

# えっ、その SGS モデル、使い方を間違っていないですか？

松山 新吾（宇宙航空研究開発機構）

## Oh, Are You Using That SGS Model in the Wrong Way?

MATSUYAMA Shingo (JAXA)

### ABSTRACT

Large-Eddy Simulation (LES) is a solution method that models turbulence on scales smaller than the grid scale (GS) and solves turbulence above the GS on the grid. In addition to ordinary LES using the general SGS model, implicit LES (ILES), which substitutes the SGS model with numerical viscosity, is also widely used. However, in LES using low-resolution grids such as in the practical simulations, the SGS model and ILES are performed without deep consideration, and it is very difficult to be sure that appropriate models and methods have been selected. In this study, we would like to discuss how the SGS model should be used in LES, and how ILES should be performed with such coarse grids.

### 1. はじめに

Large-Eddy Simulation (LES) は格子スケール (GS) よりも小さなスケールの乱流はモデル化し、GS 以上の乱流を格子上で解く手法である。一般的な SGS モデルを使用した通常の LES に加え、数値粘性によって SGS モデルを代替する陰的 LES (ILES) も広く行われている。しかしながら、実用計算という名目などで解像度の低い格子を使用した LES では、熟慮されることなく安易に SGS モデルが選択されたり、ILES が実施されたりと、適切なモデル・手法の選択がなされているかは極めて心許ない。本研究では、そのような粗い格子を使用した LES において SGS モデルをどのように使用すべきか、また、ILES はどのように実施すべきか、実例とともに議論をしたい。

本稿のタイトルは特定の個人・グループに対する批判の意図はありません。著者自身の過去を振り返ってみると、よくわからずに LES をやっていたなと思うところも多々あり、LES の初学者

や乱流解析が専門外の LES ユーザーなどにとって本稿の内容が有益な情報になればと望むものです。

### 2. LES で絶対にやらないといけないことは何か？

読者の皆さんは LES で絶対にやらないといけないことは何だとお考えだろうか。コンパクトスキームを使用する、スマゴリンスキーモデルのモデル定数は 0.12 にする、ダイナミックスマゴリンスキーモデルを使用する、などなど、それぞれの経験などに基づいて方針のようなものがあるだろうか。著者が考える LES で絶対にやらないといけないことは、「支配方程式を空間フィルタリングする」というものである。えっ？と思われた方は当然の反応だろう。（「えっ？」には、そんなの当たり前でしょ、という人もいれば、何を言っているのか意味が分からない、という人もいるだろうか。数年前の著者は間違いなく後者である。）一般的な LES ユーザーの使用する

LES ソルバーはほぼ 100% が「陰的フィルタリング (implicit filtering approach)」のはずであるから、何か意図的に空間フィルタリング操作をすることは無いだろう。したがって、ほとんどの LES ユーザーは自分が解いている支配方程式 (filtered Navier-Stokes equations) がどのような空間フィルタリングが施された式なのかを意識することはまずないはずである。LES における空間フィルタリングの扱いについては“implicit filtering”“explicit filtering<sup>1)</sup>”などのキーワードで検索をすると色々と情報が出てくるので、興味がある読者はぜひ調べてみることをお勧めする。著者の理解によると、陰的フィルタリングによる LES では、空間フィルタリングは

- (1) 計算格子 (計算格子の幅)
- (2) 数値解法による誤差 (主に打ち切り誤差)
- (3) SGS 応力項 (SGS モデル)

によって実現されている<sup>2,4)</sup>。まず、いかなる高次精度スキームも 1 周期の sin 波形を 1 セルで捉えることはできないことから理解できるように、格子幅によって空間フィルタのサイズは結果的に決まってしまう。この格子幅のサイズをベースにカットオフスケールは格子幅の何倍、といった形でフィルタリングに影響をする。また、風上型の補間スキームにみられるように数値解法による打ち切り誤差は格子幅程度の速度成分を減衰させる (いわゆる、数値粘性というもの)。そして、SGS 応力  $\tau_{ij}^{SGS} = \overline{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j$  が GS 成分と SGS 成分のエネルギー交換を担う項であることから<sup>5)</sup>、当然、その項をモデリングする SGS モデルは空間フィルタリングを担うものである。著者が主張する、LES で絶対にやらないといけないことは支配方程式を空間フィルタリングである、の意図は、何らかの手段によって空間フィルタリングが実現されるならば、それが打ち切り誤差・SGS モデルいずれによるものでも全く差し支えない、といったところである。「ILES は closure の問題を無視しているからけしからん」といった主張も時折見受けられるが、著者の

考えでは ILES であろうと SGS モデルを使用した計算であろうと「適切に」空間フィルタリングが実現されていればどちらでも良い、である。適切な空間フィルタリングとはどのようなものか、については後ほど議論したい。一つだけ注意しないといけないことは、解析結果のパートでも示すように (2) の打ち切り誤差と (3) の SGS モデルの効果は混在してしまうので、意識してそれらの効果をコントロールしないと LES による結果の良し悪しが ILES によるものなのか SGS モデルによるものなのかを吟味できない点であろう。実際のところ、(1) + (2) もしくは (1) + (3) の二択しかないと思者は考えており、(2) と (3) は“併用注意”である。

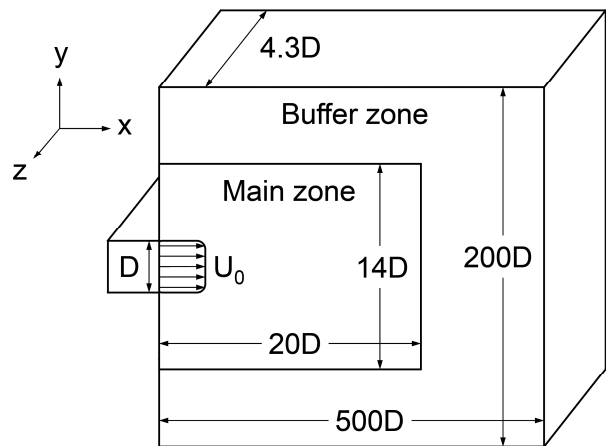


図 1 平面乱流噴流の問題設定<sup>6,8,9)</sup>

### 3. 解析対象と解析手法

本研究では、 $Re=10^4$  の平面乱流噴流に対する DNS の結果を正解として、LES がその結果を再現できるかで結果の良し悪しを評価する<sup>6,9)</sup>。図 1 に平面乱流噴流の問題設定を示す。主流方向 (x)、垂直方向 (y)、および、スパン方向 (z) に  $20D \times 14D \times 4.3D$  の領域 (main zone) を設ける (噴流幅を  $D$  とする)。外部境界での反射による影響が小さくなるように main zone の外側には buffer zone を設けて格子幅を徐々に粗くした。DNS 解析の main zone における格子解像度はコルモゴロフスケールに対して 3 倍程度となる

$D/60$  とした. LES 解析の格子解像度はそれよりも 6 倍粗い  $D/10$  とする. 総格子点数は DNS で約 3.1 億点, LES では約 154 万点である. その他, 噴射条件や境界条件などの細かい設定は参考文献<sup>9,10)</sup>を参照していただきたい.

LES 解析に使用される流れ場の支配方程式は空間フィルター操作を施した三次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式であり, 密度・運動量・エネルギー, および, スカラーの保存式を解く. 支配方程式は有限体積的手法により離散化し, 対流流束を SLAU スキーム<sup>11)</sup>により計算する. 空間精度の高次精度化にあたりセル界面での原始変数  $(\rho, u, v, w, p, \xi)$  を高次精度補間により再構築する<sup>12)</sup>. 使用する補間スキームについてはここでは省略し, 解析結果のパートでその都度記述する. 粘性流束は 4 次精度の中心差分法により計算し, 時間積分には 2 段階 2 次の Runge-Kutta 法を用いる.

粘性係数はサザランダの式により評価し, 熱伝導係数・拡散係数はプラントル数・シュミット数を 0.72, 1.0 として評価した.

計算領域を 750 ブロックに分割することにより並列化し, 宇宙航空研究開発機構 (JAXA) に設置されている JAXA スーパーコンピュータシステム (JSS3) 上で 47 CPU (2256 コア) を用いて解析を実施した.

本稿では ILES に加えて SGS モデルを使用した通常の LES も実施する. 渦粘性型の標準的な SGS モデルとしてスマゴリンスキーモデル (SM) に加えて, 小林によるコヒーレント構造モデル (CSM)<sup>13)</sup>, WALE モデル (WALE)<sup>14)</sup>, さらに サブグリッドの乱流エネルギー  $k_{sgs}$  の 1 方程式モデル ( $k_{sgs-1eq}$ )<sup>15)</sup>を使用する.

#### 4. 解析対象と解析手法

ここでは,  $Re = 10^4$  の平面乱流噴流について LES を実施し, 空間フィルタリングを実現する手段として 2. で触れた (1) + (2) および (1) + (3)

によるベストプラクティス的な事例を紹介する. また, (1) + (2) + (3) の事例も紹介したい.

#### 4.1. ILES による解析結果 ((1) + (2) の事例)

最初に, SGS モデルを使用しない ILES による解析結果<sup>6,9)</sup>を示す. ILES による解析は 2. で挙げた項目で言う「数値解法による誤差 (主に打ち切り誤差)」でもって空間フィルタリングを行うものである ((1) + (2) の事例). 補間スキームによる影響 (打ち切り誤差の次数による影響) を見るため, リミッタのない 5, 7, 9 次の風上バイアス補間に加えて 3 次精度 MUSCL 法による結果を比較した. 図 2 に噴流の中心 ( $y/D = 0$ ) に沿った平均速度分布と速度変動の rms, また, 速度場から得られたパワースペクトル密度を示す. リミッタのない 5, 7, 9 次の風上バイアス補間による平均速度分布と速度変動 rms はいずれも DNS の結果を良く再現している. それに比べて 3 次精度 MUSCL 法による結果は平均速度分布の傾きが変化し, 速度変動 rms のピーク値がかなりオーバーシュートしてしまっている. このような結果の差異が生じた理由は速度変動のパワースペクトルを比較すると良くわかる. 5, 7, 9 次の風上バイアス補間によるスペクトルは打ち切り誤差の次数に応じてスペクトルがカットオフされる周波数は変化するものの, 低周波から高周波領域まで DNS のスペクトルとほぼ同じ分布が再現されている. 一方, 3 次精度 MUSCL 法によるパワースペクトルはカットオフ周波数がかかなり低周波側にあるだけでなく, 低周波領域におけるスペクトルの強度も変化してしまっている.

参考文献 9) において示したように, ILES が良い結果を与えるためには乱流エネルギーの 80% をカバーする周波数まで格子上で乱流を解像する必要がある. ILES はその実装の容易さからある意味で安易に使用されている面が否めないが, 結果の良し悪しを吟味するのは非常に難しい.

図 2 の結果が示すように、実用計算という名目で格子が粗く補間スキームの精度が低い ILES では 80% の乱流エネルギーを解像することは難しく、良い結果が得られることはないと思像する。

格子が粗く補間スキームの精度が低い場合でも SGS モデルをちゃんと入れれば結果が良くなるのではないか、と思う読者もおられるのではないだろうか。それに対する答えは残念ながら「ノー」である。参考文献 9) でもそのような計算が試行されているが、3 次精度 MUSCL 法とスマゴリンスキーモデルを組み合わせてモデルパラメータを変化させても良い結果が得られることは無かった(参考文献 9) の Fig.7)。この事例は 4.3. で示す (1)+(2)+(3) の一例でもある。

#### 4.2. SGS モデルを使用した LES による解析結果 ((1)+(3) の事例)

ILES で良い結果が得られるならば SGS モデルは意味が無いのか、という問いは著者自身がしばらく感じていた疑問である。おそらく、数値粘性(打ち切り誤差)と SGS モデルの効果が混ぜこぜになるような計算をすると何が功を奏しているのか訳が分からなくなる、という事もあるのではないか。もう少し具体的に述べるならば、SGS モデルの効果だけを見たいならば数値粘性が無い(もしくは無視できるくらい小さい)計算スキームを使用した上で LES を実施すべきということである。では、その実例を示すために、補間スキームとして 4 次の中心差分補間を使用して既存の SGS モデルを導入して計算をした結果を比較してみよう。4 次の中心差分は打ち切り誤差がゼロではないものの、SGS モデルを導入せずに ILES 的に計算を実行すると解が振動してまともな計算結果が得られない<sup>8)</sup>。したがって、ここで実施する LES は 2. で挙げた項目で言うと「SGS 応力項 (SGS モデル)」によって空間フィルターが導入される計算となるはずである ((1)+(3) の事例)。

SGS モデルには渦粘性型の標準的なモデルとしてスマゴリンスキーモデル (SM) に加えて、小林によるコヒーレント構造モデル (CSM)<sup>13)</sup>、WALE モデル (WALE)<sup>14)</sup>、さらにサブグリッドの乱流エネルギー  $k_{sgs}$  の 1 方程式モデル ( $k_{sgs}$ -1eq)<sup>15)</sup>を使用する。先ほどと同様に、図 3 に噴流の中心 ( $y/D=0$ ) に沿った平均速度分布と速度変動の rms, また、速度場から得られたパワースペクトル密度を示す。まず、平均速度分布を比較すると、標準的なモデル定数の値 ( $C_s=0.10$ ) としたスマゴリンスキーモデルが最も結果が悪く若干の振動が見られる。それ以外のモデル、CSM, WALE,  $k_{sgs}$ -1eq はいずれも DNS の結果に近づくものの、残念ながら ILES の結果(図 2)には若干劣る結果となった。速度変動 rms の結果も同様で CSM, WALE による結果が DNS にだいぶ近づくものの ILES の方が良い結果となった。一つ興味深い点は乱流変動のパワースペクトルを見ると SGS モデルを使用した LES のスペクトルはいずれも解像度は十分に低周波から高周波まで DNS のスペクトルが良く再現されているように見えることである。高周波のカットオフ周波数付近で SGS モデルによる差異が見られる(WALE は減衰過多, SM と  $k_{sgs}$ -1eq はオーバーシュート気味, CSM は良好なカットオフ傾向)のも面白い。ILES では 80% 以上の乱流エネルギーが解像されていれば良い結果が得られたが、SGS モデルを使用した通常の LES ではそれを満たしているように見えるが、結果は (ILES と比較すると、ではあるが)それほど良好ではない。この点はさらに分析を行う必要があるだろう。

#### 4.3. LES の併用注意 ((1)+(2)+(3) の事例)

ここまで示した結果では (2) の「数値解法による誤差 (主に打ち切り誤差)」と (3) の「SGS 応力項 (SGS モデル)」を切り離して解析を行った。ここでは、(2) と (3) が混在した解析による結果を紹介し、なぜ (2) と (3) が併用注意なの

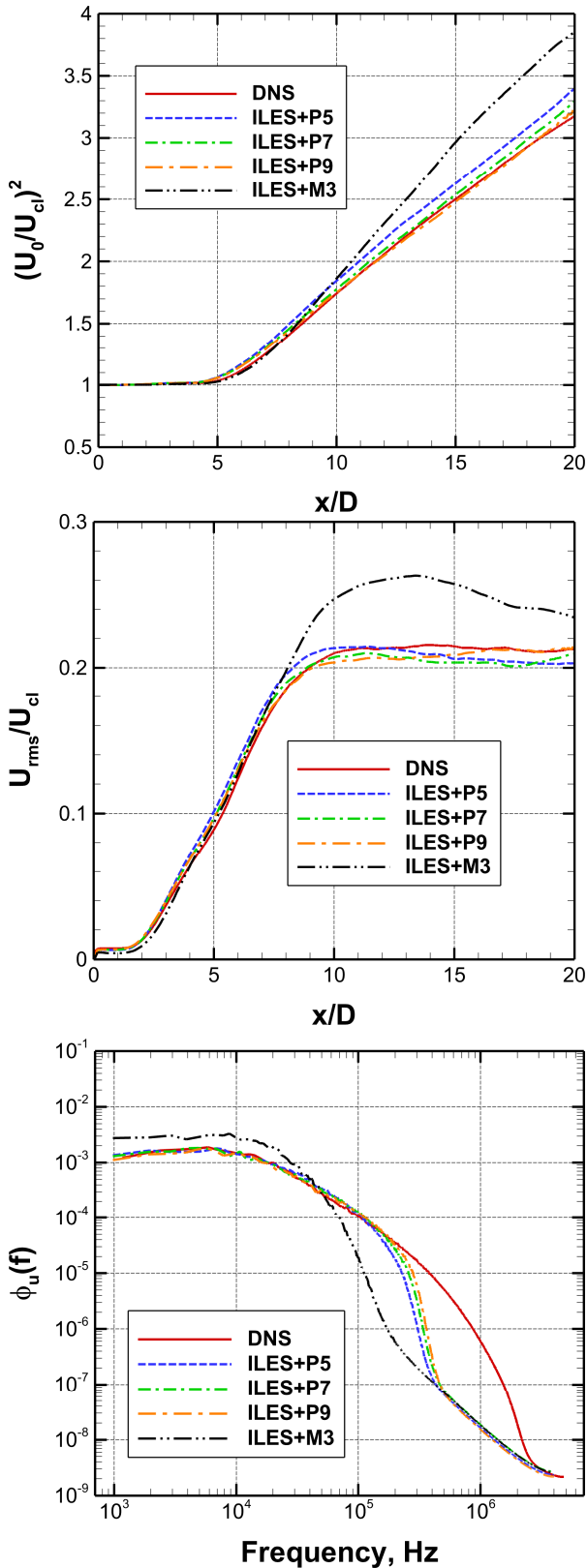


図 2 ILES による解析結果。噴流中心 ( $y/D = 0$ ) に沿った平均速度分布 (上図), 速度変動 rms 分布 (中図), および, 速度場から得られたパワースペクトル密度 (下図)。

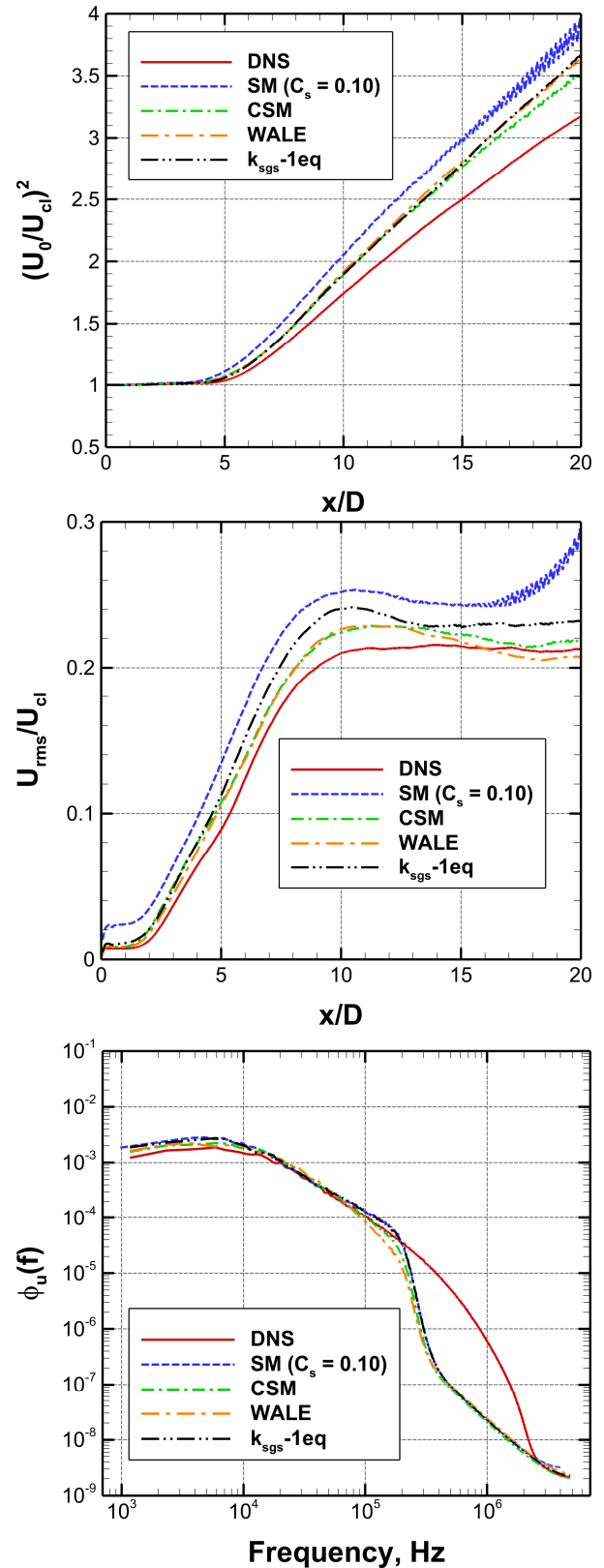


図 3 SGS モデルを使用した LES による解析結果。噴流中心 ( $y/D = 0$ ) に沿った平均速度分布 (上図), 速度変動 rms 分布 (中図), および, 速度場から得られたパワースペクトル密度 (下図)。

かに触れたい。

参考文献 9) では (1) + (2) + (3) の事例に相当する解析が行われている。すでに 4.1. でも触れた 3 次精度 MUSCL 法とスマゴリンスキーモデルを組み合わせてモデルパラメータを変化させた計算で良い結果が得られることは無かった (参考文献 9) の Fig.7)。また、ILES では良い結果を与える 9 次精度の風上バイアス補間にスマゴリンスキーモデルを組み合わせて計算をした場合も空間解像度が低下して結果が悪くなるだけであった (参考文献 9) の Fig.16)。参考として 9 次精度風上補間に SGS モデルを組み合わせた解析結果<sup>9)</sup>を図 4 に示す。C<sub>s</sub> = 0.05 とした結果は ILES とほぼ同じ結果を与えるが、モデルパラメータをそれ以上大きくした計算では結果が悪くなっていくことがわかる。このことから、C<sub>s</sub> ≥ 0.1 以上の計算では SGS モデルによる空間フィルタリングへの寄与が打ち切り誤差によるそれよりも大きくなったものと想像する。

参考文献 9) の 2 例に対する著者の解釈は次のようになる。まず、前者の 3 次精度 MUSCL 法に SGS モデルを併用した計算では 3 次精度 MUSCL 法による打ち切り誤差が大きすぎるため、本来、計算格子上で解像すべき小さな渦構造が空間フィルタリングによって消えてしまっており、格子解像度を上げる以外には良い結果を得る方法はないだろう。打ち切り誤差による空間フィルタリングが過剰なところへ SGS モデルによる空間フィルタリングを追加しても何も良いことは起こらない、ということである。そして、後者の 9 次精度風上バイアス補間に SGS モデルを組み合わせた計算では、すでに打ち切り誤差で十分な空間フィルタリングが実現されているため、SGS モデルによる空間フィルタリングは不要でしかなく、無理やり導入したとしても空間解像度が低下して結果が悪くなるだけという事である。

#### 4.4. やはり SGS モデルは不要なのか？

ここまで示した結果で判断をすると、ILES

による解析でほぼ完ぺきに DNS を再現しているため、SGS モデルは不要でしかなく ILES で十分、ということになってしまう。著者はそのように結論付けるのは残念だと感じており、既存の SGS モデルよりも良い結果を与える SGS モデルを模索している<sup>16-19)</sup>。まだ暫定的な結果であることを付け加えつつ、著者が検討を行っている SGS 応力方程式モデルによる LES の結果を示す。

SGS 応力方程式モデルでは以下の SGS 応力 ( $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j$ ) に関する輸送方程式を解く。

$$\begin{aligned} \frac{D\bar{\rho}\tau_{ij}}{Dt} &= \underbrace{\bar{\rho}v \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_k \partial x_k}}_{\text{viscous diffusion}} \\ &- \underbrace{\bar{\rho} \left( \tau_{jk} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} + \tau_{ik} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} \right)}_{\text{production}} - \underbrace{\bar{\rho} \frac{\partial T_{ijk}}{\partial x_k}}_{\text{turbulent diffusion}} \\ &- \underbrace{\left( \left\langle \frac{\partial p}{\partial x_i}, u_j \right\rangle + \left\langle \frac{\partial p}{\partial x_j}, u_i \right\rangle \right)}_{\text{velocity-pressure gradient correlation}} \\ &- \underbrace{2\bar{\rho}v \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_k}, \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right\rangle}_{\text{dissipation}} \\ T_{ijk} &= \overline{u_i u_j u_k} - \tilde{u}_j \tau_{ik} - \tilde{u}_i \tau_{jk} \\ &- \tilde{u}_k \tau_{ij} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \tilde{u}_k \\ \langle a_i, b_j \rangle &= \overline{a_i b_j} - \bar{a}_i \bar{b}_j \end{aligned} \quad (1)$$

式 (1) の右辺にある第一項の viscous diffusion, 第二項の production は LES によって解かれる空間フィルタリングされた量で計算することができるが、第三項以降の turbulent diffusion, velocity-pressure gradient correlation, dissipation についてはモデリングが必要である。そこで、乱流噴流の DNS データベース<sup>10)</sup>を利用したアプリオリテスト<sup>16)</sup>によりこれらの項のモデリングし、SGS 応力輸送方程式型モデルを構築した。式 (1) で解かれる  $\tau_{ij}$  は LES で使用される空間フィ

ルタリングを施した N-S 方程式の SGS 応力項へ直接代入するのが最も素直な実装であるが、残念ながらその実装法では解の振動が強く良い結果が得られなかった<sup>19)</sup>。そこで、 $k_{sgs}$  の 1 方程式モデルを参考にして

$$\tau'_{ij} = -2v_{sgs}\bar{S}_{ij} + \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij}$$

$$v_{sgs} = C_{sgs}\Delta_F \sqrt{\frac{1}{2}\tau_{ii}} \quad (4)$$

として渦粘性の形式で SGS 応力を与えて LES 解析を実施してみた。ここで、 $\tau_{ij}$  は式 (1) により得られる SGS 応力であり、N-S 方程式の SGS 応力項には  $\tau'_{ij}$  が代入される。モデル定数  $C_{sgs}$  は 0.05 とした。この渦粘性型の実装は元々のコンセプトである第一原理的なモデルという思想から外れてしまうものの、安定に解が得られるようになった。また、計算を不安定にする傾向が強い velocity-pressure gradient correlation 項を除外して解析を実施した。なお、この計算でも数値粘性による効果を取り除くため補間スキームは 4 次の中心差分補間とした。

図 5 に SGS 応力方程式モデル（渦粘性実装型）による LES で得られた、噴流の中心 ( $y/D=0$ ) に沿った平均速度分布と速度変動の rms、また、速度場から得られたパワースペクトル密度を示す。比較対象として既存の SGS モデル (CSM,  $k_{sgs-1eq}$ ) による結果も示す。CSM,  $k_{sgs-1eq}$  による結果と比較して噴流出口付近 ( $x/D=0$ ) での立ち上がりが遅い傾向が見られるものの、SGS 応力方程式モデルによる解析結果はおおむね既存の SGS モデルの結果に近い。速度変動 rms については CSM の結果よりも DNS に近づく傾向がみられる。また、同様の輸送方程式を解く  $k_{sgs-1eq}$  モデルよりも結果が改善されているように見える。速度変動のパワースペクトルもカッ

トオフ周波数付近でオーバーシュートすることもなく、DNS のパワースペクトルが良く再現されている。

SGS 応力モデルによる LES はまだ改善の余地があるが、輸送方程式を解くため既存の SGS モデルと比べてモデル改良の自由度が高く、SGS モデルに対する希望が持てる。今後、輸送方程式のモデリングを見直しながら DNS の結果を再現することで、SGS モデルが決して不要ではないことを示したい。

#### 4.5. 適切な空間フィルタリングとは？

最後に 2. で触れた「適切な空間フィルタリング」について考えてみよう。そのためには、良い解析結果を与える ILES の乱流スペクトル (図 2 下図) を見るのが一番である。高次の風上バイアス補間 (ILES+P5, ILES+P7, ILES+P9) による乱流スペクトルを見ると、乱流エネルギーの 80% 以上を含む高周波数領域 (微小スケール領域) までを格子上で捉えられているだけでなく、スペクトルの形も DNS のスペクトル (全乱流エネルギー分布を示す) とかなり良く一致する。それに対して、低次の補間 (ILES+M3) による乱流スペクトルはかなり低い周波数までしか解像できていないだけでなく、低周波領域のスペクトル強度も変化してしまっている。ILES+M3 の解析では空間解像度が低下するため、単にカットオフ周波数が低周波側にシフトするだけのようだが、実際には低周波領域のスペクトル強度も変化してしまう。この理由についてまだ結論を述べられるだけの十分な分析はできていないが、乱流エネルギーの収支を分析してみると ILES+M3 では production の効果 ( $\langle \tilde{u}_i \tilde{u}'_j \rangle \partial \langle \tilde{u}_i \rangle / \partial x_j$ ) が変化してしまうようである。これは、空間解像度が低下した結果、乱流エネルギーの生成に寄与する乱流が格子上で解像できなくなったためと思われる。議論が少し横道にそれた感があるので、話を元に戻すと「適切な空間フィルタリング」が実現

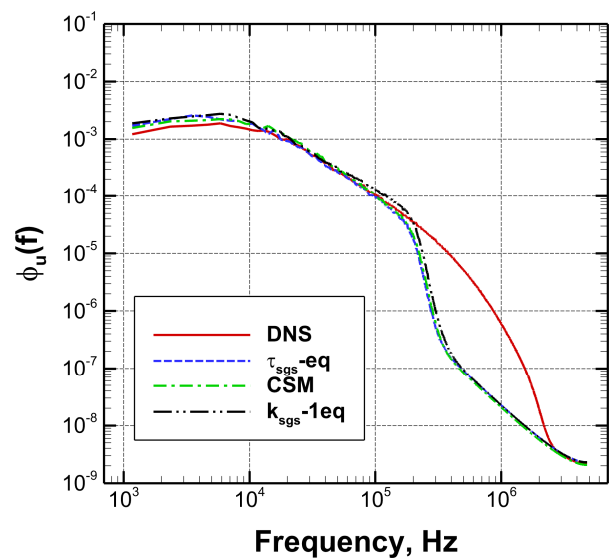
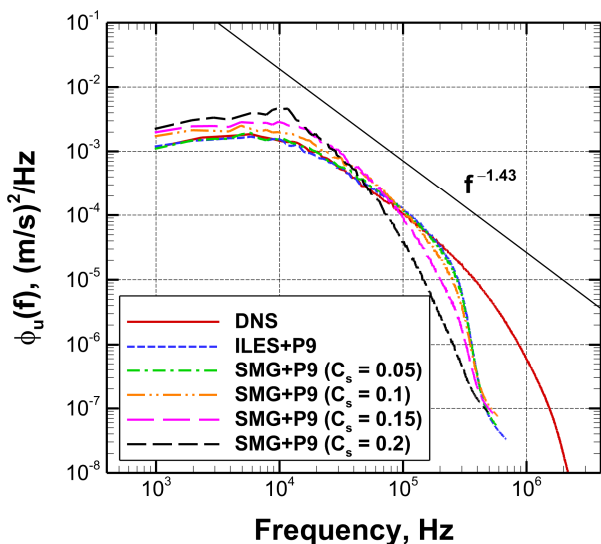
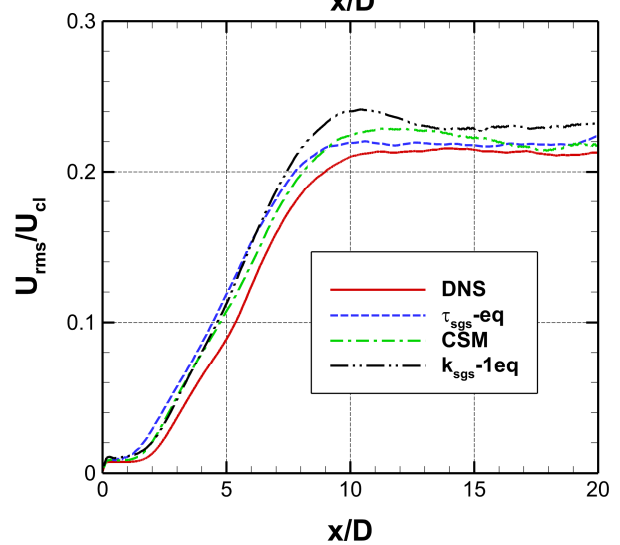
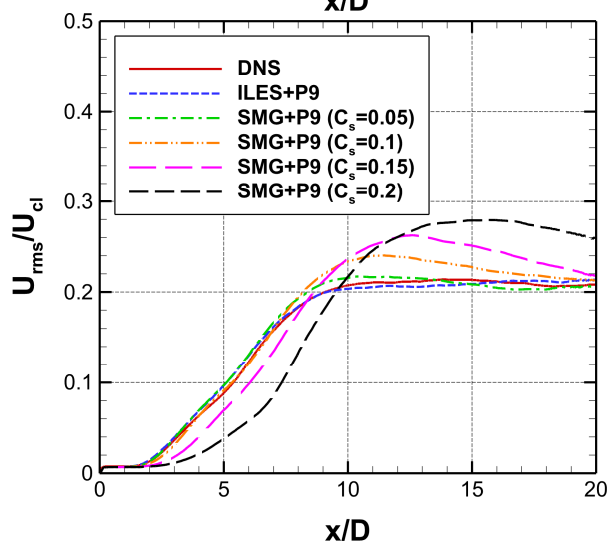
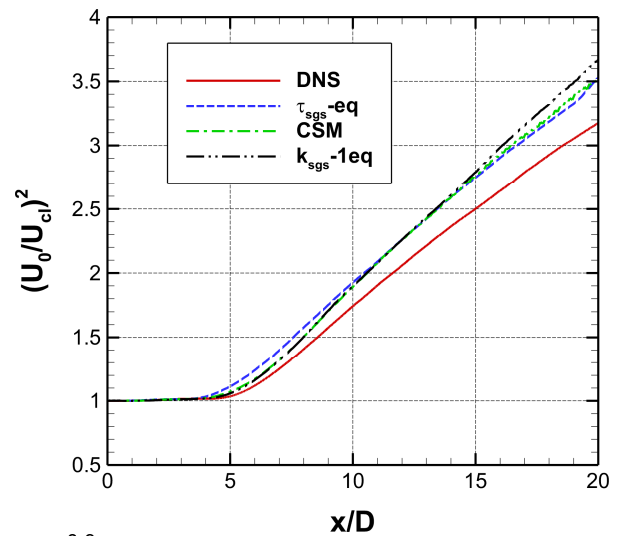
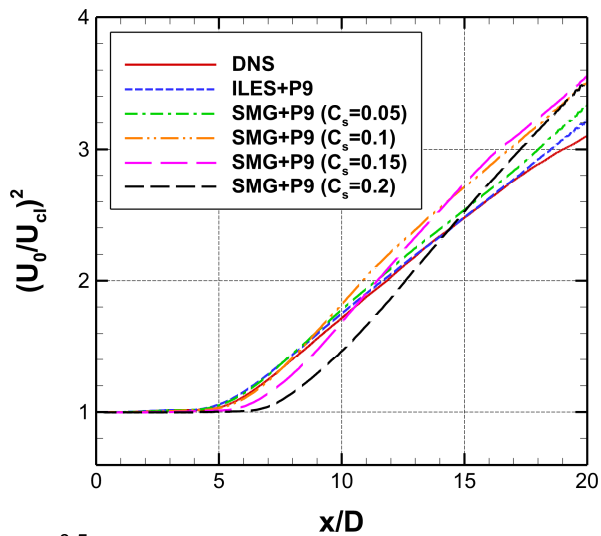


図 4 9 次精度風上補間に SGS モデルを組み合わせた解析結果<sup>9)</sup>。噴流中心 ( $y/D=0$ ) に沿った平均速度分布 (上図), 速度変動 rms 分布 (中図), および, 速度場から得られたパワースペクトル密度 (下図)。

図 5 SGS 応力方程式モデルによる LES で得られた解析結果。噴流中心 ( $y/D=0$ ) に沿った平均速度分布 (上図), 速度変動 rms 分布 (中図), および, 速度場から得られたパワースペクトル密度 (下図)。



されているかどうかを判断するには、低周波領域での乱流スペクトルが変化していないかを見るのがよい。これには正解である DNS による乱流スペクトルがあれば容易に判断できるが、そのようなリファレンス解が利用できない場合には格子幅を変化させて（可能であれば格子幅を 2 倍粗く／細かくして）、両者で乱流スペクトルの低周波領域の分布に変化がないかを見ることで判断できると思われる。格子を粗くした場合に低周波領域のスペクトル分布が変化してしまうようであれば、もはや「適切な空間フィルタリング」ではなくなっているのである。

## 5. まとめ

本稿では、粗い格子を使用した LES において SGS モデルをどのように使用すべきか、また、ILES はどのように実施すべきか、事例とともに考えてみた。ILES の場合、格子が粗く空間補間スキームの精度が低い場合、全乱流エネルギーの 80% を含むスケールまでの乱流を格子で解像する、という要求を満たすことができなくなり結果は悪くなる。一方、SGS モデルを使用すれば粗い格子でも良い結果が得られるかと言えばそうでもなく、解く対象となる乱流を正確に表現できる SGS モデルを選択して LES を実施しないといけないだろう。ILES, SGS モデルを使用した LES に関係なく、その手法・モデルを盲目的に使用するだけでは良い結果を得ることは難しく、対象とする乱流場を正しく解くために必要な要件を理解しながら LES を実施することが求められるのではないだろうか。しかしながら、初学者や乱流解析が専門外の LES ユーザーにとってその判断は容易ではないだろう。やはり、LES を専門とする研究者がベストプラクティス（ワーストプラクティスも）などの事例を通じて LES の正しい使い方のようなものを広めていく必要があると感じているところである。

## 謝 辞

本研究では数値計算を実行するにあたって、宇宙航空研究開発機構スーパーコンピュータ「JSS3」を用いた。

## 参考文献

- (1) Lund, T. S., “The Use of Explicit Filters in Large Eddy Simulation,” *Computers & Mathematics with Applications* 46, pp. 603–616, 2003.
- (2) Lampitella, P., “Large Eddy Simulation for Complex Industrial Flows,” Doctoral Dissertation, Section 2.3, pp. 17–20, 2014.
- (3) Pope, S.B., *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, Section 13.6.4, pp. 631–634, 2000.
- (4) Sagaut, P., *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows*, Third Edition, Springer, Chapter 8, pp. 281–303, 2004.
- (5) Pope, S. B., *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, pp. 587, 2000.
- (6) 松山, “OK, LES. 乱流噴流の答えを教えて,” 流体力学講演会／航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2020 オンライン論文集, JAXA-SP-20-008, pp. 83–91, 2021.
- (7) 松山, “SGS モデルなんて飾りです。ユーザーにはそれがわからんです,” 第 53 回流体力学講演会／第 39 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム論文集, JAXA-SP-2021-008, pp. 167–173, 2022.
- (8) 松山, “見せてもらおうか、SGS モデルの性能とやらを,” 第 54 回流体力学講演会／第 40 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム論文集, JAXA-SP-2022-007, pp. 363–371, 2023.
- (9) Matsuyama, S., “Implicit Large-Eddy Simulation of Turbulent Plane Jet at  $Re = 10^4$ ,” *Computers & Fluids*, 2023, 250, 105732.
- (10) 松山, 平面乱流噴流のレイノルズ数依存性に関する DNS, 日本流体力学会年会 2018 講演論文集, 2018.

- (11) Shima, E., and Kitamura, K., *AIAA Journal* 49, pp. 1693–1709, 2011.
- (12) Matsuyama, S., *Computers & Fluids* 91, pp. 130–143, 2014.
- (13) Kobayashi, H., “The subgrid-scale models based on coherent structures for rotating homogeneous turbulence and turbulent channel flow,” *Physics of Fluids* 17, 045104 (2005).
- (14) Nicoud, F. and Ducros, F., “Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor,” *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 62, (1999), pp. 183–200.
- (15) Yoshizawa, A. and Horiuti, K., “A Statistically-Derived Subgrid-Scale Kinetic Energy Model for the Large-Eddy Simulation of Turbulent Flows,” *Journal of the Physical Society of Japan* 54(8), (1985), pp. 2834–2839.
- (16) 松山, “SGS 応力輸送方程式型の LES モデリングに向けた平面乱流噴流 DNS データによるアプリオリテスト,” 日本流体力学会年会 2019 講演論文集, 2019.
- (17) 松山, “SGS 応力輸送方程式型モデルによる平面乱流噴流の LES,” 第 33 回数値流体力学シンポジウム, A09-4, 2019.
- (18) 松山, “SGS 応力輸送方程式による LES モデリングの提案,” 第 36 回 生研 TSFD シンポジウム, 2021.
- (19) 松山, “SGS 応力方程式型モデルによる平面乱流噴流の LES,” 第 38 回 生研 TSFD シンポジウム, 2023.