometry wing seems promising. In this paper, a hypersonic aircraft having a novel type of wing called "twin-oblique wing", which is composed of a pair of two oblique wings, was proposed. These two oblique wings are attached to the fuselage via a common pivot and rotate in a symmetric manner with respect to the center line around the pivot. Thanks to such symmetrical geometry, the asymmetric forces and moments that appear in the case of a single oblique wing would be canceled. Hypersonic aerodynamic characteristics of this aircraft was estimated with Newtonian impact theory. The preliminary design was improved following the result of estimation, and then experimental model was made for the hypersonic wind tunnel test at Mach number 7. The result of the experiment show that the aerodynamic interference between the wings and fuselage significantly degrades the lift-to-drag ratio in comparison with that of conventional delta wing. After that, further modification was suggested to improve the aerodynamic performance.

1. はじめに

近年、より高速での旅客・貨物移動手段として、また宇宙利用の拡大に伴う再利用可能で高効率な宇宙輸送手段に対する需要への回答として、極超音速航空機の研究開発が各国で行われている。

例えば JAXA は、マッハ5で飛行する極超音速機の研究を進めている¹⁾。この機体を使用すると、現在10時間程度を要する東京-ロサンゼルス間の太平洋横断飛行が2時間程度に短縮される。また日本と欧州の共同プロジェクトである HIKARI でも同様に、マッハ5で飛行する極超音速旅客機が検討された²⁾。

極超音速機の宇宙輸送への応用としては、サブオービタルプレーンや二段式宇宙輸送機 (two-

stage-to-orbit, TSTO) がある。極超音速機は TSTO の第一段として加速飛行し、第二段の分離後に地上に戻るといった運用が想定されている。従来の垂直発射型ロケットと異なり、通常の飛行場から離発着できるため機体の運用と再利用が容易であることや、ロケットエンジンより比推力の高い空気吸込式エンジンを使用することで従来ロケットより高効率な飛行を実現できるなどの利点があると考えられている。

このように多様な用途が期待される極超音速機だが、これまで研究されてきたものは waverider 形状であったり後退角の大きなデルタ翼を持っているなど、アスペクト比が小さく高速飛行に最適化された機体形状が特徴である。このような大後退角を持つ形状は極超音速飛行時

の抵抗低減に効果的であり高い空力性能を持つことが知られている。

一方でこうした形状は低速飛行時の性能低下を招く。Benoliel³⁾は、後退角の大きな主翼を持つ航空機の低速時におけるピッチ方向安定性は、主翼前縁から発生する不安定な渦流れによって大きく影響を受けることを示した。実際にこのような低速性能の悪さから、従来提案されてきた極超音速機体ではかなり高速の離着陸速度が設定されており、実現に向けての障害の一つとなっている。高速性能を維持しつつこうした低速域での性能を向上させることは、極超音速機の実現に向けた重要な課題である。低速時の飛行効率向上のためには翼幅が大きくアスペクト比の大きな主翼が望ましいが、これはデルタ翼や waverider では実現できない形状である。

飛行速度に応じて主翼後退角を変化させ最適形状を実現する可変翼機構は、この課題解決の方法として有望である。可変翼の一種に斜め翼があるが、これは左右両翼それぞれが回転のためのピボットをもつ通常の可変翼と異なり、翼中央にピボットが1つあり、これを中心として翼全体が回転し後退角を変えるものである。従って高速時に後退角を大きくする場合には、片方の翼端が後退しもう片方の翼端が前方に突き出すような翼形状になる。斜め翼は回転ピボットを1つしか持たないためピボットを2つ持つ通常の可変翼に比べて構造の簡略化が可能であり、信頼性の向上や構造重量の減少が見込める。

斜め翼は後退角を大きく変えることができ、極超音速域においても高効率を示すと考えられる。吉田⁴⁾は、単独の斜め翼に対して極超音速流中の風洞実験と数値的な性能推算を行い、斜め翼は従来のデルタ翼に比べ極超音速流中で高い揚抗比を持つことを示した。このことから、斜め翼は高速飛行において、また主翼の回転変形を元に戻し高アスペクト比とすることで低速飛行においても、高い性能を発揮することが期待

される。

一方で、斜め翼は後退角を大きく変化させたときに機体のモーメントや操縦性に問題が発生することが知られている。例えば Campbel ら⁵⁾によると、斜め翼はデルタ翼に比べ低い抵抗値を示す一方で、後退角を大きくするとエルロンの効きが減少する。

また NASA によって 1980 年から行われた斜め翼実験機 AD-1 の飛行試験では、翼の後退角が大きくなるに従ってロール方向の操縦性が落ちることがわかった⁶⁾。さらに、横力が後退角の増大に従って大きくなり、機体のトリムに影響が出ることも報告された。例えば後退角が 60[deg] の時には、トリムを取るために機首を右方向に 1[deg] の横滑りと右翼を下げる方向に 7[deg] のバンク角が必要ということがわかった。また、機体の左右非対称性によって揚力分布も非対称になり後退側の翼端が失速を起こし、それによりさらなるローリングモーメントが発生する。このロールを打ち消すためにエルロンを使用すると失速傾向が加速し、より高速域で失速が発生するという問題も報告された。

上記の問題は斜め翼機の非対称形状に起因するため、斜め翼機が高速域でも対称形状を維持できれば問題を解決できる可能性がある。本研究ではこれを実現するため、2枚の斜め翼を持ちそれぞれが互いに反対方向に展開する機体を提案する。以降この機体をツイン斜め翼極超音速機と呼ぶ。高速域では2枚の斜め翼はそれぞれ共通のピボットを中心に後退角が大きくなるように回転するが、互いに逆方向に回るため上面図が X 字状になる。これにより左右対称性を崩すことなく、斜め翼の高速における利点を活かすことができると考えられる。

このような主翼形状は oblique biplane として亜音速/超音速領域の航空機で過去に検討されているが、例は少ない。ドイツでは第二次世界大戦中に Messerschmitt P 1101/ XVIII-108 とい

う oblique biplane が計画された⁷⁾。また Kim ら⁸⁾ は超音速 oblique biplane の形状を設計し空力性能を数値計算と風洞試験によって調査した。この中で、遷音速・超音速の低マッハ数領域では、後退角が大きくなるにつれ従来の左右対称な可変翼と比べ抗力が小さくなることが報告された。

このような斜め翼 2 枚を持つ航空機形状を極超音速域で使用するることについての研究はまだなされていない。したがって本研究では、ツイン斜め翼極超音速機を提案し、数値計算での性能推算と極超音速風洞実験を行う。本研究の目的を以下にまとめる。

- これまでの極超音速機研究は極超音速飛行にのみ焦点を当てており、低速域での飛行性能低下を招いている。本研究では簡便な機構での飛行速度ごとの最適な後退角の実現、さらに定常飛行時の姿勢の問題解決のためにツイン斜め翼極超音速機を提案し、この機体が極超音速飛行に適するかどうかを調査する。本論文では、主にコンセプト機体の設計方法について論じる。
- ツイン斜め翼極超音速機の性能調査や機体周りの流れ場の調査のため行った極超音速風洞実験の結果をもとに、コンセプトの改良設計を行う。

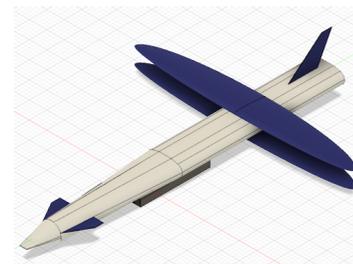
2. 新形態の極超音速機の提案

2.1. 概要

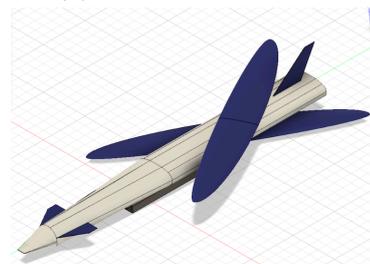
図 1 に提案するツイン斜め翼極超音速機コンセプトの初期機体を示す。

この機体は胴体の上下に 1 枚ずつの斜め翼を持ち、高速飛行時にはそれぞれの翼が互いに逆方向に回転変形する。従って高速飛行時には翼の上面図が X 字型になり、形状の左右対称性が保たれる。このため、従来の斜め翼で発生した機体姿勢の問題を解決できる可能性がある。

超音速飛行時に主翼端が機首から発生する衝



(a) 垂直飛行時の形態



(b) 超音速飛行時の形態

図 1 ツイン斜め翼極超音速機 初期機体 概念図

表 1 ツイン斜め翼極超音速機の諸元

全長 [m]	94
主翼スパン長 [m]	62.5
各主翼面積 [m ²]	433.8
主翼アスペクト比	9
巡航マッハ数	5
航続距離 [km]	10,000

撃波の外側に突き出し抵抗を増加させることをできるだけ防ぐため、機体後部に主翼を配した。推進機として空気吸込エンジンを機体下部・主翼前方に搭載する。主翼後方としなかったのは、主翼が後ろ寄りの配置であるため後部にエンジンを配置すると下側主翼の回転と干渉する恐れがあるためである。翼のピボットや客室・ペイロードなどが機体後部に位置し、重心が後ろ寄りになることが考えられるため、通常の水平尾翼ではなくカナードを持つ機体構成とした。

2.2. コンセプトの検討・設定

以下、旅客機としての使用を考慮して機体のおおまかな諸元を決定した。JAXA の極超音速機検討案¹⁾ や HIKARI²⁾ における検討を参考

表 2 ペイロード重量とシートサイズの設定

乗客 (100 人)	体重 [kg]	80
	荷物 [kg]	30
客室乗務員 (5 人)	体重 [kg]	80
	荷物 [kg]	14
クルー (2 人)	体重 [kg]	80
	荷物 [kg]	14
シート	幅 [cm]	50
	ピッチ [cm]	120
通路	幅 [kg]	55

に、巡航マッハ数 5、乗客数 100 人、航続距離は 10,000[km] を想定した⁹⁾。これは東京-ロサンゼルス間 (8751[km]) の太平洋横断飛行が可能な航続距離である。さらに、ペイロードとして乗客と客室乗務員、クルーと各員の荷物を考慮し、文献 10) を参考にそれぞれの重量を表 2 のように見積もった。キャビンアテンダントは乗客 20 人につき一人配することとした。これを合計するとペイロードは 11,658[kg] となった。これは JAXA の極超音速旅客機検討とほぼ同等であることから、機体規模は同一であると仮定して、飛行時の総機体重量は文献 1) より 3.76×10^5 [kg] と設定した。

これまで研究されてきた極超音速機の翼面荷重の値を参照し、本機の翼面荷重は 400 [kg/m³] と決定された。この翼面荷重と重量とを用いて、主翼面積は 867.5 [m²] と決定された⁹⁾。主翼の平面形状には、低速飛行時の誘導抵抗の低減を考慮して楕円翼が採用された。低速飛行においてはスパン長が長い主翼が有利であるため、主翼面積が一定の場合はできるだけアスペクト比を高めることが望ましい。したがって、通常の旅客機と同等のアスペクト比 9 が採用された。

また、キャビンのサイズは文献 10) を参考に決定した。重心が後ろ寄りになることが予測されるため、キャビンは遷音速旅客機のように前後に細長くすることで重心位置がキャビン内に存在

し、重心位置の移動をペイロードの配置により抑制することを目指す。現在のエコノミークラスとビジネスクラスの間位置する席配置とし、シート幅は 50[cm]、シートピッチは 120[cm] とした。胴体幅を抑えるために単通路機とし、席配置は 1 列に通路を挟んで 2 人掛けシート 2 つ、25 列シートとした。この結果キャビンは、壁面構造部材のための余裕を合わせて直径 3[m]、長さ 30[m] の円筒形状となった。またコックピットは、安全性とキャビンへのアクセス性を考慮してキャビンの先頭に接続する形で設置する。

本機体は燃料として液体水素 (LH2) を使用する。必要燃料量は揚抗比によって変化するが、機体形状をおおまかに決定するための概算を行い、 950 [m³] と決定された。⁹⁾ この結果はあくまでも暫定値であり、将来的には航続距離と L/D 等の関係から最適化設計が行われるべきであるが、本研究ではコンセプトの胴体形状を規定するためにこの値を使用してタンク配置を考案した。タンクは水素の蒸発を防ぐため高い内圧が求められることから、円筒形状とした。タンク内への熱伝達による液体水素の蒸発を防ぐため、文献 11) を参考に機体外壁とタンク間は 15~20[cm] あける。この間には機体表面の断熱材や機体主構造・フレーム及びタンク断熱材が配される。また、燃料タンクがキャビンに隣接するため、相互の伝熱と安全性を考慮してキャビンとタンクの間には防護壁を設けた。機体形状は、キャビン・液体水素燃料タンクの内部配置を考慮して決定された。

3. 初期機体性能の推算と改良設計

3.1. 性能推算の方法

図 1 のように概要を決定した機体について、ニュートン流理論を用いて機体性能を推算した。ニュートン流理論は極超音速流中の物体にかかる流体力を簡便に精度よく推算できる方法であり、極超音速流の推算において頻繁に使用され

る^{12, 13)}。

性能推算を行うにあたり、できるだけ単純化した形状により主翼形状ごとの差異を抽出するため、また計算の簡単化のために、初期機体からカナード翼・尾翼・エンジン部分を取り除いたモデルを使用した(図2)。後退角を50[deg]から80[deg]まで10[deg]ずつ変化させたモデルに対して推算を行った。主翼翼型にはNACA0012を使用した。

3.2. 推算結果とコンセプト設計の改良

設計した初期機体モデルに対してニュートン流理論による解析を行って得た揚抗比の結果を図2に示す。迎角を0[deg]から25[deg]まで変えた時の揚抗比を、主翼後退角ごとにプロットしている。図中の色が異なるプロットは、それぞれ凡例にある主翼後退角を持つ機体のプロットである。図より、後退角の大きさによって差はあるものの、迎角10[deg]程度で最大揚抗比を実現することがわかる。また後退角ごとに見ると、後退角60[deg]以上にすると最大揚抗比が3を超えることがわかる。揚抗比が大きいほど航空機は燃料消費を抑え効率よく飛行できるため、飛行フェーズのうち最も長い巡航状態での揚抗比をできるだけ上げることが望ましい。したがって、巡航時の迎角を10 [deg]付近にとるとよいと考えられる。一方で旅客機としての運用を考慮すると、大迎角は乗客の快適性を損なう原因となる。また宇宙輸送機としてパイロットや第2段の固定を考慮しても、できるだけ水平に近い状態で保持することが望ましい。そこで機体コンセプトを、機首を中心に胴体と主翼を下向きに10[deg]回転させたような形状へと変更した。この新たなコンセプトを図3に示す。以下、このコンセプトを改良機体1と呼ぶ。図3には主翼の後退角60[deg]の状態を示している。これにより主翼・胴体下面は機体が水平定常飛行の状態に10[deg]の迎角を持つことになるた

め、揚抗比最大の領域付近で水平巡航を達成できると考えられる。

この設計変更に伴い、主翼と尾翼の干渉を考慮して主翼の取り付け位置が前進した。さらに、機体形状の変更により、機体内部の配置は2.2節で検討したのから一部変更された。キャビンや燃料タンクは、容積を保ったまま形状や個数を変更した。機内の配置を図4に示す。図中緑色で示されているのが液体水素燃料タンク、黄色い円筒は客室/パイロットキャビン、赤色の円筒がコックピットである。2枚の斜め翼のピボットはキャビンの後側、キャビンと後部燃料タンクの間配置されている。機首部分のスペースは、カナード翼の遊動機構と前脚の収納スペースとして使用される。コックピットはキャビンとの接続性を重視した結果直接外を視認できない位置にあるため、外部カメラを使用し操縦者にスクリーンを通して機体外部の視界を提供するシステムが必要である。

なお、胴体形状以外の諸元は初期機体と同様である。

4. 改良機体1の性能解析

改良機体1について、極超音速風洞実験を行い、その結果からその極超音速流中における性能を評価する。初期機体と同様に、改良機体1についてもコンセプトからカナード・尾翼を除いたモデルを用いた。さらに比較のため、改良機体1の胴体にデルタ翼を備えたモデルについても実験を行った。風洞実験モデルの一例を図5に示す。

使用した風洞は東京大学柏キャンパスの極超音速風洞である¹⁴⁾。主流マッハ数は7とした。

文献9)より、この実験の結果から、ツイン斜め翼機体はデルタ翼機体よりも揚抗比が低いことがわかり、飛行効率が悪くなることが予想される。さらに胴体だけの模型が最も揚抗比が良いことが示されており、翼をつけることで翼が

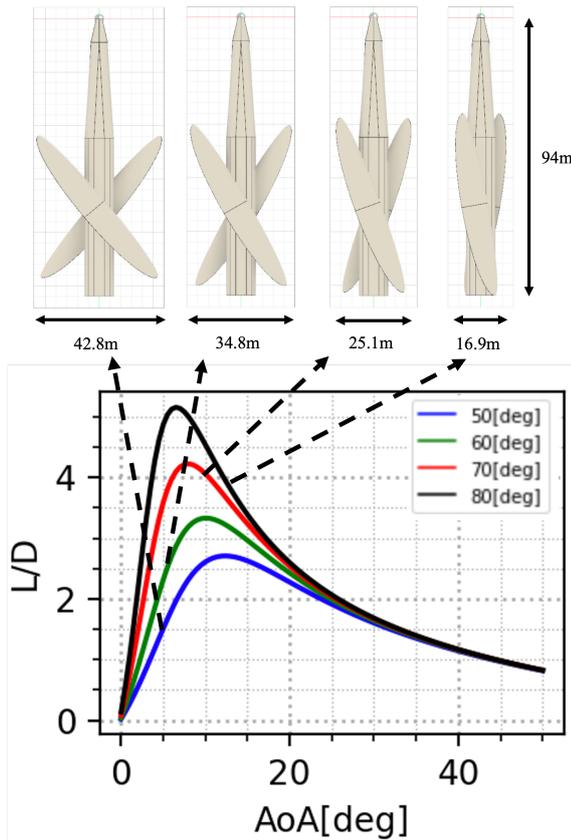


図2 初期機体 計算モデルと揚抗比推算結果

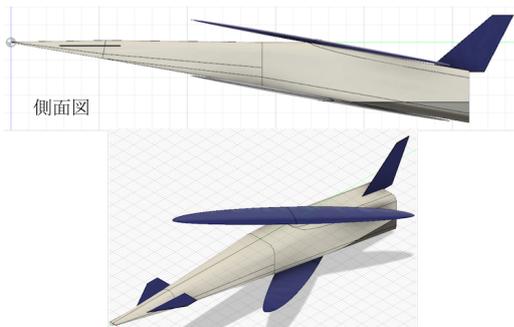


図3 ツイン斜め翼極超音速機 改良機体 1 (ISTS⁹) の図より作成)

胴体単体の性能に干渉し揚抗比を下げていることがわかる。ここでツイン斜め翼の揚抗比が低いのは、デルタ翼よりも機体周りの流れや胴体との干渉が激しいため、抵抗が増しているからと考えられる。

図6は、極超音速流中のツイン斜め翼模型の機体下側からのシュリーレン写真である。機種

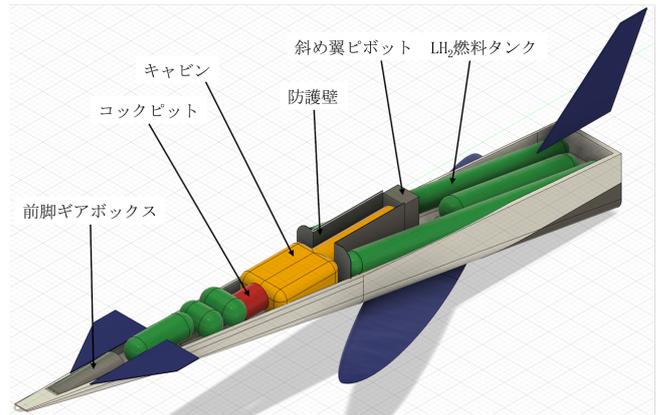


図4 改良機体 1 内部配置

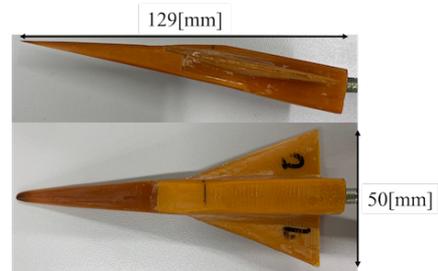


図5 極超音速風洞実験模型 (デルタ翼)

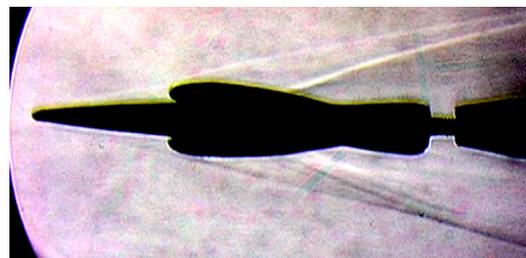


図6 シュリーレン写真 ツイン斜め翼 後退角 80[deg]

や主翼端、また主翼と胴体の付け根など、さまざまな場所から衝撃波が立つ複雑な流れ場が形成されていることがわかる。さらに、主翼端に注目すると、前進側の主翼端は機首から発生する衝撃波と接触しており、わずかに衝撃波の外側に突き出してそこで新たな衝撃波を形成していることがわかる。このような干渉が存在する複雑な流れ場によって、ツイン斜め翼機体の揚抗比が悪化していると考えられる。

5. 機体の再改良: 改良機体 2

4 節での議論をもとに、改良機体 1 の設計をさらに修正する。以降、この再改良を施した機体を改良機体 2 と呼ぶ。

先の議論で見たように、ツイン斜め翼機体においては主翼が胴体と干渉し、性能を伸ばすのではなくむしろ阻害するように働いていると考えられる。そこで改良機体 2 においては、主翼が揚力発生に寄与しつつできるだけ胴体と干渉しないようにすることで、揚抗比を向上させることが試みられた。以下にその具体的な方針と改良設計案を示す。

5.1. 主翼と胴体の迎角の個別最適化

初期機体から改良機体 1 への修正においては、胴体と主翼を合わせた模型についてニュートン流解析を行い、その結果をもとに主翼迎角と機体底面の傾きを同一角度として設けた。しかし実際には、主翼と胴体は異なる形状の物体であり、それぞれ単体で考えると最大揚抗比を發揮する迎角は異なると考えられる。したがって、主翼と胴体底面の最適迎角を別個に求め、水平定常飛行における主翼迎角と胴体底面の傾きがそれぞれその角度になるように組み合わせることで、機体全体としての L/D の向上が可能と考えられる。

改良機体 1 の主翼と胴体それぞれについて、別個にニュートン流解析がなされた。結果を図 7 に示す。図中凡例の翼単体について、角度はそれぞれの翼の後退角を表している。この結果より、翼単体では後退角 $80[\text{deg}]$ の翼を用い、迎角 $7[\text{deg}]$ に設置すると最も良い揚抗比を發揮することが示される。これは、風洞試験において後退角 $80[\text{deg}]$ の模型が最も良い揚抗比を示すことも整合していると考えられる。一方胴体については、迎角 $-1.5[\text{deg}]$ 付近で最も高い揚抗比を示すことがわかる。ここで 3.2 節で述べた通り、胴体の下面は $10[\text{deg}]$ の傾きを持っている。

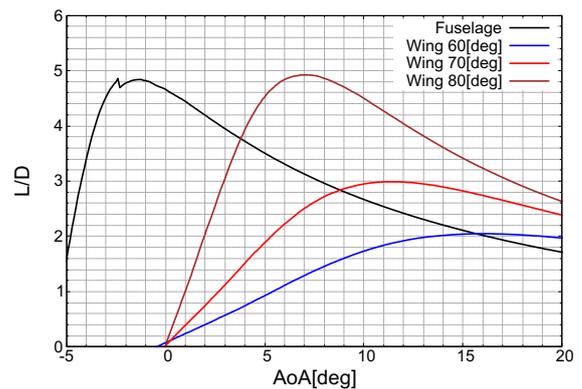


図 7 ツイン斜め翼/胴体 揚抗比 ニュートン流計算結果

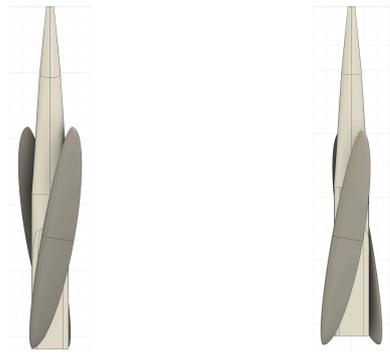
よって巡航時にこの胴体の迎角を $-1.5[\text{deg}]$ とすると、下面の傾きは $8.5[\text{deg}]$ となる。

以上より、改良機体 2 においては、主翼の回転角を $80[\text{deg}]$ として水平飛行時に迎角 $7[\text{deg}]$ となるように機体に取り付けるとともに、機体底面の傾きを $8.5[\text{deg}]$ とするように設計の修正がなされた。

5.2. 主翼回転軸の後退

主翼の前側翼端が機首から発生する衝撃波の外側に突き出すことを防ぐことによって、造波抵抗の低減が見込まれる。これを達成するためには、修正前の模型では機体の前側で胴体幅から大きくはみ出していた主翼を修正し、胴体前側でののはみ出し幅を小さくすればよいと考えられる。

このため、主翼の回転軸を後ろ側にずらす修正が行われた。改良機体 1 までは、回転軸は主翼翼根上にあり、主翼の平均空力翼弦における 25% 翼弦長位置となっていた。この点は主翼の空力中心に近いと考えられるため、飛行中にピボット軸にかかるモーメントの変化を抑制する意図でこの点にピボット軸を置いたものである。改良機体 2 については、回転軸位置を風洞模型上において翼弦方向に 5mm 後退させることとした。この結果、ピボット回転軸位置は翼根に



(a) 改良機体 1 (b) 改良機体 2

図 8 改良機体の上面図 後退角 80[deg]

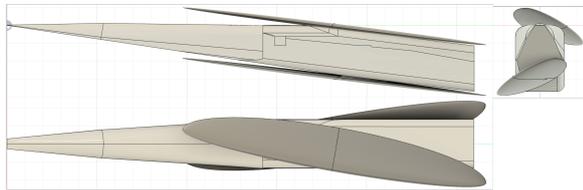


図 9 改良機体 2 風洞模型三面図

おける翼弦長 63% 位置に後退している。

改良機体 1、2 の後退角 80[deg] における上面図を図 8 に示す。主翼回転軸の後退により、改良機体 2 においては機首側における主翼の胴体幅からはみ出しが小さくなっている。

5.3. 改良機体 2 の概要

以上を踏まえて設計を改良した改良機体 2 の風洞模型の概要を図 9 に示す。基本的な機体構成には変化はなく、実機はこの模型に改良機体 1 と同様のカナード・尾翼を付け加えた形状を想定している。機体内部の配置については、胴体形状がほぼ変わらないことから改良機体 1 と同様としている。

6. 結論

本研究では、極超音速機の高速度性能を維持しつつ低速性能を高めることで極超音速機を実現に近づけるため、可変翼の一種である斜め翼を極超音速機に適用することを提案した。さらに

斜め翼が持つ、後退角が大きい状態での飛行中の横力やローリングモーメント発生の問題を解決するため、斜め翼を複葉状に 2 枚配置し、互いに逆方向に回転変形させるツイン斜め翼極超音速機を提案、改良した。この機体の極超音速流中での性能を調査するため、ニュートン流理論による解析と極超音速風洞実験を行い、機体コンセプトと風洞模型の設計再改良を行った。主な結果は以下の通りである。

- ツイン斜め翼極超音速機の諸元を検討し、コンセプトモデルを設計した。この模型に対するニュートン流解析の結果、翼の迎角 10[deg] 付近で揚抗比最大の飛行が達成されることがわかり、機体軸の迎角 0[deg] の状態で翼の迎角 10[deg] が達成できるように 10[deg] 傾いた形状 (改良機体 1) へと機体モデルを改良した。
- 改良機体 1 について極超音速風洞実験を行い、揚抗比に関する実験結果をもとに機体コンセプトの改良設計を行い改良機体 2 とした。まず機体全体として揚抗比を高めるために、胴体と主翼に対してそれぞれニュートン流解析を行い、それぞれ揚抗比最大を実現する迎角になるように胴体と主翼を組み合わせた。さらに、主翼と胴体周りの流れの干渉を抑制するため、主翼回転軸の位置を後退させて機体前側で主翼が胴体幅からはみ出さないように変更した。

今後は改良機体 2 について風洞実験を行い性能を確認するとともに、流れ場の詳細な解析を通して主翼と胴体の干渉の様子を捉えたいと考える。

参考文献

- (1) 極超音速旅客機の実現に向けた研究開発, 航空機国際共同開

- 発促進基金 解説概要 24 - 4, <http://www.iadf.or.jp/document/pdf/24-4.pdf> (accessed October 1, 2022).
- (2) Blanvillain, E. and Gallic, G., HIKARI: Paving the Way towards High Speed Air Transport, 20th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, Glasgow, Scotland, AIAA 2015-3676, July 2015.
- (3) Benoiel, M. A., Aerodynamic Pitch-up of Cranked Arrow Wings: Estimation, Trim, and Configuration Design, Ph.D. Thesis, Virginia Polytechnic Institute & State University, 1994.
- (4) 吉田嶺, 斜め翼の極超音速空力特性に関する研究, 修士論文, 東京大学, 2021.
- (5) Campbell, P. J. and Drake, M. H., Investigation of stability and control characteristics of an airplane model with a skewed wing in the Langley free flight tunnel, NACA TN 1208, May 1947.
- (6) Sim, G. A. and Curry, E. R., Flight Characteristics of the AD-1 Oblique-Wing Research Aircraft, NASA TP-2223, March 1985.
- (7) Hirschberg, J. M. and Hart, M. D., A Summary of A Half-Century of Oblique Wing Research, 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, America, AIAA Paper 2007-150, January 2007.
- (8) Kim, H. Y., Abdullah, N. A., Khan, A., Devrath, K. P., Al Ghumlasi, A. R. and Nawaz, Y., The Aerodynamics of an Oblique Biplane Emirates, Int J Astronaut Aeronautical Eng., 3:019, November 2018.
- (9) Baba, I and Suzuki, K.: A Novel Concept of Hypersonic Aircraft with Variable Geometry Twin-Oblique-Wing, The 34th ISTS paper, 2023-e-21, 2023.
- (10) 李家賢一, 航空機設計法 - 軽飛行機から超音速旅客機概念設計まで-, コロナ社, 2017, pp. 52-59.
- (11) 小島孝之, 田口秀之, 今村俊介, 小林弘明, 上野篤史, 廣谷智成, 藤井啓介, 極超音速旅客機の耐熱冷却構造に関する概念検討, JSASS-2010-1050, B19, 2010, pp. 301-305.
- (12) 久保田弘敏, 鈴木宏二郎, 綿貫忠晴, 宇宙飛行体の熱気体力学, 東京大学出版会, 2002, pp.77-84.
- (13) Anderson, D. J., Hypersonic and High-Temperature Gas Dynamics, AIAA, 2006, pp.250-257.
- (14) 東京大学柏風洞ワーキンググループ, 東京大学柏キャンパス極超音速高エンタルピー風洞, 2016.8, https://daedalus.k.u-tokyo.ac.jp/wt/info/pamphlet_Aug2016.pdf, accessed May 15, 2023.

超音速三次元境界層流れへの波形粗さの適用による 層流化効果の数値的検証

庭野 翔也（東北大学工学研究科航空宇宙工学専攻，流体科学研究所），
廣田 真（東北大学流体科学研究所），大林 茂（東北大学流体科学研究所）

Numerical verification of the laminarization effect of applying sinusoidal roughness to supersonic three-dimensional boundary layer flow

NIWANO Shoya (Institute of Fluid Science, Department of Aerospace Engineering, Tohoku University), HIROTA Makoto (Institute of Fluid Science, Tohoku University) and OBAYASHI Shigeru (Institute of Fluid Science, Tohoku University)

ABSTRACT

One of the obstacles in realizing a supersonic passenger aircraft is the high operating cost due to poor fuel efficiency. Since frictional drag of aircraft significantly increases due to turbulent transition of the three-dimensional boundary layer, suppressing the transition (namely, laminarizing the flow) can be expected to reduce frictional drag and improve fuel efficiency. In this study, the laminar flow control is attempted by placing artificial sinusoidal roughness elements, SRE and its variant, near the leading edge. These roughness elements were applied to a supersonic Falkner-Skan-Cooke boundary layer (that is known as a three-dimensional boundary layer on flat plate), and the suppression effect of turbulent transition was verified by direct numerical simulation. The transition position was shifted backward at a sweep angle of 27 degrees, which was equivalent to that of a transonic wing.

1. 緒言

2003年にコンコルドが退役して以降、超音速旅客機や輸送機は運航されていない。しかし、移動速度の高速化による時間削減は潜在的に需要があり、米ブーム社¹⁾をはじめとして世界中で次世代の超音速旅客機の実現が模索されている。超音速旅客機実現における主な課題としては、燃費の悪さによる高い運航コストが挙げられ、これを解決することで超音速旅客機実現に大きく前進することができる。

燃費向上の手段として、航空機が受ける抵抗の低減を目的とした層流化技術が注目を受けている。多くの超音速旅客機では翼にかかる衝撃波に

よる抵抗である造波抵抗の低減を目的に主翼の後退角を大きくとる傾向がある。しかしその一方で、翼弦方向に生じる圧力勾配と主流の方向が異なるため、境界層の内部で主流と垂直な方向に横流れが存在する三次元境界層が形成される。この三次元境界層を図1に示す。横流れが支配する三次元境界層における乱流遷移は今まで大きな注目を浴びており、この三次元境界層が境界層内部で強い非線形性を持つ横流れ不安定性を引き起こすことにより、主翼の前縁近傍で乱れの少ない層流境界層が乱れの大きい乱流境界層に遷移し、摩擦抵抗を大幅に増加させる原因になる。このため、空気の粘性による摩擦抵抗を低減することが

できれば、航空機の低燃費・低コスト化への寄与が期待できる。そこで横流れ不安定性を抑制し、乱流遷移位置をなるべく後方に移動させることができれば前縁部の層流域が拡大し、主翼が受ける摩擦抵抗を低減させることが可能になると考えられる²⁾。

横流れ不安定性を抑制する手法としては、翼面での境界層吸い込みや吹き出し、プラズマアクチュエータなどの能動的制御も提案されているが、今日の実機製作への厳しい要求に答えられるようになった工作技術の進歩を背景に、能動的な制御を必要とせず、受動的制御を行う層流化技術が今後ますます有望になるものと考えられる³⁾。

本研究では、そのような受動的制御の手法の中で、SRE(Sinusoidal Roughness Element)²⁾と呼ばれる粗さ要素とこのSREを改善した粗さ要素を翼面上に配置する手法⁴⁾を用いて、超音速三次元境界層流れにおける乱流遷移抑制効果を埋め込み境界法を用いた直接数値シミュレーション(DNS)コード⁵⁾によって検証した。

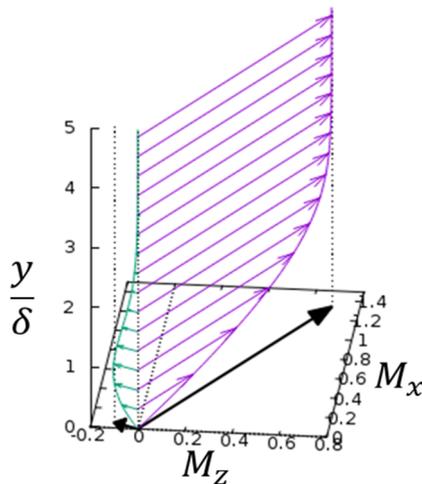


図 1 三次元境界層

2. 基本流の設定

横流れが存在する三次元境界層の解析解としては、Falkner-Skan-Cooke (FSC) 解⁶⁾がよく知られているが FSC 解は非圧縮流れである。本研究では超音速旅客機を想定しており、飛行速

度は音速を超えるため圧縮性を考慮した FSC 解を基本流に設定し、支配方程式の圧縮性ナビエ・ストークス方程式を解く。

本研究では境界層近傍のデカルト座標系を (x, y, z) とし、それぞれを翼弦方向、スパン方向、壁垂直方向とする。計算領域は図 2 に示す。 z 方向に一樣な基本流 $(U(x, y), V(x, y), W(x, y))$ は境界層の外縁における速度分布 $\tilde{U}_e(x) = (\tilde{x}/x_0)^m U_\infty, W_e = W_\infty$ によって決まる。ただし、 \tilde{U}_e と \tilde{x} は実際の U_e と x を Illingworth-Stewartson 変換⁶⁾したものであり、圧縮性の補正を受けている。また $x = \tilde{x} = 0, y = 0$ が前縁位置(淀み点)である。本研究では長さを 1mm、速度を前縁位置における音速 311m/s で規格した。そのうえで、

$$m = 0.5, x_0 = 30, R_g = 287 \left[\frac{J}{K \cdot kg} \right], T_0 = 218 [K],$$

$$P_0 = 23890 [Pa], \rho_0 = 0.816 \left[\frac{kg}{m^3} \right], Re = 9621,$$

$$Pr = 1, M_\infty = 1.5, \Lambda = 27^\circ$$

というパラメータを設定した。ここで

$m, x_0, R_g, Re, T_0, P_0, Pr, M_\infty, \Lambda$ はそれぞれ加速パラメータ、境界層外縁速度が一樣流と等しくなる位置、気体定数、淀み点における温度、圧力、密度、レイノルズ数、プラントル数、一樣流のマッハ数、後退角である。境界層厚さ δ で規格化された座標 $\eta = \frac{y}{\delta}$ に沿って、境界層方程式⁷⁾

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\eta} \begin{pmatrix} f \\ f' \\ f'' \\ g \\ g' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} f' \\ f'' \\ f''' \\ g' \\ g'' \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} f' \\ f'' \\ -ff' + \beta_H(f'^2 - 1 - S) \\ g' \\ -fg' \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\begin{cases} f = f' = g = 0 & (\eta = 0) \\ f' = g = 1 & (\eta = \infty) \end{cases} \quad (1.2)$$

を解く。この時の外縁速度と境界層排除高さは図3に示す。

壁面 ($y = 0$) を滑りなし断熱境界条件とし、スパン方向には周期境界条件を課す。DNS では $x = 10, y = 10$ の位置を流入境界条件とし、流出側である $x > 400$ では格子間隔を広げ、無反射境界条件を与えることによるスポンジ領域を確保した。格子は矩形直行格子を使用し、 y 方向にのみ不等間隔（非一様）格子、 x, z 方向は等間隔格子を用いている。格子点数は $N_x \times N_y \times N_z = 4470 \times 174 \times 84 \approx 6.5 \times 10^7$ とした。

DNS では粗さ要素の表現として修正 Volume Penalization 法⁵⁾を用いた。これは物体を、浸透率を持った多孔質媒体とみなす手法で、埋め込み境界法の一つである。ナビエ・ストークス方程式にダルシーの法則を表す減衰項を追加し、ここに物体中及びその境界上で1、流体領域が0となるマスク関数と呼ばれるステップ関数を与えることで物体を表現する。本研究では空隙率を1、浸透率が 1.0×10^{-4} の多孔質媒体で模擬した。

空間差分スキームは x, z 方向には領域分割による並列化を行い、8次精度コンパクト差分スキーム（境界上では3次精度、袖領域では7次精度）を用いた。 y 方向では6次精度コンパクトスキーム（境界上では3次精度）を用いた。時間差分スキームは、NS項は2次精度陽解法、VP項は2次精度陰解法を用いた。数値計算スキームの詳細は Komatsu et al.⁵⁾を参照されたい。

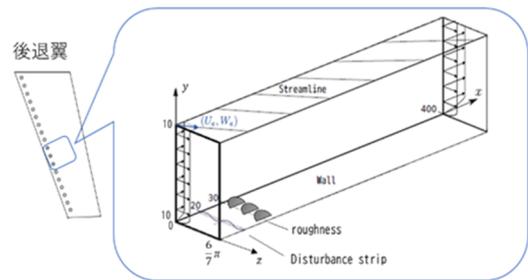


図2 計算領域

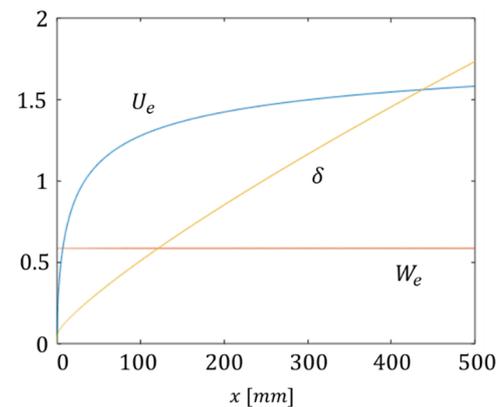


図3 境界層外縁速度(U_e, W_e), 境界層排除高さ δ

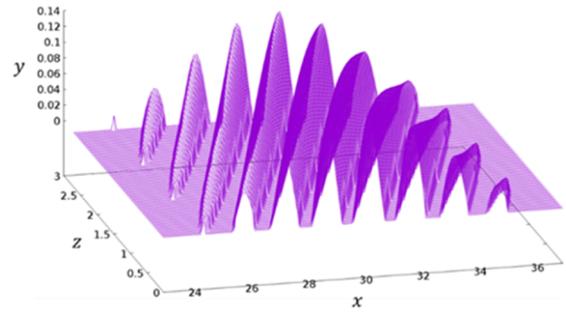
3. 粗さ形状

本研究では層流化技術のうち人工的に粗さ要素を翼の前縁近傍に配置する受動的制御に注目した。Saric et al.⁷⁾は風洞試験において適切な間隔で配置した孤立粗さ要素 (Discrete Roughness Element : DRE) が三次元境界層の横流れ不安定性を抑制することで層流境界層から乱流境界層への遷移位置を後方に移動させることを示した。その後、非線形安定解析⁸⁾やDNSによっても乱流遷移抑制効果を示唆する報告が数多くされている。しかし、DREによる乱流遷移抑制効果は未だ定量的に明らかになっておらず、翼形状や飛行環境にも依存すると言われている。実際に飛行試験でDREが抑制効果を発揮したという報告も未だ見受けられない。この結果を踏まえて Hirota et al.²⁾はDREを改善したSRE (Sinusoidal Roughness Element) を提唱

した。SRE の形状は図 4 に示す。DRE は円筒状の粗さ要素に対し、SRE はスパン方向に正弦曲線を描く波型形状をしている。この波型の高さは翼弦方向にガウス分布（幅 8mm）で変化している。また、粗さ要素を配置する角度 θ は以下の式(2)で表される。

$$\theta = \arctan\left(s \frac{W_{\infty}}{U_e(x_R)}\right) \quad (2)$$

本研究では $x_R = 30$ で固定しており、 θ は s にのみ依存する。 $s = 1$ のとき、外縁速度に沿って粗さ要素が配置され、 $s = 0.829$ のとき、定常横流れモードに沿って粗さ要素が配置される。 s を0.1変化させると、SREの角度 θ は約 0.33° 変化する。Shirosaki et al.⁹⁾は、 s を外縁速度方向と横流れモードの方向の中間の値にすると効果的であることを示した。そこで、本研究では $s = 0.914$ に設定した。DREでは形状が円筒状であるため角で乱流遷移を起こしてしまうことが考えられた。そこで、SREでは角がない形状にすることで乱流遷移をより抑制することが狙いである。Ide et al.¹⁰⁾は、SREを超音速三次元境界層に適用することで目的のモードを効率よく発生させることができ、粗さ要素の背後に逆流領域がないためDREと比べて優れているとし、より大きな遷移抑制効果を示した。しかし、SREは流れ方向で頂点から尾根の部分までで高さが急激に小さくなることにより粗さの後方で境界層の剥離が生じる危険性がある。そこで、本研究ではSREを後縁方向において形状を100mm程度伸長し、徐々に高さを小さくすることで境界層が剥離する余地を小さくする改善⁴⁾を試みた。この粗さ形状（以降はSRE2と呼ぶ）を図5に示す。本研究ではSREと先述したようにSREの改善を試みたSRE2を採用し、層流化効果を検証する。



(a)

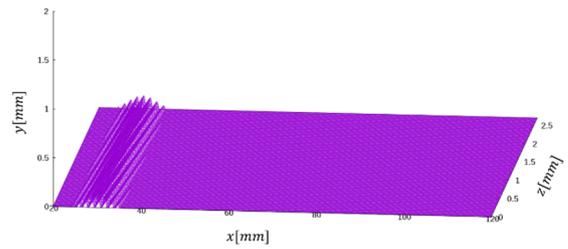


図 4 (a) SRE の形状、(b) 翼弦方向から見た SRE

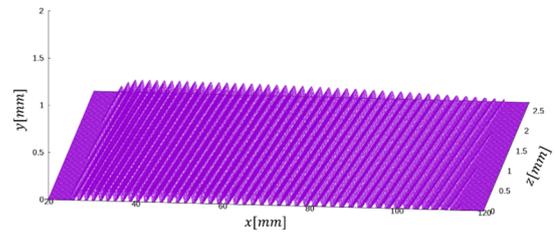


図 5 SRE を改善した粗さ要素形状 (SRE2)

4. 横流れ不安定性による乱流遷移

後退翼周りの境界層は横流れ不安定モードの成長・崩壊によって乱流遷移を引き起こす。

横流れ不安定性の引き金となる初期擾乱は主に主翼のランダムな粗さによるものと考えられるため、ここでは定在モード（振動数がゼロの不安定性）だけを議論する。本研究では支配的な横流れ不安定モードの予測に e^N 法¹¹⁾を用いる。 e^N 法とは、線形安定解析⁵⁾によって得られる増幅率（ N 値）を用いて擾乱の振幅が遷移を起こす大きさに成長する時間、あるいは距離を予測する方法である。定在モードは局所並行流近似をすると平面波 $\propto \exp(i\alpha x + i\beta z)$ で近似さ

れ、スパン方向波数 β を与えれば $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ (複素数) が固有値として求まる。線形安定解析⁸⁾を行うと前縁から遠ざかるほど波数 β が小さいモードが不安定だとわかる。よって、 β 毎に N 値を求めると、低波数モードほど後方位置で大きな N 値となる。 $x = 20$ の位置に擾乱源を配置し、初期振幅を 1.0×10^{-10} とし波数 β のモードを人為的に与える。この人工擾乱は圧縮性ナビエ・ストークス方程式の外力項に追加される。この様々な波数 β の人工擾乱を励起した結果が図6である。この図は壁垂直方向速度 v をスパン方向に離散フーリエ変換し、壁垂直方向に関して振幅の最大値をとったもの $\max_y |\hat{v}_\beta|$ をプロットしている。飛行環境では一般に N 値は 8~10 を超えるモードが乱流遷移を引き起こす¹²⁾と言われており、 N 値を 10 と仮定すると、およそ $\beta \leq 4.666\dots$ が、 N 値が 9 と仮定すると $\beta \leq 5.333\dots$ がそれに相当する。以降、抑えるべき対象である擾乱の波数を **target** モードとする。

横流れ不安定性による指数関数的成長は非線形性によって飽和する傾向があるが、飽和した後二次不安定性¹³⁾が発生することで乱流へと成長する。本研究ではこの二次不安定性の引き金として、高周波擾乱も数値的に与える。この高周波擾乱は以下の式(3)で与えられ、人工擾乱と同様に圧縮性ナビエ・ストークス方程式の外力項に追加される。

$$F_{noise} = A_{noise} \left\{ \sum_{n=1}^6 0.25n\omega_0(x)\tau \sin(0.25n\omega_0(x)\tau) \right\} \times \left\{ \sum_{n=6}^6 \sin(0.25n\alpha_0 x) \right\} \quad (3.1)$$

$$\tau = T \left| \frac{t}{T} + \frac{1}{2} - 2 \left\{ \frac{1}{2} + \left(\frac{t}{T} + \frac{3}{2} \right) \right\} \right| - \frac{1}{2} T \quad (3.2)$$

ここで A_{noise} , ω_0 , t , T はそれぞれ高周波擾乱の振幅、二次不安定性の波数、時間、周期である。

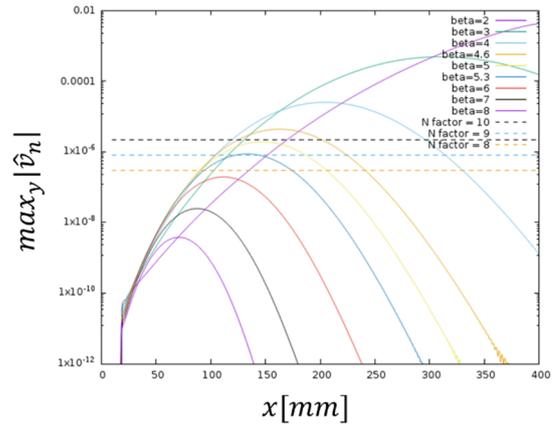


図6 様々な波数 β 毎の人工擾乱の成長

5. 粗さ要素の検証

孤立粗さ要素を配置する目的は、成長率 (N 値) が小さく遷移を起こさない安定なモードを人為的に強く励起することである。このモードを以降は **control** モードと呼ぶ。これにより基本流の自由エネルギーが解放されて、より安定な平均速度分布へ緩和し、**target** モードの成長率が下がることが期待される¹⁴⁾。

Saric et al.⁷⁾ などの先行研究によれば、粗さ要素の間隔は **target** モードの波数の 1.5 倍の波数を励起するように配置すると抑制効果があるとされており、それに従うと、例えば **target** モードが $\beta = 4$ の場合 **SRE** は $\beta = 6$ を励起するようつまり **SRE** の間隔は $2\pi/6 = \pi/3$ となる。この 1.5 倍が最適値というわけではないのだが、**control** モードと **target** モードの波数が近すぎると遷移を引き起こして逆効果になってしまい、離れすぎると抑制効果が小さいため妥当である。

ここで粗さ要素自身が乱流遷移を起こしてしまう可能性が考えられるため、まずは粗さ要素に適当な振幅の高周波擾乱のみを人為的に与えて粗さ要素自身が遷移を引き起こしていないか検証を行った。本研究では高周波擾乱の初期振幅を 1.0×10^{-6} とした。まず、 $\beta = 6$ 、高さ 0.1mm の **SRE** と **SRE2** それぞれに高周波擾乱のみを与えた場合の結果を図7、8に示す。

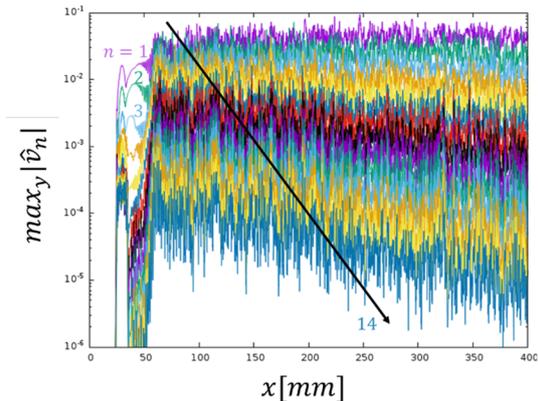


図7 高さ 0.1mm、 $\beta = 6$ のモードを励起するように SRE を配置した場合の波数 $\beta = 6n$ ($n=0, 1, 2, \dots, 14$)のспан方向フーリエモード

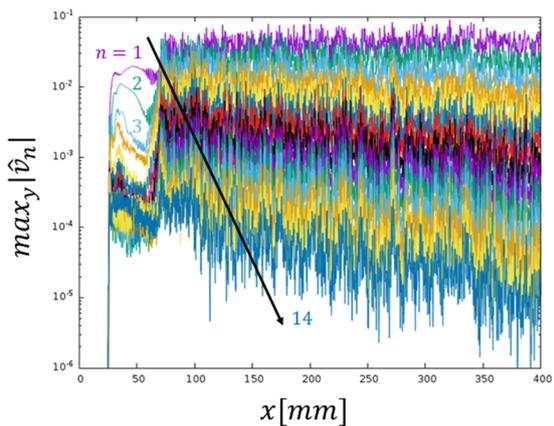


図8 高さ 0.1mm、 $\beta = 6$ のモードを励起するよう SRE2 を配置した場合の波数 $\beta = 6n$ ($n=0, 1, 2, \dots, 14$)のспан方向フーリエモード

前節と同様にこの図は壁垂直方向速度 v をспан方向に離散フーリエ変換し、壁垂直方向に関して振幅の最大値をとったもの $\max_y |\hat{v}_n|$ をプロットしている。 $n = 1$ が control モードである。いずれも乱流遷移が起きており、この結果から SRE の波数を $\beta = 6$ に設定してしまうと粗さ要素自身が遷移を引き起こしてしまうため採用することができないことが分かった。次に、SRE が $\beta = 7$ の control モードを励起するように設

定し、この場合の高さ 0.1mm の SRE と SRE2 それぞれに高周波擾乱のみを与えた場合の結果を図 9、10 に示す。

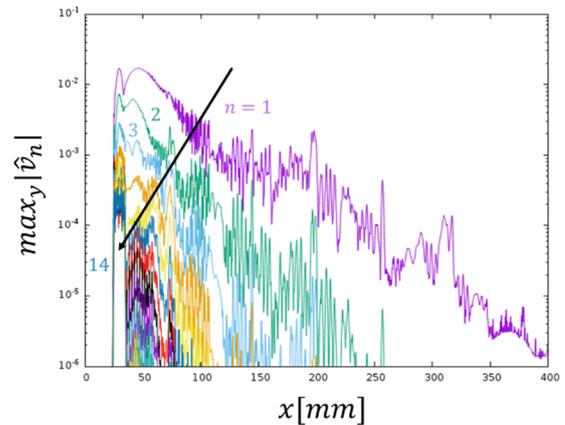


図9 高さ 0.1mm、 $\beta = 7$ のモードを励起するように SRE を配置した場合の波数 $\beta = 7n$ ($n=0, 1, 2, \dots, 14$)のспан方向フーリエモード

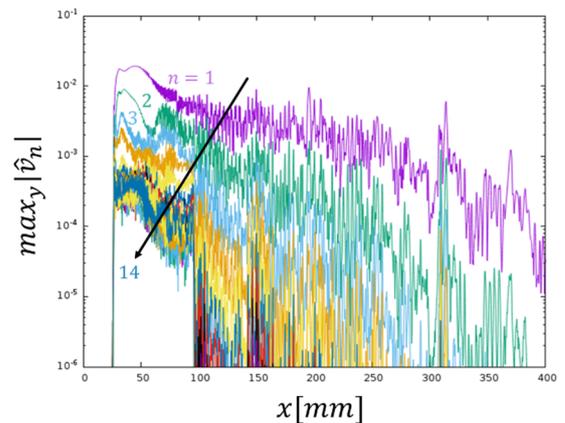


図10 高さ 0.1mm、 $\beta = 7$ のモードを励起するよう SRE2 を配置した場合の波数 $\beta = 7n$ ($n=0, 1, 2, \dots, 14$)のспан方向フーリエモード

いずれも十分に非線形の横流れ不安定性が起きているものの、乱流遷移には至っていない。この結果から SRE 自身が遷移を引き起こさないことが確認されたため、以降は $\beta = 7$ の $2/3$ である $\beta = 4.666\dots$ を target モードとして抑制効果を調べる。

6. 粗さ要素の配置による抑制効果

基本流に初期振幅を 1.0×10^{-5} とした target モードを与えた。このときの粗さ要素を配置していない場合とそれぞれ高さ 0.1mm の SRE と SRE2 を配置した場合の比較を図 11 に示す。図 11 にはそれぞれのスパン方向フーリエモードのうち target モードのみをプロットした。粗さ要素を配置しない平板上の流れに比べて粗さ要素を配置することで target モードの成長をかなり抑制することができたことが分かる。また、SRE と SRE2 を比較すると、SRE2 を配置した方が target モードの成長を抑制することができた。

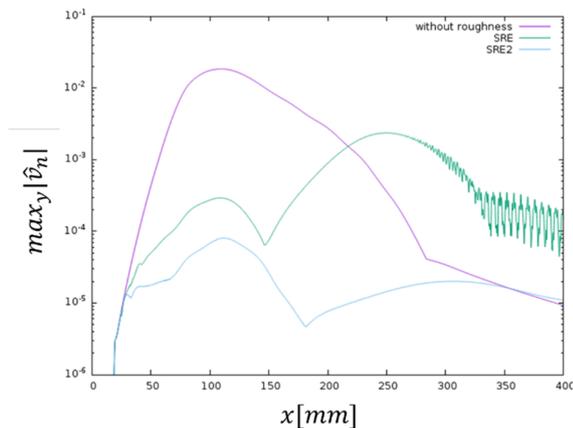


図 11 粗さ要素なしと粗さ要素の種類ごとの target モードの振幅

そこで次に、前節の高周波擾乱と target モードを基本流に与え、粗さ要素を配置していない場合と高さ 0.1mm の SRE2 を配置した場合の結果をそれぞれ図 12、13 に示す。

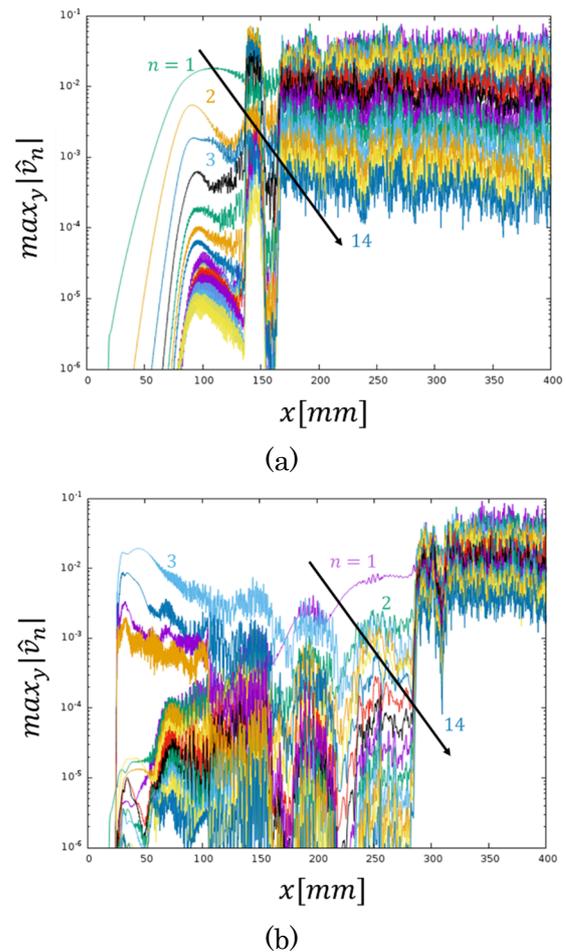


図 12 (a) 粗さなしに高周波擾乱と target モードを与えた場合の波数 $\beta = 4.666n$ ($n = 0, 1, 2, \dots, 14$)のスパン方向フーリエモード (b) 高さ 0.1mm の SRE2 を配置した場合の高周波擾乱と target モードを与えた場合の波数 $\beta = 2.333n$ ($n = 0, 1, 2, \dots, 28$)のスパン方向フーリエモード

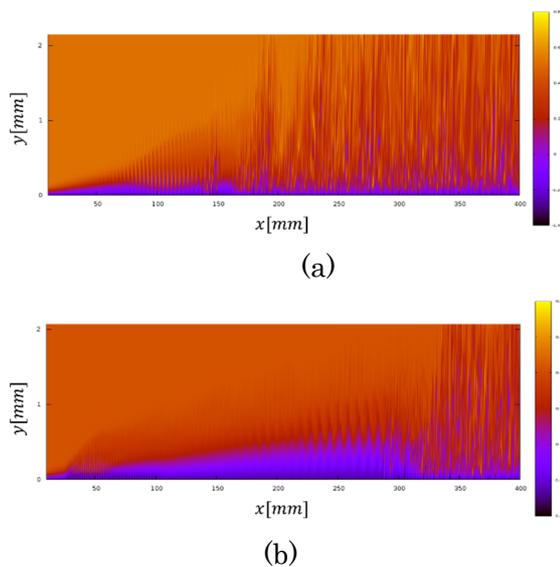


図 13 (a) 粗さ要素を配置しなかった場合のスパン方向速度場の色分布 (b) 高さ 0.1mm の SRE2 を配置した場合のスパン方向速度場の色分布

図 12 (b) において、 $\beta = 2.333 \dots n$ であり、target モードは $n = 2$ 、control モードは $n = 3$ に対応している。図 13 にはスパン方向の速度場の等高線をプロットした。粗さを配置しない場合、前縁から約 150mm で渦が崩壊して乱れが生じている。それに対し、SRE2 を配置した場合、前縁から約 300mm で乱れが生じており、150mm 程度乱流遷移を抑制することができた。

先行研究から粗さ要素の高さが高い程抑制効果が大きい、高すぎると粗さ要素自身が乱流遷移を引き起こしてしまうことが示されている。ここから適切な粗さ要素の高さを見つける必要がある。SRE2 を用いて前節と同様に検証したところ、高さは 0.21mm まで高くすることができることが分かった。高さ 0.1、0.15、0.21mm の SRE2 を配置し、基本流に target モードのみを与えた場合の結果を図 14 に示す。図 14 にも図 11 と同様にそれぞれのスパン方向フーリエモードのうち target モードのみをプロットした。

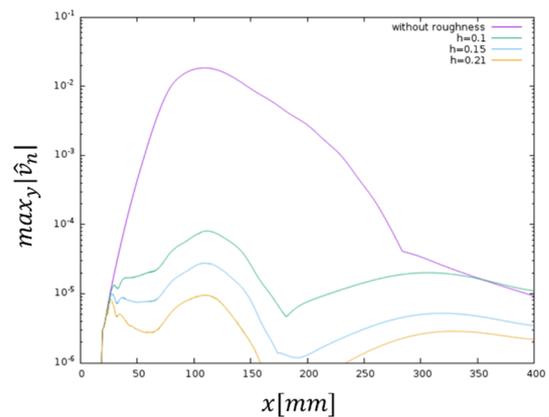


図 14 高さ 0.1、0.15、0.21mm の SRE2 を配置したときの target モードの振幅

この結果から、粗さ要素の高さが高い程 target モードの成長を抑制することができた。そこで、高周波擾乱と target モードを平均流に与え、高さ 0.15、0.21mm の SRE2 を配置した場合の結果をそれぞれ図 15、16 に示す。図 15、16 は図 12、13 と同様にプロットした。

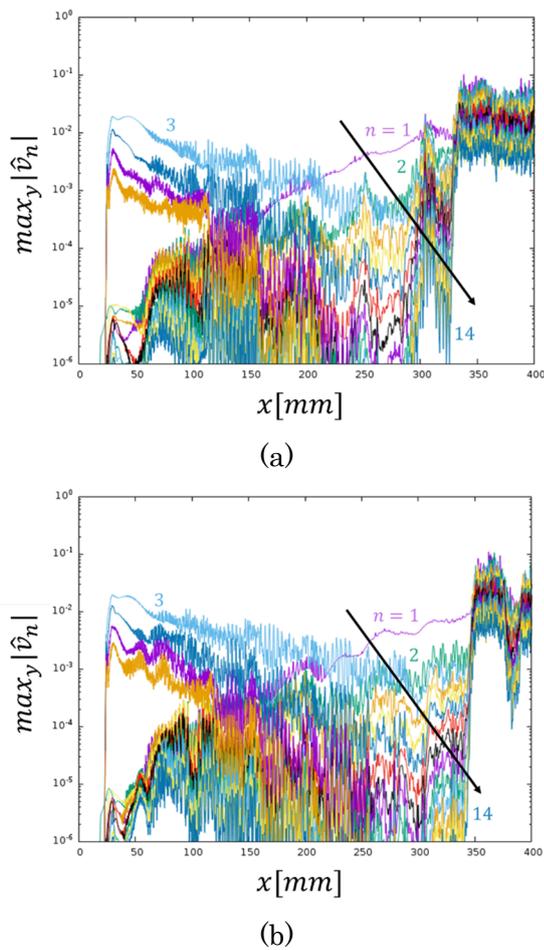


図 15 (a) 高さ 0.15mm SRE2 を配置した場合 (b) 高さ 0.21mm の SRE2 を配置した場合の高周波擾乱と target モードを与えた場合の波数 $\beta = 2.333n$ ($n = 0, 1, 2, \dots, 28$) のスパン方向フーリエモード

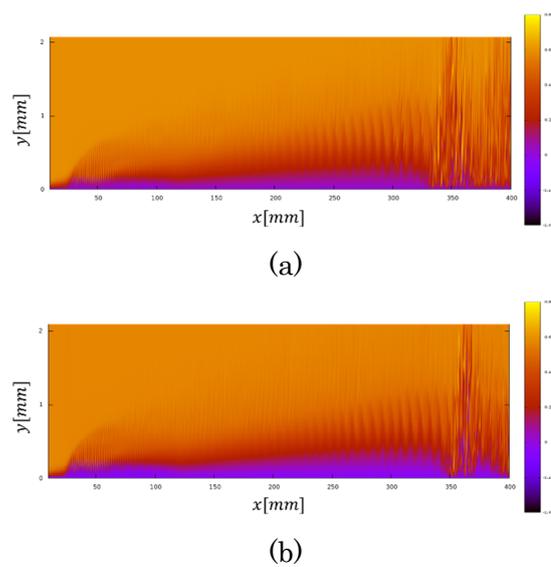


図 16 (a) 0.15mm の SRE2 を配置した場合のスパン方向速度場の色分布 (b) 0.21mm の SRE2 を配置した場合のスパン方向速度場の色分布

この結果から粗さ要素の高さを高くしても数ミリ程度しか乱れの位置が変化しないことが分かる。これは粗さ要素を配置することで target モードの波数の 1/2 の波数のモード、つまり $n = 1$ のモードが支配的になることが原因だと考えられる。この支配的なモードの波数は粗さ要素によって励起される control モードの波数からかなり離れており抑制効果が薄いため、乱れの位置があまり変わらなかったと予想することができる。実際に高さ 0.1、0.15、0.21 の粗さ要素を配置したときの支配的なモードの振幅を図 17 にプロットする。この結果から粗さ要素の高さを変えても支配的なモードの振幅に差がなく抑制効果が得られておらず、先行研究に比べて高さを変えたことによる大きな違いはないことが分かる。

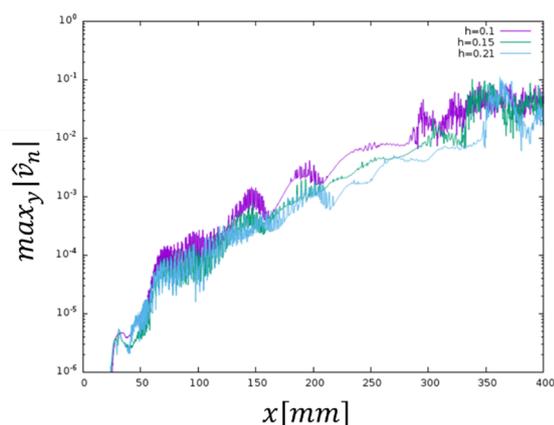


図 17 高さ 0.1、0.15、0.21mm の SRE2 を配置したときの波数 $\beta = 2.333 \dots$ モードの振幅

7. 結言

本研究では SRE とそれを改善した SRE2 の 2 種類の翼面粗さ要素を超音速三次元境界層に適用することで乱流遷移抑制効果を DNS によって数値的に検証を行った。遷音速翼に用いられる $\Lambda = 27^\circ$ の後退翼では遷移抑制効果が得られた。また、SRE2 を配置することで SRE を配置した場合に比べて大きい遷移抑制効果を得ることができた。先行研究では粗さ要素の高さが高いほど抑制効果が大きいと示されていた。そこで、SRE2 の高さを 0.21mm まで大きくし検証したが、遷移抑制効果に大きな変化を得ることはできなかった。

超音速旅客機に用いられる後退翼では本研究で用いた $\Lambda = 27^\circ$ よりもはるかに大きい後退角を持つことが知られている。そこで、より大きな後退角での計算を現在進めている。

謝 辞

本研究の DNS は、東北大学流体研究所未来流体情報創造センターの次世代融合研究システム (AFI-NITY) を用いて行った。

参考文献

- 1) Boom – Supersonic Passenger, Airplanes <https://boomsupersonic.com/>, (参照 2023-10-1).
- 2) 廣田真, 井手優紀, 林田貴寿, 服部裕司, 孤立粗度による横流れ不安定性抑制効果の数値的検証, 日本流体力学会, ながれ 38 (2019) 69-72.
- 3) 吉田憲司, 石田洋治, 野口正芳, 層流制御技術の現状と課題, 日本航空宇宙学会誌, 48 (2003), 6-13.
- 4) 戸上健治, 吉本稔, 廣田真, 服部裕司, 井手優紀, 隆起構造、翼、隆起構造の設計方法及びその設計プログラム, P202200136, 特願 2022-083772, 2022-05-23.
- 5) Ryu Komatsu, Wakana Iwakami, Yuji Hattori, Direct numerical simulation of aeroacoustic sound by volume penalization method, *Computers and Fluids* 130 (2016) 24-36.
- 6) Eri Reshotko, Ivan E. Beckwith, Compressible Laminar Boundary Layer over a Yawed Infinite Cylinder with Heat Transfer and Arbitrary Prandtl Number, NASA Report 1379 (1958) 1-49.
- 7) William S. Saric, Ruben B. Carrillo, Jr., Mark S. Reibert, Leading-Edge Roughness as a Transition Control Mechanism, AIAA Paper (1998) 98-0781.
- 8) 井手優紀, 吉田憲司, 上田良稲, 1stモードが支配的な超音速自然層流翼の境界層遷移に関する非線形解析, 日本航空宇宙学会論文集, 64 (2016) 296-302.
- 9) Takayuki Shiroasaki, Makoto Hirota, Yuji Hattori, Optimization of turbulent transition delay effect using quasi-statically transforming wall roughness shape, *Journal of Fluid Science and Technology* 17 (2022) 5-14.

- 10) Yuki Ide, Makoto Hirota, Naoko Tokugawa, Stability assessment on sinusoidal roughness elements for crossflow-transition control, *Physics of Fluids* 33(2021) 5-14.
- 11) 跡部隆, 山本稀義, e^N 法に基づく境界層の遷移予測とその検証, 航空宇宙技術研究所報告. NAL TR-1390 (1999) 2-3.
- 12) J.L. van Ingen, The e^N method for transition prediction. Historical review of work at TU Delft, AIAA 2008-3830.
- 13) Mujeeb R. Malik, Fei Li, Meelan M. Choudhari, Chou-Lyan Chang, Secondary instability of crossflow vortices and swept-wing boundary-layer transition, *J. Fluid Mech.* 399 (1999) 85-115.
- 14) Peter Wassermann, Markus Kloker, Mechanisms and passive control of crossflow-vortex-induced transition in a three-dimensional boundary layer, *J. Fluid Mech.* 456 (2002) 49-84.

東海大学におけるH₂-Air RDE (115/95) の作動特性評価

鈴木 凜太郎, 竹澤 董, 小澤 亮太, 水書 稔治 (東海大学), 伊藤 光紀, 池田 諒介,

バニョール・ティボ (IHI)

Evaluation of H₂-Air RDE (115/95) Operating Characteristics at Tokai University

SUZUKI Rintaro, TAKEZAWA Sumire, OZAWA Ryota, MIZUKAKI Toshiharu (Tokai University), ITO Mitsunori, IKEDA Ryosuke, BAGNOL Thibault (IHI)

ABSTRACT

As the first step of development of a small size rotating detonation engine (RDE) for student rocket project, a middle size RDE which has a combustor with a 100-mm diameter, has been designed and examined its combustion characteristics. Hydrogen and Air mixture gas was supplied up to 110 g/s of mass flow rate. The thrust and wavefront velocity were measured as the function of equivalent ratio. Home-made pressure transducers made of PZT were employed to detect propagated wavefront. Also, chemiluminescence of detonation front was visualized with a high-speed camera. Obtained wavefront velocities indicated about 60 percent of Chapman-Juglet velocity due to unexpected deceleration of wavefront inside an igniter. After the first experiment, the wavefront velocity inside the igniter was improved by increasing mass flow rate of the igniter. The results were compared to literature and discussed to improve performance of the middle size RDE.

1. はじめに

近年, 地球温暖化が問題視されており, 2015年のパリ協定により, 各国が目標年までに温室効果ガス排出の低減が約束され, 現行の航空宇宙推進機への更なる効率化が求められている。そこで各国が注目しているエンジンにPressure Gain Combustion (PGC) エンジンがある。PGCとは, 体積一定の燃焼器内で燃焼ガスが膨張することで, 総圧力が急激に上昇する現象である。PGCを利用したエンジンの一つに本研究内容の回転爆轟エンジン (RDE) が挙げられる。

Fig. 1にRDE内の伝播様態を示す。RDEは燃焼器底部から供給される燃料/酸化剤を外部から入射された detonation が消費していくことで燃焼が維持され, RDE排気方向から, 燃焼ガスおよび斜め衝撃波を噴射し連続的な推力を得る。Detonationとは, 衝撃波と誘起された燃焼波面が超音速で一体的に伝播する現象であり, 衝撃波背後の気体の圧力および温度を急峻に上昇させる。Detonationを用いたFickett-Jacobsサイクルは従来のガスタービンエンジンで使用されるBraytonサイクルの理論熱効率か

ら約20%向上可能であり¹⁾, 圧縮機およびタービンが不要になることから燃焼器全体の軽量化が見込める。

RDEの概念は1940年に初めてZeldovichが提唱し²⁾, 1960年にはVoitsekhovskiiらにより量論混合比でのエチレン/酸素混合器を用いた短秒時間でのRDE動作実験が報告された³⁾。1966年にはNichollsらにより水素/酸素, メタン/酸素混合気を用いた回転Detonation波実験が成功し⁴⁾, 以降, 燃焼器本体の熱負荷に対する冷却機構の開発⁵⁾, およびDetonation波が安定的に伝播可能な燃料/酸化剤流量や混合具合に関して, 実験および数値計算から研究がなされてきた⁶⁻¹⁰⁾

本報では, 報告者らが設計したRDE (燃焼器外径/内径: 115/95 mm) の良好な作動を確認するため完成検査実験 (以下, 「本実験」) を, 水素/酸素混合気を用いて当量比を0.8および1.0 (目標値) で実施した。その結果を解析したところ, 所望の性能が発揮できなかったため, その原因について考察し, 原因と推察した点火器の作動条件を改善した。

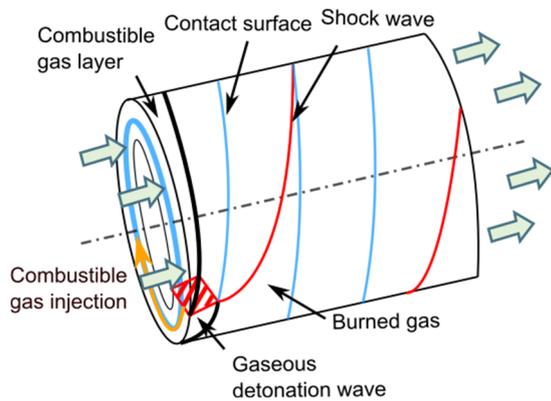


Fig. 1 Internal propagation state of RDE.

2. 実験方法

2. 1 実験装置

Fig. 2に製作したRDE (Tokai research Model 1, 以下「RM1」)の概観を示す。本供試体は二重円筒構造である。燃焼室形状は、外径115 mm, 内径95 mm, および奥行き方向長さ135 mmである。燃焼開始には、RDE燃焼室底部より15 mmの位置に設置した点火器から、燃焼波を入射した。RM1燃焼室内の挙動把握には、35 mm間隔で取り付けられたポート (6列×3個)を装備し、燃焼室内部の圧力、温度が計測可能とした。

Fig. 3にRM1の燃料/酸化剤供給系を示す。燃料/酸化剤は、水素/空気であり、水素、および空気の供給孔は、それぞれ、2個、および6個である。供給流量は配管中のオリフィス前後の圧力損失から算出した。

Fig. 4は供試体の燃料/酸化剤の供給構造である。燃料は1 mm×80個の円周上に取り付けられた噴射器、および酸化剤は幅1 mmのスリットから燃焼室底部へ供給される。

Fig. 5に点火器の形状を示す。外径12 mm, 内径6 mm, および全長200 mmであり、Tokai-RM1のとは別系統の燃焼酸化剤供給系とし、点火器直近の電磁バルブの作動により燃料/酸化剤を対向噴射することで混合し、管内 (Main tube)に充満した後に、点火プラグ (Spark Plug) を作動させる。

燃焼時の推力は、圧縮型ロードセル (UM-100L-A, TEAC, センサ感度: 0.0101 mV/N) で計測した。また燃焼室内の燃焼波の挙動 (伝播枚数, 安定/不安定伝播判別等) 把握するため、

衝撃波通過の時系列データ、供試体排気方向からの高速度カメラ撮影、および音響データを取得した。衝撃波の検知には、チタン酸ジルコン酸鉛 (PZT) を使用した、自作の圧電素子を計測ポートに取り付け、出力電圧をオシロスコープ (TBS2000, Tektronix, 1 MHz, 12.5 MS/s) で記録した。

Fig. 6に可視化実験系を示す。燃焼室内部を撮影するため、供試体排気方向に鏡を設置し、高速度カメラ (FASTCAM Nova S6, Photron, 50 kfps) により可視化画像を取得した。音響データはICレコーダ (R-07, Roland, DC~96 kHz) を、供試体排気口から0.6 mの距離に設置した。

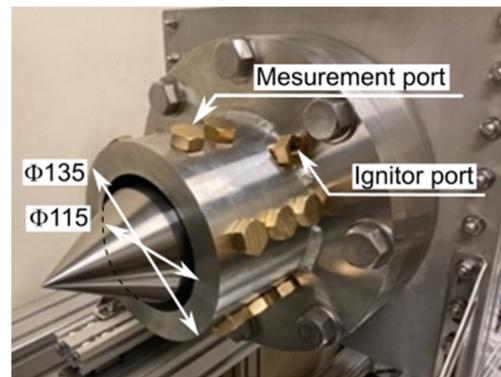


Fig. 2 Overview of Tokai Φ100 RDE.

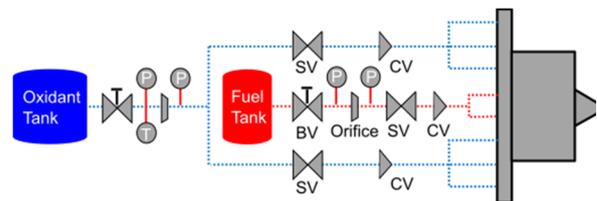


Fig. 3 Schematic diagram of the supply system. SV: Solenoid Valve, BV: Ball Valve, CV: Check Valve, P: Pressure gauge.

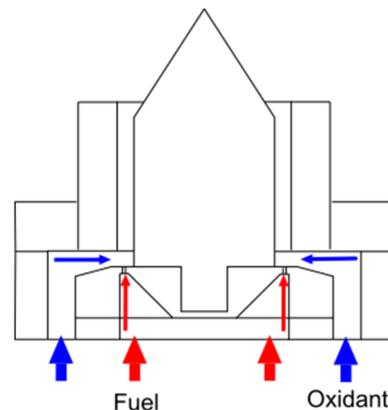


Fig. 4 Fuel and oxidizer supply structure of RDE.

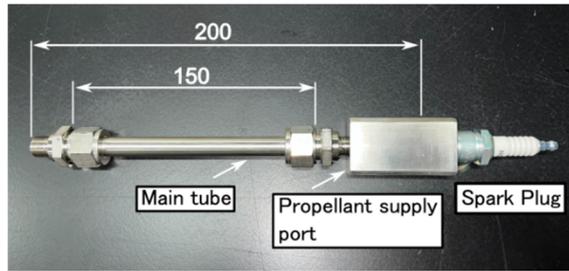


Fig. 5 Overview of ignitor (unit: mm).

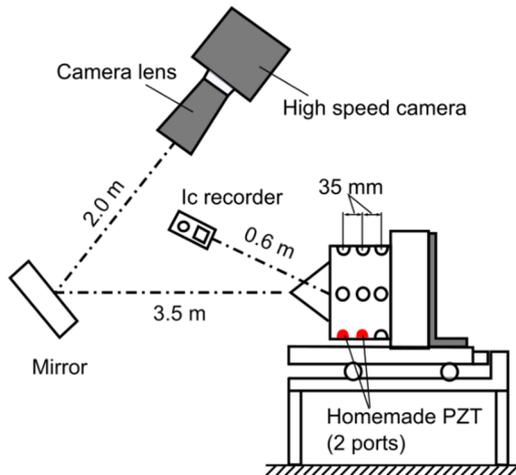


Fig. 6 Experimental system for RDE.

2. 2 実験条件

Table 1 および Table 2 に動作条件, Table 3 に高速度カメラの設定条件を示す. 目標当量比 0.8 および 1.0 で実施した. 当量比は, 空気の質量流量 (110 g/s) を固定し, 水素の質量流量を変化させた. また燃焼時間は, RM1 への熱負荷を考慮し 1.0 秒とした. 点火器作動には水素/酸素混合気を用いた. 化学平衡計算プログラム (NASA-CEA) による計算結果から, C-J (Chapman-Jouguet) 速度が 3057 m/s, および C-J 圧力が最も高い当量比 1.3 とし, 総質量流量は充填時間 200 ミリ秒で全長 200 mm の管内を混合気が充填可能な 1.0 g/s とした.

Table 1 RDE experimental conditions.

Fuel / Oxidizer	H ₂ / Air
Mass flow rate [g/s]	Hydrogen : 1.9 – 3.8 Air : 110 (Fixed)
Equivalence ratio [-]	0.8 and 1.0
Operating time [sec]	1.0

Table 2 Ignitor experimental conditions.

Fuel / Oxidizer	H ₂ / O ₂
Supply pressure [MPa]	Hydrogen : 0.5 Oxygen : 0.5
Equivalence ratio [-]	1.3
Operating time [ms]	200

Table 3 High speed camera conditions.

Flame rate [kfps]	50
Exposure time [ns]	200
Resolution [mm/pix.]	0.449

3. 実験結果および考察

3. 1 実験結果

Fig. 7に総質量流量と推力の履歴の代表例を示す. $t = 0$ secは点火信号を送信した時刻である. 総質量流量および推力は, 取得したデータを移動平均し, 燃焼中と燃焼後かの差から算出した. 推力履歴において燃焼前に推力値が存在するのは, 錘による付加加重 (プリテンション) のためである. 一方, 燃焼前後で推力の基底値が変化している. これは, RM1の接続されたフレキシブルホースが, 内部に高压気体が流動する際の変形による張力が原因である. そのため, 正味の推力は, 燃焼時の推力から, 燃焼終了時の値との差とした.

Fig. 8に圧電素子が取得した出力波形の代表例を示す. Fig. 8は当量比0.79における1ミリ秒間の電圧値を示しており, 移動平均した波形である.

Fig. 9に燃焼器内の伝播様態を示す. 可視化画像は, 当量比1.0において, 燃焼波が1周する様子をまとめたものであり, 速度標準偏差 (2σ) が最小となる $t = 0.1-0.2$ secの状態である. 可視化画像から, 2枚の燃焼波が反対方向に伝播する様子が分かる. また画像右下に見られる発光 (図中, 赤色円内) は, 圧電素子に塗布したシリコングリスと燃焼波の反応である.

Fig. 10に可視化画像より求めた当量比1.0におけるFFT解析結果の代表例を示す. Fig. 10より, 可視化画像から算出される, RM1内部を伝播する燃焼波の周波数は, ピークが最大となる 3613 Hzと分かる.

Fig. 11に圧電素子より求めた当量比1.0におけるFFT解析結果の代表例を示す. Fig. 11より, 圧電素子から算出される, 燃焼周波数は, 可視化画像のFFT解析結果と異なり, 3632 Hzにおいて, ピークが最大となる周波数を得た.

Fig. 12にICレコーダによる, 音響周波数の解析結果を示す. Fig. 12より, 音響周波数から算出される燃焼周波数は, 3632 Hzにおいて, ピークが最大となる周波数を得た. このことから, 自作の圧電素子, および市販品のICレコーダでは, RM1内部で生成・排出される同様の衝撃波を計測出来たことが分かる.

以上より, 波面の伝播速度は, 可視化画像, 圧電素子の出力電圧履歴, およびICレコーダから取得した音響データの周波数解析結果から, 燃焼器周長を乗算した. そして, 当量比0.79および1.0での標準偏差 (2σ) を取得した結果を Table 4にまとめた.

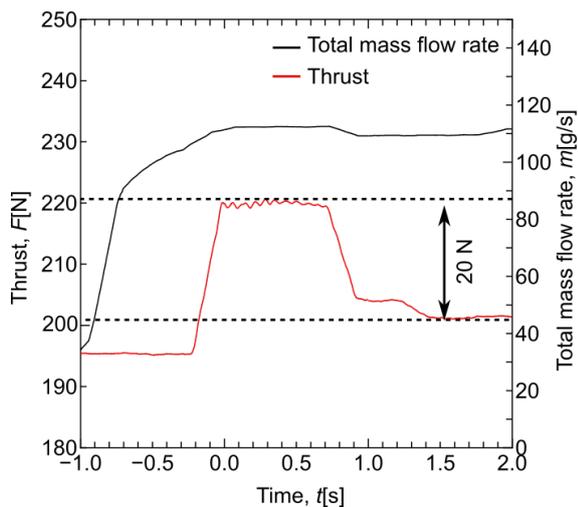


Fig. 7 Sequence of RDE with $\Phi 1.0$.

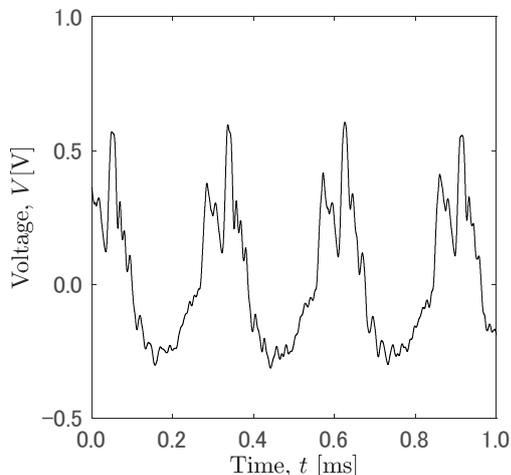


Fig. 8 Waveform of PZT with $\Phi 0.79$.

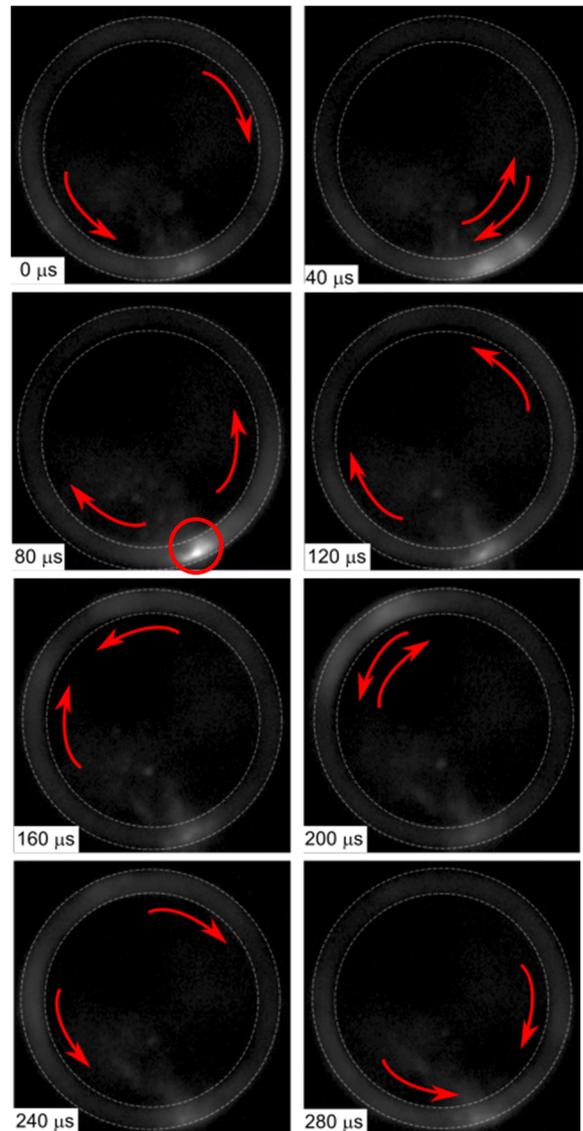


Fig. 9 Visualization result of combustion wave with $\Phi 1.0$.

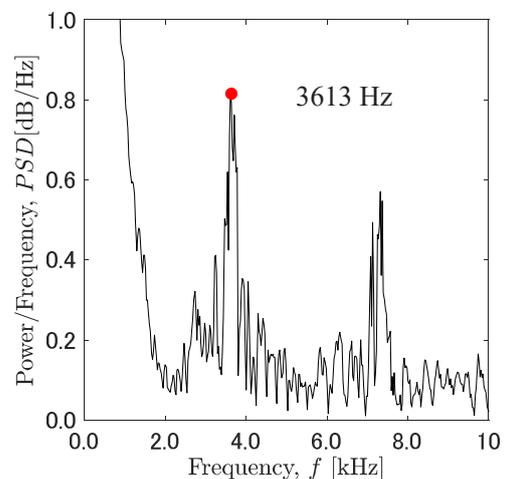


Fig. 10 FFT result of visualization with $\Phi 1.0$.

Table4 RDE summarize experimental results.

Equivalence ratio		Total mass flow rate [g/s]	Velocity (image) [m/s]	Velocity (PZT) [m/s]	Velocity (Acoustic) [m/s]	Thrust [N]
Nominal	Actual					
0.8	0.79±0.00	113.7±0.93	1139±8.98	1140±0.81	1140±0.47	23.2±0.79
1.0	1.0±0.00	116.9±1.37	1090±4.78	1083±0.81	1090±4.78	21.6±1.60

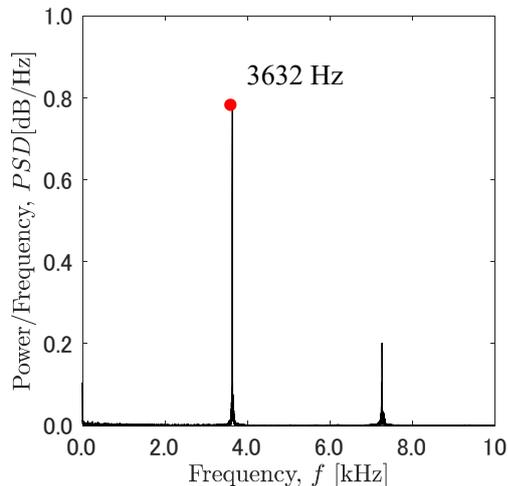


Fig. 11 FFT result of PZT Φ1.0.

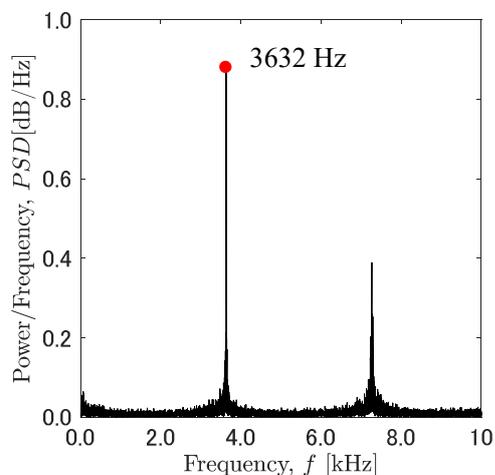


Fig. 12 FFT result of visualization with Φ1.0.

3. 2 考察

本実験におけるC-J速度は、NASA-CEAによる計算では、当量比0.80、および1.0でそれぞれ、1862.9 m/s、および1970.3 m/sとなる。一方、実験で得られた各種データ（可視化画像、音響周波数、および圧電素子）の周波数解析では、C-J速度の60%程度となった。加えて、Fig. 8の圧電素子の出力履歴では、ピークが複数現れ、また、出力上昇もブロードな変化となった。この結果から、本実験では、伝播する燃焼波はデトネーション状態に達していないと推察した。

そこで、点火直後の燃焼波速度を算出したと

ころ、 $t = 2.0\text{-}5.0$ msにおける燃焼波平均伝播速度は1152 m/sとなった。このことは、点火器内でDDT (Deflagration to Detonation Transition)が達成されないまま、RM1の燃焼器が着火し、そのため、波面速度がC-J速度から大幅に小さくなったと推察した。

3. 3 点火器実験

本実験結果を踏まえ、点火器内でDDTが達成され条件を求めるために、単体の燃焼実験を実施した。本実験での点火器への供給圧は、実際には、電磁バルブ開時の圧力降下により、水素、および酸素は、それぞれ、0.46 MPa、および0.38 MPaに減少していた。このため、目標当量比1.3に対し、当量比1.74となった。

次に、電磁バルブ開直後の圧力降下を考慮し、当量比0.3-1.2および総質量流量は1.0-2.0 g/sの範囲で点火器内でのDDT達成を、管端から放出される燃焼波面速度が、C-J速度以上となる燃料・酸化剤供給条件の確認実験（以下、「確認実験」）を可視化計測により実施した。

Fig. 13に実験系を示す。光源はメタルハライド (LS-M210, SUMITA) である。点火器管端は2枚の両凸レンズ (f100, $f = 300$ mm) で構成したシュリーレン光学系測定部に設置し、高速度カメラ (FASTCAM Nova S6, Photron) で波面伝播を可視化記録した。撮影速度 800 kfps、露光時間は200 ナノ秒とした。空間分解能は0.25 mm/pix.である。

Fig. 14に可視化結果を示す。画像から衝撃波背後に燃焼波が後続していることが分かる。燃焼波の平均伝播速度は管端から発生直後の燃焼波を撮影した2枚目-3枚目、および3枚目-4枚目における先頭衝撃波の移動変化から算出した。

Fig. 15に確認実験におけるDDTを達成した当量比と総質量流量の関係を示す。確認実験から総質量流量が1.92 g/s以上の時、DDTが達成が確認できた。これは点火器内で燃料-酸化剤が乱流混合されるため、一定の流量以上でDDT距離が短縮したためである。

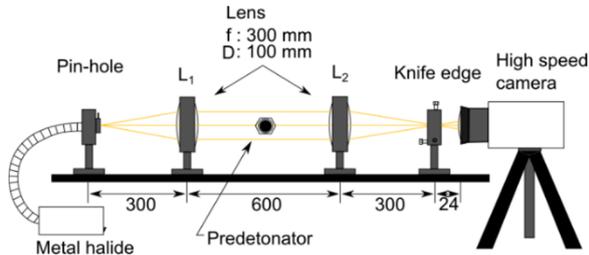


Fig. 13 Visualization setup.

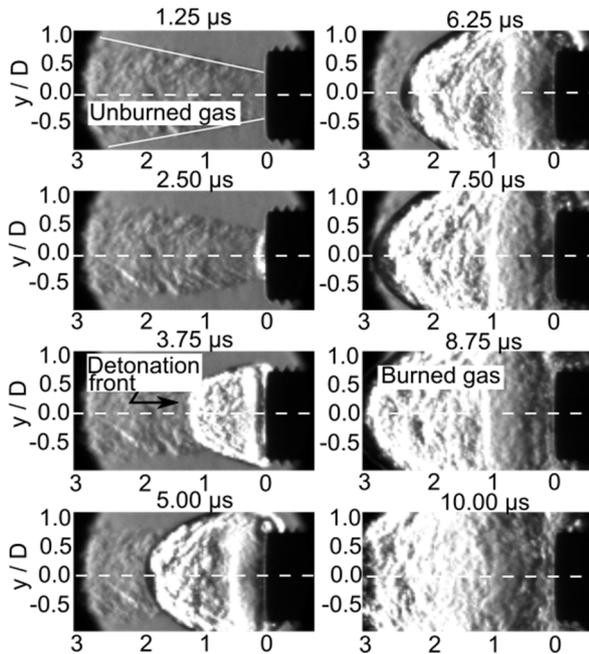


Fig. 14 Visualization of combustion wave (D=12 mm).

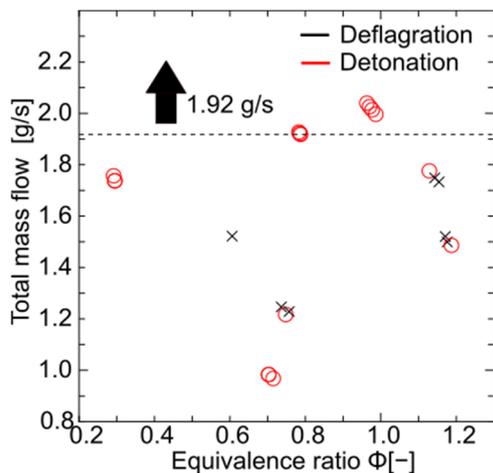


Fig. 15 equivalence ratio vs Total mass flow.

4. 結論

本報では、報告者らが製作したRDE (Tokai-RM1) の完成検査実験を当量比0.8および1.0で実施した。その結果、燃焼波画像の輝度値変化、圧電素子の出力電圧、および音響データの周波数解析から得られた

燃焼波速度がC-J速度の60%程度となり、所望の性能が発揮されなかった。原因を検討したところ、点火器直近の電磁場バルブでの圧力降下により、点火器作動時の当量比が1.75に増加したために、DDTが達成されず、RM1もデトネーション状態での燃焼が達成されなかった。そこで、点火器の確認実験を実施し、その結果から、当量比1.0前後において総質量流量が1.92 g/s以上でDDTが達成された。このことから、電磁バルブの作動に圧力損失を考慮した上で、確認実験で得られた作動条件範囲内となる流量条件の選定が可能となった。

本実験を踏まえ、今後は、点火器条件、および撮影方法を可視光からOH*に変更し、燃焼特性の取得を続けることとした。

謝 辞

本研究は、株式会社IHI技術開発本部 技術基盤センター エネルギー変換グループにおいて共同研究の一環として実施した。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- [1] Wolanski P., "Detonative propulsion", Proceedings of the Combustion Institute. 34 125-158 (2013).
- [2] Zei'dovich, Ya. B. V., Appl. Technol. Phys. 10:542-568 (1940).
- [3] Voitsekhovskii, B.V., Sov. J., Appl. Mech. Technol. Phys.129 (6) (1960) 157-164.
- [4] Nicholls, J. A., Cullen, R. E. Ragland, K. W., J., Spacecraft Rockets 3 (6) (1966) 893-898.
- [5] Brent A. Rankin, "Overview of Performance, Application, and Analysis of Rotating Detonation Engine Technologies", JOURNAL OF PROPULSION AND POWER. 33 (2017).

- [6] Jason C. Shank, “Development and Testing of a Rotating Detonation Engine Run on Hydrogen and Air” AIR FORCE INSTITUTE OF TECHNOLOGY. 3-22 (2012).
- [7] Scott W. Theuerkauf, Paul. King, “Thermal Management for a Modular Rotating Detonation Engine”, AIAA 2013-1176.
- [8] Manabu Hishida, Toshi Fujiwara, Wolanski P., “Fundamentals of rotating detonations”, Shock Waves. 19(2019) 1-10.
- [9] Nobuyuki Tsuboi, Yusuke Watanabe, Takayuki Kojima, A. Koichu Hayashi, “Numerical estimation of the thrust performance on a rotating detonation engine for a hydrogen-oxygen mixture”, Proceedings of the Combustion Institute. 35 (2015) 2005-2013.
- [10] Zhou Rui, Wu Dan, Wang Jianping, “Progress of continuously rotating detonation engines”, CJA. 29(1) (2016) 15-29.

えっ、その SGS モデル、使い方を間違っていないですか？

松山 新吾（宇宙航空研究開発機構）

Oh, Are You Using That SGS Model in the Wrong Way?

MATSUYAMA Shingo (JAXA)

ABSTRACT

Large-Eddy Simulation (LES) is a solution method that models turbulence on scales smaller than the grid scale (GS) and solves turbulence above the GS on the grid. In addition to ordinary LES using the general SGS model, implicit LES (ILES), which substitutes the SGS model with numerical viscosity, is also widely used. However, in LES using low-resolution grids such as in the practical simulations, the SGS model and ILES are performed without deep consideration, and it is very difficult to be sure that appropriate models and methods have been selected. In this study, we would like to discuss how the SGS model should be used in LES, and how ILES should be performed with such coarse grids.

1. はじめに

Large-Eddy Simulation (LES) は格子スケール (GS) よりも小さなスケールの乱流はモデル化し、GS 以上の乱流を格子上で解く手法である。一般的な SGS モデルを使用した通常の LES に加え、数値粘性によって SGS モデルを代替する陰的 LES (ILES) も広く行われている。しかしながら、実用計算という名目などで解像度の低い格子を使用した LES では、熟慮されることなく安易に SGS モデルが選択されたり、ILES が実施されたりと、適切なモデル・手法の選択がなされているかは極めて心許ない。本研究では、そのような粗い格子を使用した LES において SGS モデルをどのように使用すべきか、また、ILES はどのように実施すべきか、実例とともに議論をしたい。

本稿のタイトルは特定の個人・グループに対する批判の意図はありません。著者自身の過去を振り返ってみると、よくわからずに LES をやっていたなと思うところも多々あり、LES の初学者

や乱流解析が専門外の LES ユーザーなどにとって本稿の内容が有益な情報になればと望むものです。

2. LES で絶対にやらないといけないことは何か？

読者の皆さんは LES で絶対にやらないといけないことは何だとお考えだろうか。コンパクトスキームを使用する、スマゴリンスキーモデルのモデル定数は 0.12 にする、ダイナミックスマゴリンスキーモデルを使用する、などなど、それぞれの経験などに基づいて方針のようなものがあるだろうか。著者が考える LES で絶対にやらないといけないことは、「支配方程式を空間フィルタリングする」というものである。えっ？と思われた方は当然の反応だろう。（「えっ？」には、そんなの当たり前でしょ、という人もいれば、何を言っているのか意味が分からない、という人もいるだろうか。数年前の著者は間違いなく後者である。）一般的な LES ユーザーの使用する

LES ソルバーはほぼ 100% が「陰的フィルタリング (implicit filtering approach)」のはずであるから、何か意図的に空間フィルタリング操作をすることは無いだろう。したがって、ほとんどの LES ユーザーは自分が解いている支配方程式 (filtered Navier-Stokes equations) がどのような空間フィルタリングが施された式なのかを意識することはまずないはずである。LES における空間フィルタリングの扱いについては“implicit filtering”“explicit filtering¹⁾”などのキーワードで検索をすると色々と情報が出てくるので、興味がある読者はぜひ調べてみることをお勧めする。著者の理解によると、陰的フィルタリングによる LES では、空間フィルタリングは

- (1) 計算格子 (計算格子の幅)
- (2) 数値解法による誤差 (主に打ち切り誤差)
- (3) SGS 応力項 (SGS モデル)

によって実現されている^{2,4)}。まず、いかなる高次精度スキームも 1 周期の sin 波形を 1 セルで捉えることはできないことから理解できるように、格子幅によって空間フィルタのサイズは結果的に決まってしまう。この格子幅のサイズをベースにカットオフスケールは格子幅の何倍、といった形でフィルタリングに影響をする。また、風上型の補間スキームにみられるように数値解法による打ち切り誤差は格子幅程度の速度成分を減衰させる (いわゆる、数値粘性というもの)。そして、SGS 応力 $\tau_{ij}^{SGS} = \overline{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j$ が GS 成分と SGS 成分のエネルギー交換を担う項であることから⁵⁾、当然、その項をモデリングする SGS モデルは空間フィルタリングを担うものである。著者が主張する、LES で絶対にやらないといけないことは支配方程式を空間フィルタリングである、の意図は、何らかの手段によって空間フィルタリングが実現されるならば、それが打ち切り誤差・SGS モデルいずれによるものでも全く差し支えない、といったところである。「ILES は closure の問題を無視しているからけしからん」といった主張も時折見受けられるが、著者の

考えでは ILES であろうと SGS モデルを使用した計算であろうと「適切に」空間フィルタリングが実現されていればどちらでも良い、である。適切な空間フィルタリングとはどのようなものか、については後ほど議論したい。一つだけ注意しないといけないことは、解析結果のパートでも示すように (2) の打ち切り誤差と (3) の SGS モデルの効果は混在してしまうので、意識してそれらの効果をコントロールしないと LES による結果の良し悪しが ILES によるものなのか SGS モデルによるものなのかを吟味できない点であろう。実際のところ、(1) + (2) もしくは (1) + (3) の二択しかないと思者は考えており、(2) と (3) は“併用注意”である。

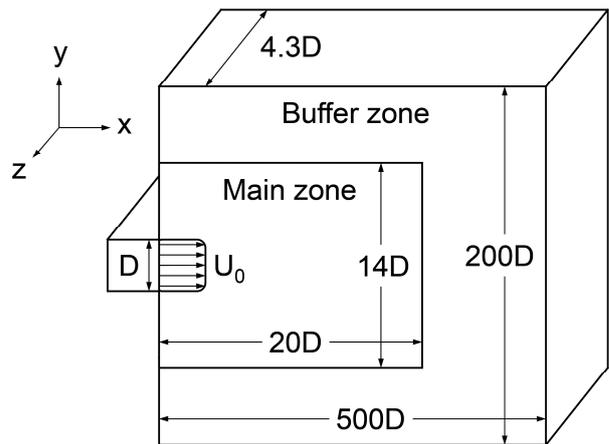


図 1 平面乱流噴流の問題設定^{6,8,9)}

3. 解析対象と解析手法

本研究では、 $Re=10^4$ の平面乱流噴流に対する DNS の結果を正解として、LES がその結果を再現できるかで結果の良し悪しを評価する^{6,9)}。図 1 に平面乱流噴流の問題設定を示す。主流方向 (x)、垂直方向 (y)、および、スパン方向 (z) に $20D \times 14D \times 4.3D$ の領域 (main zone) を設ける (噴流幅を D とする)。外部境界での反射による影響が小さくなるように main zone の外側には buffer zone を設けて格子幅を徐々に粗くした。DNS 解析の main zone における格子解像度はコルモゴロフスケールに対して 3 倍程度となる

$D/60$ とした．LES 解析の格子解像度はそれよりも 6 倍粗い $D/10$ とする．総格子点数は DNS で約 3.1 億点，LES では約 154 万点である．その他，噴射条件や境界条件などの細かい設定は参考文献^{9,10)}を参照していただきたい．

LES 解析に使用される流れ場の支配方程式は空間フィルター操作を施した三次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式であり，密度・運動量・エネルギー，および，スカラーの保存式を解く．支配方程式は有限体積的手法により離散化し，対流流束を SLAU スキーム¹¹⁾により計算する．空間精度の高次精度化にあたりセル界面での原始変数 (ρ, u, v, w, p, ξ) を高次精度補間により再構築する¹²⁾．使用する補間スキームについてはここでは省略し，解析結果のパートでその都度記述する．粘性流束は 4 次精度の中心差分法により計算し，時間積分には 2 段階 2 次の Runge-Kutta 法を用いる．

粘性係数はサザランダの式により評価し，熱伝導係数・拡散係数はプラントル数・シュミット数を 0.72, 1.0 として評価した．

計算領域を 750 ブロックに分割することにより並列化し，宇宙航空研究開発機構 (JAXA) に設置されている JAXA スーパーコンピュータシステム (JSS3) 上で 47 CPU (2256 コア) を用いて解析を実施した．

本稿では ILES に加えて SGS モデルを使用した通常の LES も実施する．渦粘性型の標準的な SGS モデルとしてスマゴリンスキーモデル (SM) に加えて，小林によるコヒーレント構造モデル (CSM)¹³⁾，WALE モデル (WALE)¹⁴⁾，さらにサブグリッドの乱流エネルギー k_{sgs} の 1 方程式モデル (k_{sgs} -1eq)¹⁵⁾を使用する．

4. 解析対象と解析手法

ここでは， $Re = 10^4$ の平面乱流噴流について LES を実施し，空間フィルタリングを実現する手段として 2. で触れた (1) + (2) および (1) + (3)

によるベストプラクティス的な事例を紹介する．また，(1)+(2)+(3) の事例も紹介したい．

4.1. ILES による解析結果 ((1) + (2) の事例)

最初に，SGS モデルを使用しない ILES による解析結果^{6,9)}を示す．ILES による解析は 2. で挙げた項目で言う「数値解法による誤差 (主に打ち切り誤差)」でもって空間フィルタリングを行うものである ((1) + (2) の事例)．補間スキームによる影響 (打ち切り誤差の次数による影響) を見るため，リミッタのない 5, 7, 9 次の風上バイアス補間に加えて 3 次精度 MUSCL 法による結果を比較した．図 2 に噴流の中心 ($y/D = 0$) に沿った平均速度分布と速度変動の rms，また，速度場から得られたパワースペクトル密度を示す．リミッタのない 5, 7, 9 次の風上バイアス補間による平均速度分布と速度変動 rms はいずれも DNS の結果を良く再現している．それに比べて 3 次精度 MUSCL 法による結果は平均速度分布の傾きが変化し，速度変動 rms のピーク値がかなりオーバーシュートしてしまっている．このような結果の差異が生じた理由は速度変動のパワースペクトルを比較すると良くわかる．5, 7, 9 次の風上バイアス補間によるスペクトルは打ち切り誤差の次数に応じてスペクトルがカットオフされる周波数は変化するものの，低周波から高周波領域まで DNS のスペクトルとほぼ同じ分布が再現されている．一方，3 次精度 MUSCL 法によるパワースペクトルはカットオフ周波数がかかなり低周波側にあるだけでなく，低周波領域におけるスペクトルの強度も変化してしまっている．

参考文献 9) において示したように，ILES が良い結果を与えるためには乱流エネルギーの 80% をカバーする周波数まで格子上で乱流を解像する必要がある．ILES はその実装の容易さからある意味で安易に使用されている面が否めないが，結果の良し悪しを吟味するのは非常に難しい．

図 2 の結果が示すように、実用計算という名目で格子が粗く補間スキームの精度が低い ILES では 80% の乱流エネルギーを解像することは難しく、良い結果が得られることはないと思像する。

格子が粗く補間スキームの精度が低い場合でも SGS モデルをちゃんと入れれば結果が良くなるのではないか、と思う読者もおられるのではないだろうか。それに対する答えは残念ながら「ノー」である。参考文献 9) でもそのような計算が試行されているが、3 次精度 MUSCL 法とスマゴリンスキーモデルを組み合わせてモデルパラメータを変化させても良い結果が得られることは無かった(参考文献 9) の Fig.7)。この事例は 4.3. で示す (1)+(2)+(3) の一例でもある。

4.2. SGS モデルを使用した LES による解析結果 ((1)+(3) の事例)

ILES で良い結果が得られるならば SGS モデルは意味が無いのか、という問いは著者自身がしばらく感じていた疑問である。おそらく、数値粘性(打ち切り誤差)と SGS モデルの効果が混ぜこぜになるような計算をすると何が功を奏しているのか訳が分からなくなる、という事もあるのではないか。もう少し具体的に述べるならば、SGS モデルの効果だけを見たいならば数値粘性が無い(もしくは無視できるくらい小さい)計算スキームを使用した上で LES を実施すべきということである。では、その実例を示すために、補間スキームとして 4 次の中心差分補間を使用して既存の SGS モデルを導入して計算をした結果を比較してみよう。4 次の中心差分は打ち切り誤差がゼロではないものの、SGS モデルを導入せずに ILES 的に計算を実行すると解が振動してまともな計算結果が得られない⁸⁾。したがって、ここで実施する LES は 2. で挙げた項目で言うと「SGS 応力項(SGS モデル)」によって空間フィルターが導入される計算となるはずである((1)+(3) の事例)。

SGS モデルには渦粘性型の標準的なモデルとしてスマゴリンスキーモデル(SM)に加えて、小林によるコヒーレント構造モデル(CSM)¹³⁾、WALE モデル(WALE)¹⁴⁾、さらにサブグリッドの乱流エネルギー k_{sgs} の 1 方程式モデル(k_{sgs} -1eq)¹⁵⁾を使用する。先ほどと同様に、図 3 に噴流の中心($y/D=0$)に沿った平均速度分布と速度変動の rms, また、速度場から得られたパワースペクトル密度を示す。まず、平均速度分布を比較すると、標準的なモデル定数の値($C_s=0.10$)としたスマゴリンスキーモデルが最も結果が悪く若干の振動が見られる。それ以外のモデル、CSM, WALE, k_{sgs} -1eq はいずれも DNS の結果に近づくものの、残念ながら ILES の結果(図 2)には若干劣る結果となった。速度変動 rms の結果も同様で CSM, WALE による結果が DNS にだいぶ近づくものの ILES の方が良い結果となった。一つ興味深い点は乱流変動のパワースペクトルを見ると SGS モデルを使用した LES のスペクトルはいずれも解像度は十分に低周波から高周波まで DNS のスペクトルが良く再現されているように見えることである。高周波のカットオフ周波数付近で SGS モデルによる差異が見られる(WALE は減衰過多, SM と k_{sgs} -1eq はオーバーシュート気味, CSM は良好なカットオフ傾向)のも面白い。ILES では 80% 以上の乱流エネルギーが解像されていれば良い結果が得られたが、SGS モデルを使用した通常の LES ではそれを満たしているように見えるが、結果は(ILES と比較すると、ではあるが)それほど良好ではない。この点はさらに分析を行う必要があるだろう。

4.3. LES の併用注意 ((1)+(2)+(3) の事例)

ここまで示した結果では(2)の「数値解法による誤差(主に打ち切り誤差)」と(3)の「SGS 応力項(SGS モデル)」を切り離して解析を行った。ここでは、(2)と(3)が混在した解析による結果を紹介し、なぜ(2)と(3)が併用注意なの

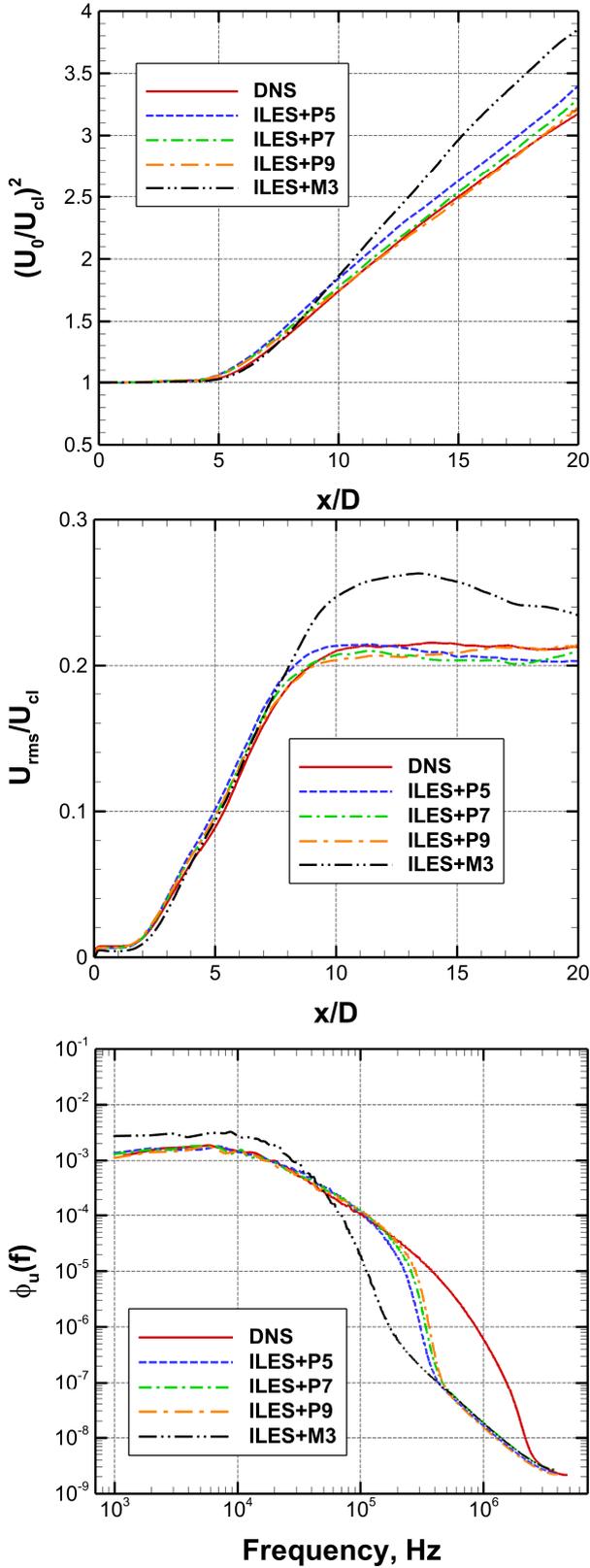


図 2 ILES による解析結果。噴流中心 ($y/D = 0$) に沿った平均速度分布 (上図), 速度変動 rms 分布 (中図), および, 速度場から得られたパワースペクトル密度 (下図)。

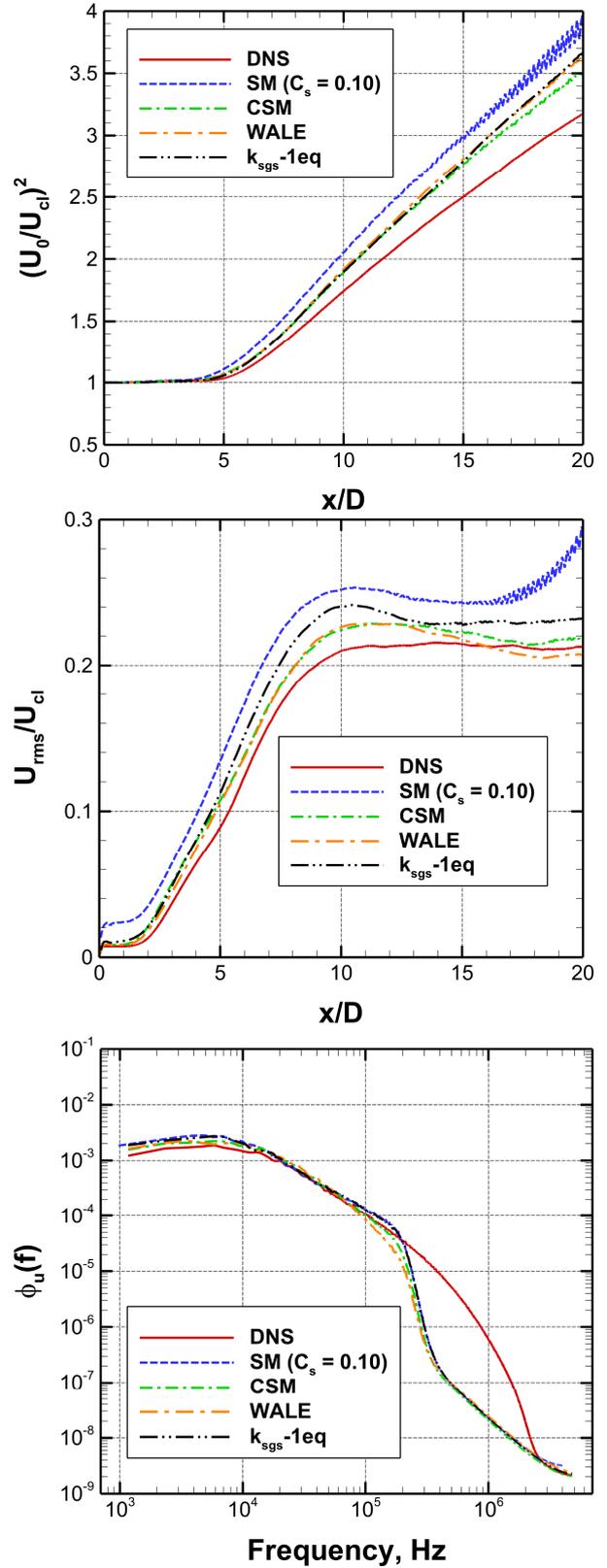


図 3 SGS モデルを使用した LES による解析結果。噴流中心 ($y/D = 0$) に沿った平均速度分布 (上図), 速度変動 rms 分布 (中図), および, 速度場から得られたパワースペクトル密度 (下図)。

かに触れたい。

参考文献 9) では (1) + (2) + (3) の事例に相当する解析が行われている。すでに 4.1. でも触れた 3 次精度 MUSCL 法とスマゴリンスキーモデルを組み合わせてモデルパラメータを変化させた計算で良い結果が得られることは無かった (参考文献 9) の Fig.7)。また、ILES では良い結果を与える 9 次精度の風上バイアス補間にスマゴリンスキーモデルを組み合わせて計算をした場合も空間解像度が低下して結果が悪くなるだけであった (参考文献 9) の Fig.16)。参考として 9 次精度風上補間に SGS モデルを組み合わせた解析結果⁹⁾を図 4 に示す。C_s = 0.05 とした結果は ILES とほぼ同じ結果を与えるが、モデルパラメータをそれ以上大きくした計算では結果が悪くなっていくことがわかる。このことから、C_s ≥ 0.1 以上の計算では SGS モデルによる空間フィルタリングへの寄与が打ち切り誤差によるそれよりも大きくなったものと想像する。

参考文献 9) の 2 例に対する著者の解釈は次のようになる。まず、前者の 3 次精度 MUSCL 法に SGS モデルを併用した計算では 3 次精度 MUSCL 法による打ち切り誤差が大きすぎるため、本来、計算格子上で解像すべき小さな渦構造が空間フィルタリングによって消えてしまっており、格子解像度を上げる以外には良い結果を得る方法はないだろう。打ち切り誤差による空間フィルタリングが過剰なところへ SGS モデルによる空間フィルタリングを追加しても何も良いことは起こらない、ということである。そして、後者の 9 次精度風上バイアス補間に SGS モデルを組み合わせた計算では、すでに打ち切り誤差で十分な空間フィルタリングが実現されているため、SGS モデルによる空間フィルタリングは不要でしかなく、無理やり導入したとしても空間解像度が低下して結果が悪くなるだけという事である。

4.4. やはり SGS モデルは不要なのか？

ここまで示した結果で判断をすると、ILES

による解析でほぼ完ぺきに DNS を再現しているため、SGS モデルは不要でしかなく ILES で十分、ということになってしまう。著者はそのように結論付けるのは残念だと感じており、既存の SGS モデルよりも良い結果を与える SGS モデルを模索している¹⁶⁻¹⁹⁾。まだ暫定的な結果であることを付け加えつつ、著者が検討を行っている SGS 応力方程式モデルによる LES の結果を示す。

SGS 応力方程式モデルでは以下の SGS 応力 ($\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j$) に関する輸送方程式を解く。

$$\frac{D\bar{\rho}\tau_{ij}}{Dt} = \underbrace{\bar{\rho}v \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_k \partial x_k}}_{\text{viscous diffusion}} - \underbrace{\bar{\rho} \left(\tau_{jk} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} + \tau_{ik} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} \right)}_{\text{production}} - \underbrace{\bar{\rho} \frac{\partial T_{ijk}}{\partial x_k}}_{\text{turbulent diffusion}} \quad (1)$$

$$- \underbrace{\left(\left\langle \frac{\partial p}{\partial x_i}, u_j \right\rangle + \left\langle \frac{\partial p}{\partial x_j}, u_i \right\rangle \right)}_{\text{velocity-pressure gradient correlation}}$$

$$- \underbrace{2\bar{\rho}v \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_k}, \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right\rangle}_{\text{dissipation}}$$

$$T_{ijk} = \overline{u_i u_j u_k} - \tilde{u}_j \tau_{ik} - \tilde{u}_i \tau_{jk} - \tilde{u}_k \tau_{ij} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \tilde{u}_k \quad (2)$$

$$\langle a_i, b_j \rangle = \overline{a_i b_j} - \bar{a}_i \bar{b}_j \quad (3)$$

式 (1) の右辺にある第一項の viscous diffusion, 第二項の production は LES によって解かれる空間フィルタリングされた量で計算することができるが、第三項以降の turbulent diffusion, velocity-pressure gradient correlation, dissipation についてはモデリングが必要である。そこで、乱流噴流の DNS データベース¹⁰⁾を利用したアプリオリテスト¹⁶⁾によりこれらの項のモデリングし、SGS 応力輸送方程式型モデルを構築した。式 (1) で解かれる τ_{ij} は LES で使用される空間フィ

ルタリングを施した N-S 方程式の SGS 応力項へ直接代入するのが最も素直な実装であるが、残念ながらその実装法では解の振動が強く良い結果が得られなかった¹⁹⁾。そこで、 k_{sgs} の 1 方程式モデルを参考にして

$$\tau'_{ij} = -2v_{sgs}\bar{S}_{ij} + \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij}$$

$$v_{sgs} = C_{sgs}\Delta_F \sqrt{\frac{1}{2}\tau_{ii}} \quad (4)$$

として渦粘性の形式で SGS 応力を与えて LES 解析を実施してみた。ここで、 τ_{ij} は式 (1) により得られる SGS 応力であり、N-S 方程式の SGS 応力項には τ'_{ij} が代入される。モデル定数 C_{sgs} は 0.05 とした。この渦粘性型の実装は元々のコンセプトである第一原理的なモデルという思想から外れてしまうものの、安定に解が得られるようになった。また、計算を不安定にする傾向が強い velocity-pressure gradient correlation 項を除外して解析を実施した。なお、この計算でも数値粘性による効果を取り除くため補間スキームは 4 次の中心差分補間とした。

図 5 に SGS 応力方程式モデル（渦粘性実装型）による LES で得られた、噴流の中心 ($y/D=0$) に沿った平均速度分布と速度変動の rms、また、速度場から得られたパワースペクトル密度を示す。比較対象として既存の SGS モデル (CSM, $k_{sgs-1eq}$) による結果も示す。CSM, $k_{sgs-1eq}$ による結果と比較して噴流出口付近 ($x/D=0$) での立ち上がりが遅い傾向が見られるものの、SGS 応力方程式モデルによる解析結果はおおむね既存の SGS モデルの結果に近い。速度変動 rms については CSM の結果よりも DNS に近づく傾向がみられる。また、同様の輸送方程式を解く $k_{sgs-1eq}$ モデルよりも結果が改善されているように見える。速度変動のパワースペクトルもカッ

トオフ周波数付近でオーバーシュートすることもなく、DNS のパワースペクトルが良く再現されている。

SGS 応力モデルによる LES はまだ改善の余地があるが、輸送方程式を解くため既存の SGS モデルと比べてモデル改良の自由度が高く、SGS モデルに対する希望が持てる。今後、輸送方程式のモデリングを見直しながら DNS の結果を再現することで、SGS モデルが決して不要ではないことを示したい。

4.5. 適切な空間フィルタリングとは？

最後に 2. で触れた「適切な空間フィルタリング」について考えてみよう。そのためには、良い解析結果を与える ILES の乱流スペクトル (図 2 下図) を見るのが一番である。高次の風上バイアス補間 (ILES+P5, ILES+P7, ILES+P9) による乱流スペクトルを見ると、乱流エネルギーの 80% 以上を含む高周波数領域 (微小スケール領域) までを格子上で捉えられているだけでなく、スペクトルの形も DNS のスペクトル (全乱流エネルギー分布を示す) とかなり良く一致する。それに対して、低次の補間 (ILES+M3) による乱流スペクトルはかなり低い周波数までしか解像できていないだけでなく、低周波領域のスペクトル強度も変化してしまっている。ILES+M3 の解析では空間解像度が低下するため、単にカットオフ周波数が低周波側にシフトするだけのように思うが、実際には低周波領域のスペクトル強度も変化してしまう。この理由についてまだ結論を述べられるだけの十分な分析はできていないが、乱流エネルギーの収支を分析してみると ILES+M3 では production の効果 ($\langle \tilde{u}_i \tilde{u}'_j \rangle \partial \langle \tilde{u}_i \rangle / \partial x_j$) が変化してしまうようである。これは、空間解像度が低下した結果、乱流エネルギーの生成に寄与する乱流が格子上で解像できなくなったためと思われる。議論が少し横道にそれた感があるので、話を元に戻すと「適切な空間フィルタリング」が実現

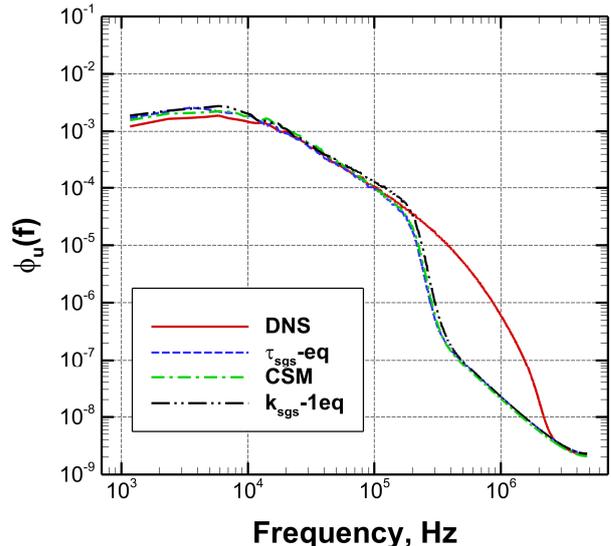
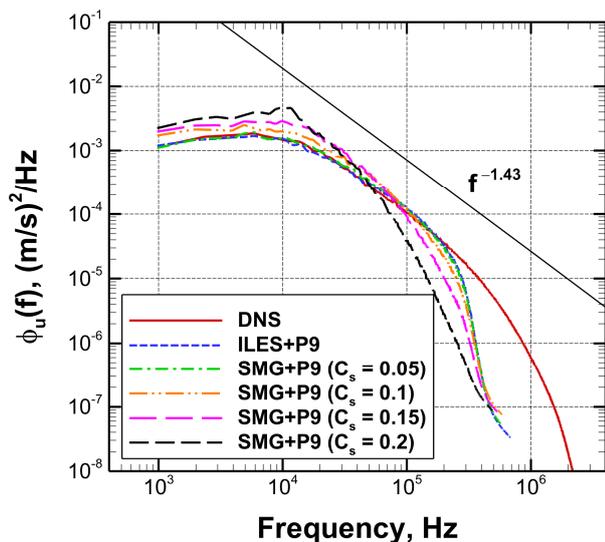
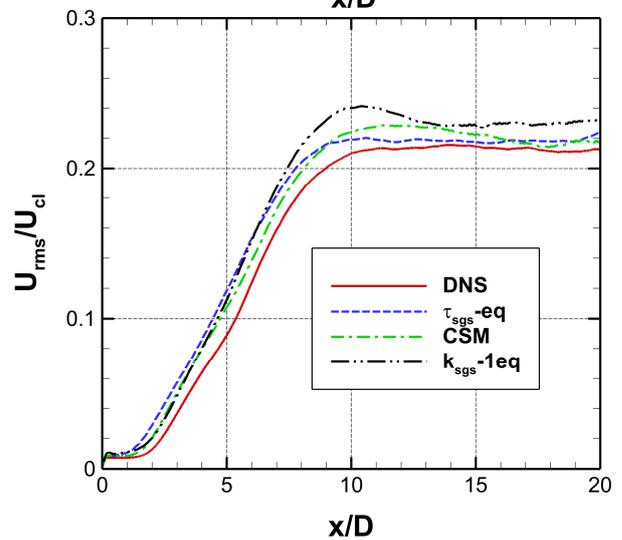
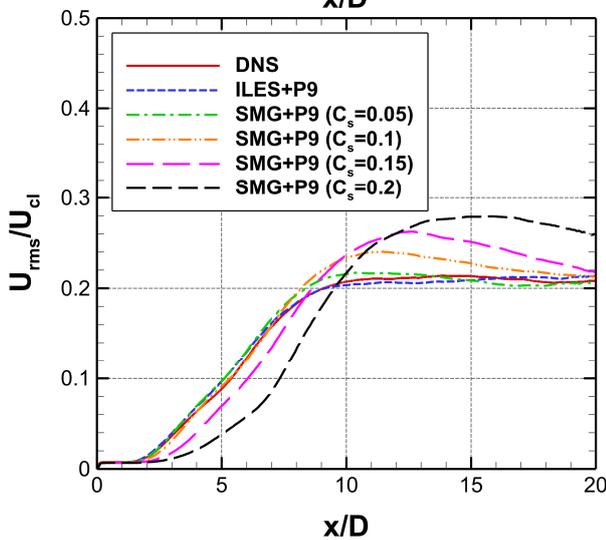
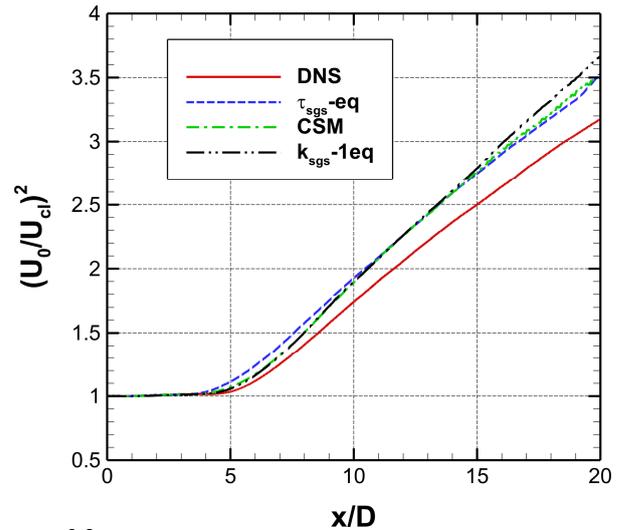
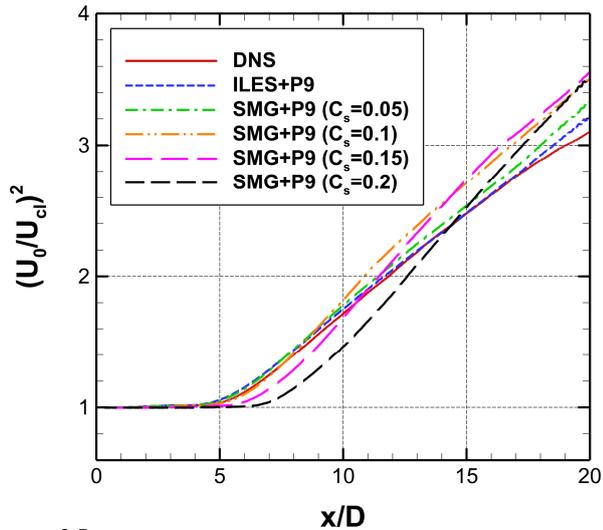


図 4 9 次精度風上補間に SGS モデルを組み合わせた解析結果⁹⁾。噴流中心 ($y/D=0$) に沿った平均速度分布 (上図), 速度変動 rms 分布 (中図), および, 速度場から得られたパワースペクトル密度 (下図)。

図 5 SGS 応力方程式モデルによる LES で得られた解析結果。噴流中心 ($y/D=0$) に沿った平均速度分布 (上図), 速度変動 rms 分布 (中図), および, 速度場から得られたパワースペクトル密度 (下図)。

されているかどうかを判断するには、低周波領域での乱流スペクトルが変化していないかを見るのがよい。これには正解である DNS による乱流スペクトルがあれば容易に判断できるが、そのようなリファレンス解が利用できない場合には格子幅を変化させて（可能であれば格子幅を 2 倍粗く／細かくして）、両者で乱流スペクトルの低周波領域の分布に変化がないかを見ることで判断できると思われる。格子を粗くした場合に低周波領域のスペクトル分布が変化してしまうようであれば、もはや「適切な空間フィルタリング」ではなくなっているのである。

5. まとめ

本稿では、粗い格子を使用した LES において SGS モデルをどのように使用すべきか、また、ILES はどのように実施すべきか、事例とともに考えてみた。ILES の場合、格子が粗く空間補間スキームの精度が低い場合、全乱流エネルギーの 80% を含むスケールまでの乱流を格子で解像する、という要求を満たすことができなくなり結果は悪くなる。一方、SGS モデルを使用すれば粗い格子でも良い結果が得られるかと言えばそうでもなく、解く対象となる乱流を正確に表現できる SGS モデルを選択して LES を実施しないといけないだろう。ILES, SGS モデルを使用した LES に関係なく、その手法・モデルを盲目的に使用するだけでは良い結果を得ることは難しく、対象とする乱流場を正しく解くために必要な要件を理解しながら LES を実施することが求められるのではないだろうか。しかしながら、初学者や乱流解析が専門外の LES ユーザーにとってその判断は容易ではないだろう。やはり、LES を専門とする研究者がベストプラクティス（ワーストプラクティスも）などの事例を通じて LES の正しい使い方のようなものを広めていく必要があると感じているところである。

謝 辞

本研究では数値計算を実行するにあたって、宇宙航空研究開発機構スーパーコンピュータ「JSS3」を用いた。

参考文献

- (1) Lund, T. S., “The Use of Explicit Filters in Large Eddy Simulation,” *Computers & Mathematics with Applications* 46, pp. 603–616, 2003.
- (2) Lampitella, P., “Large Eddy Simulation for Complex Industrial Flows,” Doctoral Dissertation, Section 2.3, pp. 17–20, 2014.
- (3) Pope, S.B., *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, Section 13.6.4, pp. 631–634, 2000.
- (4) Sagaut, P., *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows*, Third Edition, Springer, Chapter 8, pp. 281–303, 2004.
- (5) Pope, S. B., *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, pp. 587, 2000.
- (6) 松山, “OK, LES. 乱流噴流の答えを教えて,” 流体力学講演会／航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2020 オンライン論文集, JAXA-SP-20-008, pp. 83–91, 2021.
- (7) 松山, “SGS モデルなんて飾りです。ユーザーにはそれがわからんです,” 第 53 回流体力学講演会／第 39 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム論文集, JAXA-SP-2021-008, pp. 167–173, 2022.
- (8) 松山, “見せてもらおうか, SGS モデルの性能とやらを,” 第 54 回流体力学講演会／第 40 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム論文集, JAXA-SP-2022-007, pp. 363–371, 2023.
- (9) Matsuyama, S., “Implicit Large-Eddy Simulation of Turbulent Plane Jet at $Re = 10^4$,” *Computers & Fluids*, 2023, 250, 105732.
- (10) 松山, 平面乱流噴流のレイノルズ数依存性に関する DNS, 日本流体力学会年会 2018 講演論文集, 2018.

- (11) Shima, E., and Kitamura, K., *AIAA Journal* 49, pp. 1693–1709, 2011.
- (12) Matsuyama, S., *Computers & Fluids* 91, pp. 130–143, 2014.
- (13) Kobayashi, H., “The subgrid-scale models based on coherent structures for rotating homogeneous turbulence and turbulent channel flow,” *Physics of Fluids* 17, 045104 (2005).
- (14) Nicoud, F. and Ducros, F., “Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor,” *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 62, (1999), pp. 183–200.
- (15) Yoshizawa, A. and Horiuti, K., “A Statistically-Derived Subgrid-Scale Kinetic Energy Model for the Large-Eddy Simulation of Turbulent Flows,” *Journal of the Physical Society of Japan* 54(8), (1985), pp. 2834–2839.
- (16) 松山, “SGS 応力輸送方程式型の LES モデリングに向けた平面乱流噴流 DNS データによるアプリオリテスト,” 日本流体力学会年会 2019 講演論文集, 2019.
- (17) 松山, “SGS 応力輸送方程式型モデルによる平面乱流噴流の LES,” 第 33 回数値流体力学シンポジウム, A09-4, 2019.
- (18) 松山, “SGS 応力輸送方程式による LES モデリングの提案,” 第 36 回 生研 TSFD シンポジウム, 2021.
- (19) 松山, “SGS 応力方程式型モデルによる平面乱流噴流の LES,” 第 38 回 生研 TSFD シンポジウム, 2023.

宇宙航空研究開発機構特別資料 JAXA-SP-23-009

JAXA Special Publication

第55回流体力学講演会／第41回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム論文集

Proceedings of the 55th Fluid Dynamics Conference /the 41st Aerospace Numerical
Simulation Symposium

発行 国立研究開発法人宇宙航空研究開発機構(JAXA)
〒182-8522 東京都調布市深大寺東町7-44-1
URL: <https://www.jaxa.jp/>

発行日 2024年2月27日
電子出版制作 松枝印刷株式会社

※本書の一部または全部を無断複写・転載・電子媒体等に加工することを禁じます。
Unauthorized copying, replication and storage digital media of the contents of this publication, text and images are strictly prohibited. All Rights Reserved.

