

宇宙航空研究開発機構研究開発報告

JAXA Research and Development Report

2次元波動ベース法による音響透過及び

伝播解析に関する研究

高橋 孝, 金田 英和, 村上 桂一, 橋本 敦, 青山 剛史,
古賀 豊, 宮 信大, モハメド・カリル,
森 浩一, 中村 佳朗

2010年3月

宇宙航空研究開発機構

Japan Aerospace Exploration Agency

目 次

概 要	1
1. はじめに	2
2. 波動ベース法	3
2.1 問題定義	3
2.2 波動関数による変数の展開	3
2.3 システム方程式	4
3. 音響透過解析	4
3.1 実験設備と2次元解析モデル	4
3.2 2次元WBMによるインピーダンス境界条件の検討	5
3.3 2次元FEMによるインピーダンス境界条件の検討	7
3.4 2次元WBMとFEMによる透過損失の計算と比較	8
3.5 音響透過解析に関するまとめ	10
4. 2次元WBMによる外部問題の解析	10
4.1 2次元WBMの外部問題における波動関数の定義	10
4.2 単純な2次元外部連成問題による検証	11
4.3 2次元射場モデルを用いた外部定常音響解析	11
4.4 外部音響解析に関するまとめ	15
5. おわりに	15
参考文献	15
補遺 A 3次元FEMによる透過解析（実験との比較検討）	16

2次元波動ベース法による音響透過及び 伝播解析に関する研究*

高橋 孝^{*1}, 金田 英和^{*2}, 村上 桂一^{*1}, 橋本 敦^{*1}, 青山 剛史^{*1},
古賀 豊^{*3}, 宮 信大^{*3}, モハメド・カリル^{*4}, 森 浩一^{*3}, 中村 佳朗^{*3}

Study on Steady-State Sound Transmission and Propagation Analysis Using the Two-Dimensional Wave Based Method*

Takashi TAKAHASHI^{*1}, Hidekazu KANEDA^{*2}, Keiichi MURAKAMI^{*1}, Atsushi HASHIMOTO^{*1},
Takashi AOYAMA^{*1}, Yutaka KOGA^{*3}, Nobuhiro MIYA^{*3}, Mohammed KHALIL^{*4},
Koichi MORI^{*3} and Yoshiaki NAKAMURA^{*3}

Abstract

Acoustic environment at a launch site is affected by jets from rocket engines, as well as by geometric features of a launch pad. Then, spacecraft are also exposed to acoustic pressure with the wide frequency range transmitted through a payload fairing. In the case that vibro-acoustic response is predicted using steady-state vibroacoustic analysis, there actually exists the mid-frequency range in which there are no mature numerical methods. This report deals with the novel Wave Based Method (WBM), a deterministic approach for steady-state vibroacoustic analysis in the wide frequency range. Then the two-dimensional (2D) WBM code developed by the authors is applied to some sound transmission problems and exterior problems. In the sound transmission analysis, it is found that discontinuous impedance boundary conditions (BCs) must be fitted by using continuous functions to obtain more accurate results using both WBM and FEM. After smoothing the BCs, numerical prediction results of our sound transmission models by the 2D WBM and FEM are compared, and the 2D WBM are verified. Furthermore, in order to verify the 2D code extended for the exterior problems, it is applied to simple launch pad models. In both propagation and transmission problems, it can be stated that the WBM has quite high potential to be applied in the higher frequency range.

Keywords: coupled vibroacoustic analysis, sound transmission, sound propagation, wave based method

概 要

著者らは、定常音響構造連成解析において、従来の手法では解析が困難な中間周波数帯を解析可能な決定論的手法である波動ベース法（WBM）に着目し、フェアリング内部の宇宙機の2次元内部定常音響振動連成解析を行ってきた。本報告では、著者らが開発し拡張した2次元解析コードを用いて、内部音響透過問題と、

* 平成21年12月24日 受付 (Received 24 December, 2009)

* 1 研究開発本部 数値解析グループ (Numerical Analysis Group, Aerospace Research and Development Directorate)

* 2 (株) 計算力学研究センター (Research Center of Computational Mechanics, Inc.)

* 3 名古屋大学大学院 工学研究科 航空宇宙工学専攻 (Department of Aerospace Engineering, Graduate School of Engineering, Nagoya University)

* 4 カイロ大学 (Cairo University)

解析領域の広い外部音響伝播問題に対する WBM の適用性を検討した結果を示す。音響透過問題に関しては、単純な弾性板を通じた音響透過損失の計算を行い、有限要素法 (FEM) による解析結果と比較することによって WBM の解析精度の検証を行った。その際、WBM と FEM の両者に対して、弾性板の端部における不連続な境界条件に付随して解析精度が悪化する問題を指摘し、簡易的な手法で問題を回避する方法を提案した。一方、外部問題においては、ロケット打ち上げ時の射場の定常音響伝播の計算を行い、無限遠において音が反射しないことを保証する放射条件を厳密に満足して、広い解析領域および広い周波数領域における問題を扱うことができることを示した。

1. はじめに

ロケット打ち上げ時には、ロケット・エンジンからのジェットに起因した轟音がフェアリングを透過し、搭載宇宙機の構造を振動させる。信頼性の高いロケットや宇宙機を開発するためには、それらの構造が過酷な音響振動に耐えうるか検証することが極めて重要となる。著者らは、数値解析に基づいてこのような音響問題を検討するために、音源解析、音響伝播解析、音響透過解析、及び音響構造振動解析という一連の解析技術についての研究を進めている。将来的にはこれらを統合した解析システムの開発を進める計画であるが、本論文では、音響透過問題に限定して基礎的な検討を行った結果について報告する。

ロケットのジェットや、ブルームをロケット機体の後方へ逃がすための煙道などの音源について議論する場合には、非定常性を考慮する必要がある。数値解析においても、音源解析には非定常性を考慮した数値流体力学 (Computational Fluid Dynamics: CFD) が利用されるが、この場合、計算負荷の問題から数 10 [Hz] 程度の低周波領域に 응용が限定されているのが現状である¹⁾。一方、宇宙機設計時の検討や地上試験による検証では、一般に、宇宙機の音響応答を、ある時間帯 (例えば、音圧レベルが最大となる打ち上げ直後数秒間) に固定して定常問題として取り扱う。これは、フェアリング位置が音源位置から比較的離れていることと、より安全側の評価となることから妥当性がある。そこで以下でも、励振源が時間調和振動するような定常問題として音響透過解析を取り扱う。

定常音響問題の数値解析は、一般に、高周波領域には統計的エネルギー解析 (Statistical Energy Analysis: 以下、SEA) に代表される確率統計的な手法が適用され、一方、低周波領域には有限要素法 (Finite Element Method: 以下、FEM) あるいは境界要素法 (Boundary Element Method: 以下、BEM) のような決定論的な要素ベース手法が適用される。このとき、SEA は、その統計的な性質から、応答のモード密度が高いという仮定が必要となるために高周波領域の解析に限定される。一方、FEM や BEM 等の要素ベース手法は、周波数が高くなるほど数値分散誤差 (本来連続な支配方程式が離散化されることにより、音の重要な

性質である分散関係が正しく表せないこと) を許容範囲に収めるために、空間を十分に細かく離散化する必要がある。これは、計算負荷、および、必要な計算資源の増大に繋がる。さらに、多次元の解析では、メッシュの切り方によって分散誤差に方向依存性も生じるので、単にメッシュを細かく切ることによって全方向に分散誤差を小さくすることも難しい。これらのことから、要素ベース手法は、低周波数における解析に限れているのが現状である。そのため一般に、音響振動解析において高周波側と低周波側の解析法の両方で解析困難な中間周波数帯 (mid-frequency range) が存在し、その帯域における解析を行うために様々な手法が提案され、研究されているのが現状である²⁾。宇宙機においては、この帯域がちょうど搭載機器の固有周波数を含む極めて重要な帯域と一致していると考えられる。そこで、本研究では、この中間周波数帯へ適用可能な解析手法として、間接トレフツ法 (indirect Trefftz method) に基づいた波動ベース法 (Wave Based Method)³⁾ (以下、WBM) に着目する。これは、支配方程式の同次式を厳密に満たす特異でない基本解 (波動関数) の重ね合わせで解を表現するアプローチであり、FEM 等の要素ベース手法で問題となる数値分散誤差を含まないため、小さな自由度のモデルで高精度な予測結果が得られる。したがって、より高周波の解析に適用可能であると期待できる。

本報告では、著者らが開発した 2D 解析コードを用いて WBM の内部音響透過問題と外部音響伝播問題への適用性を検討した結果を示す。音響透過問題に関しては、解析の検証を目的とした実験を進めているが、最終的に実験との比較を行うためには 3 次元 (以下、3D) 解析コードの完成を待たなければならない。そのため、ここでは、その前段階として、不連続な境界条件 (以下、BC) の取り扱いや、透過損失 (transmission loss) (以下、TL) の計算精度についての検証を行う。特に、TL については、2D モデルを用いて WBM (インハウスの解析コードを使用) と FEM (MSC. Nastran を使用) との定常音響構造連成解析の結果の比較を行い計算結果の妥当性について検討する。さらに、WBM の解析コードを 2D の外部問題に対応できるように拡張し、解析範囲の広い外部領域を有するロケットの射場の簡易モデルに適用し、その有効性について検討する。

2. 波動ベース法

2.1 問題定義

まず、2D 定常内部音響構造連成問題について説明する。この問題では、解析領域 Ω の位置 \mathbf{r} における定常音圧 p は、次のヘルムホルツ方程式 (Helmholtz equation) により支配される。

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}) + k^2 p(\mathbf{r}) = -j\rho\omega q\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}_q) \quad \mathbf{r} \in \Omega \quad (1)$$

ここで、 $\nabla = [\partial/\partial x \quad \partial/\partial y]^T$ 、 ω は励振角周波数、 k は音響波数、 ρ は流体密度、 δ はディラックのデルタ関数、 \mathbf{r}_q は線音源の位置ベクトル、 q は単位面積あたりの面積速度、 $j = \sqrt{-1}$ である。演算子 T は、ベクトルと行列の転置を表す。一方、平板上の局所位置 x' における定常面外変位 w は、次のキルヒホッフ方程式により支配される。

$$\frac{d^4 w(x')}{dx'^4} - k_b^4 w(x') = \frac{f}{D} \delta(x', x'_i) + \frac{p(\mathbf{r}(x'))}{D} \quad (2)$$

ここで、 k_b は構造波数、 D は板の曲げ剛性、 f は外部線状力、 x'_i は f が作用する局所位置を表す。音響側から構造側への連成は、式 (2) の右辺第2項から明らかである。

このとき、支配方程式 (1) と (2) は、次の BC を課すことによって解かれる。

$$p(\mathbf{r}) = \bar{p}(\mathbf{r}) \quad \mathbf{r} \in \Gamma_p \quad (3)$$

$$\frac{j}{\rho\omega} \frac{\partial p(\mathbf{r})}{\partial n} = \bar{v}_n(\mathbf{r}) \quad \mathbf{r} \in \Gamma_v \quad (4)$$

$$\frac{j}{\rho\omega} \frac{\partial p(\mathbf{r})}{\partial n} = \frac{p(\mathbf{r})}{\bar{Z}(\mathbf{r})} \quad \mathbf{r} \in \Gamma_z \quad (5)$$

$$\frac{j}{\rho\omega} \frac{\partial p(\mathbf{r})}{\partial n} = j\omega w(\mathbf{r}) \quad \mathbf{r} \in \Gamma_s \quad (6)$$

ここで、 $\Gamma_p, \Gamma_v, \Gamma_z, \Gamma_s$ は、それぞれ、事前に与えられる既知の音圧 \bar{p} 、法線方向 (粒子) 速度 \bar{v}_n 、法線方向比音響インピーダンス \bar{Z} 、及び、構造の法線方向速度 $j\omega w(\mathbf{r})$ が課される境界面である。このとき、全音響境界 Γ_a は、 $\Gamma_p \cup \Gamma_v \cup \Gamma_z \cup \Gamma_s$ と表せる。BC(6) より、構造側から音響側への連成も考慮されており、式 (2) の右辺第2項と合わせて、構造と音響が互いに連成することになる。

さらに、弾性板自身に対しても、その両端位置 x'_{edge} に BC が課される。例えば、両端固定の場合は次式で与えられる。

$$w(x'_{\text{edge}}) = \left. \frac{dw(x')}{dx'} \right|_{x'=x'_{\text{edge}}} = 0 \quad (7)$$

2.2 波動関数による変数の展開

WBM では、支配方程式の同次式を厳密に満たす波動関数を用いて変数を展開する。下記で説明する波動関数の性質から、数値解が厳密解に収束するための十分条件として、内部音響問題の領域をいくつかの凸部分領域に分割しなければならない²⁾。そして WBM では、第 α 部分領域 $\Omega^{(\alpha)}$ における圧力変数 $p^{(\alpha)}$ を、次のように展開する。

$$\begin{aligned} p^{(\alpha)}(\mathbf{r}) &\approx \sum_{i=1}^{n_a} p_i^{(\alpha)} \Phi_i^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)}(\mathbf{r})) + p_q^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)}(\mathbf{r})) \\ &= \Phi^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)}(\mathbf{r})) \mathbf{p}^{(\alpha)} + p_q^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)}(\mathbf{r})) \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 \mathbf{r} は絶対位置、 $\mathbf{r}^{(\alpha)} (= [x^{(\alpha)} \quad y^{(\alpha)}]^T)$ は第 α 局所座標系における局所位置、 $p_q^{(\alpha)}$ は式 (1) の非同次式の特解、 $\Phi^{(\alpha)}$ は $1 \times n_a$ の音響波動関数行ベクトル (第 i 成分が、 $\Phi_i^{(\alpha)}, i = 1, \dots, n_a$)、 $\mathbf{p}^{(\alpha)}$ は $n_a \times 1$ 未知の寄与係数列ベクトル (第 i 成分が $p_i^{(\alpha)}, i = 1, \dots, n_a$) である。また、 $\mathbf{r}^{(\alpha)}(\mathbf{r})$ は、絶対位置から局所位置への変換を表す。このとき、音響波動関数は、次式で定義される。

$$\begin{aligned} \Phi_i^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)}) &= \begin{cases} \Phi_{xi}^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)}) = \cos(k_{xsi}^{(\alpha)} x^{(\alpha)}) \exp(-jk_{ysi}^{(\alpha)} y^{(\alpha)}) \\ \Phi_{yi}^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)}) = \exp(-jk_{xsi}^{(\alpha)} x^{(\alpha)}) \cos(k_{ysi}^{(\alpha)} y^{(\alpha)}) \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、同次ヘルムホルツ方程式を厳密に満たすためには、

$$(k_{xsi}^{(\alpha)})^2 + (k_{ysi}^{(\alpha)})^2 = (k_{xsi}^{(\alpha)})^2 + (k_{ysi}^{(\alpha)})^2 = k^2 \quad (10)$$

が成り立つ必要があり、 $k_{xsi}^{(\alpha)}, k_{ysi}^{(\alpha)}, k_{xsi}^{(\alpha)}, k_{ysi}^{(\alpha)}$ は、

$$(k_{xsi}^{(\alpha)}, k_{ysi}^{(\alpha)}) = \left(\frac{i_r^{(\alpha)} \pi}{L_x^{(\alpha)}}, \pm \sqrt{k^2 - (k_{xsi}^{(\alpha)})^2} \right) \quad (11-a)$$

$$(k_{xsi}^{(\alpha)}, k_{ysi}^{(\alpha)}) = \left(\pm \sqrt{k^2 - (k_{ysi}^{(\alpha)})^2}, \frac{i_s^{(\alpha)} \pi}{L_y^{(\alpha)}} \right) \quad (11-b)$$

のように提案されている。ここで、 $L_x^{(\alpha)}$ と $L_y^{(\alpha)}$ は、 $\Omega^{(\alpha)}$ に外接する矩形の寸法であり、 $i_r^{(\alpha)}, i_s^{(\alpha)} = 0, 1, 2, \dots$ である。

一方、板の面外変位もまた、次のように展開される。

$$\begin{aligned} w(x') &\approx \Psi(x') \mathbf{w} + w_f(x') \\ &+ \sum_{\alpha=1}^{n_a} \zeta^{(\alpha)} (\mathbf{W}^{(\alpha)}(x') \mathbf{p}^{(\alpha)} + w_q^{(\alpha)}(x')) \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 Ψ は 1×4 の構造波動関数行ベクトル、 \mathbf{w} は 4×1 の未知の寄与係数列ベクトル、 n_Ω は音響の凸部分領域の総数、 w_f と $w_q^{(\alpha)}$ は、それぞれ、式 (2) の外力と音源項を考慮したときの非同次式の特解である。さらに、 $\mathbf{W}^{(\alpha)}$ は、音圧が外力として構造に作用することを考慮したときの項における $1 \times n_\alpha$ の係数行ベクトルである。また、 $\mathbf{n}^{(\alpha)}$ と \mathbf{n}_s を、それぞれ、 $\Gamma_s^{(\alpha)}$ と板の法線ベクトルとしたときに、 $\zeta^{(\alpha)} = \mathbf{n}^{(\alpha)\top} \mathbf{n}_s$ ($\Gamma_s^{(\alpha)} \neq \emptyset$)、 $\zeta^{(\alpha)} = 0$ ($\Gamma_s^{(\alpha)} = \emptyset$) で定義される。このとき、 Ψ の成分 Ψ_i は、

$$\Psi_i(x') = \exp(-j^i k_b x') \quad (i = 1, \dots, 4) \quad (13)$$

と定義される。

2.3 システム方程式

式 (8) と (12) の未知の寄与係数を解くために、音響 BC を近似的に満たすように重み付き残差法を適用する。FEM で用いられているガラーキン法と同様に、重み関数を、

$$\begin{aligned} \tilde{p}^{(\alpha)}(\mathbf{r}) &= \tilde{\mathbf{p}}^{(\alpha)\top} \Phi^{(\alpha)\top}(\mathbf{r}^{(\alpha)}(\mathbf{r})) \\ &= \Phi^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)}(\mathbf{r})) \tilde{\mathbf{p}}^{(\alpha)} \end{aligned} \quad (14)$$

のように選択する。そして、(支配方程式は、波動関数によって厳密に満たされるので) 境界条件のみに対して次の重み付き残差式が得られる (位置の関数を表す \mathbf{r} 等は略す)。

$$\begin{aligned} &\int_{\Gamma_v^{(\alpha)}} \tilde{p}^{(\alpha)} R_v^{(\alpha)} d\Gamma + \int_{\Gamma_z^{(\alpha)}} \tilde{p}^{(\alpha)} R_z^{(\alpha)} d\Gamma \\ &+ \int_{\Gamma_s^{(\alpha)}} \tilde{p}^{(\alpha)} R_s^{(\alpha)} d\Gamma - \int_{\Gamma_p^{(\alpha)}} \frac{j}{\rho\omega} \frac{\partial \tilde{p}^{(\alpha)}}{\partial n^{(\alpha)}} R_p^{(\alpha)} d\Gamma \\ &+ \int_{\Gamma_c^{(\alpha)}} \tilde{p}^{(\alpha)} R_c^{(\alpha)} d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、残差誤差関数 $R_v^{(\alpha)}$ 、 $R_z^{(\alpha)}$ 、 $R_s^{(\alpha)}$ 、 $R_p^{(\alpha)}$ 、 $R_c^{(\alpha)}$ は、条件として与えた境界値と、展開式 (8) と (12) を用いて計算される境界値との間の差として定義される。また、境界 $\Gamma_c^{(\alpha)}$ は、部分領域間のインターフェイスであり、音圧と法線方向速度の連続性条件 (あるいは、数値粘性を入れた比音響インピーダンス連続性条件) が課される。このとき、波動関数が支配方程式を厳密に満たすために、残差式に支配方程式が含まれないことが FEM との大きな差である。そして、音響 BC (3)-(6) を重み付き残差式で近似的に満たすことによって、未知の寄与係数ベクトル \mathbf{w} と \mathbf{p} に関して次の形式の WBM システム方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_s & \mathbf{C}_{sa} \\ \mathbf{C}_{as} & \mathbf{A}_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_s \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} \quad (16)$$

ここで、 \mathbf{A}_s は非連成構造行列、 \mathbf{A}_a は非連成音響行列、 \mathbf{C}_{sa} と \mathbf{C}_{as} は音響構造連成行列、 \mathbf{f}_s は構造力ベクトル、 \mathbf{b} は音響力ベクトルである。式 (16) から、WBM においては、音響と構造がマトリックス連成していることが分かる (2D WBM の詳細な定式化は、文献 4) を参照されたい)。

以上のように、WBM は、間接トレフツ法に基づいている。従来のトレフツ法には悪条件問題が伴っていたが、WBM においては、式 (9) 等で示したような適当な波動関数を選択したこと (及び、その実装時におけるスケールリング) によってこの問題を克服している点、そして、空間離散化に基づかないために数値分散誤差を本質的に含まない点が極めて重要である。

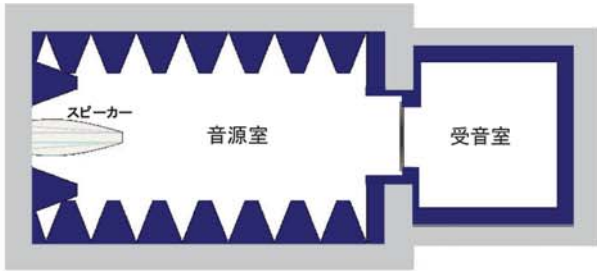
3. 音響透過解析

3.1 実験設備と 2 次元解析モデル

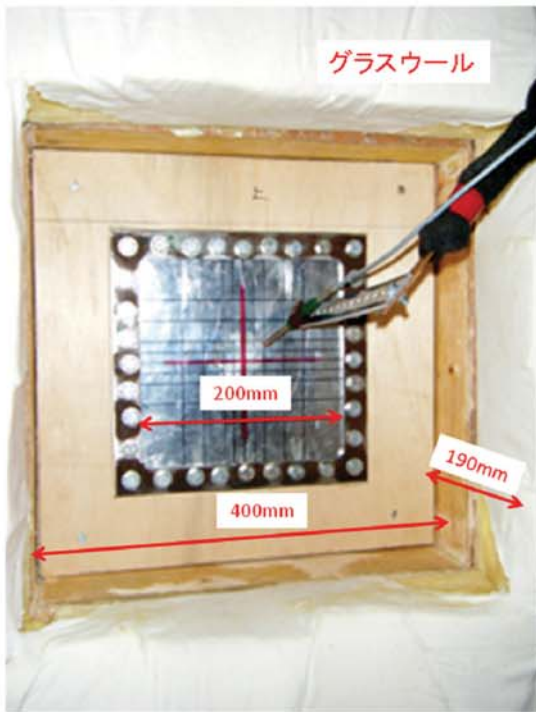
本研究で用いる解析モデルの検証を目的として、図 1(a, b, c) に示すような音響透過実験設備を構築し、いくつかの実験を行った。この実験設備は、内壁を吸音材で覆った音源室と受音室の 2 つの部屋から成る。図 1(a) に示されているように、音源室の端のスピーカから放射された音波が、部屋の連結部に固定された弾性板を通じて受音室へ透過する。この弾性板は、フェアリング構造など音響透過特性を調べるための試験体であり、2 つの部屋の間に仕切り壁の一部に固定される。実験設備についての詳細については文献 5) に示されており、以後、改善が進められている。

また、図 2 に、この実験設備に基づいて今回の 2D 解析に用いたモデルの幾何形状の概念図を示す。これら解析モデルでは、仕切り壁の弾性体以外の部分が吸音材で覆われていると仮定している。そして、全ての部屋は空気 (密度 $\rho = 1.2$ [kg/m³]、音速 $c = 340$ [m/s]) で満たされており、弾性板 (アルミニウム: 厚さ $t_s = 1$ [mm]、密度 $\rho_s = 2700$ [kg/m³]、ヤング率 $E = 70 \times 10^9$ [N/m²]、ポアソン比 $\nu = 0.33$) 以外の全ての吸音材部分は比音響インピーダンス BC としている。一方、WBM では、解が収束するための十分条件として、解析領域を凸形状の部分領域に分割する必要がある。ただし、今回は、音源室と受音室は著しく非凸な形状ではないので、単に 2 個の部分領域に設定しても、後述のように解析可能であった。

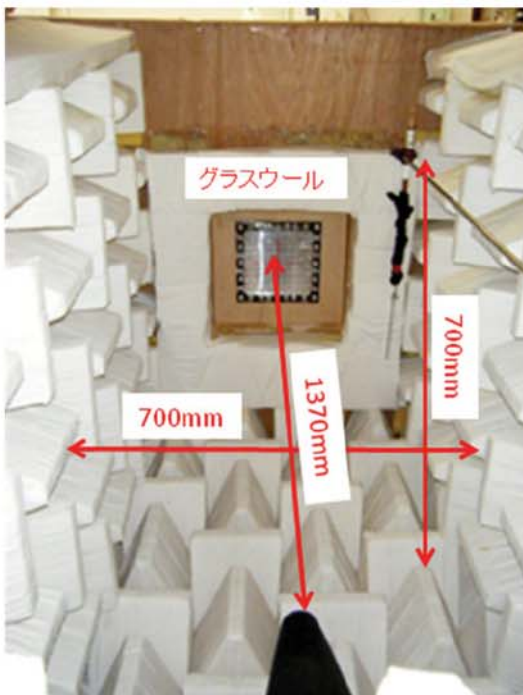
図 2(a, b, c) に示したモデル 1, 2, 3 は、部屋連結部のトンネルの存在が TL の値に影響する (ニッシュ効果 (niche effect)、または、トンネル効果 (tunneling effect)⁶⁾) かどうかが調べるために用いる。モデル 1 は、連結部の内側に弾性板を設置したものであり、モデル 2 と 3 は、それぞれ、連結部の音源室側と受音室側の端に弾性板を設置したものである。また、モデル 4 には連結部は無い。また、図中



(a) 実験設備の概念図

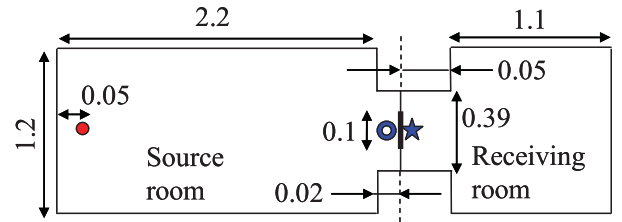


(b) 試験体の取り付け部の様子

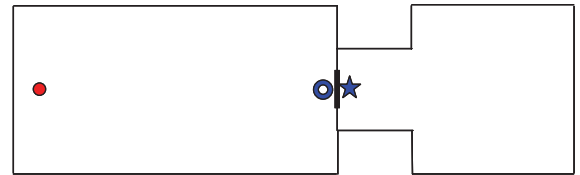


(c) 音源室の様子

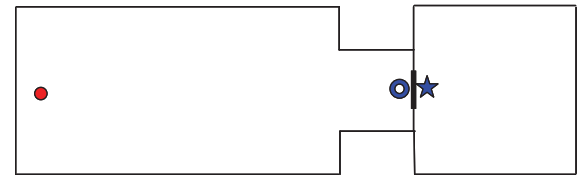
図1 音響透過に関する実験設備



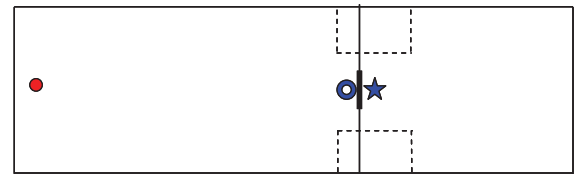
(a) モデル1



(b) モデル2



(c) モデル3



(d) モデル4

- Acoustic source
- Observation point for incident wave
- Impedance BC
- ★ Observation point for transmitted wave
- Elastic plate

図2 解析モデル

の破線は、元の部屋の形状を分かりやすくするために記したもので、部分領域境界ではない。一方、実際に周囲4辺固定された弾性板の曲げの影響は、3D解析でのみ表現可能なので、2D解析では板の上下のみ固定であることに注意したい。つまり、板の振動は梁モードのみが生じる。また、後述するTLの計算には、図2中の○の位置で入射波のエネルギーのみを求める必要があるが、その際は、弾性板からの反射音を避けるために、音源室だけを取り出して比音響インピーダンスBCのみで囲った（弾性板を含まない）モデルを用いる。透過音のエネルギーは、2つの部屋と弾性板の全てを含めた解析から、★の位置で求める。

3.2 2次元WBMによるインピーダンス境界条件の検討

図2のモデルをWBMで解析する際の支配方程式は、前述したようにヘルムホルツ方程式と板の面外曲げを表すキルヒホッフ方程式である。そして、音響領域のBCは、板の変位（速度）と吸音材部分の比音響インピーダンスとなる。

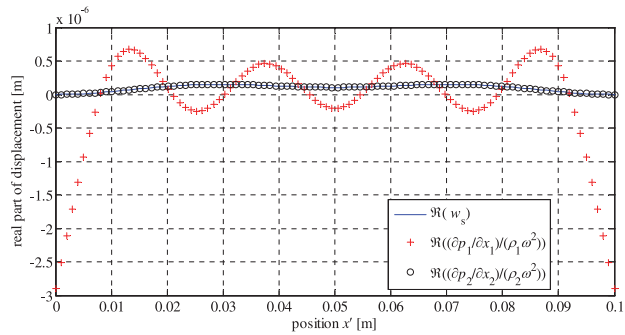
音響領域の比インピーダンス境界には、吸音材の音響特性を入力するので、実験でその値を同定する必要がある。

ここでは簡単のため、理想的な吸音材であると仮定して空気の固有音響インピーダンス (ρc) を入力することにする。

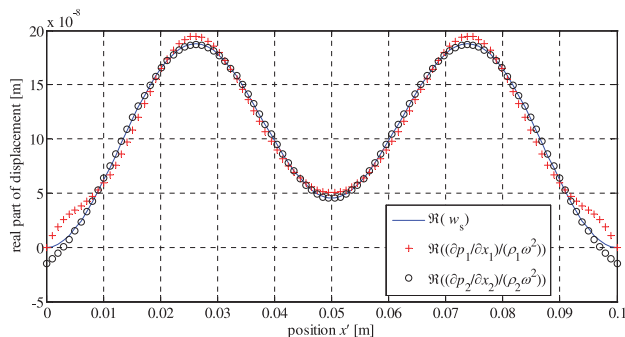
ところがその際、弾性板上下の固定位置では空気の法線方向速度は0であり、比音響インピーダンスとしては無限大である一方、そのすぐ隣の吸音材では有限の比音響インピーダンス (ρc) を有しているために BC としては不連続となる。実際に WBM を用いて BC が不連続のまま解析してみると、図 3(a) に示すように構造変位と（特に音源室側の）空気の変位が一致して解けないことが分かった。この現象は、ほとどの解析周波数においても、また、図 2 のどのモデルにおいても起こる。そこで、比音響インピーダンスを連続にするために、板と隣接する音源室側の比音響インピーダンス境界に沿った位置 x における比音響インピーダンス Z を、次式の関数で表す。

$$Z = \left(\frac{b}{a-x} \right)^n \zeta + \rho c \tag{17}$$

ここで、 a は、図 4 に示す長さであり、モデルの形状に依存して、モデル 1 と 3 では 0.145 を、モデル 2 と 4 では 0.550 を適用する。また、 b, ζ, n は、適当なパラメータである。この関数を用いることにより、板の固定端に近づくにつれて滑らかに比音響インピーダンスを無限大にすることができる。図 5 に示すように、 n が小さいほど不連続モデル



(a) 比音響インピーダンスのみ適用した場合

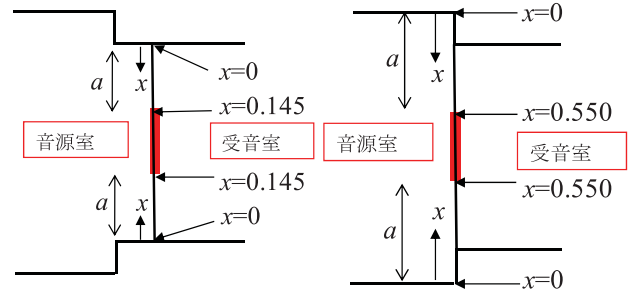


(b) 式(17)を用いた場合 ($n = 2$)

図 3 弾性板と空気の変位振幅（実部）の比較
（実線が構造変位振幅、+と○は、それぞれ音源室側と受音室側の空気の変位振幅。モデル 4 を 4 [kHz] で計算。）

に近づくが、板の固定端近傍 ($x = a$ 近く) に積分点を多く設定する必要性が生じる。

そこで、WBM の解析において、 $b = \zeta = 1$ として、 n を 1 から徐々に大きくして構造変位と流体変位が良く一致するような最小の n を調べたところ、100 [Hz] から 4 [kHz]



(a) モデル 1, 3 (b) モデル 2, 4

図 4 部屋の連結部

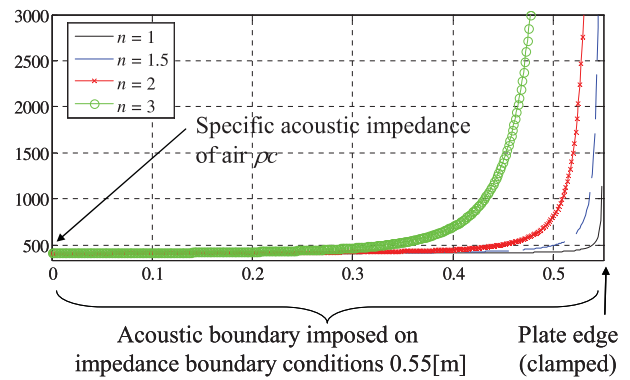
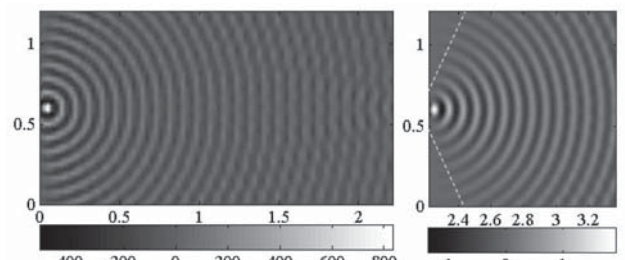
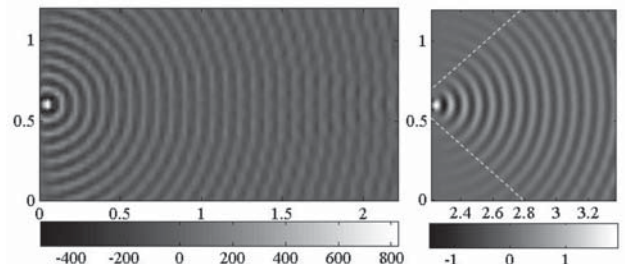


図 5 比音響インピーダンス関数



(a) 比音響インピーダンスのみ適用した場合



(b) 式(17)を用いた場合 ($n = 2$)

図 6 音圧振幅（実部）の比較
（モデル 4 を 4 [kHz] で計算。）

までの解析周波数帯では $n = 2$ 程度が良いことが分かった (図 3(b) 参照). また, 図 6 に関数 (17) を用いないときと用いたときの音圧振幅の比較を示す. この図より, わずかではあるが受音室側の音波の広がりにも影響が及んでいることが分かる. したがって, 以下の 2D 解析では, 弾性板と隣接する音源室側の比音響インピーダンス境界に, $n = 2$ とした関数 (17) を利用した.

3.3 2次元 FEM によるインピーダンス境界条件の検討

WBM では, 境界条件が不連続なときに, 弾性板と空気の変位振幅にずれが生じてしまうことが分かった. そこで, FEM においても同様の現象が起きるかを確認するために, FEM の解析を通じて弾性板の構造節点変位と流体節点変位の比較を行なった. ただし, 準備段階の解析において, モデル 1~4 における透過損失の差が小さいことが確認されたので, 今回はモデル 1 に絞って比較を行なった. このとき, 板と隣接する音源側の内壁に沿った位置 x における比音響インピーダンス Z に, 式 (17) の関数を用いて近似した場合 (ケース A) と, 単に ρc で近似した場合 (ケース B) の 2 ケースで構造変位と流体変位を比較した. また, これら 2 ケースの TL も比較した.

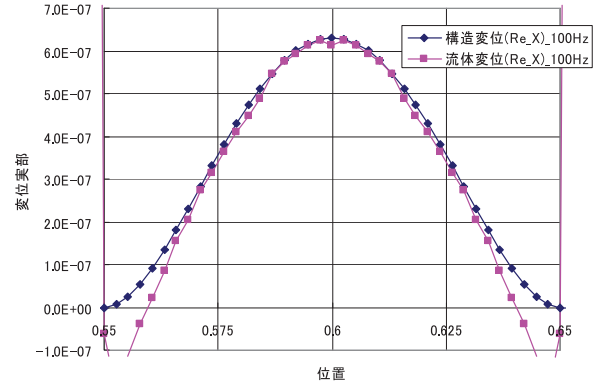
まず, 今回利用した MSC.Nastran による FEM 解析においては, 構造要素では節点変位が直接出力されるのに対して, 流体要素では節点圧力と要素中心の速度ベクトルが出力される. よって, 両要素の節点位置における変位を比較する場合, 流体要素のデータを近似する必要がある. そこで, 流体節点の圧力 P から次式を用いて変位を計算する.

$$r_n = \frac{1}{\rho \omega^2} \frac{\partial P}{\partial n} \quad (18)$$

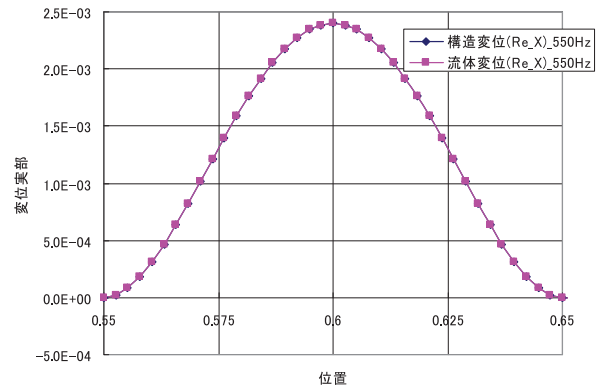
ここで, ρ は空気の密度, ω は入射波の励振角振動数, $\partial P / \partial n$ は流体節点の法線方向の圧力勾配である. このとき, 流体節点の圧力勾配を, 次の手順に従って計算することとした.

- (手順 1) 弾性板に接している節点と, その法線方向の節点を用いて Lagrange 補間の式による圧力勾配式を作る.
- (手順 2) この式に弾性板から法線方向に $\pm \Delta$ の座標値を当てはめ, これらの点における圧力を計算する. ($\Delta = 1.0 \times 10^{-8}$ とした.)
- (手順 3) $\pm \Delta$ の座標値における圧力を用いて, 圧力勾配を差分近似により計算する.

そして, モデル 1 における弾性板の構造節点と流体節点の変位振幅の計算結果を, ケース A とケース B に対して, それぞれ図 7 と図 8 に示す. まず, ケース A では, 周波数 100 [Hz] において弾性板の固定位置付近で両者が異なる

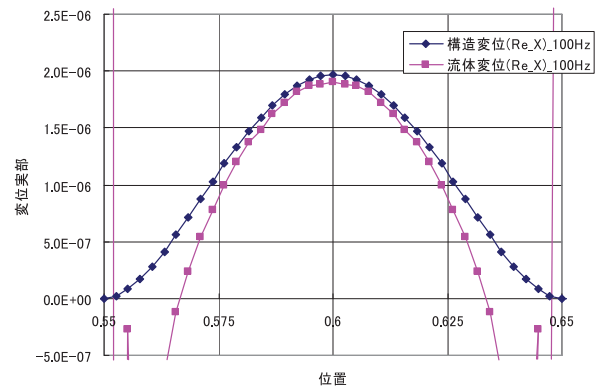


(a) 周波数 100[Hz]

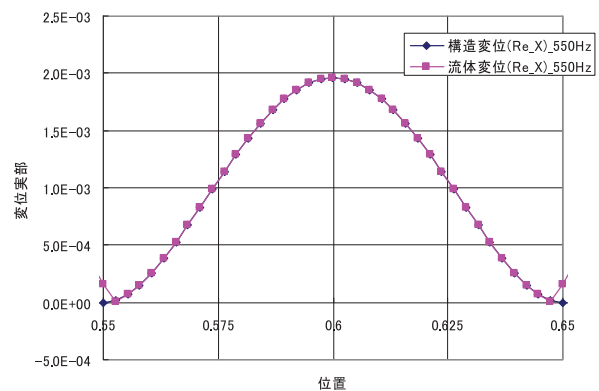


(b) 周波数 550[Hz]

図 7 ケース A の変位振幅



(a) 周波数 100[Hz]



(b) 周波数 550[Hz]

図 8 ケース B の変位振幅

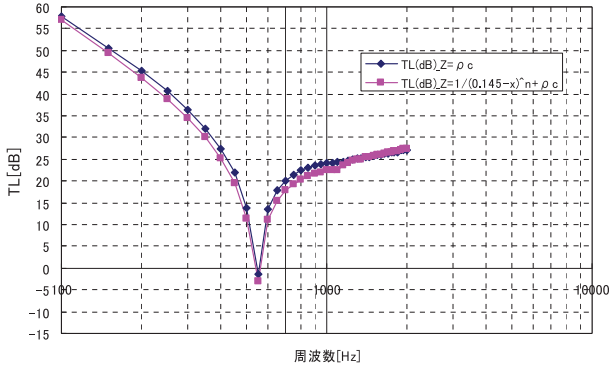


図9 Zの違いによるTL比較

る。しかし、周波数 550 [Hz] では両者が一致している。総じて周波数が低い場合は変位振幅が一致しないが、周波数が高くなるに従って両者が一致する傾向になっている(図7)。これに対して、ケース B では、周波数が低い場合は弾性板の中心付近でも違いが生じているが 550 [Hz] では両者は一致している(図8)。よって、比音響インピーダンス Z は、関数で滑らかに近似した方が、両者が一致する傾向になる。これは WBM と同様である。

次に、比音響インピーダンス境界条件の設定を検討するため、モデル 1 のみを用いて上述のケース A とケース B で計算した TL の結果を、図9に示す。この図から分かるように、両ケースにおいて TL に若干の差が生じている。BC をきちんと満足して解くためにも、WBM の場合と同様に式 (17) を用いて解析すべきであると考えられる。

3.4 2次元 WBM と FEM による透過損失の計算と比較

実際に WBM と FEM を利用して TL を比較する前に、現実に広く利用されている(垂直入射)質量則について簡単に説明する。この理論は、無限に広い弾性平板をバネとダンパから成るサスペンションで支持した 1 次元的なモデルに基づいて導出される⁶⁾。これは、實際上、板の 1 次の固有モードの中央部の挙動を局部的にモデル化していることになる。このとき、入射側と透過側の流体の固有音響インピーダンスをそれぞれ $\rho_1 c_1$ 、 $\rho_2 c_2$ とすると、角周波数 ω の音波が平板に垂直に入射される場合の透過損失係数 τ は、以下で定義される。

$$\tau = \frac{4n}{\left[\frac{1}{\rho_2 c_2} \left(\omega m - \frac{s}{\omega} \right) \right]^2 + \left(\frac{\omega_0 m \eta}{\rho_2 c_2} + n + 1 \right)^2} \quad (19)$$

ただし、 m は板の面密度、 s は板支持部のバネ定数(板の剛性に相当)、 $n = \rho_1 c_1 / (\rho_2 c_2)$ で定義される比音響インピーダンス比、 $\omega_0 (= \sqrt{s/m})$ は支持部の固有周波数(板の 1 次の固有周波数に相当)である。このとき、板支持部の減衰

は、真空中の板の損失係数 η を用いて $\omega_0 m \eta$ で表している。そして、TL は、次式で定義される。

$$TL = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{\tau} \right) \text{ [dB]} \quad (20)$$

ここで、 $\rho_0 c = \rho_1 c_1 = \rho_2 c_2$ 、 $f = \omega / (2\pi)$ とすれば、

(i) $\omega \ll \omega_0$

$$TL \approx 20 \log_{10} \left(\frac{s}{f} \right) - 20 \log_{10} (4\pi \rho_0 c) \quad (21)$$

(ii) $\omega \gg \omega_0$

$$TL \approx 20 \log_{10} (mf) - 20 \log_{10} \left(\frac{\rho_0 c}{\pi} \right) \quad (22)$$

(iii) $\omega = \omega_0$

$$TL = 0 \quad (\eta = 0) \quad (23a)$$

$$TL \approx 20 \log_{10} (mf_0 \eta) - 20 \log_{10} \left(\frac{\rho_0 c}{\pi} \right) \quad (\eta \neq 0) \quad (23b)$$

が得られる。式 (22) が、垂直入射質量則 (normal incident mass law) である。つまり、1 次固有周波数よりも大きな周波数領域では、TL が板の面密度の対数に比例するという広く知られた関係を表している。一方、式 (21) は、剛性則と呼ばれることもある。

一方、解析で用いる板の固有周波数についても考える。0.1 [m] 平方のアルミ平板の固有周波数は、上下 2 辺固定(その他自由)の場合、表 1 に示す値となる。このとき、梁の固有モードを考えると分かるように、1 次と 3 次のモードが軸対称なモードとなる(図 10 参照)。

続いて、図 2 の 4 つのモデルを用いて TL を計算し、WBM と FEM の結果を比較することを考える。FEM では、数値分散誤差を許容範囲に抑えるための指標⁷⁾を考慮したかなり密なメッシュを利用する。この分散誤差の指標は、応答の 1 波長あたり周波数独立なある一定の要素数以上必要という単純ものではなく、その数も周波数依存になることに注意したい。ここでは、計算の効率化を考えて、流体メッシュに関して、700 [Hz] までは 1 波長あたり約 58 要素、700 [Hz] から 2000 [Hz] までは 1 波長あたり約 63 要素、2000 [Hz] から 4000 [Hz] までは 1 波長あたり約 89 要素のメッシュというように、異なる 3 種類のメッシュを切り替えて利用する。このとき、図 11 は、弾性板の構造損失係数 (η) が 0.0 の場合であり、図 12 は 0.05 の場合である。解析周波数領域は、対称なモードの固有周波数が 2

表1 弾性板の固有周波数 [Hz]

モード次数	固有周波数
1	523.38
2	1442.7
3	2828.6
4	4675.5

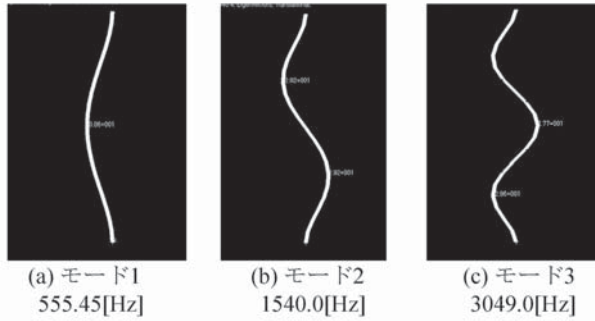
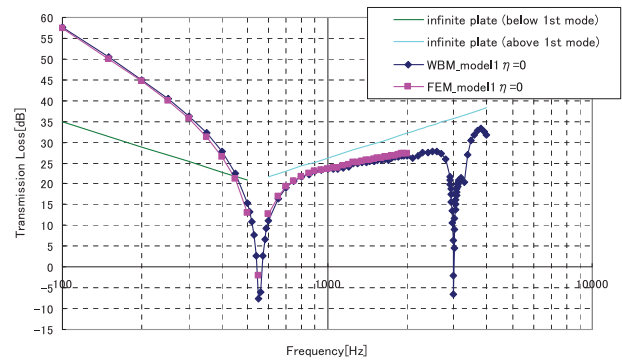


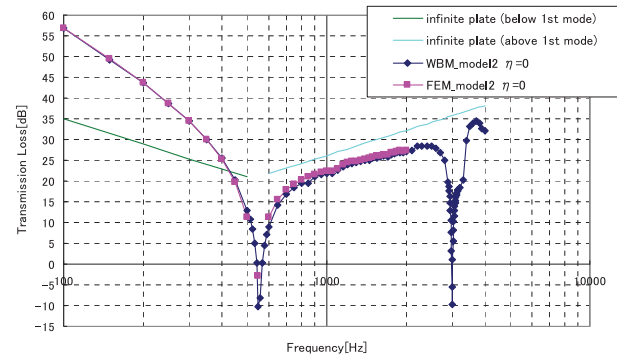
図10 FEMにより得られた板のモード形状

つ入るように100 [Hz] から4 [kHz] までとした。質量則と剛性則の結果も示すが、それらに関連する式 (21)-(23) は無限に広い板に基づくので、WBMの結果とは参考程度の比較となることに注意したい。

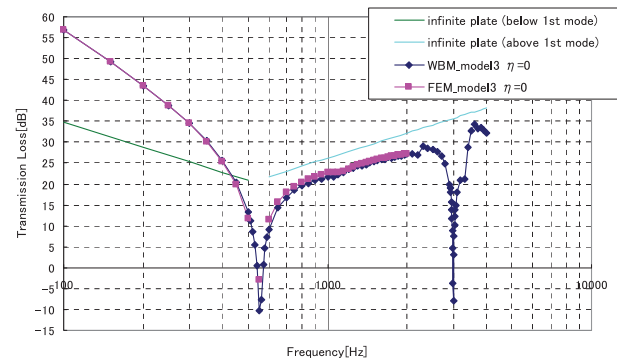
図11と図12の結果をみると、まずWBMとFEMの結果はほとんど一致しており、WBMの結果が妥当であることが分かる。一方、図2におけるモデル間の違いもみられず、今回の2次元の計算モデルではニッシュ効果が明確には現れていない。これは、吸音材表面の比音響インピーダンスの値として理想的な空気の固有音響インピーダンスを使用していることも一因であると考えられる。さらに、TLの値の周波数依存性に関しては、1次固有周波数よりも低い周波数領域では、板の剛性への依存性が大きいと考えられる。さらに、式 (23a, b) は1次固有周波数近傍でTLが急激に減少することを表すが、この現象も一致する。ただし、表1は、正確には真空中の板の固有周波数であり、図11と図12でTLが急激に減少するピークの周波数は、空気との連成の影響でこれよりも少し大きい値を示していると考えられる。そして、軸対称なモードで、1次モードよりも1つ大きなモード(3次モード)との間の領域で、質量則(式(22))に近い値を示している。このとき、非軸対称な2次モードによる影響はみられない。これは、ほぼ垂直に入射する平面波が音源室側の板表面に均一に当たっているために非軸対称なモードが物理的に生じないためである。さらに、WBMとFEMの計算では、質量則では考慮されない高次の3次固有周波数近傍でもTLが再び減少している。以上の現象は、構造損失係数を変化させても同様であり、特に、TLが急激に減少する部分の挙動は、式(23b)が示しているように、損失係数が支配的であることが分かる。



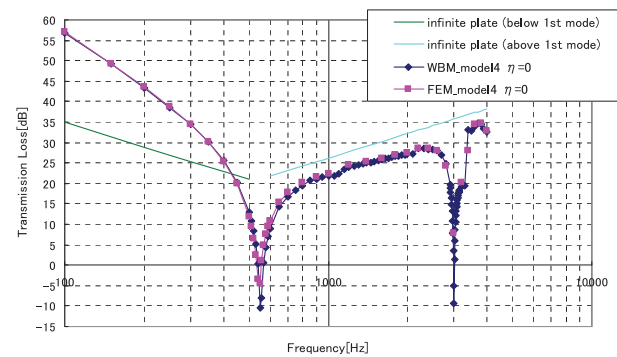
(a) モデル 1



(b) モデル 2

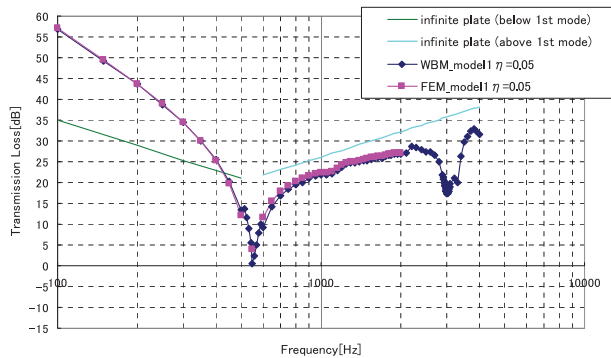


(c) モデル 3

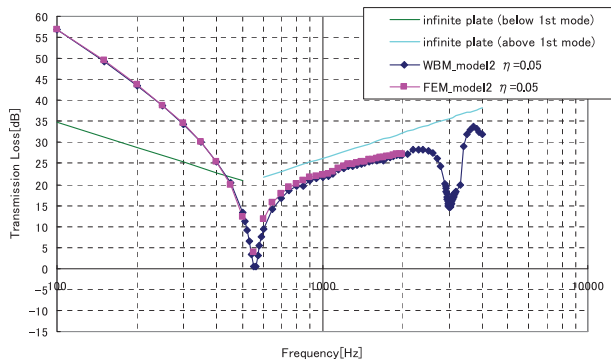


(d) モデル 4

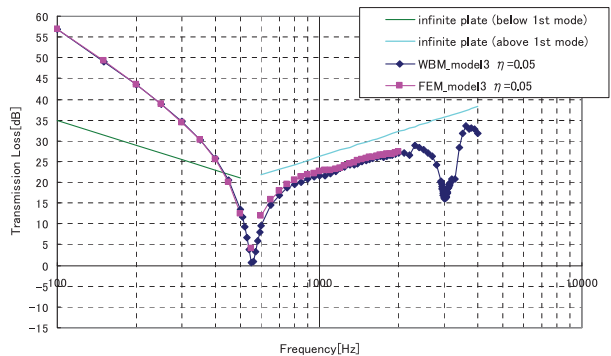
図11 WBMとFEMによる透過損失の比較 ($\eta=0$)



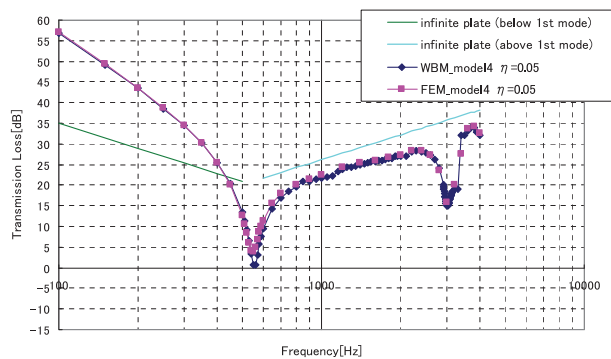
(a) モデル 1



(b) モデル 2



(c) モデル 3



(d) モデル 4

図 12 WBM と FEM による透過損失の比較 ($\eta = 0.05$)

3.5 音響透過解析に関するまとめ

本章では、中間周波数帯の定常音響構造連成解析が可能な WBM に注目し、2D 解析コードを用いて音響透過問題への適用性を検討した。

まず、比音響インピーダンスが不連続な点が存在する場合、構造と音響の境界条件をきちんと満たして解くことが難しいことが分かった。そのため、不連続な BC に対して、それらを滑らかに繋ぐ曲線を適用することで、より正確に表現できることが分かった。この不連続な BC の影響については、FEM を用いた検討もを行い、同様の現象が起こることを確認した。

そして、TL の計算を、解析の信頼性がある FEM と比較することにより、WBM の理論の検証を行った。その結果、両者とも TL の値がほぼ一致しており、このことから、2次元 WBM の妥当性が確認された。また、この計算から、有限な板でも、1次固有周波数近くでは無限に広い板のモデルから導出される質量則などと傾向が一致することが分かった。ただし、高次モードの影響については、今回のように詳細な解析をする必要がある。今後は、WBM の解析コードを3次元化し、実験や FEM との比較を行うことによって検証するとともに、より高周波の解析が高精度に現実的な計算時間と計算リソースで行える WBM の優位性についてさらに検討を進める予定である。補遺 A では、3次元 WBM の検証を行なう前段階として、3次元 FEM 解析を行って実験との比較を行い、両者の妥当性を検討した結果を示している。

4. 2次元 WBM による外部問題の解析

4.1 2次元 WBM の外部問題における波動関数の定義

前述したように、WBM は、支配方程式を厳密に満たす大域的に定義された波動関数（基本解）を用いて解を展開する。適当な波動関数を利用することにより、従来のトレフツ法にあった行列方程式の悪条件問題を克服したことが WBM のブレイクスルーであった。この WBM の応用範囲は、元々は定常内部音響構造連成問題に限定されていたが、最近では外部問題にも拡張されている²⁾。外部問題では、無限遠において音響エネルギーが反射しないことを保証するゾンマーフェルトの放射条件を満足する必要がある。この放射条件は、極座標 (r, θ) で表される位置の音圧 $p(r, \theta)$ に対して、

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left[\sqrt{r} \left(\frac{\partial p}{\partial r} + jkp \right) \right] = 0 \quad (24)$$

と表される。そのため、この拡張ではまず、(放射) 物体を仮想的な円 (以下、「打ち切り円」) で囲う。そして、こ

の円の内側は従来から提案されている内部問題用の波動関数を用い、外側は円柱周りの音の放射問題から厳密に導出された波動関数を利用する。つまり、音圧 $p(r, \theta)$ を、

$$p(r, \theta) = \sum_{i=0}^{\infty} p_{ci} \Phi_{ci}(r, \theta) + \sum_{i=1}^{\infty} p_{si} \Phi_{si}(r, \theta) \quad (25)$$

のように展開する。ここで、波動関数 Φ_{ci} と Φ_{si} は、次式で定義され、これらは放射条件を厳密に満たす。

$$\begin{cases} \Phi_{ci}(r, \theta) = H_i^{(2)}(kr) \cos(i\theta) \\ \Phi_{si}(r, \theta) = H_i^{(2)}(kr) \sin(i\theta) \end{cases} \quad (26)$$

このとき、 k は音響波数、 $H_i^{(2)}$ は、 i 次の第2種ハンケル関数、 p_{ci} と p_{si} が、未知の波動関数寄与係数である。

4.2 単純な2次元外部連成問題による検証

これまで内部問題にのみ対応していたWBMの解析コードを、前節で示した外部問題に対応するように拡張した。そこで、WBMの外部音響構造連成問題への応用性を示すために、この解析コードを単純な問題に適用してみる。このとき、図13のキャビティを背にした薄い板の問題を考えることにする。まず、剛体壁と薄い板から成るキャビティを破線で示したような打ち切り円で囲い、その中を内部問題として凸部分領域に分割する（内部問題が収束するための十分条件）。円の外側は単一の外部部分領域であり、ここに式(26)で定義された波動関数を用いる。そして、打ち切り円を含む部分領域境界には、圧力と法線方向速度の連続性条件を課す。また、この外部問題に対するWBMモデルでは、波動関数が本質的にゾンマーフェルト放射条

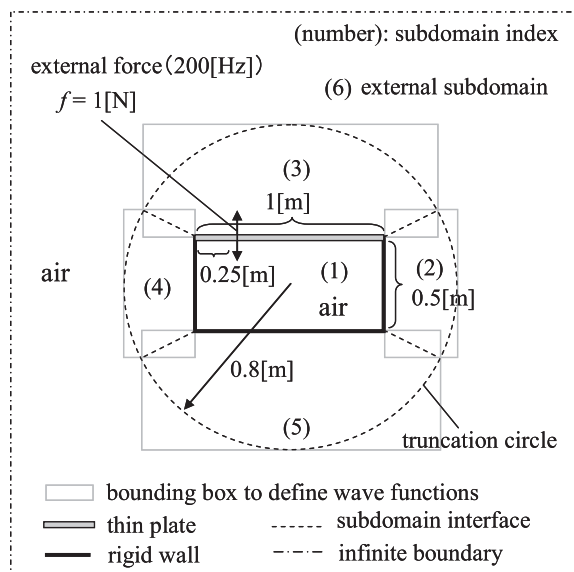


図13 キャビティを背にした板のモデル

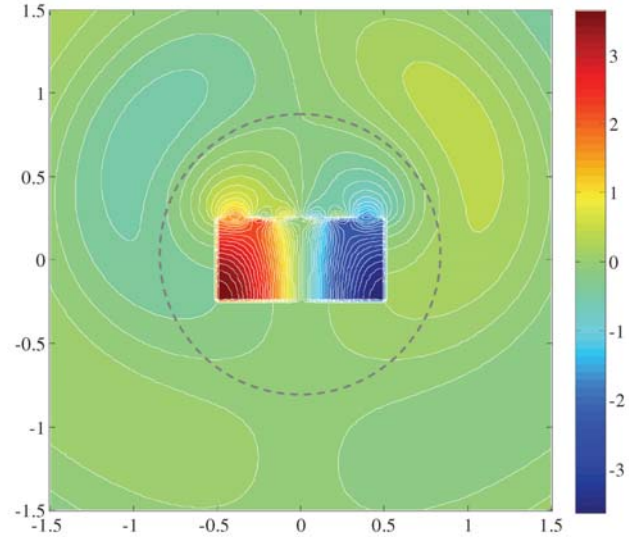


図14 キャビティを背にした板の振動により生じた音圧の分布（破線は打ち切り円）

件を満たしているために、非有界領域を（観測点を有限個にするために）打ち切った境界においてどんな境界条件も設定する必要はない。

図14は、図13に示したように、板に200 [Hz]で時間調和振動する外力を作用させたときの解析結果であり、板から生じた音が無限遠に向かって連続して放射される様子が確認できる。

4.3 2次元射場モデルを用いた外部定常音響解析

続いて、ロケットの射場における外部音響解析を行った。図15で示した解析モデル（解析モデルは2つあるが、いずれも幾何形状は同じ）から分かるように、射場にはPST (Pad Service Tower) と呼ばれる塔があり、地下には煙道が掘られている。このとき、図15のPST左側の煙道上にロケットが配置されているものとする。そして、PSTや煙道の大きさの影響のため、そして、音の伝播の様子を把握するために、ここで扱う解析領域は縦横方向とも百数十[m]とかなり広がっている。

そして、その同じ幾何形状の問題に対して、図15(a, b)に示すような2つの異なる解析モデルを構築した。まず、図15(a)では、2章で示した内部問題に対する波動関数を適用するために、解析領域を単に複数の凸部分領域に分割した。そして、実際には非有界な領域を打ち切った境界(図15(a)の1点破線)においては、単に空気固有音響インピーダンスを境界条件として与えることによって、外部問題を近似的にモデル化した（以下、「有界モデル」）。次に、図15(b)では、外部問題に対する波動関数(26)を適用するために打ち切り円を利用し、その内部は2章で扱った内部問題、そして、その外側は放射条件を考慮した外部問題として扱えるようにモデル化した（以下、「非有界モデ

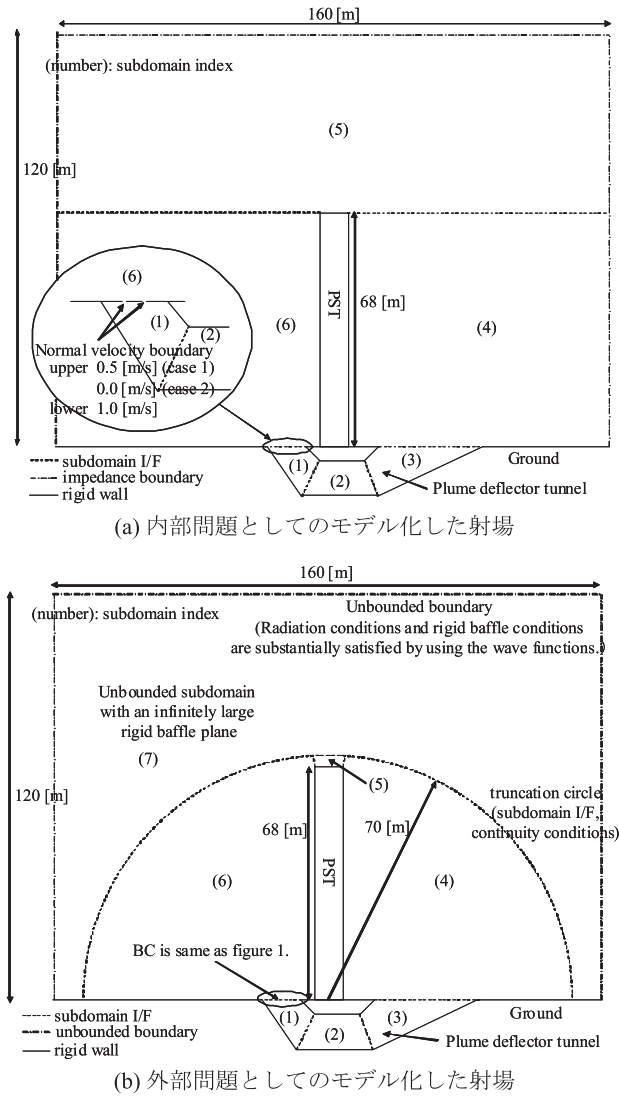


図 15 射場の簡易モデル

ル)]. この際、打ち切り円は半円になり、その外側の地面において剛壁の条件も満たすようにしなければならない。この条件は、波動関数の展開式 (25) において、余弦項をもつ関数のみを保持し、正弦項をもつ関数を展開式から除くことによって自動的に満たされる。つまり、

$$p(r, \theta) = \sum_{i=0}^{\infty} p_{ci} \Phi_{ci}(r, \theta) \quad (27)$$

のような展開式を利用する。一方、本格的な解析ではきちんと音源をモデル化する必要があるが、ここでは広い外部領域を有する外部問題に対して WBM の計算性能を検討するために、単にロケット・エンジンからの排気を想定した速度境界条件を設定した。その際、図 15(a) に示したように、煙道入口の下方向に 1.0 [m/s]、上方向に 0.5 [m/s] (ケース 1) と 0.0 [m/s] (ケース 2) と設定した。その他の地面や PST の境界は剛体壁である。

図 16-19 は、それぞれ、有界モデルと非有界モデルを用

いたときの、50 [Hz] (図 16, 17) と 100 [Hz] (図 18, 19) におけるケース 1 の解析結果を図示したものである。これらの図の (a) は、音圧振幅の実部、(b) は、次式で定義されるアクティブ音響インテンシティを示したものである。

$$I(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \text{Re} \{ p(\mathbf{r}) \mathbf{v}(\mathbf{r})^* \} \quad (28)$$

ここで、* は複素共役を表し、 $\text{Re}\{\bullet\}$ は複素数の実部を表す。この音響インテンシティは、音響エネルギーの流れを表すベクトル量なので、図中ではその大きさをコンターで表し、方向を (長さを同じにスケールした) 矢印で表している。このとき、有界モデルでは、全有界部分領域に対して 50 [Hz] では 754 個、100 [Hz] では 1470 個の波動関数を用い、一方、非有界モデルでは、有界部分領域 (打ち切り円の内側) に対して 50 [Hz] では 522 個、100 [Hz] では 972 個、非有界部分領域 (打ち切り円の外側) に対して 50 [Hz] では 96 個、100 [Hz] では 190 個の波動関数を用いている (計 50 [Hz] で 618 個、100 [Hz] で 1162 個)。

50 [Hz] における解析結果を示した図 16 と図 17 では、有界モデルと非有界モデルにおいてほぼ同じ計算結果が得られていることが分かる。一方、より高い周波数である 100 [Hz] での解析結果を示した図 18 と図 19 を比べると、

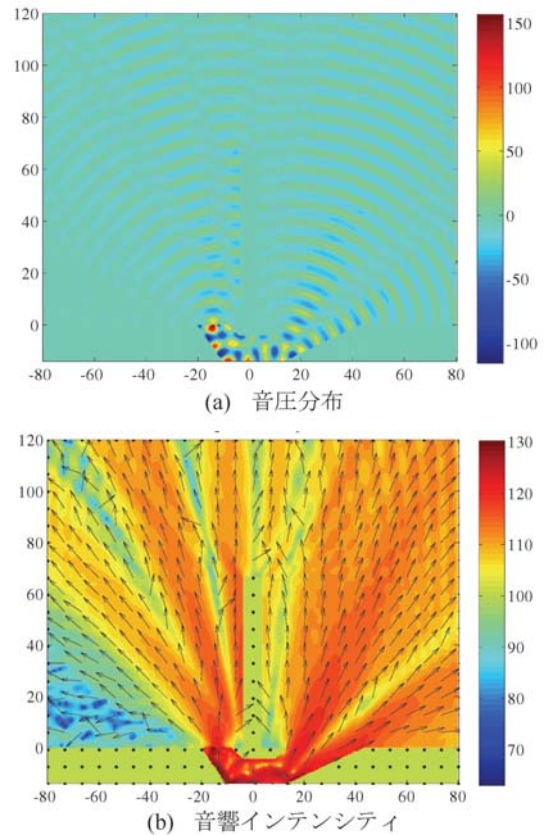
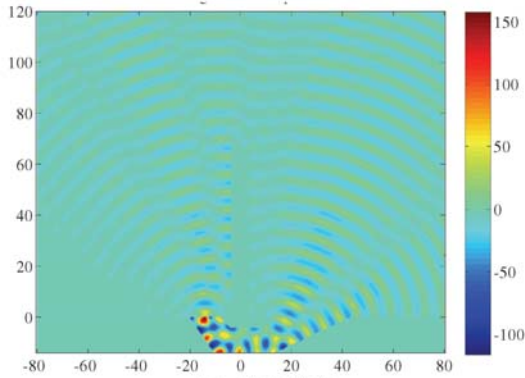
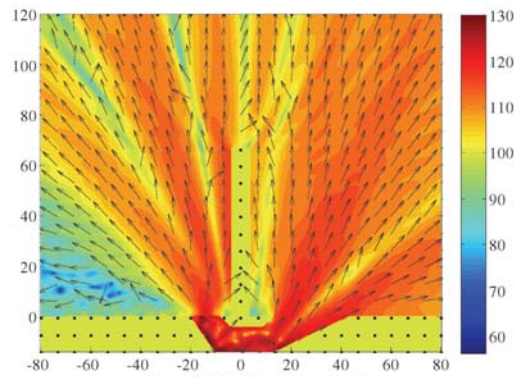


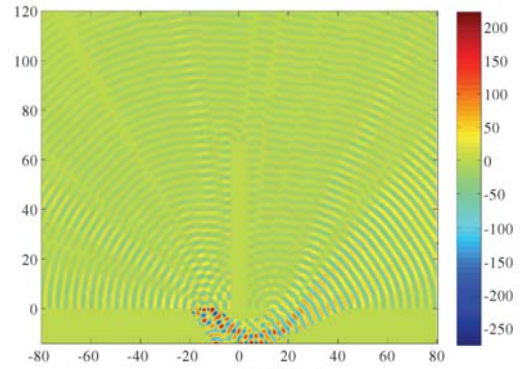
図 16 有界モデルを用いたときの射場の解析結果 (ケース 1: 50 [Hz])



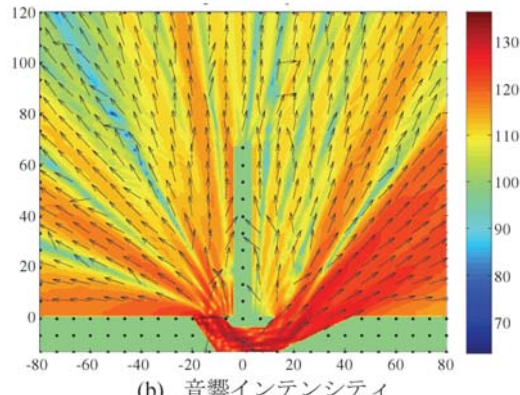
(a) 音圧分布



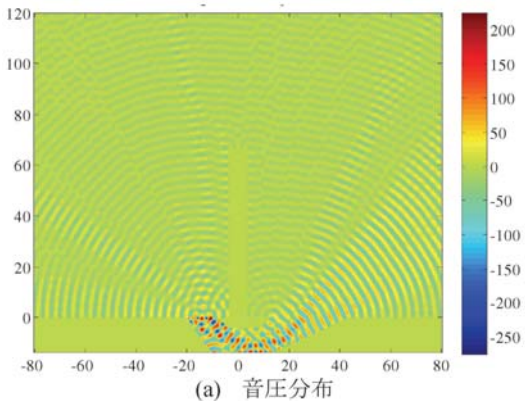
(b) 音響インテンシティ

図 17 非有界モデルを用いたときの射場の解析結果
(ケース 1: 50 [Hz])

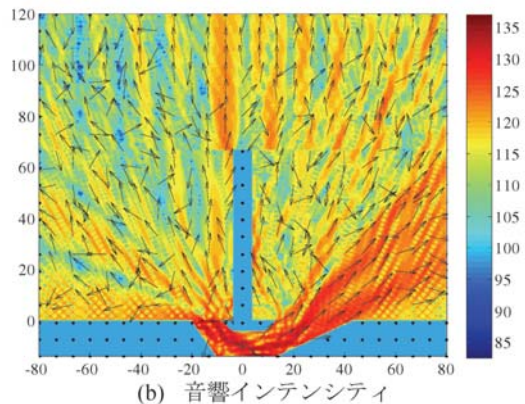
(a) 音圧分布



(b) 音響インテンシティ

図 19 非有界モデルを用いたときの射場の解析結果
(ケース 1: 100 [Hz])

(a) 音圧分布



(b) 音響インテンシティ

図 18 有界モデルを用いたときの射場の解析結果
(ケース 1: 100 [Hz])

図 18 (特に (b)) では、煙道から離れた領域では部分領域間の連続性がそれほど満たされていないことが分かる。また、インテンシティの向きを表す矢印から、音のエネルギーが滑らかに無限遠に向かっていないことも分かる。この計算では、数値積分の精度を上げて結果にそれほど変化が見られなかったことから、より正確な結果を得るためにはさらに多くの波動関数が必要であると考えられる。さらに、図 19 は、有界モデルで用いた波動関数よりも数の少ない波動関数を用いて、より正確な計算結果が得られることを示している。特に、インテンシティの向きを表す矢印が滑らかに無限遠に向かっていないことから、放射条件が、より高い周波数においても満たされていると理解できる。

次に、非有界モデルの計算における収束速度を検討するために、20 [Hz] と 50 [Hz] におけるケース 1 の解析解の収束曲線（波動関数の数に対して解析結果の相対誤差をプロットしたものを）、それぞれ、図 20(a) と (b) に示す。相対誤差の参照値は、有界部分領域と非有界部分領域の両方の領域において、いずれのケースで用いる波動関数の数よりも十分多くとった結果を共通して用いている。この図で、青 (○, または, × 付きの実線) と赤 (○, または, × 付きの破線) の曲線は、それぞれ、有界部分領域に少ない数の波動関数と多くの波動関数を用いた場合である。ま

た、相対誤差を計算するための観測点を、それぞれ煙道入口中央から高度 60 [m] と 70 [m] (PST の先端付近とそれよりも上) の 2 点をとっている。これらの図から、いずれの曲線も急速にほぼ一定の精度に収束していることが分かる。つまり、波動関数の数を多くすればよいというものではなく、少ない数の波動関数で必要な精度が出せる。ただし、相対誤差の収束値を比較すると、計算精度が有界部分領域の計算精度に影響されていることが分かり、有界部分領域にはある程度十分な数の波動関数が必要であることも分かる。よって、一般に複雑な幾何形状を有し、そのために複数の凸部分領域に分割する必要のある(それに

伴って、連続性条件を課す部分領域間インターフェイス面が増えるので、計算コストが増す) 有界部分領域をできるだけ小さくしたほうが、計算コストが低く精度の高い計算ができると考えられる。

最後に、PST が存在することによるロケット側への遮音の影響を考える。図 21 は、煙道入口中央からの高度を 40 [m] から 110 [m] に変化させたときに、ケース 2 の解析結果から得られた音圧レベル (SPL) の違いを示したものである。この図から、明らかに PST の先端付近の高度 70 [m] (記号なしの実線) を境にして、SPL に大きな差が生じていることが分かる。これは、今回用いたモデルが

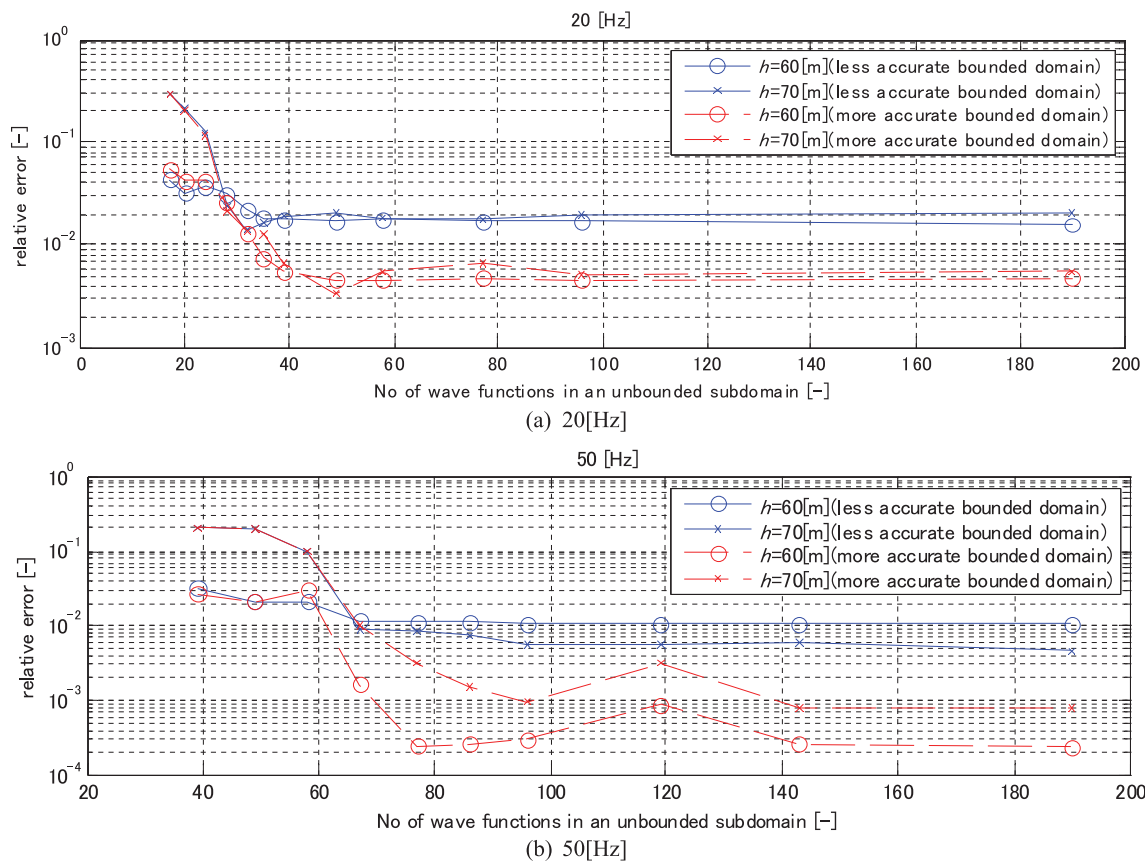


図 20 非有界モデルの解の収束曲線

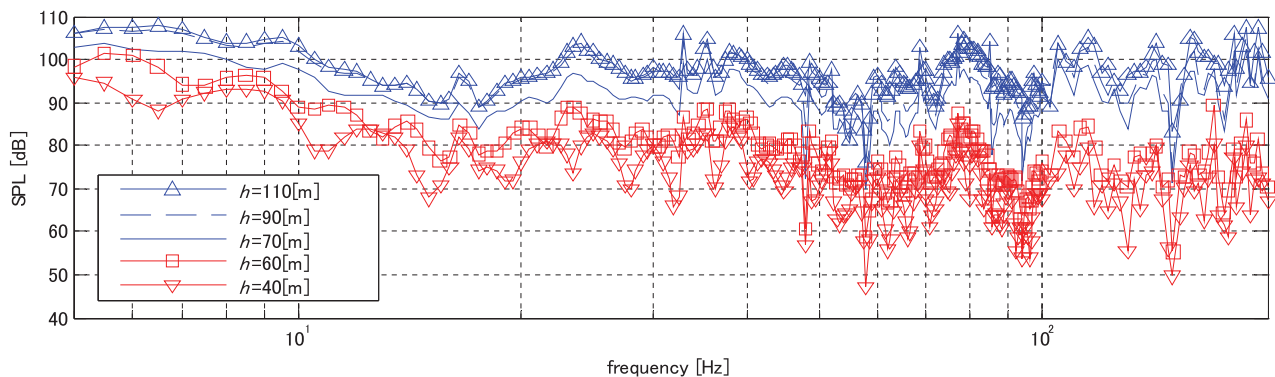


図 21 煙道入口からの高度による SPL の変化

2D, つまり, PST の紙面垂直方向の幅が無大であることから, 煙道の出口から放射する音が, 特に PST の高さより低いロケット側の領域に与える影響がかなり小さくなっているからであると考えられる.

4.4 外部音響解析に関するまとめ

本章では, 外部問題の放射条件を厳密に満たす 2D の WBM を実装し, まず, 簡単な外部問題に適応して計算コードの検証を行った.

その後, ロケットの射場の簡易モデルに対して WBM を適応し, 広い範囲の解析領域を有する外部音響放射問題への適応性を検討した. その結果, 従来の内部問題に対する WBM で外部問題を近似的に解くよりも, 外部問題へ拡張した WBM を適用したほうが, 計算の収束速度も速く (少ない波動関数の数で), より高い周波数において高い精度の計算結果が得られることが分かった.

射場の問題では, PST の存在により, それと煙道を囲む打ち切り円の直径がかなり大きくなってしまふ. 計算時間は, 解析周波数に依存するが, 100 [Hz] の解析を Windows PC 上の MATLAB® で計算して数時間のオーダーである. 今後, 打ち切り円を楕円等も使用できるように拡張できれば, 複数の凸部分領域からなる内部領域を小さくでき, さらに計算効率良く計算ができると考えられる.

5. おわりに

WBM は, 定常音響構造連成解析において従来の手法では解析が困難な中間周波数帯を解析可能な決定論的手法である. 本報告では, 2D の音響透過問題に関して, 解析の信頼性の高い (ただし, 解析周波数が高くなると計算コストの大きい) FEM と比較することによって, 理論の妥当性を検討した. また, これまで内部問題に関して開発した解析コードを外部問題に適応できるように拡張し, 解析範囲の極めて広いロケットの射場の解析を行い, 現実的な計

算時間や計算リソースで解析可能であることを確認した.

今後は, 3D の WBM 解析コードを構築し, 特に, 音響透過実験との比較を中心に検証を進める予定である. また, 波動関数の抽出が困難な (複雑な幾何形状の) 問題に対して, FEM と WBM を組み合わせたハイブリッド・アプローチについても検討を進める.

参考文献

- 1) Murakami, K., Kitamura, K., Hashimoto, A., Aoyama, T., and Nakamura, Y., Research on Acoustic Environment during Rocket Launch, *Theoretical and Applied Mechanics Japan*, 56, pp. 463–469, 2007.
- 2) Pluymers, B., Wave Based Modelling Methods for Steady-State Vibro-Acoustics, Ph.D Dissertation, K.U.Leuven, 2006.
- 3) Pluymers, B., Van Hal, B., Vandepitte, D., Desmet, W., Trefitz-based methods for time-harmonic acoustics, *Archives of Computational Methods in Engineering (ARCME)*, DOI: 10.1007/s11831-007-9010-x, pp. 343–381, 2007.
- 4) 高橋 孝, 村上桂一, 青山剛史, 相曾秀昭, 音響振動解析のための数値計算法に関する研究, JAXA-RR-07-012, 2008.
- 5) 古賀 豊, ハニカムパネルの音響透過特性に関する研究, 2008 年度名古屋大学修士論文.
- 6) Vinokur, R., Mechanism and Calculation of the Niche Effect in Airborne Sound Transmission, *J. Acoust. Soc. Am.*, 119 (4), pp. 2211–2219, 2006.
- 7) Fahy, F. and Gardonio, P., *Sound and Structural Vibration (2nd ed.)*, Academic Press, 2007.
- 8) Ihlenburg, F. and Babuska, I., Finite Element Solution of the Helmholtz equation with high wave number Part I : The h-version of the FEM *Computers and Mechanics with Applications*, Vol. 30, pp. 9–37, 1995.

補遺 A 3次元 FEM による透過解析 (実験との比較検討)

3次元 WBM の検証を行なう前段階として、その比較対象として3次元 FEM モデルで解析を行ない、実験結果と比較することによって FEM モデルの妥当性を検討する。

解析モデルは、2次元モデルと同様、音源室と受音室を壁で仕切り、音源室にあるスピーカから音波を放射し、部屋の連結部にある弾性板（アルミニウム 1050：大きさ 200 [mm]×200 [mm]、その他の物性値は2次元と同じ）を通じて受音室へ透過する音を測定するものである。解析モデル（FEM モデルは約 22 万節点、約 24 万要素）の幾何形状を図 A.1 に、解析モデルに対応する実験装置の弾性板を図 A.2 に示す。このとき、初期検討段階として、部屋の連結部にある弾性板以外の内壁における比音響インピーダンス境界は、全て空気の固有音響インピーダンス ρc としている。

実験結果と解析結果の TL 比較図（TL の実験値は、図 A.2 の弾性板中心位置の値と、黄印の点の平均値を使用）を図 A.3 に示す。さらに参考のため、図 A.4 に、FEM の固有値解析から得られた板の固有モード形状を示す。この図から、1次と5次の対称な固有モード形状を有する固有周波数付近で両者とも TL が減少する傾向が一致した。しかし、解析結果の TL が実験値より少し高めに出現している。これについては、今後、現実的な構造損失係数 η を入力し、さ

らに詳細なメッシュを利用するなどして検討を行なう必要がある。

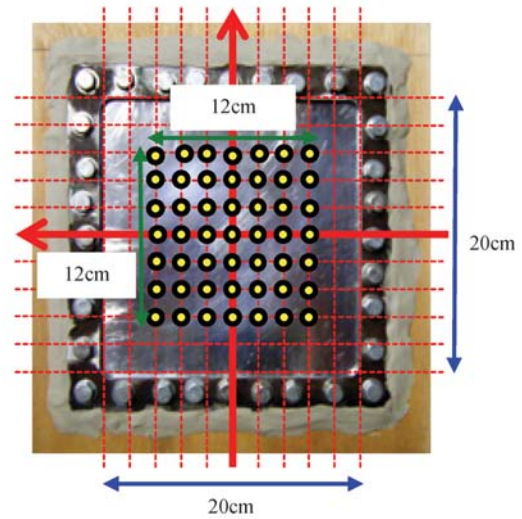
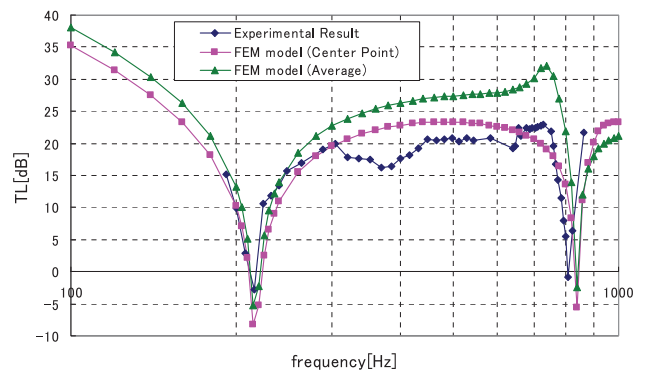
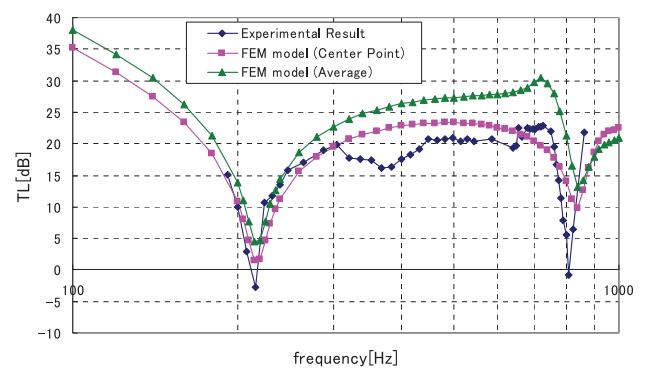


図 A.2 実験装置の弾性板



(a) $\eta = 0$



(b) $\eta = 0.05$

図 A.3 実験結果と解析結果の TL 比較

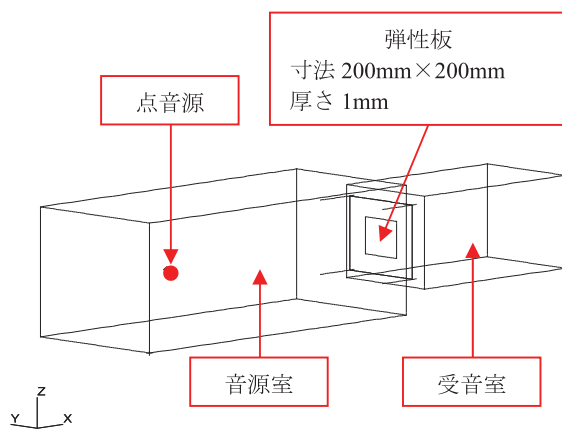


図 A.1 3次元 FEM モデルの幾何形状

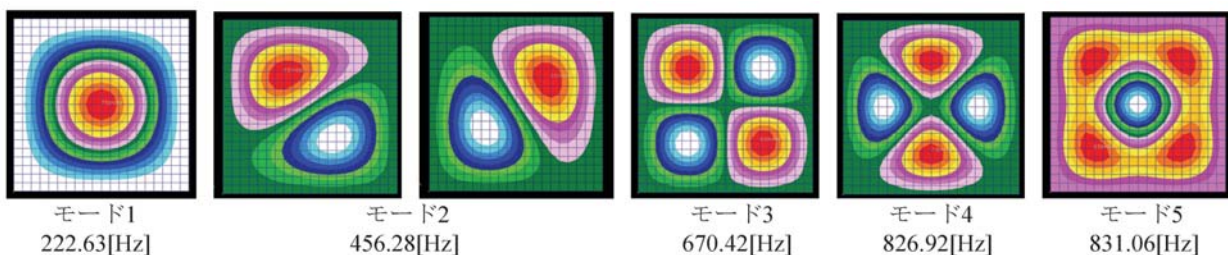


図 A.4 板の固有振動モード