

超音速三次元境界層流れへの波形粗さの適用による 層流化効果の数値的検証

庭野 翔也（東北大学工学研究科航空宇宙工学専攻，流体科学研究所），
廣田 真（東北大学流体科学研究所），大林 茂（東北大学流体科学研究所）

Numerical verification of the laminarization effect of applying sinusoidal roughness to supersonic three-dimensional boundary layer flow

NIWANO Shoya (Institute of Fluid Science, Department of Aerospace Engineering, Tohoku University), HIROTA Makoto (Institute of Fluid Science, Tohoku University) and OBAYASHI Shigeru (Institute of Fluid Science, Tohoku University)

ABSTRACT

One of the obstacles in realizing a supersonic passenger aircraft is the high operating cost due to poor fuel efficiency. Since frictional drag of aircraft significantly increases due to turbulent transition of the three-dimensional boundary layer, suppressing the transition (namely, laminarizing the flow) can be expected to reduce frictional drag and improve fuel efficiency. In this study, the laminar flow control is attempted by placing artificial sinusoidal roughness elements, SRE and its variant, near the leading edge. These roughness elements were applied to a supersonic Falkner-Skan-Cooke boundary layer (that is known as a three-dimensional boundary layer on flat plate), and the suppression effect of turbulent transition was verified by direct numerical simulation. The transition position was shifted backward at a sweep angle of 27 degrees, which was equivalent to that of a transonic wing.

1. 緒言

2003年にコンコルドが退役して以降、超音速旅客機や輸送機は運航されていない。しかし、移動速度の高速化による時間削減は潜在的に需要があり、米ブーム社¹⁾をはじめとして世界中で次世代の超音速旅客機の実現が模索されている。超音速旅客機実現における主な課題としては、燃費の悪さによる高い運航コストが挙げられ、これを解決することで超音速旅客機実現に大きく前進することができる。

燃費向上の手段として、航空機が受ける抵抗の低減を目的とした層流化技術が注目を受けている。多くの超音速旅客機では翼にかかる衝撃波に

よる抵抗である造波抵抗の低減を目的に主翼の後退角を大きくする傾向がある。しかしその一方で、翼弦方向に生じる圧力勾配と主流の方向が異なるため、境界層の内部で主流と垂直な方向に横流れが存在する三次元境界層が形成される。この三次元境界層を図1に示す。横流れが支配する三次元境界層における乱流遷移は今まで大きな注目を浴びており、この三次元境界層が境界層内部で強い非線形性を持つ横流れ不安定性を引き起こすことにより、主翼の前縁近傍で乱れの少ない層流境界層が乱れの大きい乱流境界層に遷移し、摩擦抵抗を大幅に増加させる原因になる。このため、空気の粘性による摩擦抵抗を低減することが

できれば、航空機の低燃費・低コスト化への寄与が期待できる。そこで横流れ不安定性を抑制し、乱流遷移位置をなるべく後方に移動させることができれば前縁部の層流域が拡大し、主翼が受ける摩擦抵抗を低減させることが可能になると考えられる²⁾。

横流れ不安定性を抑制する手法としては、翼面での境界層吸い込みや吹き出し、プラズマアクチュエータなどの能動的制御も提案されているが、今日の実機製作への厳しい要求に答えられるようになった工作技術の進歩を背景に、能動的な制御を必要とせず、受動的制御を行う層流化技術が今後ますます有望になるものと考えられる³⁾。

本研究では、そのような受動的制御の手法の中で、SRE(Sinusoidal Roughness Element)²⁾と呼ばれる粗さ要素とこのSREを改善した粗さ要素を翼面上に配置する手法⁴⁾を用いて、超音速三次元境界層流れにおける乱流遷移抑制効果を埋め込み境界法を用いた直接数値シミュレーション(DNS)コード⁵⁾によって検証した。

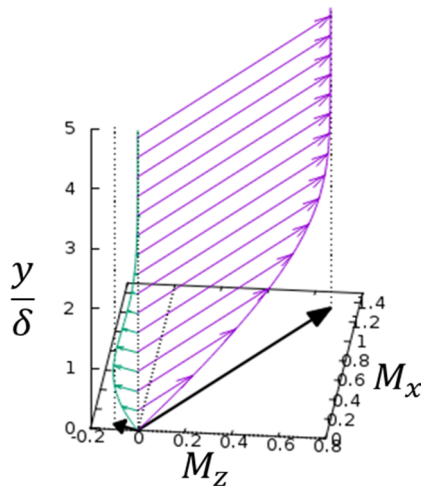


図 1 三次元境界層

2. 基本流の設定

横流れが存在する三次元境界層の解析解としては、Falkner-Skan-Cooke (FSC) 解⁶⁾がよく知られているが FSC 解は非圧縮流れである。本研究では超音速旅客機を想定しており、飛行速

度は音速を超えるため圧縮性を考慮した FSC 解を基本流に設定し、支配方程式の圧縮性ナビエ・ストークス方程式を解く。

本研究では境界層近傍のデカルト座標系を (x, y, z) とし、それぞれを翼弦方向、スパン方向、壁垂直方向とする。計算領域は図 2 に示す。 z 方向に一樣な基本流 $(U(x, y), V(x, y), W(x, y))$ は境界層の外縁における速度分布 $\tilde{U}_e(x) = (\tilde{x}/x_0)^m U_\infty, W_e = W_\infty$ によって決まる。ただし、 \tilde{U}_e と \tilde{x} は実際の U_e と x を Illingworth-Stewartson 変換⁶⁾したものであり、圧縮性の補正を受けている。また $x = \tilde{x} = 0, y = 0$ が前縁位置(淀み点)である。本研究では長さを 1mm、速度を前縁位置における音速 311m/s で規格した。そのうえで、

$$m = 0.5, x_0 = 30, R_g = 287 \left[\frac{J}{K \cdot kg} \right], T_0 = 218 [K],$$

$$P_0 = 23890 [Pa], \rho_0 = 0.816 \left[\frac{kg}{m^3} \right], Re = 9621,$$

$$Pr = 1, M_\infty = 1.5, \Lambda = 27^\circ$$

というパラメータを設定した。ここで

$m, x_0, R_g, Re, T_0, P_0, Pr, M_\infty, \Lambda$ はそれぞれ加速パラメータ、境界層外縁速度が一樣流と等しくなる位置、気体定数、淀み点における温度、圧力、密度、レイノルズ数、プラントル数、一樣流のマッハ数、後退角である。境界層厚さ δ で規格化された座標 $\eta = \frac{y}{\delta}$ に沿って、境界層方程式⁷⁾

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\eta} \begin{pmatrix} f \\ f' \\ f'' \\ g \\ g' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} f' \\ f'' \\ f''' \\ g' \\ g'' \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} f' \\ f'' \\ -ff' + \beta_H(f'^2 - 1 - S) \\ g' \\ -fg' \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\begin{cases} f = f' = g = 0 & (\eta = 0) \\ f' = g = 1 & (\eta = \infty) \end{cases} \quad (1.2)$$

を解く。この時の外縁速度と境界層排除高さは図3に示す。

壁面 ($y = 0$) を滑りなし断熱境界条件とし、スパン方向には周期境界条件を課す。DNS では $x = 10, y = 10$ の位置を流入境界条件とし、流出側である $x > 400$ では格子間隔を広げ、無反射境界条件を与えることによるスポンジ領域を確保した。格子は矩形直行格子を使用し、 y 方向にのみ不等間隔（非一様）格子、 x, z 方向は等間隔格子を用いている。格子点数は $N_x \times N_y \times N_z = 4470 \times 174 \times 84 \approx 6.5 \times 10^7$ とした。

DNS では粗さ要素の表現として修正 Volume Penalization 法⁵⁾を用いた。これは物体を、浸透率を持った多孔質媒体とみなす手法で、埋め込み境界法の一つである。ナビエ・ストークス方程式にダルシーの法則を表す減衰項を追加し、ここに物体中及びその境界上で1、流体領域が0となるマスク関数と呼ばれるステップ関数を与えることで物体を表現する。本研究では空隙率を1、浸透率が 1.0×10^{-4} の多孔質媒体で模擬した。

空間差分スキームは x, z 方向には領域分割による並列化を行い、8次精度コンパクト差分スキーム（境界上では3次精度、袖領域では7次精度）を用いた。 y 方向では6次精度コンパクトスキーム（境界上では3次精度）を用いた。時間差分スキームは、NS項は2次精度陽解法、VP項は2次精度陰解法を用いた。数値計算スキームの詳細は Komatsu et al.⁵⁾を参照されたい。

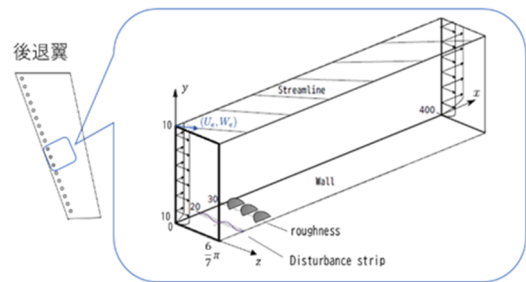


図2 計算領域

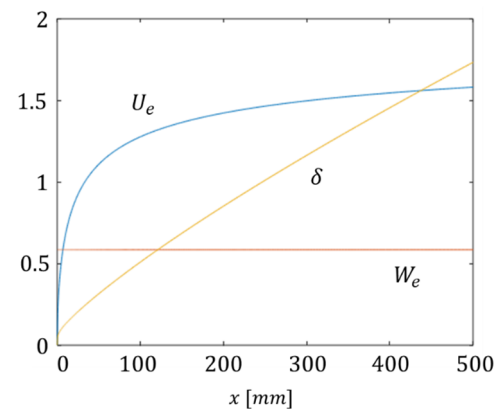


図3 境界層外縁速度(U_e, W_e), 境界層排除高さ δ

3. 粗さ形状

本研究では層流化技術のうち人工的に粗さ要素を翼の前縁近傍に配置する受動的制御に注目した。Saric et al.⁷⁾は風洞試験において適切な間隔で配置した孤立粗さ要素 (Discrete Roughness Element : DRE) が三次元境界層の横流れ不安定性を抑制することで層流境界層から乱流境界層への遷移位置を後方に移動させることを示した。その後、非線形安定解析⁸⁾やDNSによっても乱流遷移抑制効果を示唆する報告が数多くされている。しかし、DREによる乱流遷移抑制効果は未だ定量的に明らかになっておらず、翼形状や飛行環境にも依存すると言われている。実際に飛行試験でDREが抑制効果を発揮したという報告も未だ見受けられない。この結果を踏まえて Hirota et al.²⁾はDREを改善したSRE (Sinusoidal Roughness Element) を提唱

した。SRE の形状は図 4 に示す。DRE は円筒状の粗さ要素に対し、SRE はスパン方向に正弦曲線を描く波型形状をしている。この波型の高さは翼弦方向にガウス分布（幅 8mm）で変化している。また、粗さ要素を配置する角度 θ は以下の式(2)で表される。

$$\theta = \arctan\left(s \frac{W_{\infty}}{U_e(x_R)}\right) \quad (2)$$

本研究では $x_R = 30$ で固定しており、 θ は s にのみ依存する。 $s = 1$ のとき、外縁速度に沿って粗さ要素が配置され、 $s = 0.829$ のとき、定常横流れモードに沿って粗さ要素が配置される。 s を0.1変化させると、SREの角度 θ は約 0.33° 変化する。Shirosaki et al.⁹⁾は、 s を外縁速度方向と横流れモードの方向の中間の値にすると効果的であることを示した。そこで、本研究では $s = 0.914$ に設定した。DREでは形状が円筒状であるため角で乱流遷移を起こしてしまうことが考えられた。そこで、SREでは角がない形状にすることで乱流遷移をより抑制することが狙いである。Ide et al.¹⁰⁾は、SREを超音速三次元境界層に適用することで目的のモードを効率よく発生させることができ、粗さ要素の背後に逆流領域がないためDREと比べて優れているとし、より大きな遷移抑制効果を示した。しかし、SREは流れ方向で頂点から尾根の部分までで高さが急激に小さくなることにより粗さの後方で境界層の剥離が生じる危険性がある。そこで、本研究ではSREを後縁方向において形状を100mm程度伸長し、徐々に高さを小さくすることで境界層が剥離する余地を小さくする改善⁴⁾を試みた。この粗さ形状（以降はSRE2と呼ぶ）を図5に示す。本研究ではSREと先述したようにSREの改善を試みたSRE2を採用し、層流化効果を検証する。

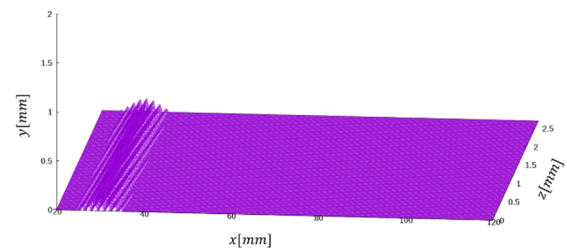
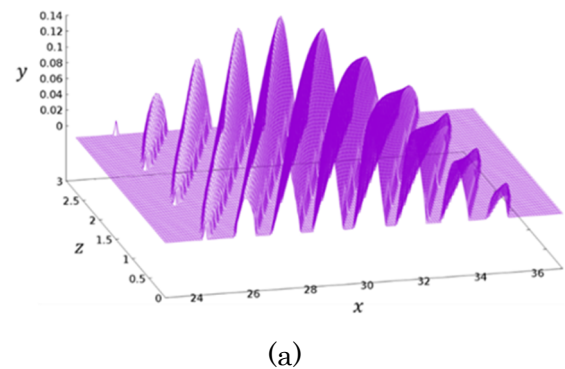


図 4 (a) SRE の形状、(b) 翼弦方向から見た SRE

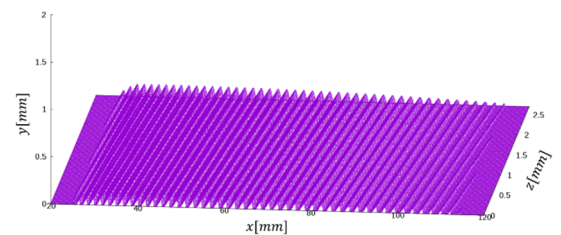


図 5 SRE を改善した粗さ要素形状 (SRE2)

4. 横流れ不安定性による乱流遷移

後退翼周りの境界層は横流れ不安定モードの成長・崩壊によって乱流遷移を引き起こす。

横流れ不安定性の引き金となる初期擾乱は主に主翼のランダムな粗さによるものと考えられるため、ここでは定在モード（振動数がゼロの不安定性）だけを議論する。本研究では支配的な横流れ不安定モードの予測に e^N 法¹¹⁾を用いる。 e^N 法とは、線形安定解析⁵⁾によって得られる増幅率（ N 値）を用いて擾乱の振幅が遷移を起こす大きさに成長する時間、あるいは距離を予測する方法である。定在モードは局所並行流近似をすると平面波 $\propto \exp(i\alpha x + i\beta z)$ で近似さ

れ、スパン方向波数 β を与えれば $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ (複素数) が固有値として求まる。線形安定解析⁸⁾を行うと前縁から遠ざかるほど波数 β が小さいモードが不安定だとわかる。よって、 β 毎に N 値を求めると、低波数モードほど後方位置で大きな N 値となる。 $x = 20$ の位置に擾乱源を配置し、初期振幅を 1.0×10^{-10} とし波数 β のモードを人為的に与える。この人工擾乱は圧縮性ナビエ・ストークス方程式の外力項に追加される。この様々な波数 β の人工擾乱を励起した結果が図6である。この図は壁垂直方向速度 v をスパン方向に離散フーリエ変換し、壁垂直方向に関して振幅の最大値をとったもの $\max_y |\hat{v}_\beta|$ をプロットしている。飛行環境では一般に N 値は 8~10 を超えるモードが乱流遷移を引き起こす¹²⁾と言われており、 N 値を 10 と仮定すると、およそ $\beta \leq 4.666\dots$ が、 N 値が 9 と仮定すると $\beta \leq 5.333\dots$ がそれに相当する。以降、抑えるべき対象である擾乱の波数を **target** モードとする。

横流れ不安定性による指数関数的成長は非線形性によって飽和する傾向があるが、飽和した後二次不安定性¹³⁾が発生することで乱流へと成長する。本研究ではこの二次不安定性の引き金として、高周波擾乱も数値的に与える。この高周波擾乱は以下の式(3)で与えられ、人工擾乱と同様に圧縮性ナビエ・ストークス方程式の外力項に追加される。

$$F_{noise} = A_{noise} \left\{ \sum_{n=1}^6 0.25n\omega_0(x)\tau \sin(0.25n\omega_0(x)\tau) \right\} \times \left\{ \sum_{n=6}^6 \sin(0.25n\alpha_0 x) \right\} \quad (3.1)$$

$$\tau = T \left| \frac{t}{T} + \frac{1}{2} - 2 \left\{ \frac{1}{2} + \left(\frac{t}{T} + \frac{3}{2} \right) \right\} \right| - \frac{1}{2} T \quad (3.2)$$

ここで A_{noise} , ω_0 , t , T はそれぞれ高周波擾乱の振幅、二次不安定性の波数、時間、周期である。

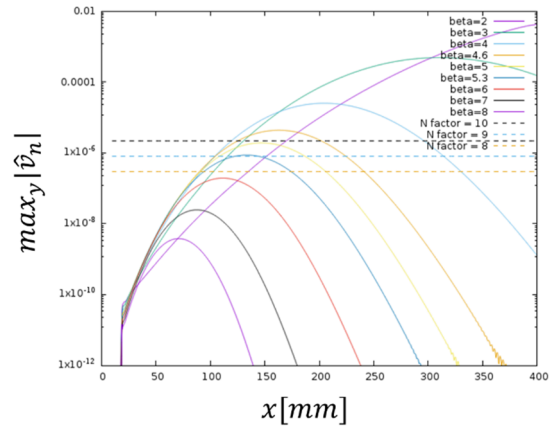


図6 様々な波数 β 毎の人工擾乱の成長

5. 粗さ要素の検証

孤立粗さ要素を配置する目的は、成長率(N 値)が小さく遷移を起こさない安定なモードを人為的に強く励起することである。このモードを以降は **control** モードと呼ぶ。これにより基本流の自由エネルギーが解放されて、より安定な平均速度分布へ緩和し、**target** モードの成長率が下がることが期待される¹⁴⁾。

Saric et al.⁷⁾ などの先行研究によれば、粗さ要素の間隔は **target** モードの波数の 1.5 倍の波数を励起するように配置すると抑制効果があるとされており、それに従うと、例えば **target** モードが $\beta = 4$ の場合 **SRE** は $\beta = 6$ を励起するようにつまり **SRE** の間隔は $2\pi/6 = \pi/3$ となる。この 1.5 倍が最適値というわけではないのだが、**control** モードと **target** モードの波数が近すぎると遷移を引き起こして逆効果になってしまい、離れすぎると抑制効果が小さいため妥当である。

ここで粗さ要素自身が乱流遷移を起こしてしまう可能性が考えられるため、まずは粗さ要素に適当な振幅の高周波擾乱のみを人為的に与えて粗さ要素自身が遷移を引き起こしていないか検証を行った。本研究では高周波擾乱の初期振幅を 1.0×10^{-6} とした。まず、 $\beta = 6$ 、高さ 0.1mm の **SRE** と **SRE2** それぞれに高周波擾乱のみを与えた場合の結果を図7、8に示す。

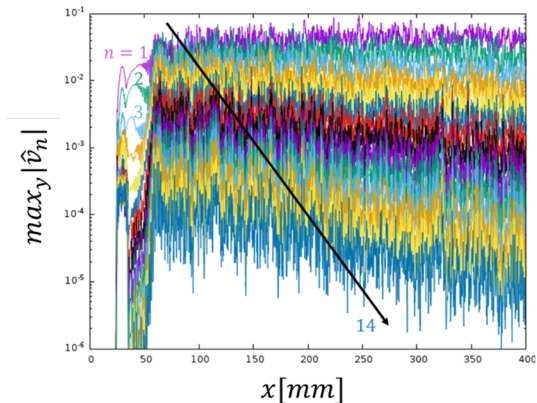


図7 高さ 0.1mm、 $\beta = 6$ のモードを励起するように SRE を配置した場合の波数 $\beta = 6n$ ($n=0, 1, 2, \dots, 14$)のспан方向フーリエモード

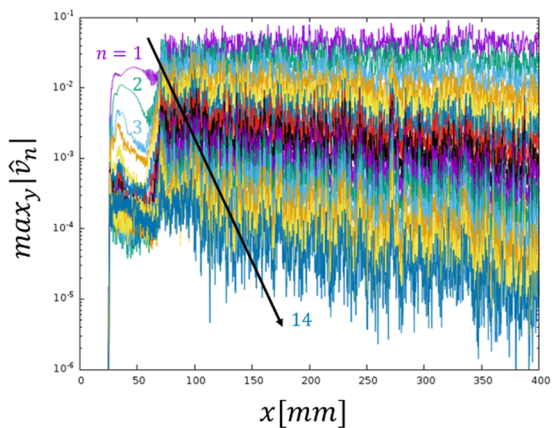


図8 高さ 0.1mm、 $\beta = 6$ のモードを励起するよう SRE2 を配置した場合の波数 $\beta = 6n$ ($n=0, 1, 2, \dots, 14$)のспан方向フーリエモード

前節と同様にこの図は壁垂直方向速度 v をспан方向に離散フーリエ変換し、壁垂直方向に関して振幅の最大値をとったもの $\max_y |\hat{v}_n|$ をプロットしている。 $n = 1$ が control モードである。いずれも乱流遷移が起きており、この結果から SRE の波数を $\beta = 6$ に設定してしまうと粗さ要素自身が遷移を引き起こしてしまうため採用することができないことが分かった。次に、SRE が $\beta = 7$ の control モードを励起するように設

定し、この場合の高さ 0.1mm の SRE と SRE2 それぞれに高周波擾乱のみを与えた場合の結果を図 9、10 に示す。

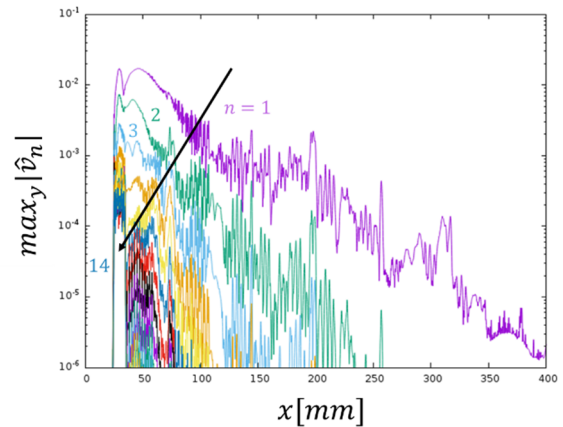


図9 高さ 0.1mm、 $\beta = 7$ のモードを励起するように SRE を配置した場合の波数 $\beta = 7n$ ($n=0, 1, 2, \dots, 14$)のспан方向フーリエモード

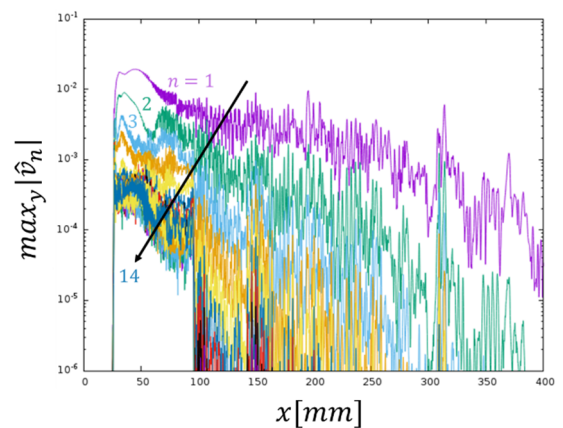


図10 高さ 0.1mm、 $\beta = 7$ のモードを励起するよう SRE2 を配置した場合の波数 $\beta = 7n$ ($n=0, 1, 2, \dots, 14$)のспан方向フーリエモード

いずれも十分に非線形の横流れ不安定性が起きているものの、乱流遷移には至っていない。この結果から SRE 自身が遷移を引き起こさないことが確認されたため、以降は $\beta = 7$ の $2/3$ である $\beta = 4.666\dots$ を target モードとして抑制効果を調べる。

6. 粗さ要素の配置による抑制効果

基本流に初期振幅を 1.0×10^{-5} とした target モードを与えた。このときの粗さ要素を配置していない場合とそれぞれ高さ 0.1mm の SRE と SRE2 を配置した場合の比較を図 11 に示す。図 11 にはそれぞれのスパン方向フーリエモードのうち target モードのみをプロットした。粗さ要素を配置しない平板上の流れに比べて粗さ要素を配置することで target モードの成長をかなり抑制することができたことが分かる。また、SRE と SRE2 を比較すると、SRE2 を配置した方が target モードの成長を抑制することができた。

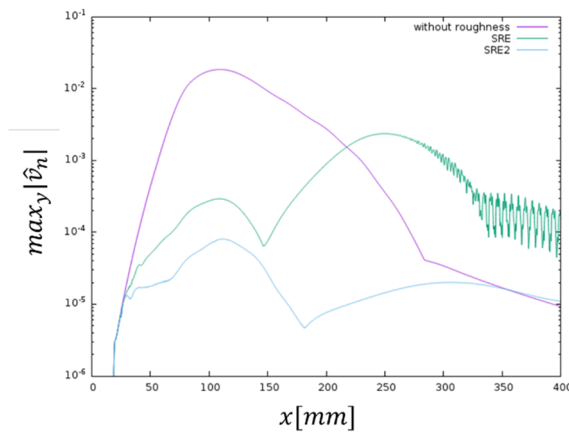


図 11 粗さ要素なしと粗さ要素の種類ごとの target モードの振幅

そこで次に、前節の高周波擾乱と target モードを基本流に与え、粗さ要素を配置していない場合と高さ 0.1mm の SRE2 を配置した場合の結果をそれぞれ図 12、13 に示す。

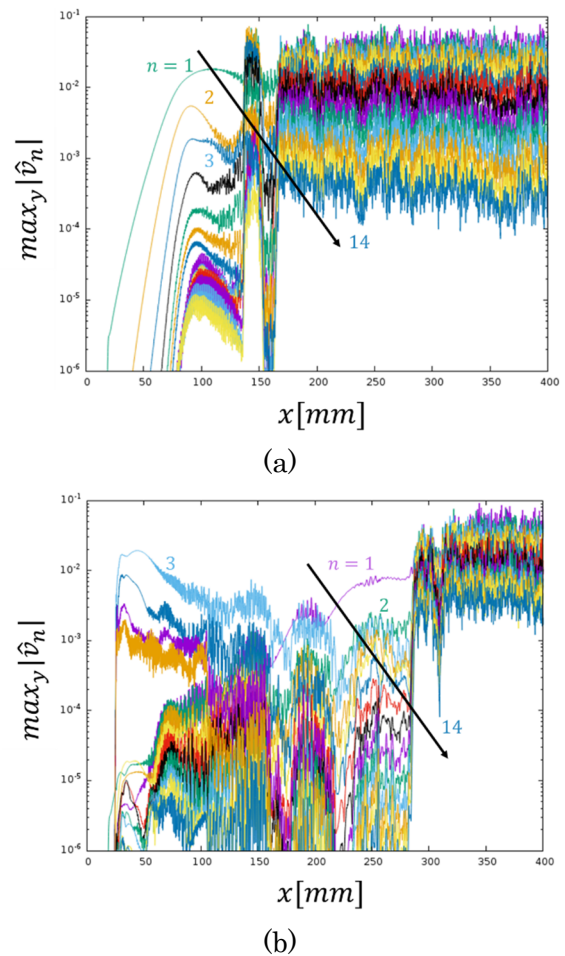


図 12 (a) 粗さなしに高周波擾乱と target モードを与えた場合の波数 $\beta = 4.666n$ ($n = 0, 1, 2, \dots, 14$)のスパン方向フーリエモード (b) 高さ 0.1mm の SRE2 を配置した場合の高周波擾乱と target モードを与えた場合の波数 $\beta = 2.333n$ ($n = 0, 1, 2, \dots, 28$)のスパン方向フーリエモード

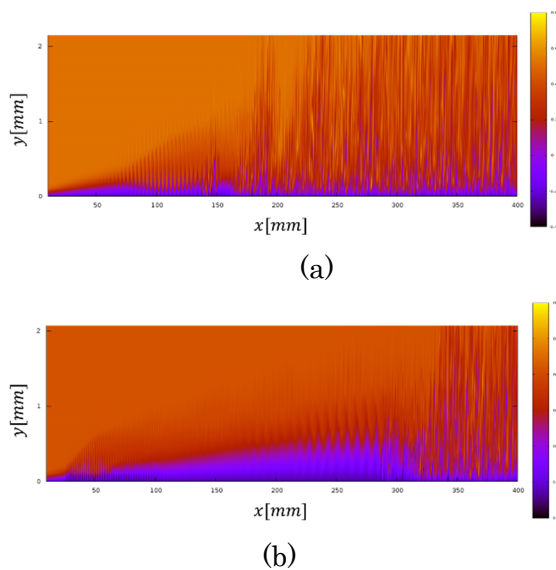


図 13 (a) 粗さ要素を配置しなかった場合のスパン方向速度場の色分布 (b) 高さ 0.1mm の SRE2 を配置した場合のスパン方向速度場の色分布

図 12 (b) において、 $\beta = 2.333 \dots n$ であり、target モードは $n = 2$ 、control モードは $n = 3$ に対応している。図 13 にはスパン方向の速度場の等高線をプロットした。粗さを配置しない場合、前縁から約 150mm で渦が崩壊して乱れが生じている。それに対し、SRE2 を配置した場合、前縁から約 300mm で乱れが生じており、150mm 程度乱流遷移を抑制することができた。

先行研究から粗さ要素の高さが高い程抑制効果が大きい、高すぎると粗さ要素自身が乱流遷移を引き起こしてしまうことが示されている。ここから適切な粗さ要素の高さを見つける必要がある。SRE2 を用いて前節と同様に検証したところ、高さは 0.21mm まで高くすることができることが分かった。高さ 0.1、0.15、0.21mm の SRE2 を配置し、基本流に target モードのみを与えた場合の結果を図 14 に示す。図 14 にも図 11 と同様にそれぞれのスパン方向フーリエモードのうち target モードのみをプロットした。

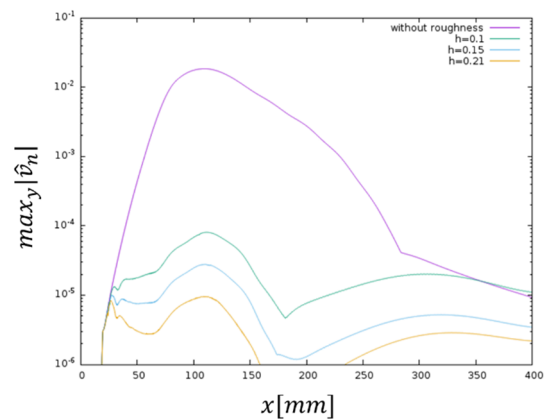


図 14 高さ 0.1、0.15、0.21mm の SRE2 を配置したときの target モードの振幅

この結果から、粗さ要素の高さが高い程 target モードの成長を抑制することができた。そこで、高周波擾乱と target モードを平均流に与え、高さ 0.15、0.21mm の SRE2 を配置した場合の結果をそれぞれ図 15、16 に示す。図 15、16 は図 12、13 と同様にプロットした。

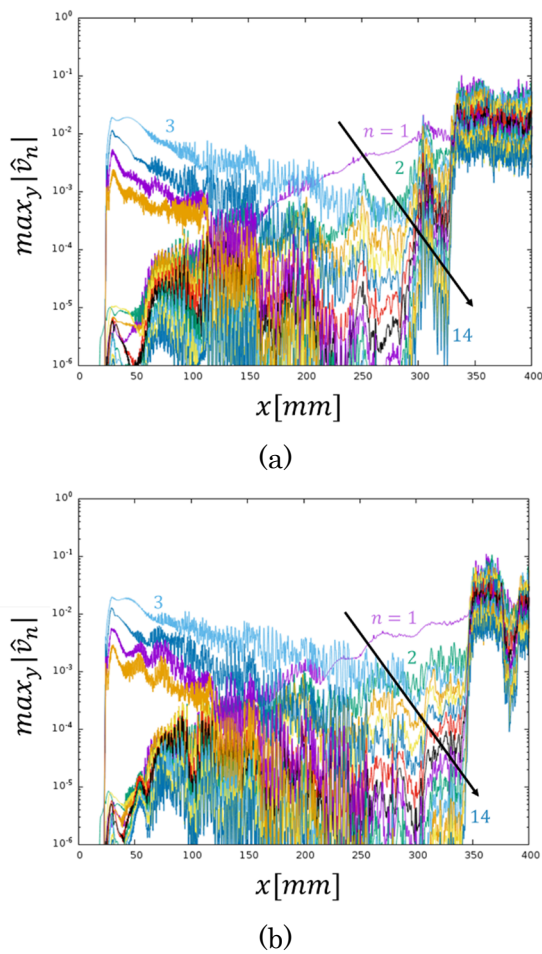


図 15 (a) 高さ 0.15mm SRE2 を配置した場合 (b) 高さ 0.21mm の SRE2 を配置した場合の高周波擾乱と target モードを与えた場合の波数 $\beta = 2.333n$ ($n = 0, 1, 2, \dots, 28$) の span 方向フーリエモード

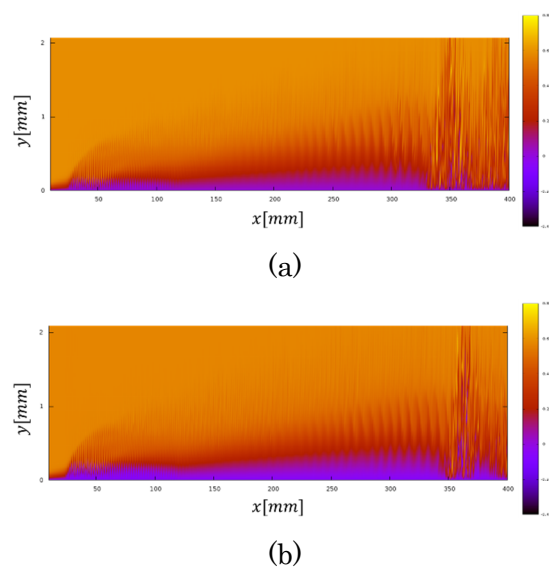


図 16 (a) 0.15mm の SRE2 を配置した場合の span 方向速度場の色分布 (b) 0.21mm の SRE2 を配置した場合の span 方向速度場の色分布

この結果から粗さ要素の高さを高くしても数ミリ程度しか乱れの位置が変化しないことが分かる。これは粗さ要素を配置することで target モードの波数の 1/2 の波数のモード、つまり $n = 1$ のモードが支配的になることが原因だと考えられる。この支配的なモードの波数は粗さ要素によって励起される control モードの波数からかなり離れており抑制効果が薄いため、乱れの位置があまり変わらなかったと予想することができる。実際に高さ 0.1、0.15、0.21 の粗さ要素を配置したときの支配的なモードの振幅を図 17 にプロットする。この結果から粗さ要素の高さを変えても支配的なモードの振幅に差がなく抑制効果が得られておらず、先行研究に比べて高さを変えたことによる大きな違いはないことが分かる。

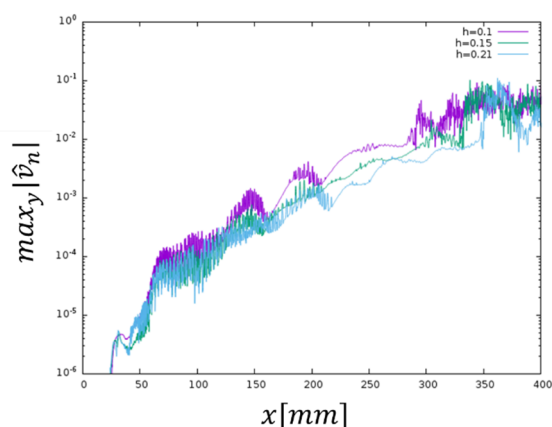


図 17 高さ 0.1、0.15、0.21mm の SRE2 を配置したときの波数 $\beta = 2.333 \dots$ モードの振幅

7. 結言

本研究では SRE とそれを改善した SRE2 の 2 種類の翼面粗さ要素を超音速三次元境界層に適用することで乱流遷移抑制効果を DNS によって数値的に検証を行った。遷音速翼に用いられる $\Lambda = 27^\circ$ の後退翼では遷移抑制効果が得られた。また、SRE2 を配置することで SRE を配置した場合に比べて大きい遷移抑制効果を得ることができた。先行研究では粗さ要素の高さが高いほど抑制効果が大きいと示されていた。そこで、SRE2 の高さを 0.21mm まで大きくし検証したが、遷移抑制効果に大きな変化を得ることはできなかった。

超音速旅客機に用いられる後退翼では本研究で用いた $\Lambda = 27^\circ$ よりもはるかに大きい後退角を持つことが知られている。そこで、より大きな後退角での計算を現在進めている。

謝 辞

本研究の DNS は、東北大学流体研究所未来流体情報創造センターの次世代融合研究システム (AFI-NITY) を用いて行った。

参考文献

- 1) Boom – Supersonic Passenger, Airplanes <https://boomsupersonic.com/>, (参照 2023-10-1).
- 2) 廣田真, 井手優紀, 林田貴寿, 服部裕司, 孤立粗度による横流れ不安定性抑制効果の数値的検証, 日本流体力学会, ながれ 38 (2019) 69-72.
- 3) 吉田憲司, 石田洋治, 野口正芳, 層流制御技術の現状と課題, 日本航空宇宙学会誌, 48 (2003), 6-13.
- 4) 戸上健治, 吉本稔, 廣田真, 服部裕司, 井手優紀, 隆起構造、翼、隆起構造の設計方法及びその設計プログラム, P202200136, 特願 2022-083772, 2022-05-23.
- 5) Ryu Komatsu, Wakana Iwakami, Yuji Hattori, Direct numerical simulation of aeroacoustic sound by volume penalization method, *Computers and Fluids* 130 (2016) 24-36.
- 6) Eri Reshotko, Ivan E. Beckwith, Compressible Laminar Boundary Layer over a Yawed Infinite Cylinder with Heat Transfer and Arbitrary Prandtl Number, NASA Report 1379 (1958) 1-49.
- 7) William S. Saric, Ruben B. Carrillo, Jr., Mark S. Reibert, Leading-Edge Roughness as a Transition Control Mechanism, AIAA Paper (1998) 98-0781.
- 8) 井手優紀, 吉田憲司, 上田良稲, 1stモードが支配的な超音速自然層流翼の境界層遷移に関する非線形解析, 日本航空宇宙学会論文集, 64 (2016) 296-302.
- 9) Takayuki Shirotsaki, Makoto Hirota, Yuji Hattori, Optimization of turbulent transition delay effect using quasi-statically transforming wall roughness shape, *Journal of Fluid Science and Technology* 17 (2022) 5-14.

- 10) Yuki Ide, Makoto Hirota, Naoko Tokugawa, Stability assessment on sinusoidal roughness elements for crossflow-transition control, *Physics of Fluids* 33(2021) 5-14.
- 11) 跡部隆, 山本稀義, e^N 法に基づく境界層の遷移予測とその検証, 航空宇宙技術研究所報告. NAL TR-1390 (1999) 2-3.
- 12) J.L. van Ingen, The e^N method for transition prediction. Historical review of work at TU Delft, AIAA 2008-3830.
- 13) Mujeeb R. Malik, Fei Li, Meelan M. Choudhari, Chou-Lyan Chang, Secondary instability of crossflow vortices and swept-wing boundary-layer transition, *J. Fluid Mech.* 399 (1999) 85-115.
- 14) Peter Wassermann, Markus Kloker, Mechanisms and passive control of crossflow-vortex-induced transition in a three-dimensional boundary layer, *J. Fluid Mech.* 456 (2002) 49-84.