

宇宙航空研究開発機構研究開発報告  
JAXA Research and Development Report

CFD解析ソルバーADCSの開発

Development for a Parallelized CFD Code - ADCS

雷 忠\*1, 永田 靖典\*2

Zhong LEI<sup>\*1</sup> and Yasunori NAGATA<sup>\*2</sup>

\*1 航空プログラムグループ 超音速機チーム

Supersonic Transport Team, Aviation Program Group

現在、諏訪東京理科大学 システム工学部 機械システム工学科

\*2 株式会社 菱友システムズ

Ryoyu Systems Co.,Ltd.

2010年3月

March 2010

宇宙航空研究開発機構

Japan Aerospace Exploration Agency

## 目次

|         |                                   |    |
|---------|-----------------------------------|----|
| 1       | はじめに .....                        | 5  |
| 2       | ADCS 概要 .....                     | 5  |
| 3       | 計算手法 .....                        | 6  |
| 3.1     | 支配方程式 .....                       | 6  |
| 3.2     | ヤコビアン・メトリックスの評価 .....             | 11 |
| 3.3     | 対流項 .....                         | 12 |
| 3.4     | 粘性項 .....                         | 14 |
| 3.5     | 時間積分 .....                        | 15 |
| 3.5.1   | LU-ADI 近似陰解法 .....                | 16 |
| 3.5.2   | 多段階 Runge-Kutta 陽解法 .....         | 17 |
| 3.5.3   | 局所時間刻み法 .....                     | 18 |
| 3.6     | 乱流モデル .....                       | 18 |
| 3.6.1   | Spalart-Allmaras モデル .....        | 18 |
| 3.6.2   | Menter's SST $k-\omega$ モデル ..... | 19 |
| 3.6.3   | 低レイノルズ数型 $k-\epsilon$ モデル .....   | 20 |
| 3.6.3.1 | Jones-Launder モデル .....           | 20 |
| 3.6.3.2 | Abid モデル .....                    | 21 |
| 3.6.3.3 | Yang-Shih モデル .....               | 22 |
| 3.7     | 境界条件 .....                        | 23 |
| 3.7.1   | 滑り壁 .....                         | 24 |
| 3.7.2   | 滑り無し壁 .....                       | 25 |
| 3.7.3   | 対称条件 .....                        | 26 |
| 3.7.4   | 遠方条件 .....                        | 26 |
| 3.7.5   | 流入条件 .....                        | 28 |
| 3.7.6   | 流出条件 .....                        | 28 |
| 3.8     | 一様流の値および初期条件 .....                | 29 |
| 3.9     | 空力係数の算出 .....                     | 29 |
| 4       | 検証計算 .....                        | 30 |
| 4.1     | 平板乱流境界層 .....                     | 31 |
| 4.2     | 遷音速翼型 RAE2822 .....               | 33 |
| 4.3     | 遷音速翼 ONERA M6 .....               | 36 |
| 4.4     | 亜音速 DLR-F6 翼胴形態 .....             | 42 |
| 4.5     | JAXA ロケット実験機 NEXST-1 .....        | 49 |
| 4.6     | 遷音速ディフューザ内流れ .....                | 54 |
| 5       | 並列処理性能 .....                      | 56 |
| 5.1     | 計算条件 .....                        | 56 |
| 5.2     | 並列計算性能測定環境 .....                  | 56 |
| 5.3     | 並列処理性能 .....                      | 56 |
| 6       | まとめ .....                         | 57 |
|         | 謝辞 .....                          | 58 |
|         | 参考文献 .....                        | 58 |
| 付録 A    | 処理の流れ .....                       | 60 |
| A.1     | 前処理ツール pregrid .....              | 60 |
| A.2     | CFD 解析ソルバーADCS-solver .....       | 64 |
| 付録 B    | 非計算点の判別と処理 .....                  | 68 |
| 付録 C    | ブロック間境界処理とエッジ処理 .....             | 70 |

|      |            |    |
|------|------------|----|
| 付録 D | 並列化.....   | 71 |
| 付録 E | 省メモリ化..... | 73 |
| 付録 F | 高速化.....   | 73 |

# CFD解析ソルバーADCSの開発\*

雷 忠<sup>\*1</sup>, 永田 靖典<sup>\*2</sup>

## Development for a Parallelized CFD Code - ADCS\*

Zhong LEI<sup>\*1</sup> and Yasunori NAGATA<sup>\*2</sup>

### Abstract

ADCS (Aero-Dynamic Computational System), which is a CFD (Computational Fluid Dynamics) solver to simulate flow using Multi-block technique, was developed. Parallel programming with MPI library was utilized to achieve high performance and obtain applicability for large-scale aerospace problems. The ADCS solves the time-dependent conservation law form for the Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) equations on structured grids. The finite difference method is used for spatial discretization. Several turbulence models are available. The reduction of memory usage was achieved by modified data structure with a new feature of Fortran 90 language. The parallelized code was verified and its performance was tested. It shows that the code is efficient to conduct large-scale computations by using MPI parallelization. Several test cases were conducted to validate the numerical accuracy and test performance for parallel computational system.

Keywords: CFD, parallel programming, multi-block, Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations, turbulence model

### 概要

近年、数値解析の大規模化や形状の複雑化が進む一方、期間の短縮、解析の高精度化が求められている。自動車、航空機、流体機械など流体に関連する工学分野において数値流体力学(CFD)は非常に重要な解析と設計ツールとなりつつある。今後CFDは大きな役割を果たすことが期待されているが、高い予測精度を達成するには依然高い計算負荷がかかる。計算を行うハードウェアには大規模な並列計算機システムが採用され、計算時間を短縮するためにコードの並列化は必要不可欠となっている。

宇宙航空研究開発機構超音速機チームでは、独自に汎用CFD解析ソルバーADCS (Aero-Dynamic Calculation System) を開発し、これまで低速から高速まで様々な流れの解析を行ってきた。ADCSは有限差分法により支配方程式であるRANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) 方程式を離散化し、複雑形状に対応するマルチ・ブロック構造格子技術を採用し、領域分割法に基づいた並列化を施すことで、大規模計算にも対応可能である。

本論文ではADCSで採用された計算手法について述べ、検証計算を通してその妥当性について述べる。検証計算は平板境界層、2次元翼、3次元翼、亜音速機の翼胴形態、および超音速機に対して行い、それぞれ妥当な解を得ることができた。

キーワード : CFD、並列プログラミング、マルチ・ブロック、RANS、乱流モデル

---

\* 平成 21 年 7 月 15 日受付 (Received 15 July 2009)

\*1 航空プログラムグループ 超音速機チーム (Supersonic Transport Team, Aviation Program Group)  
現在、諏訪東京理科大学 システム工学部 機械システム工学科

\*2 株式会社 菱友システムズ (Ryoyu Systems Co.,Ltd.)

## 記号表

|               |                         |
|---------------|-------------------------|
| $A$           | 流束ヤコビアン行列               |
| $C$           | 翼弦長                     |
| $C_D$         | 抗力係数                    |
| $C_{D,f}$     | 抗力係数の摩擦成分               |
| $C_{D,p}$     | 抗力係数の圧力成分               |
| $C_{D\min}$   | 最小抗力係数                  |
| $C_L$         | 揚力係数                    |
| $C_{L,f}$     | 揚力係数の摩擦成分               |
| $C_{L,p}$     | 揚力係数の圧力成分               |
| $C_{L0}$      | 最小抗力時の揚力係数              |
| $C_{L\alpha}$ | 揚力傾斜                    |
| $C_M$         | ピッチングモーメント係数            |
| $C_{L0}$      | 迎角0[deg.]時のピッチングモーメント係数 |
| $C_{M\alpha}$ | ピッチングモーメント傾斜            |
| $C_f$         | 摩擦係数                    |
| $C_p$         | 圧力係数                    |
| $C_p$         | 定圧比熱                    |
| $C_v$         | 定積比熱                    |
| $c$           | 音速                      |
| $D$           | 抗力                      |
| $d$           | 壁からの最短距離                |
| $E_t$         | 単位体積あたりの全エネルギー          |
| $e$           | 単位質量あたりの内部エネルギー         |
| $F_j$         | 対流項ベクトル ( $j=1,2,3$ )   |
| $F_{v,j}$     | 粘性項ベクトル ( $j=1,2,3$ )   |
| $\mathbf{F}$  | 力ベクトル                   |
| $f$           | 数値流束                    |
| $h$           | 単位質量あたりのエンタルピー          |
| $I$           | 単位行列                    |
| $J$           | 行列変換のヤコビアン              |
| $K$           | ポラー曲線の係数                |
| $k$           | 乱れエネルギー                 |
| $L$           | 揚力                      |
| $L$           | 長さスケール                  |
| $L/D$         | 揚抗比                     |
| $l$           | 左固有ベクトル                 |
| $M$           | マッハ数                    |
| $\mathbf{M}$  | モーメント                   |
| $N$           | 格子点数                    |
| $Pr$          | プラントル数                  |
| $Pr_T$        | 乱流プラントル数                |
| $p$           | 静圧                      |
| $p_t$         | 全圧                      |
| $Q$           | 流れ物理量保存量ベクトル            |
| $q_i$         | 熱流束                     |
| $R$           | 一般気体定数                  |
| $Re$          | レイノルズ数                  |

|                    |                             |
|--------------------|-----------------------------|
| $Rt$               | 乱流レイノルズ数                    |
| $R$                | 右固有行列                       |
| $R^{-1}$           | 左固有行列                       |
| $R^\pm$            | リーマン不変量                     |
| $r$                | 右固有ベクトル                     |
| $\mathbf{r}$       | 位置ベクトル                      |
| $S$                | Sutherland定数                |
| $S$                | 半スパン長                       |
| $\mathbf{S}$       | 面積ベクトル                      |
| $s$                | エントロピ                       |
| $T$                | 温度                          |
| $T_i$              | 全温                          |
| $t$                | 時間                          |
| $U_j$              | 反変速度ベクトル ( $j=1,2,3$ )      |
| $u^+$              | 無次元速度 (式(282))              |
| $u_i$              | 速度ベクトル ( $i=1,2,3$ )        |
| $u'_i$             | 変動速度ベクトル ( $i=1,2,3$ )      |
| $u_\tau$           | 摩擦速度                        |
| $\mathbf{u}$       | 速度ベクトル                      |
| $V$                | 体積                          |
| $x_j$              | 物理空間座標 ( $j=1,2,3$ )        |
| $x, y, z$          | 物理空間座標系                     |
| $y^+$              | 無次元壁距離 (式(281))             |
| $\alpha$           | 迎角                          |
| $\alpha_0$         | ゼロ揚力角                       |
| $\beta$            | 横すべり角                       |
| $\delta_{ij}$      | クロネッカーのデルタ ( $i, j=1,2,3$ ) |
| $\varepsilon$      | 乱れ散逸率                       |
| $\gamma$           | 比熱比                         |
| $\Gamma$           | 固有値行列                       |
| $\kappa$           | 熱伝導係数                       |
| $\kappa_T$         | 乱流熱伝導係数                     |
| $\Lambda$          | 固有値                         |
| $\mu$              | 粘性係数 (分子粘性係数)               |
| $\mu_T$            | 渦粘性係数                       |
| $\nu$              | 動粘性係数                       |
| $\tilde{\nu}$      | Spalart-Allmarasモデルの乱流保存量   |
| $\rho$             | 密度                          |
| $\Theta$           | 無次元温度 (式(30))               |
| $\tau_{ij}$        | 粘性応力 ( $i, j=1,2,3$ )       |
| $\tau_{ij}^T$      | レイノルズ応力 ( $i, j=1,2,3$ )    |
| $\omega$           | 乱れ周波数                       |
| $\xi_j$            | 計算空間座標 ( $j=1,2,3$ )        |
| $\xi, \eta, \zeta$ | 計算空間座標系                     |
|                    | 添え字                         |
| $0$                | 無次元化の基準量                    |
| $\infty$           | 基準状態 (=一様流)                 |
| $ref$              | 代表値                         |

## 修飾記号

- \* 有次元量
- 時間平均量
- ^ 一般座標系に対する値

## 1 はじめに

航空機の研究開発においては、数値解析の大規模化や形状の複雑化が進む一方、より短期間で設計を行うことが要求されている。大規模な計算を行うためには、計算時間の制約からコードの並列化が必要不可欠である。一方、科学技術計算を支えるハードウェアもますます大規模な並列計算機システムとなっている。ハードウェアの中核を成すCPU (Central Processing Unit) はマルチコア化が進み、省電力化を目的として今後もその方向性が変わることはないと思われる。並列計算機システムにおいては、並列処理をいかに効率良く行うかが重要であり、システムのリソースを無駄に占有することは避けなければならない。

航空宇宙分野では、数値解析技術が大きく進歩してきた。空力設計において、従来、風洞試験の繰り返しと線形理論設計法の併用より行われてきたが、CFD (Computational Fluid Dynamics) を用いた革新設計技術は不可欠になりつつあり、今後、大きな役割が期待されている。新しい航空機の開発を成功させるために、如何に開発期間を短縮しコストを低減するかは重要である。しかし、空力解析においては非線形偏微分方程式である流れの支配方程式が複雑であり、特に予測精度が要求された空力設計は計算負荷が依然高い。そのため、計算機性能の向上とともに、解析ソフトウェアの高速化が必要不可欠である。

宇宙航空研究開発機構 (JAXA) 超音速機チームでは、次世代超音速旅客機の研究開発プロジェクト[1]において、2002年から独自にCFD解析ソルバーADCS (Aero-Dynamic Computational System)を開発し、これまで、低速から高速まで様々な流れの解析を行った。ADCSは有限差分法により流れの支配方程式を離散化し、複雑な形状に対応するマルチ・ブロック構造格子技術を採用した[2]。このコードはすでに並列化が施されていたが、コード設計段階での制約から適用限界が存在し、並列計算機システムの性能を十分に発揮出来ずにいた。そこでADCSに改修を施すことで、計算速度の向上、大規模計算への対応、使用手順の簡素化を図り、より汎用的なコードを開発した。改修されたADCSでは、マルチ・ブロック構造格子をあらかじめ分割して、それぞれの領域を割り当てられた各CPUで処理する領域分割法に基づいた並列化を施し、領域間の情報交換にはMPI (Message Passing Interface) ライブラリを用いた。さらに、Fortran90の構造型機能と割付け配列、形状引継ぎ配列を用いることにより、大規模計算に対応させるとともに、計算の高速化とコードの汎用化を図った。

本論文では、ADCSの解析手法と並列化について述べ、いくつかの検証計算を通してコードの妥当性について述べる。検証計算として、平板上に発達する乱流境界層の2次元計算、遷音速翼型RAE2822に対する2次元計算、遷音速翼ONERA M6に対する3次元計算、亜音速航空機DLR-F6翼胴形態周り、ロケット実験機NEXST-1空力設計形状周りの計算、および遷音速ディフューザ内流れの計算をそれぞれ行い、実験値等との比較を行った。

## 2 ADCS 概要

ADCS (Aero-Dynamic Computational System) は、宇宙航空研究開発機構超音速機チームで開発されたマルチ・ブロック構造格子に対応したCFD解析並列ソルバーである。

流体は圧縮性完全気体を対象とし、流れ場の支配方程式は3次元レイノルズ平均ナビエ・ストークス (Reynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS) 方程式とした。対象とする流体は比熱比が1.4で一定とし、理想気体の状態方程式に従うとする。流体の分子粘性係数はSutherlandの式に従うとする。RANS方程式は粘性項の扱い方によってさらに、Euler (粘性項無視)、Simplified Navier-Stokes (粘性項簡略化)、Full Navier-Stokesから選ぶことができる。乱流解析には数種類の渦粘性モデルを組み込んだ。空間離散化には有限差分法を用いている。複雑形状にも対応するためにマルチ・ブロック構造格子に対応しており、3次元、2次元流れについて計算が可能である。

コードはFortran90で記述しており、MPIライブラリを用いることで並列化を施してある。Fortran90で追加された機能である割付け配列、および構造型を用いることで省メモリ化を図った。構造型内にポインタ配列を組み込み、構造型そのものは動的に割り当てることで、構造型を任意の個数確保し、各構造型に含まれるポインタ配列に対して異なったサイズの配列を持たせることができる。このようにすることで、各ブロックに対して過不足なくメモリを割り当てることができ、メモリ使用



量を抑えることができる。主計算部であるサブルーチン内では、各格子点の物理量等を格納した配列をFortran90の形状引継ぎ配列として定義することで計算の高速化を図った。

### 3 計算手法

ADCSで使用している計算手法について述べる。

ADCSでは有限差分法を用いてレイノルズ平均ナビエ・ストークス (RANS) 方程式を解く。流体は理想気体の状態方程式に従うとする。比熱比は一定とする。計算は無次元量について行っており、代表長さ、一様流密度、一様流音速を用いて支配方程式を無次元化した。必要に応じて、乱流計算用にRANS方程式、層流計算用にナビエ・ストークス (NS) 方程式、非粘性流計算用にEuler方程式をそれぞれ解くことができ、粘性項を簡略化したナビエ・ストークス方程式について計算を行うこともできる。分子粘性係数はSutherlandの式に従うとする。3次元流れ、および2次元流れについて計算を行うことができる。

近年、計算機性能の目覚ましい発達によって、乱流の計算手法はLES (Large Eddy Simulation) やDNS (Direct Numerical Simulation) といったより厳密な方法に移り変わりつつある。しかしながら、実問題に対してはそのような計算手法では依然として計算負荷が大きく、多くの工学的な課題に見られる高いレイノルズ数の乱流解析に適用することは事実上困難である。そこで、乱流によって生じる応力を速度勾配に比例すると仮定し、乱流の効果を表す乱流モデルがRANS解析によく利用されている。ADCSの乱流計算では、現在最もよく利用されている乱流輸送方程式を用いた渦粘性モデルであるSpalart-Allmarasの1方程式モデル[3]、MenterのShear-Stress Transport  $k-\omega$ の2方程式モデル[4]、Jones-Launder  $k-\varepsilon$ の2方程式モデル[5]、Abid  $k-\varepsilon$ の2方程式モデル[6]、Yang-Shih  $k-\varepsilon$ の2方程式モデル[7]を使用できる。

対流項の評価にはChakravarthy-Osherスキーム[8]を用いて風上化し、3次精度のMUSCL補間法により高次精度化を施した。粘性項の評価には2次精度中心差分を用いた。時間積分には対流項と粘性項を含めたLU-ADI近似陰解法[9]を用いた。定常な流れを解析する場合は、定常解への収束を加速するために、粘性と非粘性を考慮した局所時間刻み法を適用した。非定常な流れを解析する際に、時間高次精度が必要な場合には時間積分に多段階Runge-Kutta陽解法を使用することも可能である。多段階Runge-Kutta陽解法として、時間2次精度の5段階Runge-Kuttaを使用できる。

#### 3.1 支配方程式

ADCSでは、一般座標系に対するレイノルズ平均ナビエ・ストークス (RANS) 方程式を無次元化した式を支配方程式として計算を行っている。RANS方程式はナビエ・ストークス方程式に対して時間平均をとることで導出され、乱流による効果としてレイノルズ応力項が含まれる。

デカルト座標系に対するRANS方程式は以下のように表される。

$$\frac{\partial Q^*}{\partial t^*} + \frac{\partial F_j^*}{\partial x_j^*} + \frac{\partial F_{Vj}^*}{\partial x_j^*} = 0 \quad (j=1, 2, 3) \quad (1)$$

ここで、

$$Q^* = \begin{Bmatrix} \bar{\rho}^* \\ \bar{\rho}^* \bar{u}_i^* \\ \bar{E}_i^* \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$F_j^* = \begin{Bmatrix} \bar{\rho}^* \bar{u}_j^* \\ \bar{\rho}^* \bar{u}_i^* \bar{u}_j^* + \bar{p}^* \delta_{ij} \\ \bar{\rho}^* \bar{h}^* \bar{u}_j^* \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$F_{Vj}^* = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\bar{\tau}_{ij}^* \\ -\bar{\tau}_{ij}^* \bar{u}_i^* - \bar{q}_j^* \end{Bmatrix} \quad (4)$$

全エネルギーは、

$$\bar{E}_i^* = \bar{\rho}^* \bar{e}^* + \frac{1}{2} \bar{\rho}^* \bar{u}_i^* \bar{u}_i^* \quad (5)$$

内部エネルギーは、

$$\bar{e}^* = C_v \bar{T}^* = \frac{R}{\gamma - 1} \bar{T}^* \quad (6)$$

エンタルピは、

$$\bar{h}^* = \frac{\bar{E}_i^* + \bar{p}^*}{\bar{\rho}^*} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\bar{p}^*}{\bar{\rho}^*} + \frac{1}{2} \bar{\rho}^* \bar{u}_i^* \bar{u}_i^* \quad (7)$$

応力テンソルは、

$$\bar{\tau}_{ij}^* = \bar{\mu}^* \left\{ \left( \frac{\partial \bar{u}_i^*}{\partial x_j^*} + \frac{\partial \bar{u}_j^*}{\partial x_i^*} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k^*}{\partial x_k^*} \delta_{ij} \right\} + \bar{\tau}_{ij}^{T*} \quad (8)$$

$$\bar{\tau}_{ij}^{T*} = -\bar{\rho}^* \overline{u_i^* u_j^*} \quad (9)$$

熱流束は、

$$\bar{q}_j^* = (\bar{\kappa}^* + \bar{\kappa}_r^*) \frac{\partial \bar{T}^*}{\partial x_j^*} \quad (10)$$

である。ここで、 $\bar{\kappa}_r^*$  は乱流熱伝導係数であり、乱流によって促進される熱移動の効果を表している。理想気体の状態方程式は次式で表される。

$$\bar{p}^* = \bar{\rho}^* R \bar{T}^* = (\gamma - 1) \bar{\rho}^* \bar{e}^* \quad (11)$$

音速は次式で表される。

$$\bar{c}^* = \sqrt{\gamma R \bar{T}^*} = \sqrt{\frac{\gamma \bar{p}^*}{\bar{\rho}^*}} \quad (12)$$

分子粘性係数はSutherlandの式を用いて次式で表される。

$$\frac{\bar{\mu}^*}{\bar{\mu}_\infty^*} = \left( \frac{\bar{T}^*}{\bar{T}_\infty^*} \right)^{1.5} \frac{\bar{T}_\infty^* + S}{\bar{T}^* + S} \quad (13)$$

ここで、添え字の $\infty$ は基準状態を表し、Sutherland定数 $S$ には111.0を用いた。なお、流体の比熱比 $\gamma$ には空気の比熱比1.4を用い、一定とした。

ADCSでは無次元量に対して流体計算を行う。方程式の無次元化に使用する無次元化の基準量を表1に示す。ここで、添え字の $0$ は無次元化の基準量を、 $\infty$ は基準状態を表し、基準状態は一様流の状態である。

表 1 無次元化の基準量の定義と基準状態量との関係

|      | 無次元化の基準量                              | 基準状態の値と無次元化基準量の関係  |
|------|---------------------------------------|--|
| 長さ   | $L_0^*$                               |  |
| 密度   | $\rho_0^*$                            | $\bar{\rho}_\infty = \rho_0^*$   |
| 音速   | $c_0^*$                               | $\bar{c}_\infty = c_0^*$   |
| 速度   | $u_0^* = c_0^*$                       | $\bar{u}_\infty = \bar{M}_\infty \bar{c}_\infty = \bar{M}_\infty c_0^*$  |
| 静圧   | $p_0^* = \rho_0^* c_0^{*2}$           | $\bar{p}_\infty = \bar{\rho}_\infty R \bar{T}_\infty = \frac{\bar{\rho}_\infty \bar{c}_\infty^2}{\gamma} = \frac{p_0^*}{\gamma}$ |
| 温度   | $T_0^* = c_0^{*2} / R$                | $\bar{T}_\infty = \frac{\bar{c}_\infty^2}{\gamma R} = \frac{T_0^*}{\gamma}$  |
| 粘性係数 | $\mu_0^* = \rho_0^* c_0^* L_0^* / Re$ | $\bar{\mu}_\infty = \mu_0^*$   |
| 時間   | $t_0^* = L_0^* / c_0^*$               |  |

ここで、レイノルズ数 $Re$ は一様流の状態と一様流音速を用いて、次のように定義した。

$$Re = \frac{\bar{\rho}_\infty \bar{c}_\infty L_0^*}{\bar{\mu}_\infty} \quad (14)$$

無次元化の基準量を用いて各物理量を無次元化すると、以下のように表される。

$$x_j = \frac{x_j^*}{L_0^*}, \quad \bar{\rho} = \frac{\bar{\rho}^*}{\rho_0^*}, \quad \bar{u}_j = \frac{\bar{u}_j^*}{c_0^*}, \quad \bar{p} = \frac{\bar{p}^*}{p_0^*}, \quad \bar{T} = \frac{\bar{T}^*}{T_0^*}, \quad \bar{\mu} = \frac{\bar{\mu}^*}{\mu_0^*}, \quad t = \frac{t^*}{t_0^*} \quad (15)$$

以上を用いて、支配方程式を無次元化すると次式が得られる。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F_j}{\partial x_j} + \frac{\partial F_{Vj}}{\partial x_j} = 0 \quad (16)$$

$$Q = \begin{Bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho} \bar{u}_i \\ \bar{E}_i \end{Bmatrix} \quad (17)$$

$$F_j = \begin{Bmatrix} \bar{\rho} \bar{u}_j \\ \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j + \bar{p} \delta_{ij} \\ \bar{\rho} \bar{h} \bar{u}_j \end{Bmatrix} \quad (18)$$

$$F_{Vj} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\bar{\tau}_{ij} \\ -\bar{\tau}_{ij} \bar{u}_i - \bar{q}_j \end{Bmatrix} \quad (19)$$

$$\bar{E}_i = \bar{\rho} \bar{e} + \frac{1}{2} \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_i \quad (20)$$

$$\bar{e} = C_v \bar{T} = \frac{R}{\gamma - 1} \bar{T} \quad (21)$$

$$\bar{h} = \frac{\bar{E}_i + \bar{p}}{\bar{\rho}} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\bar{p}}{\bar{\rho}} + \frac{1}{2} \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_i \quad (22)$$

$$\bar{\tau}_{ij} = \frac{1}{Re} \bar{\mu} \left\{ \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right\} + \bar{\tau}_{ij}^T \quad (23)$$

$$\bar{\tau}_{ij}^T = -\bar{\rho} \bar{u}_i' \bar{u}_j' \quad (24)$$

$$\bar{q}_j = \frac{\gamma R}{Re(\gamma-1)} \left( \frac{\bar{\mu}}{Pr} + \frac{\bar{\mu}_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} = \frac{1}{Re(\gamma-1)} \left( \frac{\bar{\mu}}{Pr} + \frac{\bar{\mu}_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial \bar{c}^2}{\partial x_j} \quad (25)$$

$$\bar{p} = \bar{\rho} \bar{T} = (\gamma-1) \bar{\rho} e \quad (26)$$

$$\bar{c} = \sqrt{\gamma \bar{T}} = \sqrt{\frac{\gamma \bar{p}}{\bar{\rho}}} \quad (27)$$

ここで、空気に対して、プラントル数  $Pr$  には 0.72 を、プラントル数と乱流プラントル数の比  $Pr/Pr_T$  には 0.8 をそれぞれ用いる。また、Sutherland の式 (13) は以下のように変形される。

$$\frac{\bar{\mu}^*}{\bar{\mu}_\infty^*} = \left( \frac{\bar{T}^*}{\bar{T}_\infty^*} \right)^{1.5} \frac{1 + S/\bar{T}_\infty^*}{\bar{T}^*/\bar{T}_\infty^* + S/\bar{T}_\infty^*} \quad (28)$$

$$\frac{\bar{\mu}^*}{\bar{\mu}_\infty^*} = \frac{\bar{\mu}^*}{\mu_0^*} = \bar{\mu} \quad (29)$$

$$\frac{\bar{T}^*}{\bar{T}_\infty^*} = \frac{\bar{T}^*}{\bar{c}_\infty^{*2}/\gamma R} = \frac{\bar{c}^{*2}}{\bar{c}_0^{*2}} = \bar{c}^2 \equiv \bar{\Theta} \quad (30)$$

$$\bar{\mu} = \bar{\Theta}^{1.5} \frac{1 + S/\bar{T}_\infty^*}{\bar{\Theta} + S/\bar{T}_\infty^*} \quad (31)$$

支配方程式をデカルト座標系から一般座標系へ変換するために使用するメトリックスとヤコビアンは次式で表される。

$$\begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \xi}{\partial z} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial z} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$J = \begin{vmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{vmatrix} \quad (33)$$

これらを用いて支配方程式を一般座標系に対する方程式に書き換えると次のようになる。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}_j}{\partial \xi_j} + \frac{\partial \hat{F}_{V_j}}{\partial \xi_j} = 0 \quad (34)$$

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} Q = \frac{1}{J} \left\{ \begin{array}{l} \bar{p} \\ \bar{\rho} u_i \\ \bar{E}_t \end{array} \right\} \quad (35)$$

$$\hat{F}_j = \frac{1}{J} \left\{ \begin{array}{l} \bar{\rho} \bar{U}_j \\ \bar{\rho} u_i \bar{U}_j + \bar{p} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \\ \bar{\rho} \bar{h} \bar{U}_j \end{array} \right\} \quad (36)$$

$$\hat{F}_{Vj} = \frac{1}{J} \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ -\frac{\partial \xi_j}{\partial x_k} \bar{\tau}_{ik} \\ -\frac{\partial \xi_j}{\partial x_k} (\bar{\tau}_{ik} \bar{u}_i + \bar{q}_k) \end{array} \right\} \quad (37)$$

$$\bar{\tau}_{ij} = \frac{1}{Re} \bar{\mu} \left\{ \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right\} + \bar{\tau}_{ij}^T \quad (38)$$

$$\bar{\tau}_{ij}^T = -\bar{\rho} \bar{u}'_i \bar{u}'_j \quad (39)$$

$$\bar{q}_j = \frac{1}{Re(\gamma-1)} \left( \frac{\bar{\mu}}{Pr} + \frac{\bar{\mu}_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial \bar{c}^2}{\partial x_j} \quad (40)$$

ここで、反変速度ベクトル  $\bar{U}_j$  は次式で表される。

$$\bar{U}_j = \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \bar{u}_i \quad (41)$$

粘性項を簡略化した簡略化ナビエ・ストークス (Simplified NS) 方程式では、粘性項のクロス項 (Crossing Term) の計算が省略される。一般座標系に対する簡略化ナビエ・ストークス方程式は次のような形となる。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}_j}{\partial \xi_j} + \frac{\partial \hat{F}_{Vj}}{\partial \xi_j} = 0 \quad (42)$$

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} Q = \frac{1}{J} \left\{ \begin{array}{c} \bar{\rho} \\ \bar{\rho} \bar{u}_i \\ \bar{E}_i \end{array} \right\} \quad (43)$$

$$\hat{F}_j = \frac{1}{J} \left\{ \begin{array}{c} \bar{\rho} \bar{U}_j \\ \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{U}_j + \bar{p} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \\ \bar{\rho} \bar{h} \bar{U}_j \end{array} \right\} \quad (44)$$

$$\hat{F}_{Vj} = \frac{1}{J} \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ -\frac{\partial \xi_j}{\partial x_k} \bar{\tau}_{ik}^{(\xi_j)} \\ -\frac{\partial \xi_j}{\partial x_k} (\bar{\tau}_{ik}^{(\xi_j)} \bar{u}_i + \bar{q}_k^{(\xi_j)}) \end{array} \right\} \quad (45)$$

$$\bar{\tau}_{ij}^{(k)} = \frac{1}{Re} \bar{\mu} \left\{ \left( \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial k} + \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial k} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x_l} \frac{\partial \bar{u}_l}{\partial k} \delta_{ij} \right\} + \bar{\tau}_{ij}^{T,(k)} \quad (46)$$

$$\bar{q}_j^{(k)} = \frac{1}{Re(\gamma-1)} \left( \frac{\bar{\mu}}{Pr} + \frac{\bar{\mu}_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{c}^2}{\partial k} \quad (47)$$

ここで、式(47),(47)のkには  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  のいずれかが入る。

### 3.2 ヤコビアン・メトリックスの評価

ADCSでは、物理空間から計算空間への写像で使用するヤコビアンとメトリックスを有限体積法的に評価している。基本的に、ヤコビアンについては節点に隣接する8個のセルの体積を用い、メトリックスについては節点に接する4個（3方向で計12個）のセル表面の面積ベクトルを用いてそれぞれ評価される。ADCSはマルチ・ブロック構造格子に対して計算を行うため、ブロックとブロックの境界についても配慮している。セル表面の面積ベクトル $\mathbf{S}$ およびセル体積 $V$ は以下のように求められる。

$$\mathbf{S}_{\xi,i,j+1/2,k+1/2} = (\mathbf{r}_{i,j+1,k+1} - \mathbf{r}_{i,j,k}) \times (\mathbf{r}_{i,j,k+1} - \mathbf{r}_{i,j+1,k}) \quad (48)$$

$$\mathbf{S}_{\eta,i+1/2,j,k+1/2} = (\mathbf{r}_{i+1,j,k+1} - \mathbf{r}_{i,j,k}) \times (\mathbf{r}_{i+1,j,k} - \mathbf{r}_{i,j,k+1}) \quad (49)$$

$$\mathbf{S}_{\zeta,i+1/2,j+1/2,k} = (\mathbf{r}_{i+1,j+1,k} - \mathbf{r}_{i,j,k}) \times (\mathbf{r}_{i,j+1,k} - \mathbf{r}_{i+1,j,k}) \quad (50)$$

$$V_{i+1/2,j+1/2,k+1/2} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{\xi,i,j+1/2,k+1/2} + \mathbf{S}_{\xi,i+1,j+1/2,k+1/2} \\ + \mathbf{S}_{\eta,i+1/2,j,k+1/2} + \mathbf{S}_{\eta,i+1/2,j+1,k+1/2} \\ + \mathbf{S}_{\zeta,i+1/2,j+1/2,k} + \mathbf{S}_{\zeta,i+1/2,j+1/2,k+1} \end{pmatrix} \cdot (\mathbf{r}_{i+1,j+1,k+1} - \mathbf{r}_{i,j,k}) \quad (51)$$

ヤコビアンの計算では、節点に隣接する8個のセル体積を用いて、次式で評価される。

$$J_{i,j,k} = \frac{1}{\frac{8}{3} \left( V_{i-1/2,j-1/2,k-1/2} + V_{i+1/2,j-1/2,k-1/2} + V_{i-1/2,j+1/2,k-1/2} + V_{i+1/2,j+1/2,k-1/2} \right.} \quad (52)$$

ここで、分母は節点に隣接するセル体積の平均値となり、計算に含めるセルの数により式が異なる。ブロック境界上の節点に対するヤコビアン計算は、境界条件によって計算に使用するセルの数が異なる。ブロック間境界面については、隣接するブロックからセル体積の値を受け取り、ヤコビアン計算に使用される。対称条件を除く物理境界面については、ブロック内部（計算領域内部）のセル体積を用いて評価される。対称条件の物理境界面の場合には、仮想格子のセル体積も計算に用いられる。実際には、全ての仮想格子のセルに対して、元の格子データに含まれる正規のセル（仮想格子でないセル）であるかどうかを調べ、正規のセルのみを用いてヤコビアンは評価される。

メトリックスの計算では、 $\xi, \eta, \zeta$ 各方向にそれぞれ垂直なセル表面面積ベクトルを用いて、次式で評価される。

$$\begin{aligned} \xi_{i,j,k} &= [\xi_x \quad \xi_y \quad \xi_z]_{i,j,k} \\ &= \frac{1}{4} (\mathbf{S}_{\xi,i,j-1/2,k-1/2} + \mathbf{S}_{\xi,i,j+1/2,k-1/2} + \mathbf{S}_{\xi,i,j-1/2,k+1/2} + \mathbf{S}_{\xi,i,j+1/2,k+1/2}) J_{i,j,k} \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \eta_{i,j,k} &= [\eta_x \quad \eta_y \quad \eta_z]_{i,j,k} \\ &= \frac{1}{4} (\mathbf{S}_{\eta,i-1/2,j,k-1/2} + \mathbf{S}_{\eta,i+1/2,j,k-1/2} + \mathbf{S}_{\eta,i-1/2,j,k+1/2} + \mathbf{S}_{\eta,i+1/2,j,k+1/2}) J_{i,j,k} \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{i,j,k} &= [\zeta_x \quad \zeta_y \quad \zeta_z]_{i,j,k} \\ &= \frac{1}{4} (\mathbf{S}_{\zeta,i-1/2,j-1/2,k} + \mathbf{S}_{\zeta,i+1/2,j-1/2,k} + \mathbf{S}_{\zeta,i-1/2,j+1/2,k} + \mathbf{S}_{\zeta,i+1/2,j+1/2,k}) J_{i,j,k} \end{aligned} \quad (55)$$

ここで、各メトリックスは2次精度中心差分により評価されている。ブロック境界上の節点のメトリックス計算は、ブロック間境界面については隣接するブロックから面積ベクトルの値を受け取って使用し、壁面を除く物理境界については仮想格子の面積ベクトルが使用される。壁面については2次精度片側差分により評価され、 $i=i_{\min}$ におけるブロック境界が壁面となる場合のメトリックスの評価は次のようになる。

$$\begin{aligned}\xi_{i,j,k\text{ wall}} &= \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \end{bmatrix}_{i,j,k} \\ &= \frac{1}{4} (\mathbf{s}_{\xi,i,j-1/2,k-1/2} + \mathbf{s}_{\xi,i,j+1/2,k-1/2} + \mathbf{s}_{\xi,i,j-1/2,k+1/2} + \mathbf{s}_{\xi,i,j+1/2,k+1/2}) J_{i,j,k}\end{aligned}\quad (56)$$

$$\begin{aligned}\eta_{i,j,k\text{ wall}} &= \begin{bmatrix} \eta_x & \eta_y & \eta_z \end{bmatrix}_{i,j,k} \\ &= \frac{1}{4} \{3(\mathbf{s}_{\eta,i+1/2,j,k-1/2} + \mathbf{s}_{\eta,i+1/2,j,k+1/2}) - (\mathbf{s}_{\eta,i+3/2,j,k-1/2} + \mathbf{s}_{\eta,i+3/2,j,k+1/2})\} J_{i,j,k}\end{aligned}\quad (57)$$

$$\begin{aligned}\zeta_{i,j,k\text{ wall}} &= \begin{bmatrix} \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{bmatrix}_{i,j,k} \\ &= \frac{1}{4} \{3(\mathbf{s}_{\zeta,i+1/2,j-1/2,k} + \mathbf{s}_{\zeta,i+1/2,j+1/2,k}) - (\mathbf{s}_{\zeta,i+3/2,j-1/2,k} + \mathbf{s}_{\zeta,i+3/2,j+1/2,k})\} J_{i,j,k}\end{aligned}\quad (58)$$

### 3.3 対流項

対流項はChakravarthy-Osherスキーム[8]を用いて流束の評価をしている。Chakravarthy-Osherスキームは高次精度のスキームであり、 $j$ 方向の数値流束を計算する場合、図 1に示す前後2点、計5点の値が使用される。Chakravarthy-Osherスキームの $j$ 方向の数値流束 $\hat{f}_{j+1/2}$ は次式で表される。

$$\begin{aligned}\hat{f}_{j+1/2} &= \hat{f}_{j+1/2}^{1st} - \frac{(1-\phi)}{4} \left[ \sum_i^m \tilde{d}f_{j+3/2}^{i-} \right] - \frac{(1+\phi)}{4} \left[ \sum_i^m \tilde{d}f_{j+1/2}^{i-} \right] \\ &\quad + \frac{(1+\phi)}{4} \left[ \sum_i^m \tilde{d}f_{j+1/2}^{i+} \right] + \frac{(1-\phi)}{4} \left[ \sum_i^m \tilde{d}f_{j-1/2}^{i+} \right]\end{aligned}\quad (59)$$

ここで、 $\hat{f}_{j+1/2}^{1st}$ は1次精度の数値流束である。 $\phi$ はスキームの精度を決めるパラメータであり、ADCSでは $\phi=1/3$ として3次精度の風上スキームを用いている。ADCSでは1次精度の数値流束としてFlux Difference Splitting (FDS)を用いた。FDSの数値流束は次のように表される。

$$\hat{f}_{j+1/2}^{1st} = \frac{1}{2} [f_{j+1} + f_j - |A|_{j+1/2} (Q_{j+1} - Q_j)]\quad (60)$$

$$|A|_{j+1/2} = R_{j+1/2} |\Lambda|_{j+1/2} R_{j+1/2}^{-1}\quad (61)$$

ここで、 $\kappa$ 方向の固有値は、

$$\begin{aligned}\Lambda_\kappa &= [\lambda_{\kappa,1} \quad \lambda_{\kappa,2} \quad \lambda_{\kappa,3} \quad \lambda_{\kappa,4} \quad \lambda_{\kappa,5}]^T \\ &= [\bar{U}_\kappa \quad \bar{U}_\kappa \quad \bar{U}_\kappa \quad \bar{U}_\kappa + \bar{c}\kappa \quad \bar{U}_\kappa - \bar{c}\kappa]^T\end{aligned}\quad (62)$$

右固有行列は、

$$\begin{aligned}R_\kappa &= [r_{\kappa,1} \quad r_{\kappa,2} \quad r_{\kappa,3} \quad r_{\kappa,4} \quad r_{\kappa,5}] \\ &= \begin{bmatrix} \tilde{\kappa}_x & \tilde{\kappa}_y & \tilde{\kappa}_z & \frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2\bar{c}}} & \frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2\bar{c}}} \\ \tilde{\kappa}_x \bar{u} & \tilde{\kappa}_y \bar{u} - \tilde{\kappa}_z \bar{\rho} & \tilde{\kappa}_z \bar{u} + \tilde{\kappa}_y \bar{\rho} & \frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2\bar{c}}} (\bar{u} + \tilde{\kappa}_x \bar{c}) & \frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2\bar{c}}} (\bar{u} - \tilde{\kappa}_x \bar{c}) \\ \tilde{\kappa}_x \bar{v} + \tilde{\kappa}_z \bar{\rho} & \tilde{\kappa}_y \bar{v} & \tilde{\kappa}_z \bar{v} - \tilde{\kappa}_x \bar{\rho} & \frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2\bar{c}}} (\bar{v} + \tilde{\kappa}_x \bar{c}) & \frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2\bar{c}}} (\bar{v} - \tilde{\kappa}_x \bar{c}) \\ \tilde{\kappa}_x \bar{w} - \tilde{\kappa}_z \bar{\rho} & \tilde{\kappa}_y \bar{w} + \tilde{\kappa}_z \bar{\rho} & \tilde{\kappa}_z \bar{w} & \frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2\bar{c}}} (\bar{w} + \tilde{\kappa}_x \bar{c}) & \frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2\bar{c}}} (\bar{w} - \tilde{\kappa}_x \bar{c}) \\ \tilde{\kappa}_x \frac{1}{2} \bar{q}^2 + \bar{\rho} (\tilde{\kappa}_z \bar{v} - \tilde{\kappa}_y \bar{w}) & \tilde{\kappa}_y \frac{1}{2} \bar{q}^2 + \bar{\rho} (\tilde{\kappa}_x \bar{w} - \tilde{\kappa}_z \bar{u}) & \tilde{\kappa}_z \frac{1}{2} \bar{q}^2 + \bar{\rho} (\tilde{\kappa}_y \bar{u} - \tilde{\kappa}_x \bar{v}) & \frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2\bar{c}}} (\bar{h} + \bar{c} \tilde{U}_\kappa) & \frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2\bar{c}}} (\bar{h} - \bar{c} \tilde{U}_\kappa) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (63)$$

左固有行列は、

$$R_{\kappa}^{-1} = \begin{bmatrix} l_{\kappa,1} & l_{\kappa,2} & l_{\kappa,3} & l_{\kappa,4} & l_{\kappa,5} \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} \tilde{\kappa}_x(1-b_1) - \frac{1}{\bar{\rho}}(\tilde{\kappa}_z\bar{v} - \tilde{\kappa}_y\bar{w}) & \tilde{\kappa}_x b_2 \bar{u} & \tilde{\kappa}_x b_2 \bar{v} + \frac{1}{\bar{\rho}}\tilde{\kappa}_z & \tilde{\kappa}_x b_2 \bar{w} - \frac{1}{\bar{\rho}}\tilde{\kappa}_y & -\tilde{\kappa}_x b_2 \\ \tilde{\kappa}_y(1-b_1) - \frac{1}{\bar{\rho}}(\tilde{\kappa}_x\bar{w} - \tilde{\kappa}_z\bar{u}) & \tilde{\kappa}_y b_2 \bar{u} - \frac{1}{\bar{\rho}}\tilde{\kappa}_z & \tilde{\kappa}_y b_2 \bar{v} & \tilde{\kappa}_y b_2 \bar{w} + \frac{1}{\bar{\rho}}\tilde{\kappa}_x & -\tilde{\kappa}_y b_2 \\ \tilde{\kappa}_z(1-b_1) - \frac{1}{\bar{\rho}}(\tilde{\kappa}_y\bar{u} - \tilde{\kappa}_x\bar{v}) & \tilde{\kappa}_z b_2 \bar{u} + \frac{1}{\bar{\rho}}\tilde{\kappa}_y & \tilde{\kappa}_z b_2 \bar{v} - \frac{1}{\bar{\rho}}\tilde{\kappa}_x & \tilde{\kappa}_z b_2 \bar{w} & -\tilde{\kappa}_z b_2 \\ \frac{\bar{c}}{\sqrt{2\bar{\rho}}}\left(b_1 - \frac{\tilde{U}_{\kappa}}{\bar{c}}\right) & -\frac{\bar{c}}{\sqrt{2\bar{\rho}}}\left(b_2 \bar{u} - \frac{\tilde{\kappa}_x}{\bar{c}}\right) & -\frac{\bar{c}}{\sqrt{2\bar{\rho}}}\left(b_2 \bar{v} - \frac{\tilde{\kappa}_y}{\bar{c}}\right) & -\frac{\bar{c}}{\sqrt{2\bar{\rho}}}\left(b_2 \bar{w} - \frac{\tilde{\kappa}_z}{\bar{c}}\right) & \frac{\bar{c}}{\sqrt{2\bar{\rho}}}b_2 \\ \frac{\bar{c}}{\sqrt{2\bar{\rho}}}\left(b_1 + \frac{\tilde{U}_{\kappa}}{\bar{c}}\right) & -\frac{\bar{c}}{\sqrt{2\bar{\rho}}}\left(b_2 \bar{u} + \frac{\tilde{\kappa}_x}{\bar{c}}\right) & -\frac{\bar{c}}{\sqrt{2\bar{\rho}}}\left(b_2 \bar{v} + \frac{\tilde{\kappa}_y}{\bar{c}}\right) & -\frac{\bar{c}}{\sqrt{2\bar{\rho}}}\left(b_2 \bar{w} + \frac{\tilde{\kappa}_z}{\bar{c}}\right) & \frac{\bar{c}}{\sqrt{2\bar{\rho}}}b_2 \end{bmatrix} \quad (64)$$

ただし、

$$b_1 = \frac{\bar{q}^2}{2} \frac{\gamma-1}{\bar{c}^2}, \quad b_2 = \frac{\gamma-1}{\bar{c}^2} \quad (65)$$

$$\bar{h} = \bar{e} + \frac{\bar{p}}{\bar{\rho}} = \frac{\bar{c}^2}{\gamma-1} + \frac{1}{2}\bar{q}^2, \quad \bar{q}^2 = \bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2 \quad (66)$$

$$\kappa = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2 + \kappa_z^2}, \quad \tilde{\kappa}_x = \frac{\kappa_x}{\kappa}, \quad \tilde{\kappa}_y = \frac{\kappa_y}{\kappa}, \quad \tilde{\kappa}_z = \frac{\kappa_z}{\kappa} \quad (67)$$

$$\bar{U}_{\kappa} = \kappa_x \bar{u} + \kappa_y \bar{v} + \kappa_z \bar{w}, \quad \tilde{U}_{\kappa} = \frac{\bar{U}_{\kappa}}{\kappa} \quad (68)$$

である。なお、 $\kappa$ には $\xi, \eta, \zeta$ のいずれかが入る。検査体積の境界上の物理量はRoe平均を用いて次のように与えた。

$$\bar{\rho}_{j+1/2} = \frac{\bar{\rho}_{j+1}\sqrt{\bar{\rho}_{j+1}} + \bar{\rho}_j\sqrt{\bar{\rho}_j}}{\sqrt{\bar{\rho}_{j+1}} + \sqrt{\bar{\rho}_j}} \quad (69)$$

$$\bar{u}_{i,j+1/2} = \frac{\bar{u}_{i,j+1}\sqrt{\bar{\rho}_{j+1}} + \bar{u}_{i,j}\sqrt{\bar{\rho}_j}}{\sqrt{\bar{\rho}_{j+1}} + \sqrt{\bar{\rho}_j}} \quad (70)$$

$$\bar{h}_{j+1/2} = \frac{\bar{h}_{j+1}\sqrt{\bar{\rho}_{j+1}} + \bar{h}_j\sqrt{\bar{\rho}_j}}{\sqrt{\bar{\rho}_{j+1}} + \sqrt{\bar{\rho}_j}} \quad (71)$$

ここで、 $i$ には $x, y, z$ のいずれかが入る。

Chakravarthy-Osherスキームの数値流束右辺第2項以降は流束の制限を表しており、全ての固有値に対する値の和となる。 $df$ の上付き添え字が“+”ならば正の固有値、“-”ならば負の固有値が用いられる。

$$\tilde{df}_{j+3/2}^{i-} = \tilde{\sigma}_{j+3/2}^{i-} r_{j+3/2} \quad (72)$$

$$\tilde{df}_{j+1/2}^{i-} = \tilde{\sigma}_{j+1/2}^{i-} r_{j+1/2} \quad (73)$$

$$\tilde{df}_{j+1/2}^{i+} = \tilde{\sigma}_{j+1/2}^{i+} r_{j+1/2} \quad (74)$$

$$\tilde{df}_{j-1/2}^{i+} = \tilde{\sigma}_{j-1/2}^{i+} r_{j-1/2} \quad (75)$$

流束の制限はminmod関数を用いて以下のように表される。

$$\tilde{\sigma}_{j+3/2}^{i-} = \min \text{mod}[\sigma_{j+3/2}^{i-}, \beta \sigma_{j+1/2}^{i-}] \quad (76)$$

$$\tilde{\sigma}_{j+1/2}^{i-} = \min \text{mod}[\sigma_{j+1/2}^{i-}, \beta \sigma_{j+3/2}^{i-}] \quad (77)$$



$$\tilde{\sigma}_{j+1/2}^{i-} = \min \text{mod}[\sigma_{j+1/2}^{i-}, \beta \sigma_{j-1/2}^{i-}] \quad (78)$$

$$\tilde{\sigma}_{j-1/2}^{i-} = \min \text{mod}[\sigma_{j-1/2}^{i-}, \beta \sigma_{j+1/2}^{i-}] \quad (79)$$

ここで、

$$df_{j+1/2}^{i-} = \lambda_{j+1/2}^{i-} \alpha_{j+1/2}^i r_{j+1/2}^i = \sigma_{j+1/2}^{i-} r_{j+1/2}^i \quad (80)$$

$$df_{j+1/2}^{i+} = \lambda_{j+1/2}^{i+} \alpha_{j+1/2}^i r_{j+1/2}^i = \sigma_{j+1/2}^{i+} r_{j+1/2}^i \quad (81)$$

$$\lambda^{i+} = (\lambda^i + |\lambda^i|)/2 \quad (82)$$

$$\lambda^{i-} = (\lambda^i - |\lambda^i|)/2 \quad (83)$$

$$\alpha_{j+1/2}^i = l_{j+1/2}^i (Q_{j+1} - Q_j) \quad (84)$$

である。

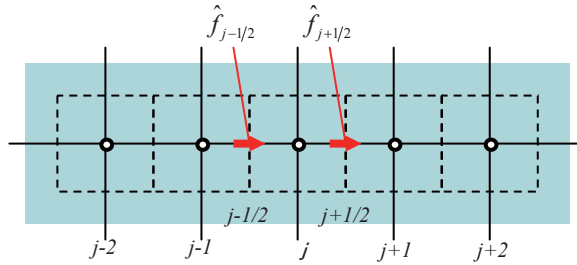


図 1  $j$ 方向の数値流束の計算で使用される点

### 3.4 粘性項

粘性項は2次精度中心差分を用いて離散化を施している。以下に、運動量保存式の $x$ 軸方向の粘性項についての離散化方法を示す。運動量保存式の $x$ 軸方向の粘性流束は以下のようになる。

$$F_{l\bar{x}\xi} = -\xi_{\bar{x}} \bar{\tau}_{\bar{x}\bar{x}} - \xi_{\bar{y}} \bar{\tau}_{\bar{x}\bar{y}} - \xi_{\bar{z}} \bar{\tau}_{\bar{x}\bar{z}} \quad (85)$$

ここで、

$$\bar{\tau}_{ij} = \frac{1}{Re} \bar{\mu} \left\{ \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right\} \quad (86)$$

であるので、

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_{\bar{x}\bar{x}} &= \frac{\bar{\mu}}{Re} \frac{2}{3} (2\bar{u}_{\bar{x}} - \bar{v}_{\bar{y}} - \bar{w}_{\bar{z}}) \\ &= \frac{\bar{\mu}}{Re} \frac{2}{3} \left\{ 2(\xi_{\bar{x}} \bar{u}_{\xi} + \eta_{\bar{x}} \bar{u}_{\eta} + \zeta_{\bar{x}} \bar{u}_{\zeta}) - (\xi_{\bar{y}} \bar{v}_{\xi} + \eta_{\bar{y}} \bar{v}_{\eta} + \zeta_{\bar{y}} \bar{v}_{\zeta}) - (\xi_{\bar{z}} \bar{w}_{\xi} + \eta_{\bar{z}} \bar{w}_{\eta} + \zeta_{\bar{z}} \bar{w}_{\zeta}) \right\} \end{aligned} \quad (87)$$

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_{\bar{x}\bar{y}} &= \frac{\bar{\mu}}{Re} (\bar{u}_{\bar{y}} + \bar{v}_{\bar{x}}) \\ &= \frac{\bar{\mu}}{Re} \left\{ (\xi_{\bar{y}} \bar{u}_{\xi} + \eta_{\bar{y}} \bar{u}_{\eta} + \zeta_{\bar{y}} \bar{u}_{\zeta}) + (\xi_{\bar{x}} \bar{v}_{\xi} + \eta_{\bar{x}} \bar{v}_{\eta} + \zeta_{\bar{x}} \bar{v}_{\zeta}) \right\} \end{aligned} \quad (88)$$

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_{\bar{x}\bar{z}} &= \frac{\bar{\mu}}{Re} (\bar{u}_{\bar{z}} + \bar{w}_{\bar{x}}) \\ &= \frac{\bar{\mu}}{Re} \left\{ (\xi_{\bar{z}} \bar{u}_{\xi} + \eta_{\bar{z}} \bar{u}_{\eta} + \zeta_{\bar{z}} \bar{u}_{\zeta}) + (\xi_{\bar{x}} \bar{w}_{\xi} + \eta_{\bar{x}} \bar{w}_{\eta} + \zeta_{\bar{x}} \bar{w}_{\zeta}) \right\} \end{aligned} \quad (89)$$

よって、

$$\begin{aligned} \bar{F}_{V\bar{x}\xi} = \frac{\bar{\mu}}{Re} & \left[ \bar{u}_{\xi} (a_1 \xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y + \xi_z \xi_z) + \bar{u}_{\eta} (a_1 \xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z) + \bar{u}_{\zeta} (a_1 \xi_x \zeta_x + \xi_y \zeta_y + \xi_z \zeta_z) \right. \\ & + \bar{v}_{\xi} (a_2 \xi_x \xi_y + \xi_y \xi_x) + \bar{v}_{\eta} (a_2 \xi_x \eta_y + \xi_y \eta_x) + \bar{v}_{\zeta} (a_2 \xi_x \zeta_y + \xi_y \zeta_x) \\ & \left. + \bar{w}_{\xi} (a_2 \xi_x \xi_z + \xi_z \xi_x) + \bar{w}_{\eta} (a_2 \xi_x \eta_z + \xi_z \eta_x) + \bar{w}_{\zeta} (a_2 \xi_x \zeta_z + \xi_z \zeta_x) \right] \end{aligned} \quad (90)$$

ここで、

$$a_1 = \frac{4}{3}, \quad a_2 = -\frac{2}{3} \quad (91)$$

である。式(90)に対して以下の離散化を施すことで、粘性流束の離散化を行った。

$$\bar{u}_{\xi,j+1/2} = \bar{u}_{i+1,j,k} - \bar{u}_{i,j,k} \quad (92)$$

$$\bar{u}_{\eta,i+1/2} = \frac{1}{2} (\bar{u}_{i+1/2,j+1,k} - \bar{u}_{i+1/2,j-1,k}) \quad (93)$$

$$\bar{u}_{\zeta,i+1/2} = \frac{1}{2} (\bar{u}_{i+1/2,j,k+1} - \bar{u}_{i+1/2,j,k-1}) \quad (94)$$

$$\bar{u}_{i+1/2,j+1,k} = \frac{1}{2} (\bar{u}_{i+1,j+1,k} + \bar{u}_{i,j+1,k}) \quad (95)$$

$$\bar{u}_{i+1/2,j-1,k} = \frac{1}{2} (\bar{u}_{i+1,j-1,k} + \bar{u}_{i,j-1,k}) \quad (96)$$

$$\bar{u}_{i+1/2,j,k+1} = \frac{1}{2} (\bar{u}_{i+1,j,k+1} + \bar{u}_{i,j,k+1}) \quad (97)$$

$$\bar{u}_{i+1/2,j,k-1} = \frac{1}{2} (\bar{u}_{i+1,j,k-1} + \bar{u}_{i,j,k-1}) \quad (98)$$

以上、他の粘性流束についても同様に離散化を施した。このように離散化した場合、 $j$ 方向の粘性流束の計算で使用する点は図 2に示す15点になる。

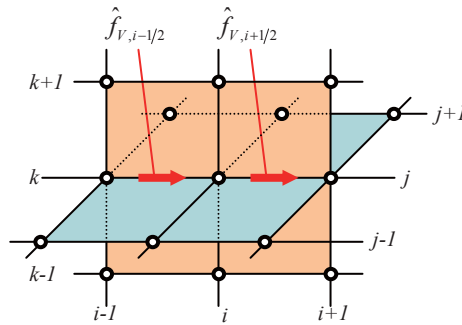


図 2  $j$ 方向の粘性流束の計算で使用する点

### 3.5 時間積分

ADCSでは時間積分について、LU-ADI近似陰解法[9]と多段階Runge-Kutta陽解法から選択することが可能となっている。定常流れ解析の場合にはLU-ADI近似陰解法を用いることで、 $CFL$ 数を大き

くとることができ、計算時間を短縮することができる。また、局所時間刻みを用いることで、定常解への解の収束を早めることができる。非定常流れ解析の場合には時間精度が要求されるため、時間精度の高い多段階Runge-Kutta陽解法を用いることで、精度良く計算することができる。

### 3.5.1 LU-ADI近似陰解法

一般座標系に対する支配方程式である式(34)に対して、空間方向の離散化を施すとその一般形は次式のようになる。

$$\frac{\hat{Q}^{n+1} - \hat{Q}^n}{\Delta t} + \left[ \lambda \left( \frac{\partial \hat{F}_j}{\partial \xi_j} \right)^{n+1} + (1-\lambda) \left( \frac{\partial \hat{F}_j}{\partial \xi_j} \right)^n + \lambda \left( \frac{\partial \hat{F}_{V_j}}{\partial \xi_j} \right)^{n+1} + (1-\lambda) \left( \frac{\partial \hat{F}_{V_j}}{\partial \xi_j} \right)^n \right] = 0 \quad (99)$$

ここで、右上添え字はステップ数を表す。 $\lambda=0$ のときはオイラー陽解法、 $\lambda=1$ のときはオイラー陰解法にそれぞれ対応する。この式を変形して、

$$\Delta \hat{Q}^n + \lambda \Delta t \left[ \frac{\partial}{\partial \xi_j} (\hat{F}_j^{n+1} - \hat{F}_j^n) + \frac{\partial}{\partial \xi_j} (\hat{F}_{V_j}^{n+1} - \hat{F}_{V_j}^n) \right] = -\Delta t \left[ \left( \frac{\partial \hat{F}_j}{\partial \xi_j} \right)^n + \left( \frac{\partial \hat{F}_{V_j}}{\partial \xi_j} \right)^n \right] \quad (100)$$

を得る。ここで、 $\Delta \hat{Q}^n = \hat{Q}^{n+1} - \hat{Q}^n$ である。流束 $\hat{F}_j, \hat{F}_{V_j}$ に対して時間方向に線形化を施し、

$$\hat{F}_j^{n+1} \approx \hat{F}_j^n + \left( \frac{\partial \hat{F}_j}{\partial \hat{Q}} \right)^n \Delta \hat{Q}^n, \quad \hat{F}_{V_j}^{n+1} \approx \hat{F}_{V_j}^n + \left( \frac{\partial \hat{F}_{V_j}}{\partial \hat{Q}} \right)^n \Delta \hat{Q}^n \quad (101)$$

とおき、流束ヤコビアン行列を、

$$\left( \frac{\partial \hat{F}_j}{\partial \hat{Q}} \right)^n + \left( \frac{\partial \hat{F}_{V_j}}{\partial \hat{Q}} \right)^n = \hat{A}_j^n \quad (102)$$

とおくと、次式が得られる。

$$\left[ I + \lambda \Delta t \frac{\partial \hat{A}_j^n}{\partial \xi_j} \right] \Delta \hat{Q}^n = -\Delta t \left[ \left( \frac{\partial \hat{F}_j}{\partial \xi_j} \right)^n + \left( \frac{\partial \hat{F}_{V_j}}{\partial \xi_j} \right)^n \right] \quad (103)$$

ここで、右辺は定常項を表しており、 $\Delta \hat{Q}$ が0に近づくときに解は定常解に向かうことになる。 $\hat{Q}^{n+1}$ を求めるためには左辺大括弧内の行列を反転させる必要があるが、多次元計算の場合非常に大きな行列となるため、そのまま行列を反転することは現実的ではない。そこで、近似因数分解法(Approximate Factorization)を用いて、以下のように近似する。

$$I + \lambda \Delta t \frac{\partial \hat{A}_j^n}{\partial \xi_j} \approx \left[ I + \lambda \Delta t \frac{\partial \hat{A}_j^n}{\partial \xi} \right] \left[ I + \lambda \Delta t \frac{\partial \hat{B}^n}{\partial \eta} \right] \left[ I + \lambda \Delta t \frac{\partial \hat{C}^n}{\partial \zeta} \right] \quad (104)$$

この近似を適用することで式(103)は以下のようになる。

$$\left[ I + \lambda \Delta t \frac{\partial \hat{A}_j^n}{\partial \xi} \right] \left[ I + \lambda \Delta t \frac{\partial \hat{B}^n}{\partial \eta} \right] \left[ I + \lambda \Delta t \frac{\partial \hat{C}^n}{\partial \zeta} \right] \Delta \hat{Q}^n = -\Delta t \left[ \left( \frac{\partial \hat{F}_j}{\partial \xi_j} \right)^n + \left( \frac{\partial \hat{F}_{V_j}}{\partial \xi_j} \right)^n \right] \quad (105)$$

近似因数分解法を適用することで、左辺の行列は3つのブロック3重対角行列の積に近似され、行列反転にかかる計算コストが削減される。さらに個々のブロック3重対角行列に対して、LU分解法と対角優位性を維持するための近似を加えると、次式が得られる。

$$\begin{aligned}
\left[ I + \lambda \Delta t \frac{\partial \hat{A}}{\partial \xi} \right] &= R_\xi \left[ I + \lambda \Delta t \frac{\partial \Lambda}{\partial \xi} \right] R_\xi^{-1} \\
&\approx R_\xi \left[ I + \lambda \Delta t \delta_\xi^b \Lambda^+ + \lambda \Delta t \delta_\xi^f \Lambda^- \right] R_\xi^{-1} \\
&\approx R_\xi \left[ I - \lambda \frac{\Delta t}{\Delta \xi} \Lambda^- + \lambda \Delta t \delta_\xi^b \Lambda^+ \right] \left[ I + \lambda \frac{\Delta t}{\Delta \xi} |\Lambda| \right]^{-1} \left[ I + \lambda \frac{\Delta t}{\Delta \xi} \Lambda^+ + \lambda \Delta t \delta_\xi^f \Lambda^- \right] R_\xi^{-1}
\end{aligned} \tag{106}$$

ここで、 $\delta_\xi^b, \delta_\xi^f$  はそれぞれ後退差分オペレータ、前進差分オペレータである。また、

$$\hat{A} = R_\xi \Lambda_\xi R_\xi^{-1} \tag{107}$$

$$\Lambda_\xi^\pm = \frac{1}{2} (\Lambda_\xi \pm |\Lambda_\xi|) \pm \nu_\xi I \tag{108}$$

$$\nu_\xi = \frac{2\bar{\mu}}{Re \cdot \bar{\rho}} r_\xi^2 \tag{109}$$

$$r_\xi^2 = \xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2 \tag{110}$$

であり、 $\Lambda^+$  は正の固有値のみを持ち、 $\Lambda^-$  は負の固有値のみを持つ。

式(106)の離散化に1次精度風上差分を用いると、式(105)の左辺の個々のブロック3重対角行列は以下のように表される。

$$\begin{aligned}
\left[ I + \lambda \Delta t \frac{\partial \hat{A}}{\partial \xi} \right] &\approx R_\xi [L_\xi + M_\xi + N_\xi] R_\xi^{-1} \\
&\approx R_\xi [L_\xi + M_\xi] M_\xi^{-1} [M_\xi + N_\xi] R_\xi^{-1}
\end{aligned} \tag{111}$$

ここで、

$$L_\xi = -\lambda \frac{\Delta t}{\Delta \xi} \left[ \frac{1}{2} (\Lambda_\xi + |\Lambda_\xi|) + \nu_\xi I \right]_{j-1} \tag{112}$$

$$M_\xi = \left[ \lambda \frac{\Delta t}{\Delta \xi} |\Lambda_\xi| + (1 + 2\nu_\xi) I \right]_j \tag{113}$$

$$N_\xi = \lambda \frac{\Delta t}{\Delta \xi} \left[ \frac{1}{2} (\Lambda_\xi - |\Lambda_\xi|) - \nu_\xi I \right]_{j+1} \tag{114}$$

であり、大括弧の右下添え字は格子点番号を表している。

### 3.5.2 多段階Runge-Kutta陽解法

一般座標系に対する支配方程式である式(34)について、時間微分と空間微分とを分離して考え、時間微分を常微分に置き換えると、次のようになる。

$$\frac{d\hat{Q}}{dt} \approx - \left[ \frac{\partial \hat{F}_j(\hat{Q})}{\partial \xi_j} + \frac{\partial \hat{F}_{V_j}(\hat{Q})}{\partial \xi_j} \right] = \hat{f}(\hat{Q}) \tag{115}$$

この常微分方程式に対する $k$ 段階のRunge-Kutta陽解法は次のように表される。

$$\begin{cases} \hat{Q}^{(1)} = \hat{Q}^n + \lambda_1 \Delta t \hat{f}(\hat{Q}^n) \\ \hat{Q}^{(2)} = \hat{Q}^n + \lambda_2 \Delta t \hat{f}(\hat{Q}^{(1)}) \\ \vdots \\ \hat{Q}^{(k)} = \hat{Q}^n + \lambda_k \Delta t \hat{f}(\hat{Q}^{(k-1)}) \\ \hat{Q}^{n+1} = \hat{Q}^{(k)} \end{cases} \tag{116}$$

ここで、パラメータ $\lambda_k$ はスキームの安定性と精度を決定するためのパラメータである。

ADCSでは5段階のRunge-Kutta陽解法を実装しており、パラメータ $\lambda_i$ には以下の値を用いている。

$$\lambda_1 = 0.0695, \lambda_2 = 0.1602, \lambda_3 = 0.2898, \lambda_4 = 0.5060, \lambda_5 = 1.0 \quad (117)$$

このとき、スキームの精度は2次精度である。

### 3.5.3 局所時間刻み法

ADCSでは、定常計算時の解の収束を早めるために局所時間刻み法を使用することができる。局所時間刻み法では、各格子点について対流項、粘性項それぞれの計算で取りうる時間刻みの上限を求め、格子点毎に値の異なる局所時間刻みを用いることで解の収束を早めている。

$j$ 方向の対流項計算で取りうる時間刻みは、

$$\Delta t_{I,j} = \frac{1}{\left| \frac{\partial \xi_j}{\partial x_k} \bar{u}_k \right| + \bar{c}_j \sqrt{\frac{\partial \xi_j}{\partial x_k} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_k}}} = \frac{1}{|\bar{U}_j| + \bar{c}_j \sqrt{\frac{\partial \xi_j}{\partial x_k} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_k}}} \quad (118)$$

$j$ 方向の粘性項計算で取りうる時間刻みは、

$$\Delta t_{V,j} = \frac{1}{\frac{2}{Re} (\bar{\mu} + \bar{\mu}_T) \left( \frac{\partial \xi_j}{\partial x_k} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_k} \right)} \quad (119)$$

である。全ての方向の対流項、粘性項それぞれの時間刻みの最小値と任意の定数 $CFL$ との積、

$$\Delta t = CFL \cdot \min(\Delta t_{I,1}, \Delta t_{I,2}, \Delta t_{I,3}, \Delta t_{V,1}, \Delta t_{V,2}, \Delta t_{V,3}) \quad (120)$$

が局所時間刻みとして使用される。定数 $CFL$ は解析対象により適切な値を設定することが可能となっている。

## 3.6 乱流モデル

乱流モデルとして、数種類の渦粘性モデルがADCSに組み込まれている。Spalart-Allmarasの1方程式モデル、Menter's SST  $k-\omega$ の2方程式モデル、および3種類の低レイノルズ数型 $k-\varepsilon$ モデルを実装している。解析対象により適切な乱流モデルを適用することが可能である。各モデルの乱流モデル輸送方程式、レイノルズ応力、渦粘性係数、モデル定数および関数を以下に示す。なお、乱流モデル輸送方程式に表れる各物理量は次式のように無次元化している。

$$\tilde{v} = \frac{\rho_0^* \tilde{v}^*}{\mu_0^*}, \quad \bar{k} = \frac{\bar{k}^*}{c_0^{*2}}, \quad \bar{\omega} = \frac{L_0^* \bar{\omega}^*}{c_0^*}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{L_0^* \bar{\varepsilon}^*}{c_0^{*3}} \quad (121)$$

### 3.6.1 Spalart-Allmarasモデル

Spalart-Allmarasモデル[3]は1方程式の渦粘性モデルであり、渦粘性に関係する量 $\tilde{v}$ についての輸送方程式が解かれる。モデル係数は多くの実験データに基づいて決められた。また、2方程式モデルに比べて計算負荷が小さいという利点がある。順・逆圧力勾配を持つ付着乱流境界層や、小さい乱流境界層剥離や、薄い自由せん断層などの解析に多くの実績が挙げられている。また、2方程式モデルに比べて、計算の負荷が少ないため、航空宇宙分野で広く使用されている。乱流モデル輸送方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{v}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{\rho} \tilde{v}}{\partial x_j} = C_{b1} [1 - f_{t2}] \tilde{v} \bar{\rho} \tilde{v} - \frac{1}{Re} C_{w1} f_w \bar{\rho} \left[ \frac{\tilde{v}}{d} \right]^2 + \frac{1}{Re} \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\bar{\mu} + \bar{\rho} \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{Re} \frac{C_{b2}}{\sigma} \bar{\rho} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \quad (122)$$

レイノルズ応力は、

$$\bar{\tau}_{ij}^T = -\bar{\rho} \overline{u_i' u_j'} = \frac{1}{Re} \bar{\mu}_T \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (123)$$

渦粘性係数は、

$$\bar{\mu}_T = \bar{\rho} \tilde{\nu} f_{V1} \quad (124)$$

モデル定数と関数は、

$$f_{V1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{V1}^3}, \quad f_{V2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{V1}} \quad (125)$$

$$f_W = g \left[ \frac{1 + C_{W3}^6}{g^6 + C_{W3}^6} \right]^{1/6}, \quad f_{I2} = C_{I3} \exp(-C_{I4} \chi^2), \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\bar{\nu}} \quad (126)$$

$$g = r + C_{W2} (r^6 - r), \quad r = \frac{1}{Re} \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2} \quad (127)$$

$$\tilde{S} = S + \frac{1}{Re} \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{V2}, \quad S = |\Omega_{ij}| + C_{vor} \min(0, |S_{ij}| - |\Omega_{ij}|), \quad (128)$$

$$|\Omega_{ij}| = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}, \quad |S_{ij}| = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right), \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right)$$

$$C_{b1} = 0.1355, \quad C_{b2} = 0.622, \quad C_{V1} = 7.1, \quad C_{I3} = 1.2, \quad C_{I4} = 0.5,$$

$$C_{vor} = 1.0, \quad C_{W1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + C_{b2}}{\sigma}, \quad C_{W2} = 0.3, \quad C_{W3} = 2.0, \quad \sigma = 2/3, \quad \kappa = 0.41 \quad (129)$$

ただしオリジナルのモデルに対して、 $f_{I1}$ の項が省略されており、 $S$ の定義、 $C_{I3}, C_{I4}$ の値が変更された改良版を用いている。また、本論文では、3次元渦の旋回効果を考慮し、生成項を抑制する $C_{vor}$ を導入して式(128)を改良した[2]。

壁面では以下のようになる。

$$\tilde{\nu}_{wall} = 0 \quad (130)$$

### 3.6.2 Menter's SST $k$ - $\omega$ モデル

Menter's SST (Shear Stress Transport)  $k$ - $\omega$ モデル[4]は2方程式の渦粘性モデルであり、乱れエネルギー $k$ と乱れ周波数 $\omega$ についての輸送方程式が解かれる。SST乱流モデルは、壁面付近での低レイノルズ数層流底層と対数速度層においては $k$ - $\omega$ モデルを、壁面から離れた境界層のwake領域と自由せん断層においては標準 $k$ - $\varepsilon$ モデルをそれぞれ切り替えて使用している。また、物理的には存在しない量をモデルから排除するように工夫されている。SSTモデルの利点は乱流境界層の剥離を持つ流れに関して解析結果を改善することである。しかし、ほかの乱流モデルに比べて物体表面の摩擦力を若干小さく、剥離を大きく予測する傾向がある。乱流モデル輸送方程式は以下のように表される。

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{k}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_j \bar{k}}{\partial x_j} = \bar{\tau}_{ij}^T \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta^* \bar{\rho} \bar{\omega} \bar{k} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\bar{\mu} + \sigma_k \bar{\mu}_T) \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \right] \quad (131)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{\omega}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_j \bar{\omega}}{\partial x_j} = Re \cdot \gamma \frac{1}{\bar{\nu}_T} \bar{\tau}_{ij}^T \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta \bar{\rho} \bar{\omega}^2 + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\bar{\mu} + \sigma_\omega \bar{\mu}_T) \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \bar{\rho} \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\bar{\omega}} \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x_j} \quad (132)$$

レイノルズ応力は、

$$\bar{\tau}_{ij}^T = -\bar{\rho} \overline{u_i' u_j'} = \frac{1}{Re} \bar{\mu}_T \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] - \frac{2}{3} \bar{\rho} \bar{k} \delta_{ij} \quad (133)$$

渦粘性係数は、

$$\bar{\mu}_T = Re \cdot \min \left( \frac{\bar{\rho} \bar{k}}{\bar{\omega}}, \frac{a_1 \bar{\rho} \bar{k}}{\Omega F_2} \right) \quad (134)$$

モデル定数と関数は、

$$\phi = F_1\phi_1 + (1 - F_1)\phi_2 \quad (135)$$

$$\sigma_{k1} = 0.85, \quad \sigma_{\omega1} = 0.5, \quad \beta_1 = 0.075, \quad a_1 = 0.31$$

$$\beta^* = 0.09, \quad \kappa = 0.41, \quad \gamma_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \sigma_{\omega1} \frac{\kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} = \frac{5}{9} \quad (136)$$

$$\sigma_{k2} = 1.0, \quad \sigma_{\omega2} = 0.856, \quad \beta_2 = 0.0828,$$

$$\beta^* = 0.09, \quad \kappa = 0.41, \quad \gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \sigma_{\omega2} \frac{\kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} = 0.44 \quad (137)$$

$$\arg_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{0.09\bar{\omega}d}, \frac{1}{Re} \frac{500\bar{v}}{d^2\bar{\omega}}, \frac{4\bar{\rho}\sigma_{\omega2}\bar{k}}{CD_{k\omega}d^2} \right), \arg_2 = \max \left( 2 \frac{\sqrt{k}}{0.09\bar{\omega}d}, \frac{1}{Re} \frac{500\bar{v}}{d^2\bar{\omega}} \right) \right] \quad (138)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2\bar{\rho}\sigma_{\omega2} \frac{1}{\bar{\omega}} \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x_j}, 10^{-20} \right) \quad (139)$$

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4), \quad F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (140)$$

$$\Omega = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}, \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \quad (141)$$

ここで、 $\phi$  には  $\sigma_k, \sigma_\omega, \beta, \gamma$  が入る。 $F_1=1$  のときに  $k$ - $\omega$  モデル、 $F_1=0$  のときに  $k$ - $\varepsilon$  モデルにそれぞれ帰着する。

壁面上では以下のようになる。

$$\bar{k}_{wall} = 0, \quad \bar{\omega}_{wall} = \frac{1}{Re} 10 \frac{6\bar{v}}{\beta_1 d^2} \quad (142)$$

### 3.6.3 低レイノルズ数型 $k$ - $\varepsilon$ モデル

低レイノルズ数型  $k$ - $\varepsilon$  モデルは2方程式の渦粘性モデルであり、乱れエネルギー  $k$  と乱れ散逸率  $\varepsilon$  についての輸送方程式が解かれる。この種の乱流モデルは特に非圧縮性流れや自由せん断層流れやなどに幅広く適用されているが、渦粘性が過大に評価される欠点がある。

#### 3.6.3.1 Jones-Launderモデル

Jones-Launder  $k$ - $\varepsilon$  モデル[5]の乱流モデル輸送方程式は以下のようになる。

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{k}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_j \bar{k}}{\partial x_j} = P_k - \bar{\rho}(\tilde{\varepsilon} + D) + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \right] \quad (143)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{\varepsilon}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_j \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} = \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} (C_{\varepsilon 1} f_1 P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \bar{\rho} \tilde{\varepsilon}) + \bar{\rho} E + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] \quad (144)$$

ここで、

$$P_k = \bar{\tau}_{ij}^r \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (145)$$

$$\bar{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon} + D \quad (146)$$

レイノルズ応力は、

$$\bar{\tau}_{ij}^T = -\bar{\rho}\overline{u'_i u'_j} = \frac{1}{Re} \bar{\mu}_T \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] - \frac{2}{3} \bar{\rho} \bar{k} \delta_{ij} \quad (147)$$

渦粘性係数は、

$$\bar{\mu}_T = Re \cdot C_\mu f_\mu \bar{\rho} \frac{\bar{k}^2}{\tilde{\varepsilon}} \quad (148)$$

モデル定数と関数は、

$$D = \frac{1}{Re} 2\bar{v} \left( \nabla \sqrt{\bar{k}} \right)^2, \quad E = \frac{1}{Re^2} 2\bar{v} \bar{v}_T (\nabla \cdot \Omega)^2 \quad (149)$$

$$C_\mu = 0.09, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.55, \quad C_{\varepsilon 2} = 2.0, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad (150)$$

$$f_\mu = \exp\left(-\frac{2.5}{1+0.02Rt}\right), \quad f_1 = 1.0, \quad f_2 = 1.0 - 0.3 \exp(-Rt^2) \quad (151)$$

$$Rt = Re \cdot \frac{\bar{k}^2}{\bar{v} \tilde{\varepsilon}} \quad (152)$$

壁面上では以下のようになる。

$$\bar{k}_{wall} = 0, \quad \tilde{\varepsilon}_{wall} = 0 \quad (153)$$

### 3.6.3.2 Abidモデル

Abid  $k$ - $\varepsilon$ モデル[6]の乱流モデル輸送方程式は以下のようになる。

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{k}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_j \bar{k}}{\partial x_j} = P_k - \bar{\rho}(\tilde{\varepsilon} + D) + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \right] \quad (154)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{\varepsilon}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_j \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} = \frac{\tilde{\varepsilon}}{\bar{k}} (C_{\varepsilon 1} f_1 P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \bar{\rho} \tilde{\varepsilon}) + \bar{\rho} E + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] \quad (155)$$

ここで、

$$P_k = \bar{\tau}_{ij}^T \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (156)$$

$$\bar{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon} + D \quad (157)$$

レイノルズ応力は、

$$\bar{\tau}_{ij}^T = -\bar{\rho}\overline{u'_i u'_j} = \frac{1}{Re} \bar{\mu}_T \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] - \frac{2}{3} \bar{\rho} \bar{k} \delta_{ij} \quad (158)$$

渦粘性係数は、

$$\bar{\mu}_T = Re \cdot C_\mu f_\mu \bar{\rho} \frac{\bar{k}^2}{\tilde{\varepsilon}} \quad (159)$$

モデル定数と関数は、

$$D = 0, \quad E = 0 \quad (160)$$

$$C_\mu = 0.09, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.45, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.83, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.4 \quad (161)$$

$$f_\mu = \min\left[1.0, (1 + 4Rt^{-0.75}) \tanh(0.008Ry)\right], \quad f_1 = 1.0, \quad f_2 = 1.0 - \exp\left(-\frac{Ry}{12}\right) \quad (162)$$



$$Rt = Re \cdot \frac{\bar{k}^2}{\bar{\nu}\varepsilon}, \quad Ry = Re \cdot \frac{\sqrt{\bar{k}}d}{\bar{\nu}} \quad (163)$$

壁面上では以下のようになる。

$$\bar{k}_{wall} = 0, \quad \tilde{\varepsilon}_{wall} = \frac{1}{Re} 2\bar{\nu} \left( \frac{d\sqrt{\bar{k}}}{dy} \right)^2 \quad (164)$$

ここで、 $y$ は壁面に垂直方向である。

### 3.6.3.3 Yang-Shihモデル

Yang-Shih  $k$ - $\varepsilon$ モデル[7]の乱流モデル輸送方程式は、

$$\frac{\partial \bar{\rho}\bar{k}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}u_j\bar{k}}{\partial x_j} = P_k - \bar{\rho}(\tilde{\varepsilon} + D) + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \right] \quad (165)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}\tilde{\varepsilon}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}u_j\tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} = \frac{1}{\tau} (C_{\varepsilon 1} f_1 P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \bar{\rho}\tilde{\varepsilon}) + \bar{\rho}E + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] \quad (166)$$

$$\tau = \left( \frac{\bar{k}}{\tilde{\varepsilon}} \right) + \left( \frac{1}{Re} \frac{\bar{\nu}}{\tilde{\varepsilon}} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{(\bar{k} + \sqrt{\bar{\nu}\tilde{\varepsilon}/Re})}{\tilde{\varepsilon}} \quad (167)$$

ここで、

$$P_k = \bar{\tau}_{ij}^T \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (168)$$

$$\bar{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon} + D \quad (169)$$

レイノルズ応力は、

$$\bar{\tau}_{ij}^T = -\bar{\rho}\overline{u'_i u'_j} = \frac{1}{Re} \bar{\mu}_T \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] - \frac{2}{3} \bar{\rho}\bar{k} \delta_{ij} \quad (170)$$

渦粘性係数は、

$$\bar{\mu}_T = Re \cdot C_\mu f_\mu \bar{\rho} \frac{\bar{k}(\bar{k} + \sqrt{\bar{\nu}\tilde{\varepsilon}/Re})}{\tilde{\varepsilon}} \quad (171)$$

モデル定数と関数は、

$$D = 0, \quad E = \frac{1}{Re^2} 2\bar{\nu}\bar{\nu}_T (\nabla \cdot \Omega)^2 \quad (172)$$

$$C_\mu = 0.09, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad (173)$$

$$f_\mu = \left[ 1 - \exp(-a_5 Ry - a_6 Ry^3 - a_7 Ry^5) \right]^{1/2}, \quad f_1 = 1.0, \quad f_2 = 1.0 \quad (174)$$

$$Ry = Re \cdot \frac{\sqrt{\bar{k}}d}{\bar{\nu}} \quad (175)$$

$$a_5 = 1.5 \times 10^{-4}, \quad a_6 = 5.0 \times 10^{-7}, \quad a_7 = 1.0 \times 10^{-10} \quad (176)$$

壁面上では以下のようになる。

$$\bar{k}_{wall} = 0, \quad \tilde{\varepsilon}_{wall} = \frac{1}{Re} 2\bar{v} \left( \frac{d\sqrt{k}}{dy} \right)^2 \quad (177)$$

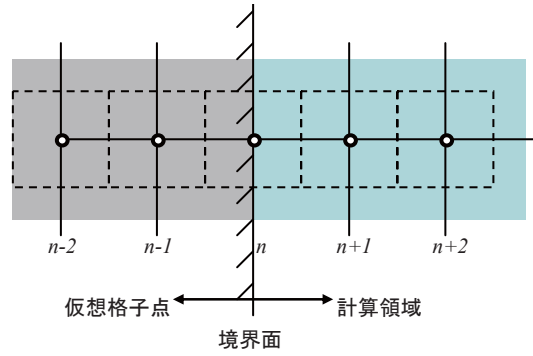
ここで、 $y$ は壁面に垂直方向である。

### 3.7 境界条件

ADCSで使用できる境界条件を表 2に示す。境界条件は大きく6つに分類でき、これらはさらに条件毎に分けられる。この6つに加えて、特異点の処理を行うポール条件と計算に関与しない境界に設定するダミー境界条件が設けてある。超音速機の機体先端のような尖った場所には六面体の格子を作成することができないため、ポール条件はそのような特異点となった境界に対して設定される。2次元計算の場合、本来奥行き方向の境界は設定する必要がないが、ADCSでは2次元計算を行う際には奥行き方向に3点持つ3次元格子を用いるため、奥行き方向の境界に条件を設定する必要が出てくる。この境界は計算には関与しないためダミー境界条件が使用される。以下に各境界条件について述べる。なお、図 3に示すような格子点の並びを仮定して各境界条件の解説を行う。すなわち、点 $n$ を境界面上の格子点として、 $n$ が増加する方向が計算領域内（ブロック内部）であり、 $n$ が減少する方向に仮想格子点があるとする。

表 2 ADCSで指定可能な境界条件

| 分類    | 境界ID | 説明            | 補足  |
|-------|------|---------------|---|
| 滑り壁   | 1001 | 断熱壁           | 接線方向速度を持つ、温度勾配0                                 |
|       | 1002 | 等温壁           | 接線方向速度を持つ、静温を指定                                 |
| 滑り無し壁 | 2001 | 断熱壁           | 速度0、温度勾配0                                       |
|       | 2002 | 等温壁           | 速度0、静温を指定                                       |
| 対称条件  | 3001 | 境界面に対して対称     | 境界面上の点は計算点として扱われる                               |
| 遠方条件  | 4001 | 0次外挿, 流入・流出   | リーマン条件  |
|       | 4002 | 2次外挿, 流入・流出   | リーマン条件  |
|       | 4003 | 2次元計算用, 流入・流出 | リーマン条件  |
|       | 4004 | 2次元計算用, 流入    | リーマン条件  |
| 流入条件  | 5001 | 超音速流入         | 密度、速度ベクトル、静圧を指定<br>乱流モデル量を指定                    |
|       | 5002 | 亜音速流入         | 密度、迎角、静圧を指定<br>速度ベクトルの大きさを内部領域から外挿<br>乱流モデル量を指定 |
|       | 5003 | 亜音速流入, 全圧全温指定 | 全圧、全温と迎角を指定<br>乱流モデル量を指定                        |
| 流出条件  | 6001 | 超音速流出         | 密度、速度ベクトル、静圧を内部領域から外挿<br>乱流モデル量を0次外挿            |
|       | 6002 | 亜音速流出         | 密度、速度ベクトルを内部領域から外挿<br>静圧を指定<br>乱流モデル量を0次外挿      |
| ポール条件 | 7001 | ダミー（特異点を含む境界） | 密度、運動量、静圧を2次外挿<br>乱流モデル量を0次外挿                   |
| ダミー境界 | 9999 | ダミー           | 2次元計算の奥行き方向の境界に設定<br>奥行き方向に物理量を複写               |

図 3 境界面上の点 $n$ 付近の格子と格子点のインデックス

### 3.7.1 滑り壁

滑り壁は、非粘性壁を表すための境界条件であり、ADCSでは断熱壁条件（境界ID:1001）と等温壁条件（境界ID:1002）の2種類から選択することができる。この条件では境界面に対して接線方向の速度成分を計算領域内の点から2次外挿により与え、密度も2次外挿で与えている。断熱壁条件では壁に垂直な格子線に沿って温度勾配が0となるようにし、等温壁条件では壁面上の静温が一定になるようにしている。ここでは $\xi$ 方向に垂直な境界面について考えることとする。

まず、速度の $\xi, \eta, \zeta$ 方向成分の内、 $\xi$ 方向成分を0、 $\eta, \zeta$ 方向成分をそれぞれ計算領域内の点から2次外挿によって求める。反変速度は、

$$\bar{U} = \xi_x \bar{u} + \xi_y \bar{v} + \xi_z \bar{w} \quad (178)$$

$$\bar{V} = \eta_x \bar{u} + \eta_y \bar{v} + \eta_z \bar{w} \quad (179)$$

$$\bar{W} = \zeta_x \bar{u} + \zeta_y \bar{v} + \zeta_z \bar{w} \quad (180)$$

で求められるが、外挿を行うのは物理空間座標系における速度であるため、壁面上の点 $n$ の反変速度は次のように求められる。

$$\bar{U}_n = 0 \quad (181)$$

$$\frac{\bar{V}_n}{|\eta|_n} = \frac{4}{3} \frac{\bar{V}_{n+1}}{|\eta|_{n+1}} - \frac{1}{3} \frac{\bar{V}_{n+2}}{|\eta|_{n+2}} \quad (182)$$

$$\frac{\bar{W}_n}{|\zeta|_n} = \frac{4}{3} \frac{\bar{W}_{n+1}}{|\zeta|_{n+1}} - \frac{1}{3} \frac{\bar{W}_{n+2}}{|\zeta|_{n+2}} \quad (183)$$

ここで、

$$|\xi| = \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2} \quad (184)$$

$$|\eta| = \sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2} \quad (185)$$

$$|\zeta| = \sqrt{\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2} \quad (186)$$

である。次に、速度を $\xi, \eta, \zeta$ 方向成分から $x, y, z$ 方向成分に変換する。

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_n \\ \bar{v}_n \\ \bar{w}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{x,n} & \xi_{y,n} & \xi_{z,n} \\ \eta_{x,n} & \eta_{y,n} & \eta_{z,n} \\ \zeta_{x,n} & \zeta_{y,n} & \zeta_{z,n} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{U}_n \\ \bar{V}_n \\ \bar{W}_n \end{bmatrix} \quad (187)$$

このままでは運動エネルギーが損失してしまうため、速度の大きさを2次外挿によって求められる値

に一致するようにスケーリングを行う。

$$|\bar{\mathbf{u}}|_n = 4/3|\bar{\mathbf{u}}_{n+1}| - 1/3|\bar{\mathbf{u}}_{n+2}| \quad (188)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{n,new} = \bar{\mathbf{u}}_n \frac{|\bar{\mathbf{u}}|_n}{|\bar{\mathbf{u}}_n|} \quad (189)$$

壁面近傍での壁面に垂直方向の密度勾配を0と仮定し、 $\xi$ 方向を壁面に垂直方向とおくと、壁面における密度は2次の外挿を用いて以下の式で与えられる。

$$\left( \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \xi} \right)_n = 0 \quad (190)$$

$$\bar{\rho}_n = 4/3\bar{\rho}_{n+1} - 1/3\bar{\rho}_{n+2} \quad (191)$$

断熱壁の条件では、壁面近傍での壁面に垂直方向の温度勾配は0とする。 $\xi$ 方向を壁面に垂直方向とおくと、圧力勾配が以下のように得られる。

$$\left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial \xi} \right)_n = 0 \quad (192)$$

$$\left( \frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi} \right)_n = \left( \frac{\partial(\bar{\rho}\bar{T})}{\partial \xi} \right)_n = \bar{T} \left( \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \xi} \right)_n + \bar{\rho} \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial \xi} \right)_n = 0 \quad (193)$$

2次の外挿を用いると、壁面における静圧は以下の式で得られる。

$$\bar{p}_n = 4/3\bar{p}_{n+1} - 1/3\bar{p}_{n+2} \quad (194)$$

等温壁の条件では、壁面での静温  $\bar{T}_{wall}$  が指定され、静圧は以下の式で与えられる。

$$\bar{T}_n = \bar{T}_{wall} \quad (195)$$

$$\bar{p}_n = \bar{\rho}_n \bar{T}_n = \bar{\rho}_n \bar{T}_{wall} \quad (196)$$

断熱壁、等温壁それぞれの条件で得られた静圧を用いて、全エネルギーが次式で得られる。

$$\bar{E}_{t,n} = \frac{\bar{p}_n}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \bar{\rho}_n |\bar{\mathbf{u}}|_n^2 \quad (197)$$

仮想格子点上の物理量に関しては、壁面に対して対称となるよう、以下のように与えている。

$$\bar{\rho}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} \quad (198)$$

$$\bar{\rho}_{n-i} \bar{\mathbf{u}}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} \bar{\mathbf{u}}_{n+i} \quad (199)$$

$$\bar{E}_{t,n-i} = \bar{E}_{t,n+i} \quad (200)$$

$$\bar{\rho}_{n-i} \tilde{V}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} \tilde{V}_{n+i} \quad (201)$$

$$\bar{\rho}_{n-i} \bar{k}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} \bar{k}_{n+i} \quad (202)$$

$$\bar{\rho}_{n-i} \bar{\epsilon}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} \bar{\epsilon}_{n+i} \quad (203)$$

$$\bar{\rho}_{n-i} \bar{\omega}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} \bar{\omega}_{n+i} \quad (204)$$

ここで、 $i=1,2$  である。

### 3.7.2 滑り無し壁

滑り無し壁は、粘性壁を表すための境界条件であり、ADCSでは断熱壁条件（境界ID:2001）と等温壁（境界ID:2002）の2種類から選択することができる。この条件では境界面上の速度を0とし、密度と圧力は前節3.7.1に述べた同じ方法で与える。断熱壁条件では壁に垂直な格子線に沿って温度勾配が0となるようにし、等温壁条件では壁面上の静温が一定になるようにしている。

$\xi$ 方向に垂直な境界面において、速度ベクトルおよび全エネルギーは次式で与えられる。

$$\bar{\mathbf{u}}_n = \mathbf{0} \quad (205)$$

$$\bar{E}_{i,n} = \bar{p}_n / (\gamma - 1) \quad (206)$$

仮想格子点上の物理量に関しては、壁面に対して速度ベクトルを反対称、スカラー量を対称となるよう、以下のように与えている。

$$\bar{\rho}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} \quad (207)$$

$$\bar{\rho}_{n-i} \bar{\mathbf{u}}_{n-i} = -\bar{\rho}_{n+i} \bar{\mathbf{u}}_{n+i} \quad (208)$$

$$\bar{E}_{i,n-i} = \bar{E}_{i,n+i} \quad (209)$$

$$\bar{\rho}_{n-i} \tilde{\mathbf{v}}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} \tilde{\mathbf{v}}_{n+i} \quad (210)$$

$$\bar{\rho}_{n-i} \bar{\mathbf{k}}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} \bar{\mathbf{k}}_{n+i} \quad (211)$$

$$\bar{\rho}_{n-i} \bar{\omega}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} \bar{\omega}_{n+i} \quad (212)$$

$$\bar{\rho}_{n-i} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+i} \quad (213)$$

ここで、 $i=1,2$  である。

### 3.7.3 対称条件

対称条件（境界ID:3001）は流れ場がその境界に対して対称となる境界条件である。対称条件では境界に対して流れ場が対称になるように、境界面上の点の速度を境界に対して平行にしている。また、仮想格子点では境界に対して対称となるように処理が行われる。境界面上の点に関しては、速度の境界面に垂直な成分を0と置き、平行な成分のみ持つようにしている。さらに、このとき速度の大きさが変わるため、静圧の値を保持するために全エネルギーの値を置き換える。

$$\bar{\mathbf{u}}_{n,new} = \bar{\mathbf{u}}_n - (\bar{\mathbf{u}}_n \cdot \mathbf{n}_n) \mathbf{n}_n \quad (214)$$

$$\bar{E}_{i,n,new} = \frac{\bar{p}_n}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \bar{\rho}_n |\bar{\mathbf{u}}_{n,new}|^2 \quad (215)$$

ここで、 $\mathbf{n}$  は境界に対して垂直な単位ベクトルである。仮想格子点に関しては、速度ベクトルが境界面に対して対称となるように変更し、その他の物理量についても境界面に対称になるように与えている。

$$\bar{\rho}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} \quad (216)$$

$$\bar{\rho}_{n-i} \bar{\mathbf{u}}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} (\bar{\mathbf{u}}_{n+i} - 2(\bar{\mathbf{u}}_{n+i} \cdot \mathbf{n}_n) \mathbf{n}_n) \quad (217)$$

$$\bar{E}_{i,n-i} = \bar{E}_{i,n+i} \quad (218)$$

$$\bar{\rho}_{n-i} \tilde{\mathbf{v}}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} \tilde{\mathbf{v}}_{n+i} \quad (219)$$

$$\bar{\rho}_{n-i} \bar{\mathbf{k}}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} \bar{\mathbf{k}}_{n+i} \quad (220)$$

$$\bar{\rho}_{n-i} \bar{\omega}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} \bar{\omega}_{n+i} \quad (221)$$

$$\bar{\rho}_{n-i} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n-i} = \bar{\rho}_{n+i} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+i} \quad (222)$$

ここで、 $i=1,2$  である。

### 3.7.4 遠方条件

遠方条件は、無限遠での無反射流入出条件を表しており、ADCSでは3次元計算用に2種類（境界ID:4001と4002）と2次元計算用に2種類（境界ID:4003と4004）の計4種類の条件から選択することができる。それぞれの境界IDによる違いは外挿の次数の違いであり、0次と2次の外挿から選択することができる。流れが亜音速の場合、無反射条件ではリーマン不変量  $R^\pm$  を用いて境界上の物理量を与えられる。

$$R^\pm = \bar{U} \pm \frac{2\bar{c}}{\gamma - 1} \quad (223)$$

ここで、 $U$ は境界に垂直な速度成分であり、計算領域からの流出を正とする。

今、 $\xi=0$ を境界面とし、 $\xi>0$ を計算領域とした場合について考えることとする。このとき境界面に対して等エントロピ波が反射しないための条件は、境界近傍で $R^+$ が一定であることである。特性曲線を考慮して、 $R^+$ には計算領域外側の状態として一様流の条件を用い、 $R^-$ には計算領域内の値から外挿を用いてそれぞれ求める。ここで、外挿によって得られた値に添え字 $ex$ を付けるとすると、リーマン不変量は以下のようになる。

$$R^+ = \bar{U}_\infty + \frac{2\bar{c}_\infty}{\gamma-1} \quad (224)$$

$$R^- = \bar{U}_{ex} - \frac{2\bar{c}_{ex}}{\gamma-1} \quad (225)$$

特性曲線が境界面上で交差するとして、境界面上における境界に垂直な速度成分と音速が以下のように求まる。

$$\bar{U}_n = \frac{1}{2}(R^+ + R^-) \quad (226)$$

$$\bar{c}_n = \frac{\gamma-1}{4}(R^+ - R^-) \quad (227)$$

これらを用いると、残りの物理量は以下のように求まる。

$$\bar{\rho}_n = \left( \frac{\bar{c}_n^2}{\gamma \bar{s}_{ref}} \right)^{1/(\gamma-1)} \quad (228)$$

$$\bar{s} = \bar{p} / \bar{\rho}^\gamma \quad (229)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_n = \bar{\mathbf{u}}_{ref} + \mathbf{n}_n (\bar{U}_n - \bar{\mathbf{u}}_{ref} \cdot \mathbf{n}_n) \quad (230)$$

$$\bar{p}_n = \frac{\bar{\rho}_n \bar{c}_n^2}{\gamma} \quad (231)$$

ここで、 $ref$ は境界が流入境界であるか、流出境界であるかによって取るべき値が異なり、流入境界である場合には $ref=\infty$ として一様流の値を、流出境界である場合には $ref=ex$ として外挿により求めた値をそれぞれ用いる。流入、流出の判断は計算領域内の値から判断し、 $U_{n+1}$ の値の符号によって決める。乱流モデル量 $\bar{v}, \bar{k}, \bar{\omega}, \bar{\epsilon}$ に関しては、流入、流出に関わらず、一様流の値が用いられる。

$$\bar{\rho}_n \bar{v}_n = \bar{\rho}_\infty \bar{v}_\infty \quad (232)$$

$$\bar{\rho}_n \bar{k}_n = \bar{\rho}_\infty \bar{k}_\infty \quad (233)$$

$$\bar{\rho}_n \bar{\omega}_n = \bar{\rho}_\infty \bar{\omega}_\infty \quad (234)$$

$$\bar{\rho}_n \bar{\epsilon}_n = \bar{\rho}_\infty \bar{\epsilon}_\infty \quad (235)$$

以上は、速度が亜音速である場合である。超音速で流入の場合は、全ての物理量が一様流の値となる。超音速で流出の場合には、計算領域から外挿によって与えられる。

0次外挿の遠方条件の場合には、添え字 $ex$ を $n+1$ に置き換えればよい。2次外挿の場合には、添え字が $ex$ である物理量のとり方が異なる。外挿は密度、速度、全エネルギーに対して行われ、静圧と音速はこれらの値から求めた。外挿の式は以下のようになる。

$$\bar{\rho}_{ex} = 4/3 \bar{\rho}_{n+1} - 1/3 \bar{\rho}_{n+2} \quad (236)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{ex} = 4/3 \bar{\mathbf{u}}_{n+1} - 1/3 \bar{\mathbf{u}}_{n+2} \quad (237)$$

$$\bar{E}_{t,ex} = 4/3 \bar{E}_{t,n+1} - 1/3 \bar{E}_{t,n+2} \quad (238)$$

### 3.7.5 流入条件

流入条件は流体が計算領域に流入してくる境界を表しており、ADCSでは超音速流入（境界ID:5001）、亜音速流入（境界ID:5002）、亜音速流入で全圧全温指定（境界ID:5003）から選択できる。

超音速流入境界では、下流側からの影響を受けないため、全ての物理量が指定される。

$$\bar{\rho}_n = \bar{\rho}_\infty \quad (239)$$

$$\bar{\rho}_n \bar{\mathbf{u}}_n = \bar{\rho}_\infty \bar{\mathbf{u}}_\infty \quad (240)$$

$$\bar{E}_{t,n} = \bar{E}_{t,\infty} \quad (241)$$

亜音速流入の条件では、密度、静圧と速度ベクトルの方向が指定され、速度の大きさは計算領域内の点から2次外挿によって与えられる。

$$\bar{\rho}_n = \bar{\rho}_\infty \quad (242)$$

$$|\bar{\mathbf{u}}|_n = 4/3|\bar{\mathbf{u}}_{n+1}| - 1/3|\bar{\mathbf{u}}_{n+2}| \quad (243)$$

$$\bar{\rho}_n \bar{\mathbf{u}}_n = \bar{\rho}_\infty \bar{\mathbf{u}}_\infty \frac{|\bar{\mathbf{u}}|_n}{|\bar{\mathbf{u}}_\infty|} \quad (244)$$

$$\bar{E}_{t,n} = \frac{\bar{p}_\infty}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \bar{\rho}_n |\bar{\mathbf{u}}|_n^2 \quad (245)$$

内部流の解析により利用される全圧全温指定の流入条件は、亜音速流入の別パターン条件として、全圧  $\bar{p}_i$  と全音  $\bar{T}_i$  が指定された値に保たれるように設定され、マッハ数は計算領域内の点から0次外挿によって与えられる。

$$\bar{M}_n = \bar{M}_{n+1} \quad (246)$$

$$\bar{p}_n = \bar{p}_{t,\infty} \left( 1 / \left( 1 + \frac{1}{2} (\gamma - 1) \bar{M}_n^2 \right) \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (247)$$

$$\bar{T}_n = \bar{T}_{t,\infty} \left( 1 / \left( 1 + \frac{1}{2} (\gamma - 1) \bar{M}_n^2 \right) \right) \quad (248)$$

$$\bar{\rho}_n = \gamma \bar{p}_n / \bar{T}_n \quad (249)$$

$$\bar{\rho}_n \bar{\mathbf{u}}_n = \bar{\rho}_\infty \bar{\mathbf{u}}_\infty \frac{|\bar{\mathbf{u}}|_n}{|\bar{\mathbf{u}}_\infty|} \quad (250)$$

$$|\bar{\mathbf{u}}|_n = \bar{M}_n \bar{c}_n \quad (251)$$

$$\bar{E}_{t,n} = \frac{\bar{p}_\infty}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \bar{\rho}_n |\bar{\mathbf{u}}|_n^2 \quad (252)$$

乱流モデル量  $\tilde{v}, \bar{k}, \bar{\omega}, \bar{\varepsilon}$  に関しては、どの条件でも一様流の値が用いられる。

$$\bar{\rho}_n \tilde{v}_n = \bar{\rho}_\infty \tilde{v}_\infty \quad (253)$$

$$\bar{\rho}_n \bar{k}_n = \bar{\rho}_\infty \bar{k}_\infty \quad (254)$$

$$\bar{\rho}_n \bar{\omega}_n = \bar{\rho}_\infty \bar{\omega}_\infty \quad (255)$$

$$\bar{\rho}_n \bar{\varepsilon}_n = \bar{\rho}_\infty \bar{\varepsilon}_\infty \quad (256)$$

### 3.7.6 流出条件

流出条件は流体が計算領域から流出している境界を表しており、ADCSでは超音速流出（境界ID:6001）と亜音速流出（境界ID:6002）から選択できる。

上流側の流れに影響を及ぼさない超音速流出の条件では、全ての物理量は計算領域内の点から0

次外挿により与えられる。

$$\bar{\rho}_n = \bar{\rho}_{n+1} \tag{257}$$

$$\bar{\rho}_n \bar{\mathbf{u}}_n = \bar{\rho}_{n+1} \bar{\mathbf{u}}_{n+1} \tag{258}$$

$$\bar{E}_{t,n} = \bar{E}_{t,n+1} \tag{259}$$

$$\bar{\rho}_n \tilde{v}_n = \bar{\rho}_{n+1} \tilde{v}_{n+1} \tag{260}$$

$$\bar{\rho}_n \bar{k}_n = \bar{\rho}_{n+1} \bar{k}_{n+1} \tag{261}$$

$$\bar{\rho}_n \bar{\omega}_n = \bar{\rho}_{n+1} \bar{\omega}_{n+1} \tag{262}$$

$$\bar{\rho}_n \bar{\varepsilon}_n = \bar{\rho}_{n+1} \bar{\varepsilon}_{n+1} \tag{263}$$

亜音速流出の条件では、静圧のみ一様流の値に指定され、密度と速度に関しては計算領域から2次外挿により、乱流モデル量  $\tilde{v}, \bar{k}, \bar{\omega}, \bar{\varepsilon}$  に関しては0次外挿によりそれぞれ与えられる。

$$\bar{\rho}_n = 4/3 \bar{\rho}_{n+1} - 1/3 \bar{\rho}_{n+2} \tag{264}$$

$$\bar{\rho}_n \bar{\mathbf{u}}_n = \bar{\rho}_n (4/3 \bar{\mathbf{u}}_{n+1} - 1/3 \bar{\mathbf{u}}_{n+2}) \tag{265}$$

$$\bar{E}_{t,n} = \frac{\bar{P}_\infty}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \bar{\rho}_n |\bar{\mathbf{u}}_n|^2 \tag{266}$$

$$\bar{\rho}_n \tilde{v}_n = \bar{\rho}_{n+1} \tilde{v}_{n+1} \tag{267}$$

$$\bar{\rho}_n \bar{k}_n = \bar{\rho}_{n+1} \bar{k}_{n+1} \tag{268}$$

$$\bar{\rho}_n \bar{\omega}_n = \bar{\rho}_{n+1} \bar{\omega}_{n+1} \tag{269}$$

$$\bar{\rho}_n \bar{\varepsilon}_n = \bar{\rho}_{n+1} \bar{\varepsilon}_{n+1} \tag{270}$$

### 3.8 一様流の値および初期条件

ADCSでは初期条件として、全ての格子点に対して一様流の値を与えている。ADCSで使用される無次元化された一様流の値を表 3に示す。ここで、 $x, y, z$ 座標系において、 $\alpha$ は一様流の迎角、 $\beta$ は横すべり角である。乱流の計算では一様流にわずかな乱れを含ませて計算を行っている。SAモデルでは  $\bar{\mu}_{T,\infty}$  が0.1になるように  $\tilde{v}_\infty$  の値を設定している。

表 3 ADCSで使用される無次元化された一様流の値

| モデル                  | 密度<br>$\bar{\rho}_\infty$  | 速度<br>$\bar{u}_\infty, \bar{v}_\infty, \bar{w}_\infty$   | 静圧<br>$\bar{p}_\infty$ | $\tilde{v}_\infty$ | 乱流エネルギー<br>$\bar{k}_\infty$ | 散逸率<br>$\bar{\varepsilon}_\infty$ or $\bar{\omega}_\infty$ | 渦粘性係数<br>$\bar{\mu}_{T,\infty}$ |                            |   |       |
|----------------------|----------------------------|--|------------------------|--------------------|-----------------------------|--|---------------------------------|----------------------------|---|-------|
| 非粘性流                 | 1.0                        | $\bar{u}_\infty = \bar{M}_\infty \cos \alpha \cos \beta$<br>$\bar{v}_\infty = \bar{M}_\infty \sin \beta$<br>$\bar{w}_\infty = \bar{M}_\infty \sin \alpha \cos \beta$ | $1/\gamma$             | 2.471317           |                             |  |                                 |                            |   |       |
| 層流                   |                            |  |                        |                    |                             |  |                                 |                            |   |       |
| 乱流 SA                |                            |  |                        |                    |                             |  |                                 | $(0.001 \bar{M}_\infty)^2$ | $Re \cdot \bar{k}_\infty / \bar{\mu}_{T,\infty}$        | 0.1   |
| SST $k-\omega$       |                            |  |                        |                    |                             |  |                                 | $(0.001 \bar{M}_\infty)^2$ | $0.09 Re \cdot \bar{k}_\infty^2 / \bar{\mu}_{T,\infty}$ | 0.01  |
| JL $k-\varepsilon$   |                            |  |                        |                    |                             |  |                                 | $(0.001 \bar{M}_\infty)^2$ | $0.09 Re \cdot \bar{k}_\infty^2 / \bar{\mu}_{T,\infty}$ | 0.001 |
| Abid $k-\varepsilon$ | $(0.001 \bar{M}_\infty)^2$ | $0.09 Re \cdot \bar{k}_\infty^2 / \bar{\mu}_{T,\infty}$  | 0.001                  |                    |                             |  |                                 |                            |   |       |
| YS $k-\varepsilon$   | $(0.001 \bar{M}_\infty)^2$ | $0.09 Re \cdot \bar{k}_\infty^2 / \bar{\mu}_{T,\infty}$  | 0.001                  |                    |                             |  |                                 |                            |   |       |

### 3.9 空力係数の算出

ADCSでは反復計算のステップ毎に、壁面に作用する空力係数が計算され、計算履歴としてファイルおよび標準出力に出力される。空力係数として、揚力係数の圧力成分と摩擦成分、抗力係数の圧力成分と摩擦成分、モーメント係数としてピッチングモーメント係数（3次元計算ではx軸周り、2次元計算ではz軸周り）をそれぞれ算出する。

空力係数の圧力成分は、壁面に垂直に作用する圧力成分について全ての壁面上の点の和を取るこ



とで算出される。

$$\mathbf{F}_p = \sum_j \mathbf{F}_{p,j} = \sum_j (\bar{p}_j - \bar{p}_\infty) \mathbf{S}_j \quad (271)$$

ここで、 $j$ は壁面上の点、 $\mathbf{S}_j$ は $j$ 点における面積ベクトルであり、大きさが面積に等しく壁面に垂直外向きのベクトルである。

空力係数の摩擦成分は、壁面上の点に作用する粘性応力から以下のように求めた。

$$\begin{aligned} F_{f,j,x} &= \bar{\tau}_{xx,j} S_{j,x} + \bar{\tau}_{xy,j} S_{j,y} + \bar{\tau}_{xz,j} S_{j,z} \\ F_{f,j,y} &= \bar{\tau}_{yx,j} S_{j,x} + \bar{\tau}_{yy,j} S_{j,y} + \bar{\tau}_{yz,j} S_{j,z} \\ F_{f,j,z} &= \bar{\tau}_{zx,j} S_{j,x} + \bar{\tau}_{zy,j} S_{j,y} + \bar{\tau}_{zz,j} S_{j,z} \end{aligned} \quad (272)$$

$$\mathbf{F}_{f,n,j} = \mathbf{F}_{f,j} \cdot \frac{\mathbf{S}_j}{|\mathbf{S}_j|} \quad (273)$$

$$\mathbf{F}_{f,t} = \sum_j \mathbf{F}_{f,t,j} = \sum_j (\mathbf{F}_{f,j} - \mathbf{F}_{f,n,j}) = \sum_j \mathbf{F}_{f,j} \left( 1 - \frac{\mathbf{S}_j}{|\mathbf{S}_j|} \right) \quad (274)$$

壁面に作用するモーメントは、 $\mathbf{r}_{MC}$ をモーメント中心の位置ベクトル、 $\mathbf{r}_j$ を $j$ 点の位置ベクトルとして、以下のように求められる。

$$\mathbf{M} = \sum_j (\mathbf{F}_{p,j} + \mathbf{F}_{f,t,j}) \times (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{MC}) \quad (275)$$

$\alpha$ を迎角とすると、揚力 $L$ と抗力 $D$ は次のように求められる。

$$L = -F_x \sin \alpha + F_y \cos \alpha \quad (276)$$

$$D = F_x \cos \alpha + F_y \sin \alpha \quad (277)$$

各空力係数は、一様流の動圧と代表面積、代表長を用いて以下のように求められる。

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \bar{\rho}_\infty \bar{u}_\infty^2 S_{ref}} \quad (278)$$

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \bar{\rho}_\infty \bar{u}_\infty^2 S_{ref}} \quad (279)$$

$$C_M = \frac{M_y}{\frac{1}{2} \bar{\rho}_\infty \bar{u}_\infty^2 S_{ref} L_{ref}} \quad (280)$$

## 4 検証計算

ADCSの検証計算として行った計算を以下に示す。ここでは、平板上に発達する乱流境界層、2次元遷音速翼型周り、3次元遷音速翼周り、亜音速航空機翼胴形態周り、超音速機周りの流れ、および遷音速ディフューザ内流れに対する計算をそれぞれ行い、実験値等との比較を行った。米国Pointwise社 (<http://www.pointwise.com/>) が開発した専用ソフトウェアを用いて、領域細分化により、品質が良く効率の高い格子生成を行った。

#### 4.1 平板乱流境界層

平板上に発達する乱流境界層についての計算をADCSを用いて実施し、実験値および理論値との比較を通して乱流計算の検証を行った。乱流モデルにはSpalart-Allmarasモデル (SA)、Menter's SST  $k-\omega$ モデル (SST)、Jones-Launder  $k-\epsilon$ モデル (JL)、Abid  $k-\epsilon$ モデル (Abid)、Yang-Shih  $k-\epsilon$ モデル (YS) の各モデルを使用し、計算は全て全面乱流を仮定した。

計算モデルおよび計算格子を図 4、図 5にそれぞれ示す。流れ場は2次元流れを仮定する。平板前縁を原点 ( $X=0, Y=0$ ) とし、平板下流方向をX軸、平板垂直方向をY軸とそれぞれおく。平板前縁から上流側に平板長さの0.06倍の位置を流入境界、平板の末端を流出境界とし、平板垂直方向は平板長さの0.18倍の領域を計算領域として確保した。計算格子には不等間隔直交格子を使用した。格子点数は流れ方向 (X軸方向) に111点、平板垂直方向 (Y軸方向) に81点の計約9,000点で、分割ブロック数は1である。流入境界には全圧、全温一定の条件を与え、流入マッハ数が0.2となるように設定した。流出境界には亜音速流出条件を与えた。遠方境界には一様流と同じ値を与えた。壁面については、流入境界から平板前縁までの15点目までを滑り壁、15点目以降を滑り無し壁とした。流入境界から平板前縁までの領域は助走区間である。実験条件[10]に合わせて、平板長さに基づくレイノルズ数を $10.3 \times 10^6$ 、一様流静温を530[Ra]=294.444[K]の条件で計算を実施した。壁面から第1層目格子の無次元距離 $y^+$ の値を1以下に設定した壁近傍の粘性底層を解くようにした。ここで $y^+$ は次式で定義される。

$$y^+ = \frac{\bar{u}_\tau d}{\nu} \quad (281)$$

ここで、 $\bar{u}_\tau$  は物体表面における摩擦速度である。図 6に各乱流モデルを使用した場合の平板上の $y^+$ の分布を示す。ここで横軸は平板前縁からの距離に基づくレイノルズ数 $Re_x$ である。どの乱流モデルを使用した場合でも $y^+$ の値は約0.3程度と十分に小さく、格子間隔は十分小さいことがわかる。

各乱流モデルを用いて計算した平板上の表面摩擦係数 $C_f$ 分布を図 7に示す。低レイノルズ数型乱流モデルを用いた計算のため、平板前縁直後 ( $Re_x < 1 \times 10^6$ ) の区間では乱流境界層がまだ十分に発達しておらず、 $C_f$ 分布が実験値 (experiment) と異なっている。十分に発達した乱流境界層域 ( $Re_x > 1 \times 10^6$ ) では、どの乱流モデルも実験値に近い値を予測していることがわかる。それぞれの乱流モデルを個別に見ていくとSSTモデルが最も実験値に近い値をとっている。JLモデルもSSTモデルと同じく全体的に分布が実験値に近い値をとっている。SAモデルは実験値に比較的近い値をとっているが、下流に進むにつれて $C_f$ の実験値との差が広がっており、 $Re_x = 10 \times 10^6$ 付近で $C_f$ は実験値より約0.0001 (1カウント) 大きい。Abidモデルは $C_f$ 分布が全体的に実験値より大きく、 $Re_x = 10 \times 10^6$ 付近で $C_f$ の実験値との差は約0.0002 (2カウント) である。YSモデルはAbidモデルとは逆に $C_f$ 分布が全体的に実験値より小さく、 $Re_x = 10 \times 10^6$ 付近で $C_f$ の実験値との差は約0.0001 (1カウント) である。

各乱流モデルを用いて計算した $Re_x = 10.274 \times 10^6$ 断面における速度分布を図 8に示す。ここでは横軸に $y^+$ 、縦軸に $u^+$ をとり、 $u^+$ は次式で定義される。

$$u^+ = \frac{\bar{u}}{\bar{u}_\tau} \quad (282)$$

全体的に、全ての乱流モデルによる速度分布は粘性底層 ( $y^+ < 5$ ) と対数則層で理論値と定性的によく一致していることがわかる。しかし、対数則層では乱流モデルによって定量的な予測値が異なっている。実験値に最も近い値をとっているのはSSTモデルであり、その次がJLモデルとなっている。SAモデルとAbidモデルは実験値より速度が小さく、YSモデルは逆に実験値より大きくなっている。

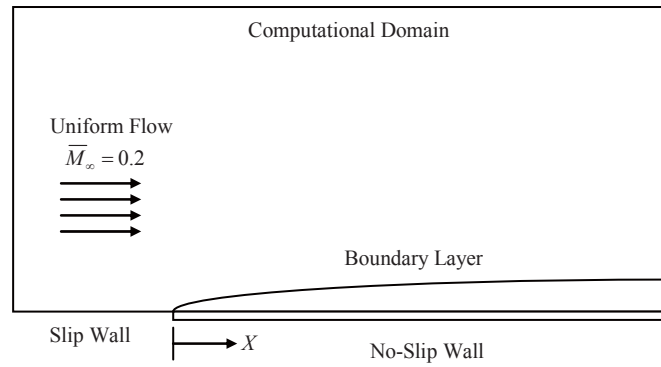


図 4 平板乱流境界層の計算モデル

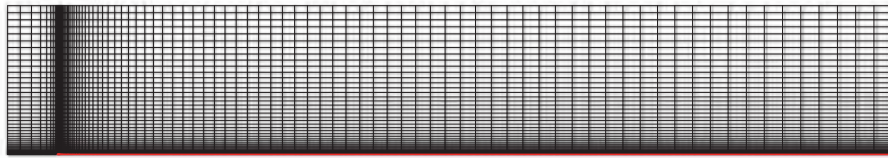


図 5 平板乱流境界層の計算格子

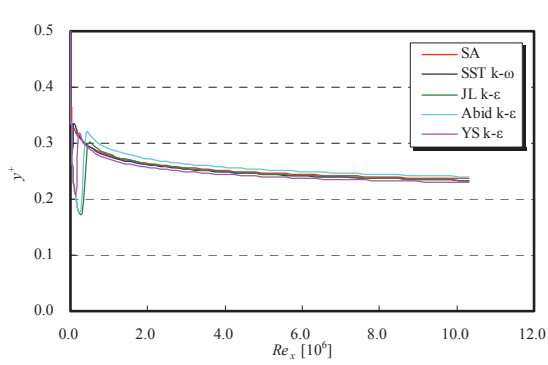


図 6 平板乱流境界層の $y^+$ 分布

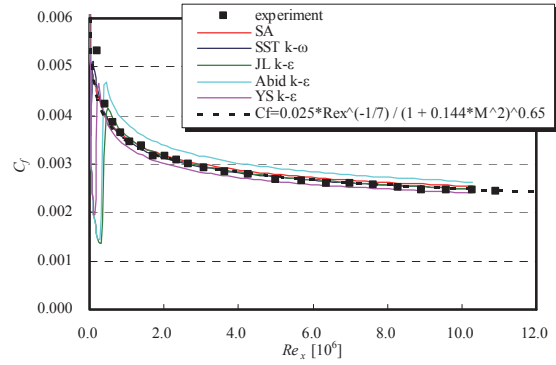


図 7 平板乱流境界層の摩擦係数 $C_f$ 分布

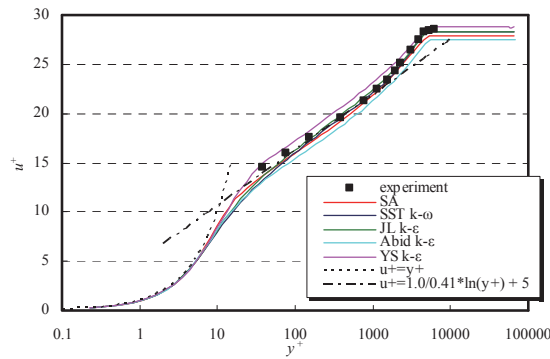


図 8 平板乱流境界層の $Re_x = 10.274 \times 10^6$ における速度分布

## 4.2 遷音速翼型 RAE2822

2次元翼型の計算として、遷音速翼型RAE2822周りの流れについてADCSを用いて解析を実施し、実験値との比較と各乱流モデルによる計算結果への影響を調べた。乱流モデルにはSAモデル、SSTモデル、JLモデル、Abidモデル、YSモデルの各モデルを使用し、計算は全て全面乱流を仮定した。

計算格子を図 9に示す。流れ場は2次元流れを仮定し、計算領域として、翼の上流側は翼弦長の約20倍、下流側に約27倍、上下方向に約25倍の領域を確保した。計算格子には格子トポロジーがC型のものを使用した。格子点数は翼周りに369点（この内、翼面上に305点）、翼表面から離れる方向に75点の計約27,000点で、分割ブロック数は1である。風洞試験[11]の条件に合わせるため、マッハ数0.73、迎角3.19[deg.]、レイノルズ数 $6.50 \times 10^6$ 、一樣流静温460[Ra]=255.556[K]で計算を実施した。ここでレイノルズ数は翼弦長を代表長とした。流入境界には無反射の遠方条件を、流出境界には亜音速流出条件をそれぞれ与えた。翼表面から第1層目格子の無次元距離 $y^+$ の値が1以下となるように設定した。

図 10にADCSの計算履歴として、残差、揚力係数、抗力係数、ピッチングモーメント係数の計算ステップ毎の履歴を示す。10000ステップの計算で残差の値は4桁低下しており、各空力係数の値も収束している。各 $k-\epsilon$ モデルについては、1000ステップ目付近で残差の値が増加しているが、これは収束を早めるために乱流モデル量の値を計算し直しているためである。

空力係数の風洞試験結果と各乱流モデルを用いて計算した結果を表 4に示す。ここでは、揚力係数 $C_L$ 、抗力係数 $C_D$ 、ピッチングモーメント係数 $C_M$ 、および抗力係数の圧力成分 $C_{D,p}$ と摩擦成分 $C_{D,f}$ をそれぞれ示しており、モーメント中心は25%翼弦長位置である。予測した揚力係数はAbidモデルが最も実験値に近い値を示しており、その差は約90カウント（1.1%）である。抗力係数はSAモデルが最も実験値に近い値を示しており、その差は約4カウント（2.3%）である。各乱流モデルについて、摩擦抗力係数の予測値の差は比較的小さく、抗力係数の差は主に圧力成分の違いにより生じたものであることがわかる。衝撃波の予測精度が摩擦係数より圧力係数に与える影響が大きいと考えられる。JLモデルとAbidモデルの抗力係数の値はほぼ同じであるが、JLモデルは圧力成分が大きく、Abidモデルは摩擦成分が大きく見積もられている。特にAbidモデルは他のモデルと比べても摩擦抗力係数が大きくなっている。一方、YSモデルは圧力抗力係数が他のモデルに比べて大きくなっている。ピッチングモーメント係数はYSモデルが最も実験値に近い値を示しており、約0.0012（1.2%）の差である。

SAモデルを用いて計算したマッハ数分布を図 11に示す。翼上面で加速した流れが60%翼弦長位置付近で衝撃波を伴って急激に減速している様子が捉えられている。また、翼後縁下流のせん断層を含めて、全体的に滑らかな分布が得られている。

各乱流モデルを用いて計算した翼断面圧力係数 $C_p$ 分布を実験値とともに図 12に示す。翼下面側には衝撃波が生じておらず、どの乱流モデルも実験値によく一致している。翼上面に発生する衝撃波の上流側では予測値が実験値に近い値になっているが、衝撃波の予測位置が乱流モデルによって実験値と前後にずれていることがわかる。予測した衝撃波の位置が上流側の乱流境界層の予測精度に依存すると考えられる。その影響で衝撃波の下流側の予測値は実験値との差がさらに大きくなっている。乱流モデルの違いを見ると、衝撃波までの上面の圧力値、衝撃波位置に違いがあることがわかる。衝撃波は $0.52 < X/C < 0.58$ の範囲に発生しており、SST、Abid、SA、JL、YSモデルの順に衝撃波位置は下流になる。衝撃波が下流側になるほど、低い圧力領域が大きくなり、揚力係数と圧力抵抗係数の予測値も同じ順に大きくなることがわかる。

各乱流モデルを用いて計算した翼断面摩擦係数 $C_f$ 分布を実験値とともに図 13に示す。全面乱流の仮定で解析を行っているが、それぞれ乱流モデルの特性によって、層流から乱流へ遷移する位置が異なる。SAモデルとSSTモデルは翼前縁のすぐ近くで遷移を起こして、ほぼ全面乱流となり、全体的に実験値に近い $C_f$ 分布を予測した。それに比べて、JLとAbid、YSの各 $k-\epsilon$ モデルは摩擦係数の立ち上がりはJLモデルとAbidモデルでは $X/C=0.1$ 付近、YSモデルでは $X/C=0.05$ 付近であり、大きな層流領域が占めていることを示した。乱流境界層の発達が遅れて、衝撃波がより下流側に予測された。上面側の衝撃波までの $C_f$ の値はどの乱流モデルでも実験値より大きく見積もられており、特にAbidモデルが過大に評価している。衝撃波後の $C_f$ の値はJLやAbid、YSの各 $k-\epsilon$ モデルでは大きな値

をとっていることから、衝撃波と乱流境界層の干渉ではSAモデルとSSTモデルに比べて渦粘性を過大に評価したことがわかる。下面側の分布は上面側に比べて乱流モデルによる違いは少なく、実験値に近い値をとっている。全体的に見て、SAモデルが実験値に近い値を示している。

実験値との比較を通して、本コードは物体適合格子を用いて妥当な解を得ることができることを確認した。また、空力係数の予測における各乱流モデルの傾向を確認した。

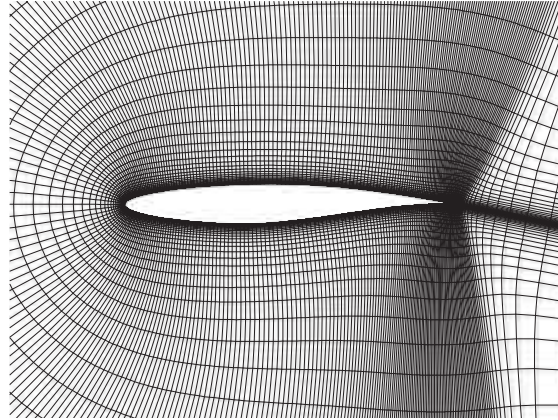


図 9 2次元翼型RAE2822の計算格子

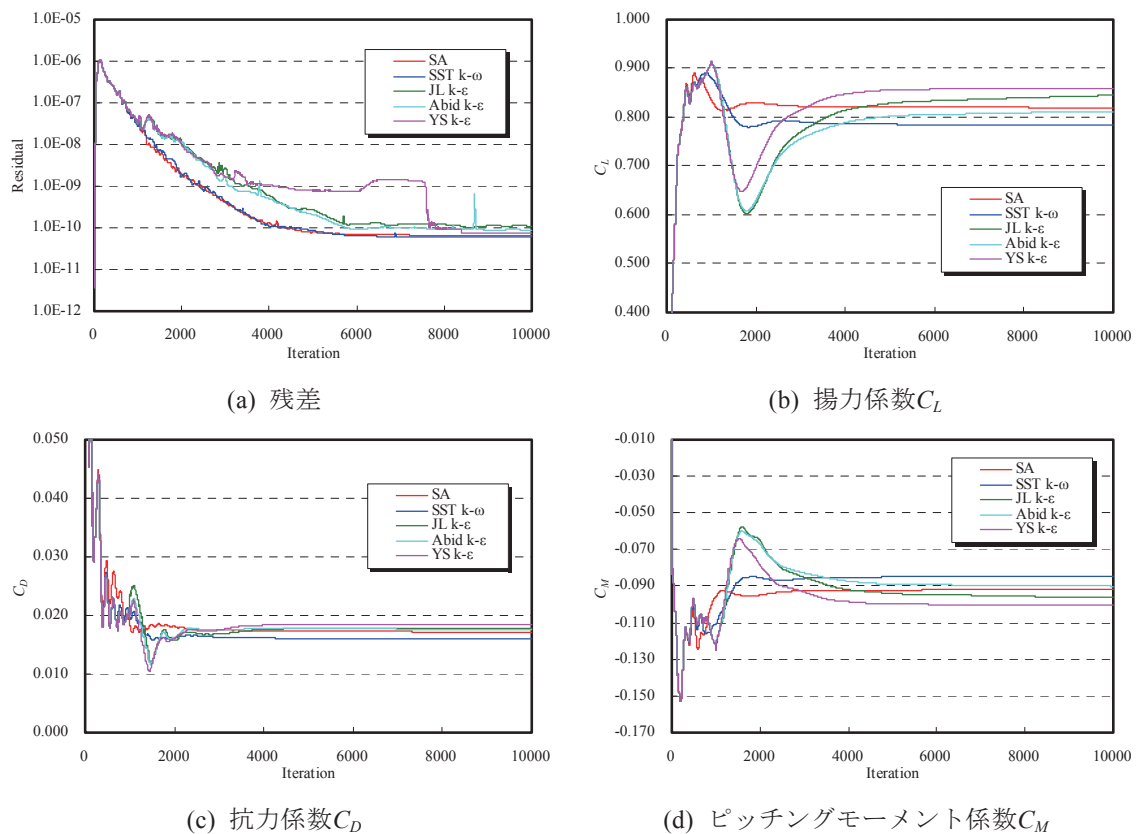


図 10 各乱流モデルを用いたRAE2822に対する計算の収束履歴

表 4 RAE2822の空力係数の風洞試験結果と各乱流モデルを用いた計算結果

|                          | $C_L$   | $C_D$   | $C_{D,p}$ | $C_{D,f}$ | $C_M$    |
|--------------------------|---------|---------|-----------|-----------|----------|
| 風洞試験                     | 0.80300 | 0.01680 | ---       | ---       | -0.09900 |
| SAモデル                    | 0.81973 | 0.01718 | 0.01133   | 0.00585   | -0.09187 |
| SST $k-\omega$ モデル       | 0.78414 | 0.01597 | 0.01014   | 0.00584   | -0.08466 |
| JL $k-\varepsilon$ モデル   | 0.84492 | 0.01778 | 0.01171   | 0.00607   | -0.09639 |
| Abid $k-\varepsilon$ モデル | 0.81195 | 0.01753 | 0.01080   | 0.00673   | -0.09001 |
| YS $k-\varepsilon$ モデル   | 0.85866 | 0.01850 | 0.01249   | 0.00601   | -0.10018 |

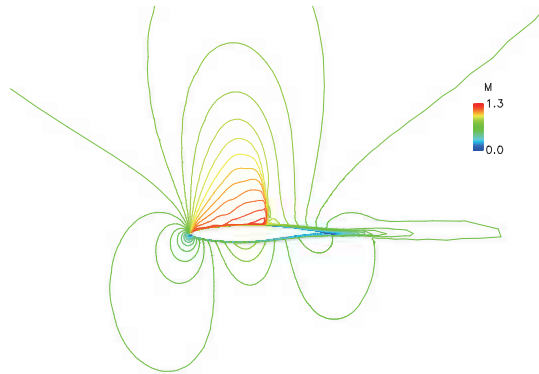
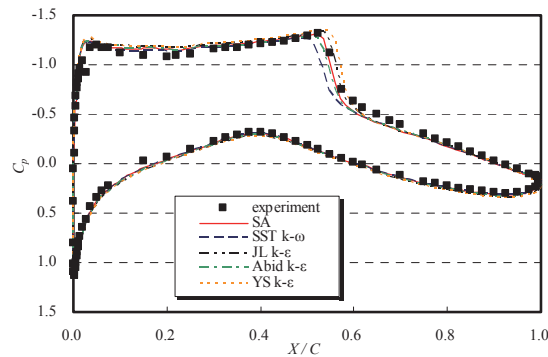
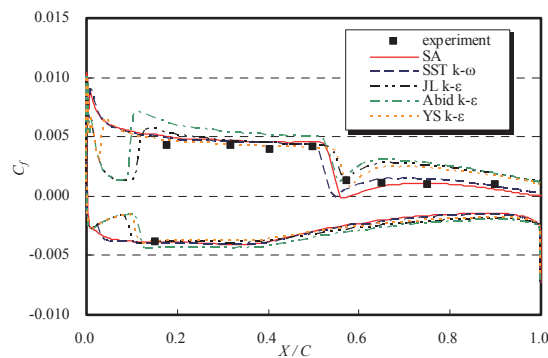


図 11 Spalart-Allmarasモデルを用いて計算したマッハ数分布

図 12 RAE2822の翼断面圧力係数 $C_p$ 分布の風洞試験結果と各乱流モデルを用いた計算結果図 13 RAE2822の翼断面摩擦係数 $C_f$ 分布の風洞試験結果と各乱流モデルを用いた計算結果



### 4.3 遷音速翼 ONERA M6

3次元翼の計算として、ONERA（フランス航空宇宙研究所）の遷音速翼M6周りの流れについて ADCSを用いて解析を実施し、並列計算による解析結果への影響の有無について確認を行い、実験値との比較、各乱流モデルによる計算結果への影響を調べた。乱流モデルにはSAモデル、SSTモデル、JLモデル、Abidモデル、YSモデルの各モデルを使用し、計算は全て全面乱流を仮定した。また、粘性項のクロス項を省略した簡略化NS方程式を用いて計算を実施した。

計算格子を図 14に示す。遷音速翼M6の翼型は対称翼であり、寸法諸元は空力平均翼弦長（Mean Aerodynamic Chord, MAC）0.64607[m]、半スパン長1.1963[m]、アスペクト比3.8、テーパ比0.562、前縁後退角30.0[deg.]、後縁後退角15.8[deg.]である。計算領域として、翼の上流側にMACの約12倍、下流側に14倍、翼上下方向に約12倍、スパン方向に半スパン長の約7.5倍の領域を確保した。格子トポロジーはC-O型である。格子点数は約39万点で、分割ブロック数は4である。翼面上の格子点数は翼型周りに145点、スパン方向に33点をとった。計算は風洞試験[12]の条件に合わせて行い、マッハ数0.8395、迎角3.06[deg.]、MACに基づいたレイノルズ数 $11.72 \times 10^6$ 、一様流静温288.0[K]とした。流入境界には無反射の遠方条件を、流出境界には亜音速流出条件を、対称面に相当し、翼根に接する境界には滑り壁条件をそれぞれ与えた。翼表面での $y^+$ の値は2程度とした。

図 15にADCSの計算履歴として、残差、揚力係数、抗力係数、ピッチングモーメント係数の計算ステップ毎の履歴を示す。8000ステップの計算で残差の値は約3桁低下しており、各空力係数の値は収束している。

各乱流モデルを用いて計算した空力係数の結果を表 5に示す。ここでは、 $C_L$ 、 $C_D$ 、 $C_M$ 、および $C_{D,p}$ と $C_{D,f}$ をそれぞれ示しており、ピッチングモーメント中心は25%MAC位置である。予測した揚力係数が最も小さいのはSSTモデル、最も大きいのはYSモデルであり、両者の差は約78カウント（3.0%）である。JLモデルとYSモデルは他のモデルに比べ、揚力係数が50～80カウント大きく見積もられた。抗力係数については、最も大きく予測したのはSAモデル、最も小さく予測したのはSSTモデルであり、両者の差は約16カウント（9.9%）である。両モデルの抗力係数を圧力成分と摩擦成分に分けて比較すると、圧力成分で約6カウント（5.6%）、摩擦成分で約10カウント（18.9%）の差となっており、乱流モデルによって摩擦抗力係数の予測値に大きな違いが生じていることがわかる。SSTモデルは圧力成分、摩擦成分ともに小さく見積もられている。SAモデルとAbidモデルは摩擦成分が大きく見積もられている。各 $k-\varepsilon$ モデルの圧力抗力係数の値はほぼ同じである。ピッチングモーメント係数が最も小さいのはYSモデル、最も大きいのはSSTモデルであり、両者の差は約0.0024（28.0%）である。ピッチングモーメント係数についてはJLモデルとYSモデルが小さい値を見積もっている。

SAモデルを用いて計算した翼表面および翼根に接する面上の圧力係数 $C_p$ のコンター図を図 16に示す。翼面上で全幅に渡って、衝撃波が発生していることがわかる。衝撃波通過後は圧力が上昇するため、翼の前側のみ負圧となっており、これによってピッチングモーメントが大きくなっていると考えられる。特に翼端に近づくほど衝撃波位置は前縁に近づいており、負圧の領域が狭くなっている。

風洞試験において圧力の計測が行われた断面位置を図 17に示す。圧力計測は上下面ともに7断面で行われ、半スパン位置 $Y/S=0.20, 0.44, 0.65, 0.80, 0.90, 0.95, 0.99$ である。

圧力計測断面位置における翼断面圧力係数 $C_p$ 分布の実験値と各乱流モデルを用いて計算した結果を図 18に示す。翼下面側には衝撃波が生じておらず、どの乱流モデルも実験値によく一致している。風洞試験結果では半スパン20%位置から80%位置までは上面側で衝撃波が2箇所観測され、これより翼端側では1箇所のみ観測されているが、どの乱流モデルを用いた結果も実験に近い位置で衝撃波を捕らえられている。半スパン位置80%位置においては、2つの衝撃波はともに鈍ってはいるものの、個々の衝撃波を判別することができる。半スパン99%位置（ $Y/S=0.99$ ）の後縁付近で実験値との差があるが、乱流モデルによる差はほとんど見られない。C-O型の格子トポロジーを採用したことにより翼端付近の格子は歪みが大きくなり、Full NS方程式で解く場合、収束するまで非常に時間がかかるため、簡略化NS方程式を用いた。これらの影響で簡略化NS方程式による解析結果

と実験値に大きな差が生じたと考えられる。前縁付近の圧力の立ち上がりや衝撃波上流の圧力分布は乱流モデルによる差はほとんどないが、衝撃波位置は乱流モデルによって差が出ている。衝撃波の予測位置はYSモデルが最も下流に位置し、続いてJLモデルである。SA、SST、Abidモデルの衝撃波位置は半スパン位置によって順序が異なるが、Abidモデルが比較的最も上流に位置している。YSモデルとJLモデルは衝撃波が他の乱流モデルに比べて下流に位置しているため、低い圧力領域が大きく、揚力係数が大きく見積もられている。翼端に近い断面 ( $Y/S > 80\%$ ) では乱流モデルによって衝撃波直後の圧力に差が出ている。SAモデルは衝撃波直後の圧力が小さく見積もられており、JLモデルとYSモデルでは逆に大きく見積もられている。実験値と比較すると、衝撃波直後の圧力に関してはJLモデルやYSモデルが実験値に近い値を見積もっている。

圧力計測断面位置における翼断面摩擦係数  $C_f$  分布の各乱流モデルを用いて計算した結果を図 19 に示す。  $C_f$  分布は上面下面ともに乱流モデルによる違いが見られる。前縁直後の摩擦係数の立ち上がりのピーク値は乱流モデルによって大きく異なり、大きい順にSA、Abid、SST、YS、JLモデルである。上面側の衝撃波上流において、  $C_f$  分布はSAモデルとAbidモデルが他の乱流モデルに比べて大きく、JLモデルがそれらに次いで大きく見積もられている。衝撃波下流においては、SAモデルとSSTモデルは  $C_f$  分布が小さく見積もられている。翼下面において、Abidモデルは全体的に  $C_f$  が大きく見積もられており、YSモデルとSSTモデルは全体的に小さく見積もられている。SAモデルは翼下面において翼前半では  $C_f$  が大きく、翼後半になると小さく見積もられる傾向にある。翼端に近い断面 ( $Y/S > 80\%$ ) では、上面下面ともにSAモデルの翼前半部分の  $C_f$  分布が極めて大きく見積もられているが、これは翼端付近の格子の歪みによる影響である可能性がある。全体的に見て、SAモデルとAbidモデルは渦粘性を大きく評価し、SSTモデルは小さく評価している。

本コードを用いて3次元流れを計算できることを確認し、実験値との比較を通して妥当な解が得られていることを確認した。また、使用するCPU数を1~4と変えて計算を行ったところ、全ての結果が完全に一致し、並列化による計算精度への影響が無いことが確かめられた。ただし、各乱流モデルが予測した“遷移”は、層流から乱流へ変化する物理現象を模擬したものではなく、低レイノルズ数型乱流モデルの特性を表したものである。そのため、遷移の予測が重要となる流れに適用する場合は注意が必要である。

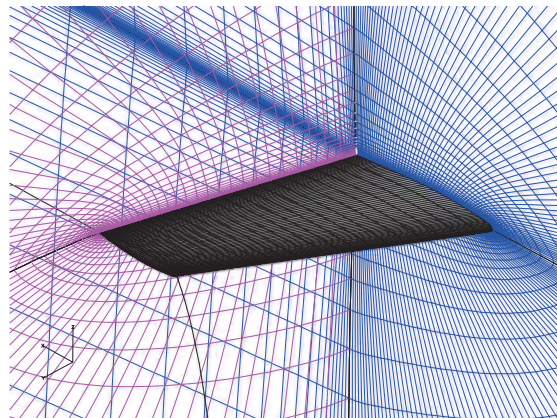


図 14 遷音速翼ONERA M6の計算格子



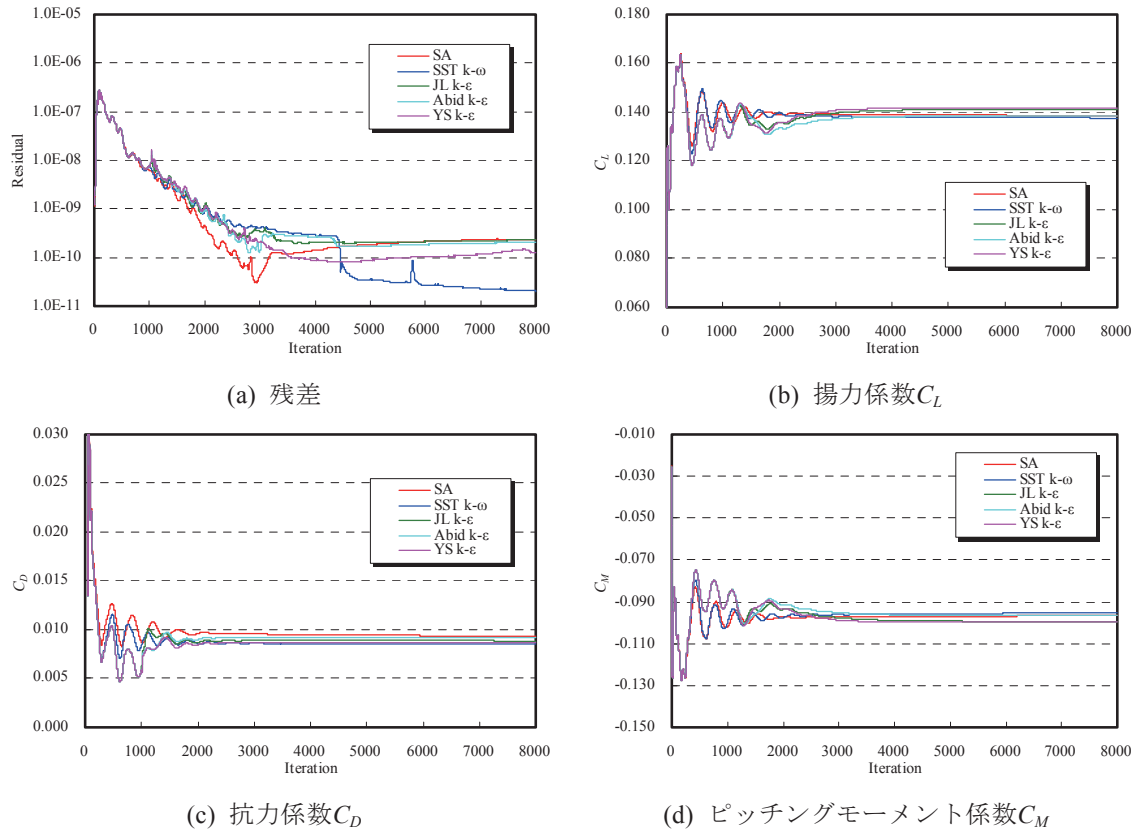


図 15 各乱流モデルを用いたONERA M6に対する計算の収束履歴

表 5 各乱流モデルを用いたONERA M6の空力係数の計算結果

|                       | $C_L$   | $C_D$   | $C_{D,p}$ | $C_{D,f}$ | $C_M$   |
|-----------------------|---------|---------|-----------|-----------|---------|
| SAモデル                 | 0.26319 | 0.01775 | 0.01143   | 0.00632   | 0.01011 |
| SST $k-\omega$ モデル    | 0.26142 | 0.01611 | 0.01083   | 0.00528   | 0.01100 |
| JL $k-\epsilon$ モデル   | 0.26810 | 0.01683 | 0.01111   | 0.00572   | 0.00863 |
| Abid $k-\epsilon$ モデル | 0.26264 | 0.01750 | 0.01109   | 0.00641   | 0.01016 |
| YS $k-\epsilon$ モデル   | 0.26926 | 0.01651 | 0.01100   | 0.00551   | 0.00857 |

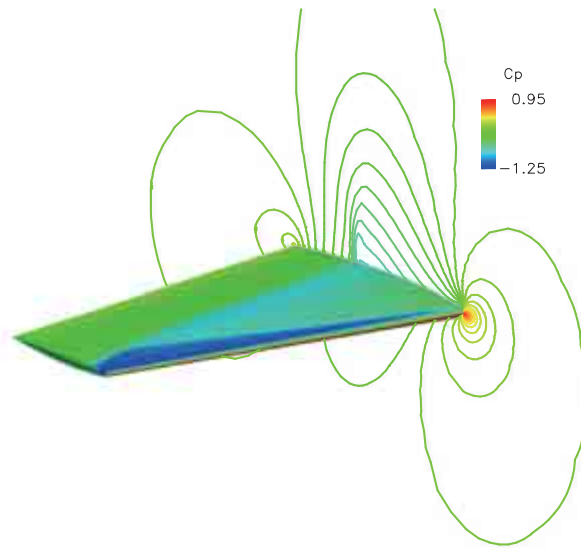


図 16 Spalart-Allmarasモデルを用いて計算した機体表面および翼根に接する面の圧力係数 $C_p$ 分布

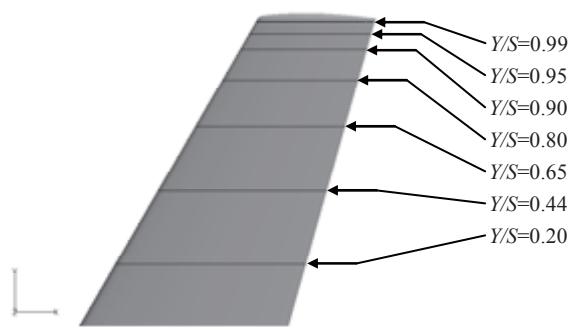


図 17 ONERA M6の圧力計測断面位置

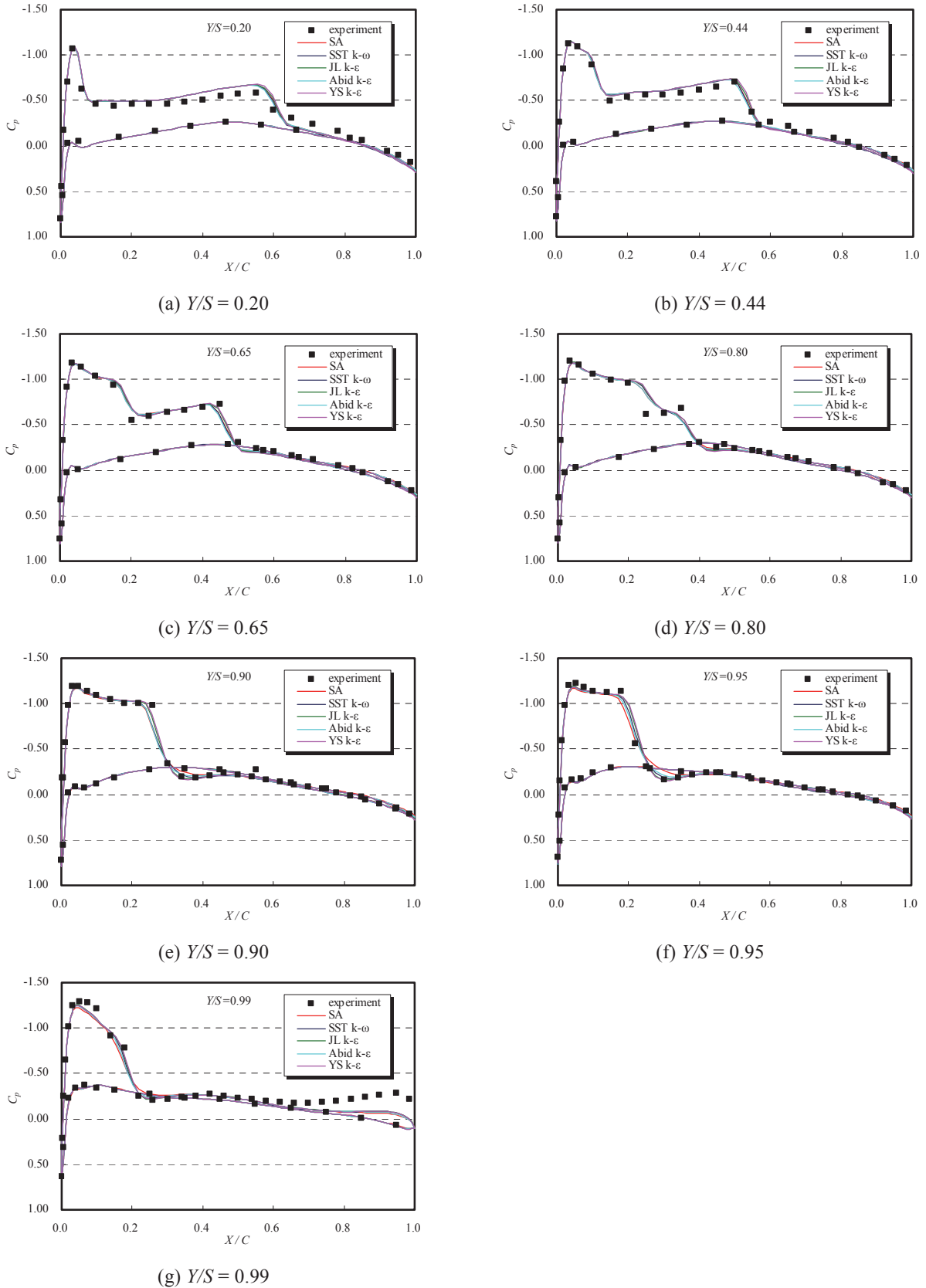


図 18 ONERA M6の翼断面圧力係数 $C_p$ 分布の風洞試験結果と各乱流モデルを用いた計算結果

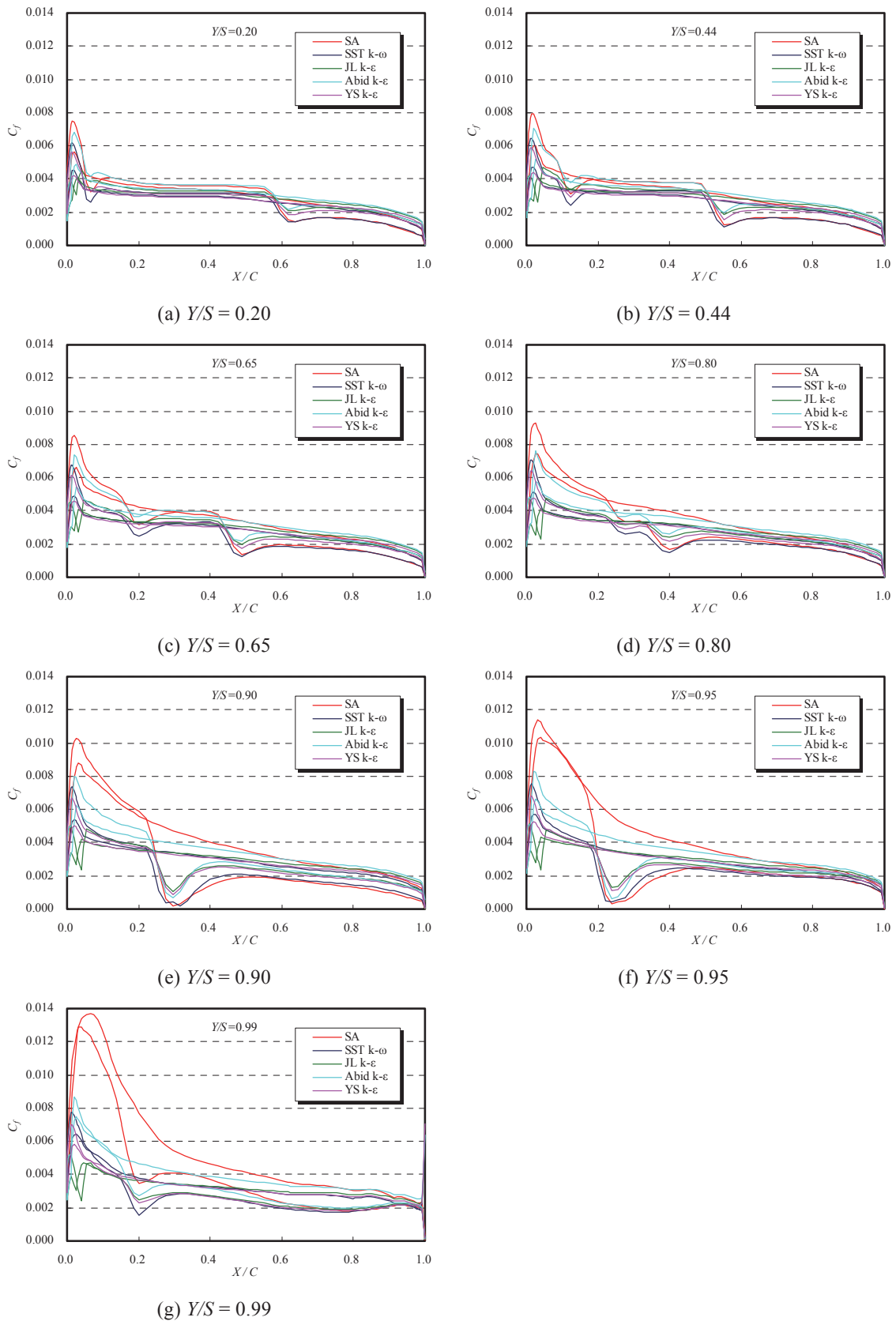


図 19 ONERA M6の翼断面摩擦係数 $C_f$ 分布の各乱流モデルを用いた計算結果

#### 4.4 亜音速 DLR-F6 翼胴形態

翼胴形態の計算として、AIAA (American Institute of Aeronautics and Astronautics、アメリカ航空宇宙学会) の3rd Drag Prediction Workshop[13]で用いられた亜音速航空機DLR-F6の翼胴形態周りの流れについてADCSを用いて解析を実施し、宇宙航空研究開発機構で開発されたCFD解析ソルバーUPACS (Unified Platform for Aerospace Computation Simulation) の計算結果[14]との比較を通して、大規模計算への対応の可否と格子依存性について検討を行った。乱流モデルには比較的計算負荷が少ないSAモデルを使用し、計算は全面乱流を仮定した。

対象とした形状はDLR-F6の翼胴形態であり、FX2Bフェアリングは模擬していない。寸法諸元は主翼面積 $0.1454[\text{m}^2]$ 、空力平均翼弦長 (MAC)  $0.1412[\text{m}]$ 、スパン長 $1.1713[\text{m}]$ であり、モーメント中心は機体先端から機軸方向に $X=0.5856[\text{m}]$ の位置である。流入境界には無反射の遠方条件を、流出境界には亜音速流出条件を、対称面には対称条件をそれぞれ与えた。計算領域として、機体上流、下流、上下方向、スパン方向ともにMACの約150倍の領域を確保した。計算条件として、マッハ数 $0.75$ 、迎角 $1.0[\text{deg.}]$ 、MACに基づくレイノルズ数 $5.0 \times 10^6$ 、一様流静温 $322.222[\text{K}]$ で計算を実施した。計算には格子密度の異なる3種類の計算格子を使用し、密度の粗いものからCoarse格子、Medium格子、Fine格子と呼ぶ。図 20にMedium格子の全体像を示す。ここでは格子線を間引いたものを示している。各格子の格子トポロジーは同じであり、分割ブロック数はともに222である。各格子の翼表面格子と半スパン位置 $Y/S=0.411$  (キंक位置)における翼型周りの断面格子を図 21に示す。表 6に各格子の概要として格子点数、機体表面格子点数、壁第1層格子幅を示す。壁第1層格子幅は格子密度によって変わっており、Coarse格子、Medium格子、Fine格子の翼表面での $y^+$ の値はそれぞれ2.5、1.5、1程度である。図 22にADCSの計算履歴として、残差、揚力係数、抗力係数、ピッチングモーメント係数の計算ステップ毎の履歴を示す。計算はCoarse格子で35,000ステップ、Medium格子で約51,000ステップ、Fine格子で約66,000ステップそれぞれ行い、残差の値は最終的に3桁程度低下している。壁第1層格子幅が異なるため、格子密度によって収束性が異なっているが、最終的に各空力係数は収束している。

格子密度の異なる3種類の格子についてSAモデルを用いて計算した空力係数および揚抗比の結果を表 7に示す。ここでは、 $C_L$ 、 $C_D$ 、 $C_M$ 、 $C_{D,p}$ と $C_{D,f}$ 、および $L/D$ を示している。比較対象として、Medium格子でSAモデルを用いてUPACSで計算した結果も合わせて示す。ADCSで予測された各空力係数の格子密度による差は、揚力係数で約8カウント (0.1%)、抗力係数で約7カウント (2.1%)、ピッチングモーメント係数で約0.0020 (1.5%) であり、揚抗比にして0.34 (1.9%) の差である。Medium格子で計算したADCSとUPACSの結果を比較すると、揚力係数 $C_L$ で約100カウント (1.7%) 差があり、抗力係数 $C_D$ で1カウント (0.3%)、ピッチングモーメント係数 $C_M$ で約0.0080 (6.0%) の差が出ている。抗力係数 $C_D$ について圧力抗力と摩擦抗力に分けてそれぞれ比較すると、圧力抗力係数 $C_{D,p}$ で6カウント (2.9%)、摩擦抗力係数 $C_{D,f}$ で約5カウント (4.0%) の差があることがわかる。UPACSに比べADCSは揚力係数 $C_L$ が小さく見積もられており、揚抗比 $L/D$ にして0.25 (1.4%) 小さく見積もられている。DLR-F6翼胴形態に対する計算では、UPACSに比べADCSは揚力係数 $C_L$ を若干小さく見積もり、摩擦抗力係数 $C_{D,f}$ を大きく見積もる傾向にあることがわかる。

格子密度の異なる3種類の格子についてSAモデルを用いて計算した機体表面および対称面上の圧力係数 $C_p$ のコンター図とUPACSの計算結果を図 23に示す。格子密度に関わらず、翼面上で全幅にわたって衝撃波が発生しており、UPACSの結果と定性的によく一致していることがわかる。機体表面、対称面ともに滑らかな分布が得られている。各格子を用いたADCSとUPACSの計算結果として、機体表面の圧力係数 $C_p$ のコンターとオイルフローを重ねた図を図 24に示す。オイルフロー図から、翼と胴体との接合部の後部において、流れが剥離し、剥離泡が形成されていることがわかる。どの格子を用いた結果もほぼ同程度のサイズの剥離泡が形成されており、UPACSの結果とも定性的によく一致していることがわかる。外翼の翼後縁付近では、翼後縁に達する前に流れが剥離しており、こちらもADCSの計算結果はUPACSの計算結果と定性的によく一致している。

図 25に、図 26で示す翼断面圧力係数分布の断面位置を示す。内翼側4断面 (半スパン位置 $Y/S=0.15$ 、0.239、0.331、0.377)、キंक位置断面 ( $Y/S=0.411$ )、外翼側3断面 ( $Y/S=0.514$ 、0.638、0.847) の計8断面について翼断面圧力係数分布を示す。半スパン位置 $Y/S=0.15$ の断面は翼胴結合部の後部に形

成された剥離泡を横切る断面である。

格子密度の異なる3種類の格子を用いたADCSの結果とUPACSの結果について、図 25に示す8箇所  
の半スパン位置における翼断面圧力係数 $C_p$ 分布を図 26に示す。全体的に格子密度による差は小さ  
く、UPACSの結果ともよく一致していることがわかる。どの断面においても翼上面には30%局所翼  
弦長位置付近に衝撃波が発生しており、半スパン位置 $Y/S=0.239$ では2つの衝撃波を捕らえている。  
Coarse格子を用いた結果では、他の格子を用いた結果よりも衝撃波位置が上流に位置しており、衝  
撃波後の圧力が小さく見積もられている。翼下面では衝撃波は発生しておらず、格子密度による違  
いは見られない。翼上面の半スパン位置 $Y/S=0.150$ では80%局所翼弦長位置付近で剥離が生じており、  
これが図 24のオイルフロー図で見られた剥離泡に相当する。圧力係数 $C_p$ 分布から、格子密度によ  
る剥離泡のサイズの違いはほとんど無く、UPACSの結果とも定量的によく一致しているといえる。

図 27にDLR-F6翼胴形態に対するSAモデルを用いたADCSによる各空力係数の計算結果の格子依  
存性を示す。ここでは揚力係数、抗力係数、摩擦抗力係数、ピッチングモーメント係数について示  
し、縦軸には各空力係数を、横軸には $(1/N)^{2/3}$ をそれぞれとっている。 $N$ は格子点数である。横軸の0  
は格子点数無限大の極限を表しており、左に行くほど細かい格子を用いた計算結果に相当する。図  
中の破線は、Medium格子とFine格子それぞれの結果を用いて線形外挿して予測した、格子点数と各  
空力係数の関係を示している。揚力係数を除いた空力係数については、格子が細くなるに従って  
ある値に収束している様子が見て取れる。揚力係数については、Fine格子の計算結果がCoarse格子  
やMedium格子を用いた結果と大きく異なっている。Medium格子とFine格子の結果の延長として極  
限の値を見積もると、揚力係数で約5カウント (0.09%)、抗力係数で約1カウント (0.3%)、摩擦  
抗力係数で約0.5カウント (0.4%)、ピッチングモーメント係数で約0.0005 (0.4%)、Fine格子の結  
果から変化することになる。

UPACSの解析結果との比較を通して、本コードは格子点数3000万点近くまでの大規模計算に対応  
可能であることを確認した。ADCSはUPACSの結果に比べて揚力係数とピッチングモーメント係数  
を小さく、摩擦抗力係数を大きく見積もったが、全体的にUPACSの計算結果に近い結果を得るこ  
とが確認できた。格子密度の異なる3種類の計算格子を用いて予測される空力係数の比較を行い、弱  
い格子依存性が見られることを確認した。

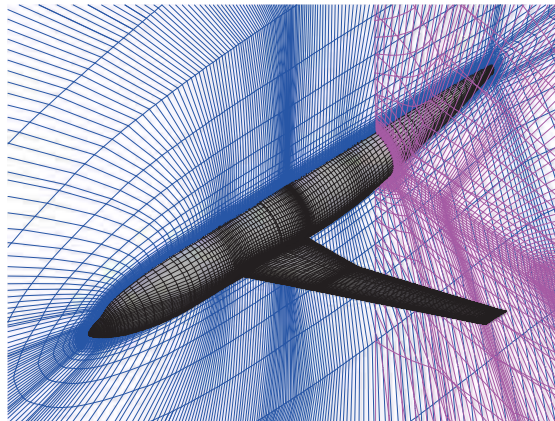


図 20 DLR-F6翼胴形態の計算格子 (Medium格子、格子線を間引いて表示)



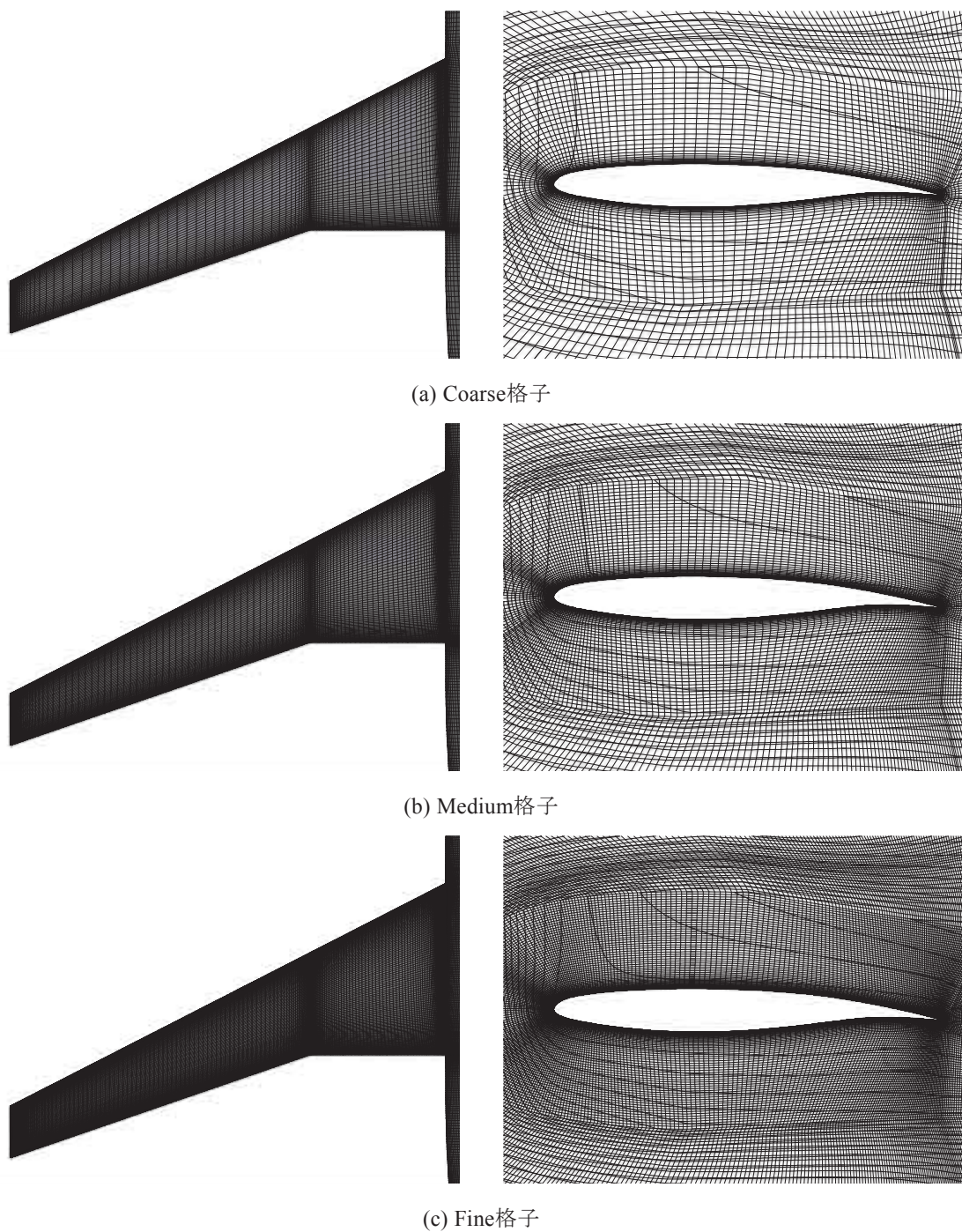


図 21 DLR-F6翼胴形態の計算格子の比較  
(左：翼上面の表面格子、右：半スパン位置 $Y/S = 0.411$ （キック位置）における断面格子）

表 6 DLR-F6翼胴形態の計算格子の概要

| 格子密度   | 格子点数 [ $10^6$ ] | 機体表面格子点数 | 壁第1層格子幅 [mm] |
|--------|-----------------|----------|--------------|
| Coarse | 3.1             | 47,000   | 0.00060      |
| Medium | 9.8             | 100,000  | 0.00040      |
| Fine   | 29.8            | 209,000  | 0.00027      |

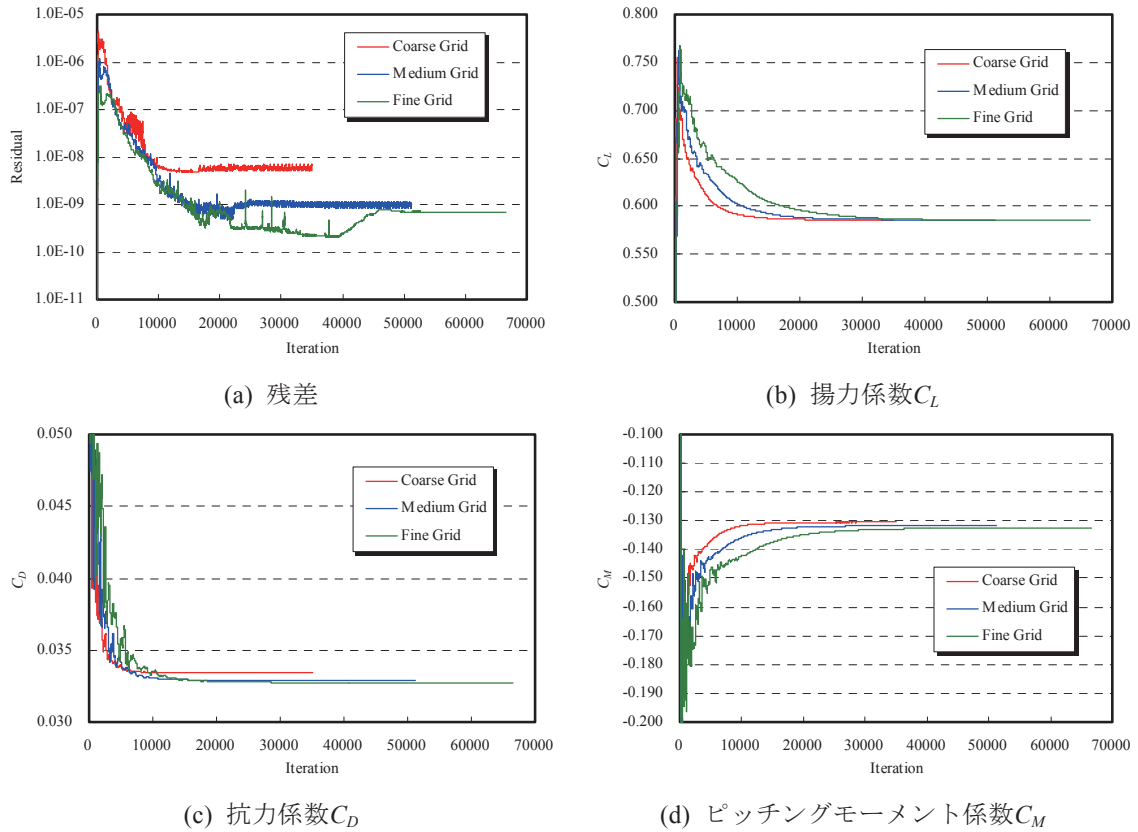
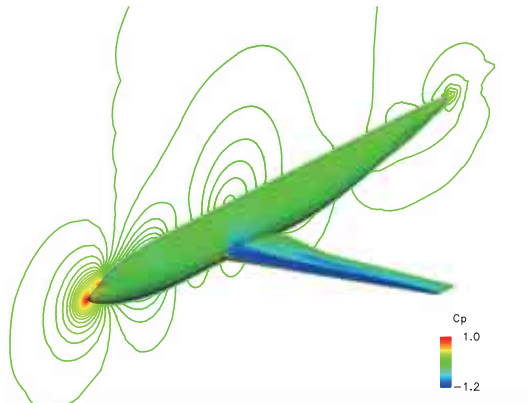
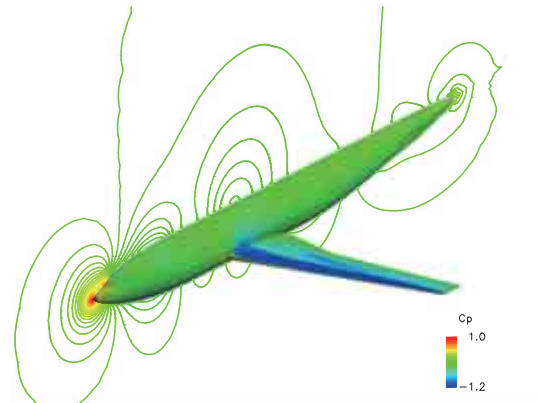
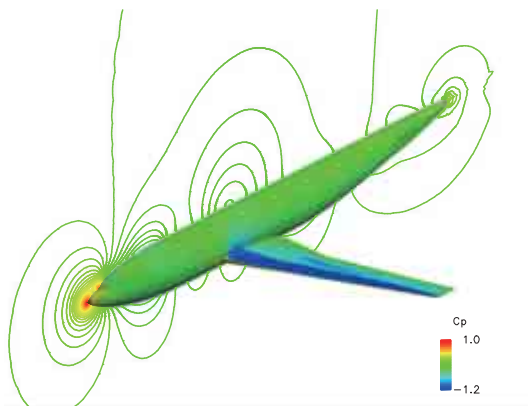
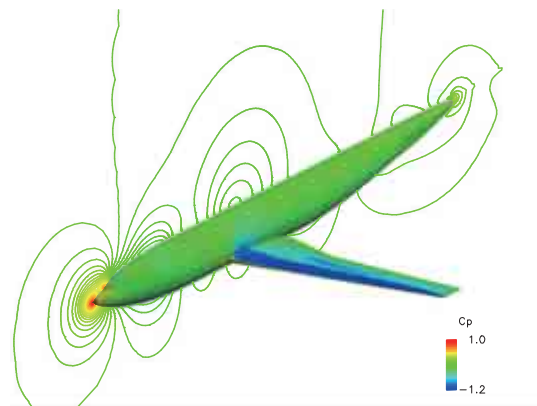


図 22 Spalart-Allmarasモデルを用いたDLR-F6翼胴形態に対する計算の収束履歴

表 7 SAモデルを用いたDLR-F6翼胴形態の迎角 $\alpha=1.0$ [deg.]における空力係数の計算結果

| ソルバー  | 格子     | $C_L$  | $C_D$  | $C_{D,p}$ | $C_{D,f}$ | $C_M$   | $L/D$ |
|-------|--------|--------|--------|-----------|-----------|---------|-------|
| ADCS  | Coarse | 0.5861 | 0.0334 | 0.0208    | 0.0126    | -0.1305 | 17.55 |
| ADCS  | Medium | 0.5860 | 0.0329 | 0.0205    | 0.0124    | -0.1318 | 17.82 |
| ADCS  | Fine   | 0.5853 | 0.0327 | 0.0204    | 0.0123    | -0.1325 | 17.89 |
| UPACS | Medium | 0.5966 | 0.0330 | 0.0211    | 0.0119    | -0.1397 | 18.07 |



(a) ADCS (Coarse格子、SAモデル、 $\alpha=1.0[\text{deg.}]$ )(b) ADCS (Medium格子、SAモデル、 $\alpha=1.0[\text{deg.}]$ )(c) ADCS (Fine格子、SAモデル、 $\alpha=1.0[\text{deg.}]$ )(d) UPACS (Medium格子、SAモデル、 $\alpha=1.0[\text{deg.}]$ )図 23 機体表面および対称面の圧力係数 $C_p$ 分布

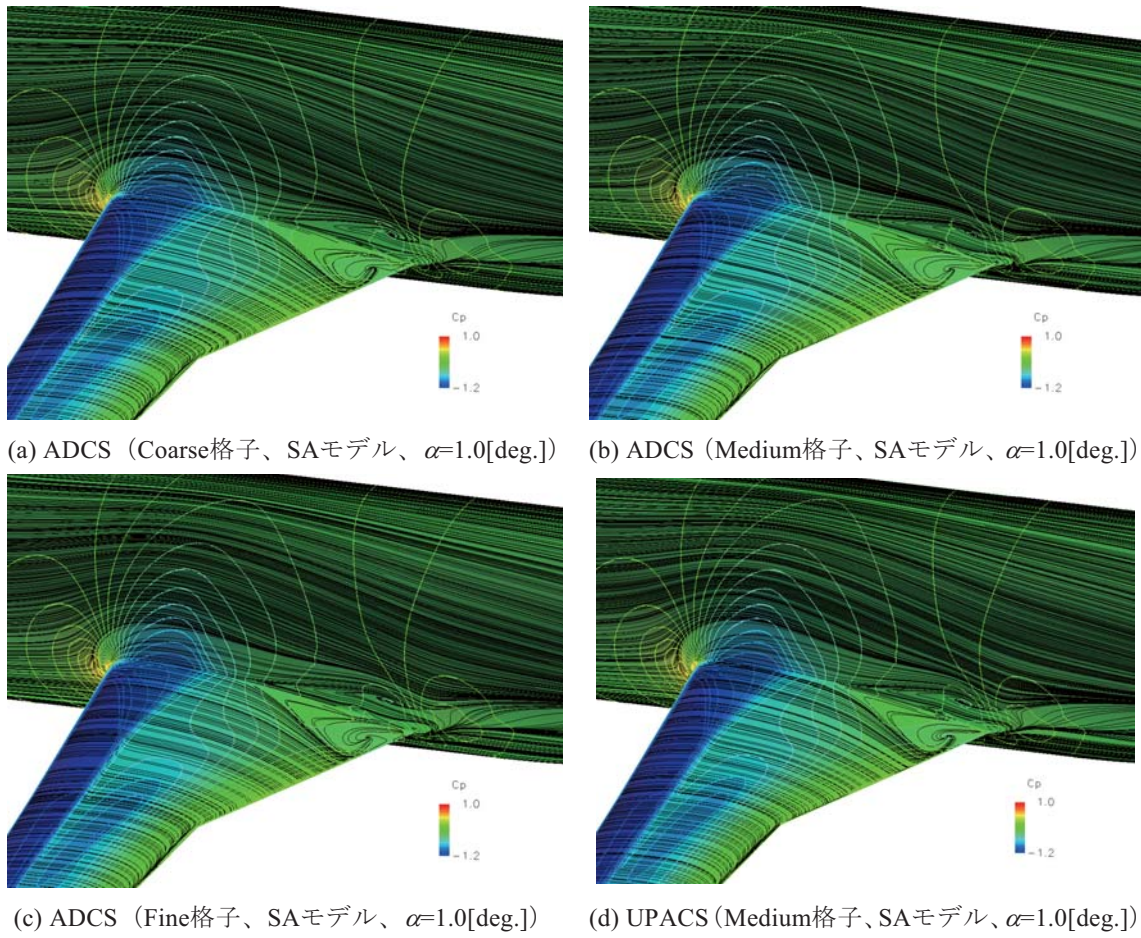


図 24 機体表面圧力係数 $C_p$ 分布とオイルフロー図

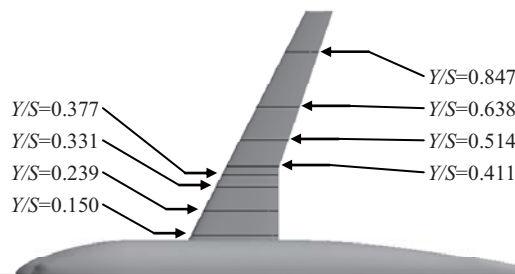
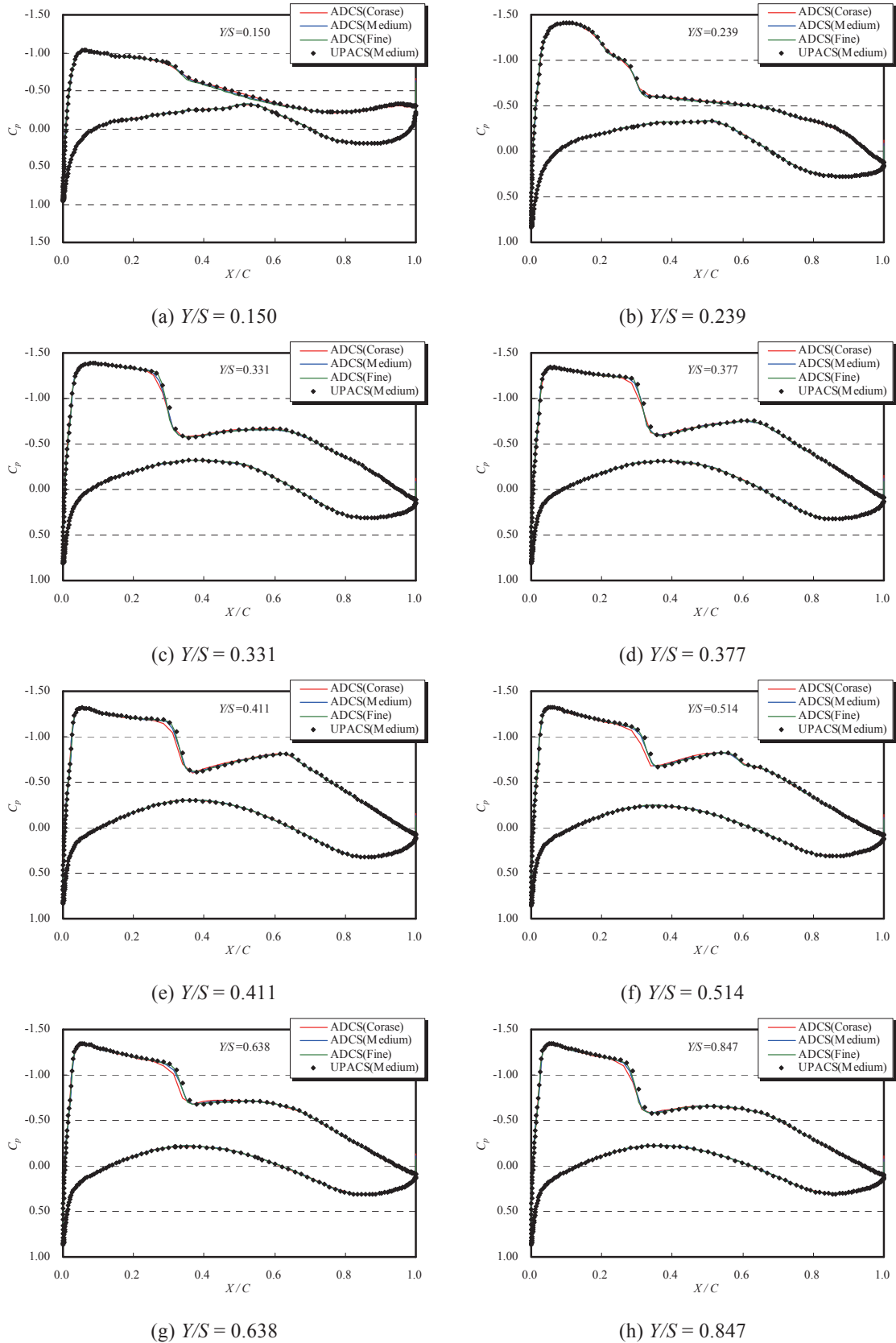


図 25 DLR-F6翼胴形態の翼断面圧力係数 $C_p$ 分布の表示位

図 26 DLR-F6翼胴形態の翼断面圧力係数 $C_p$ 分布

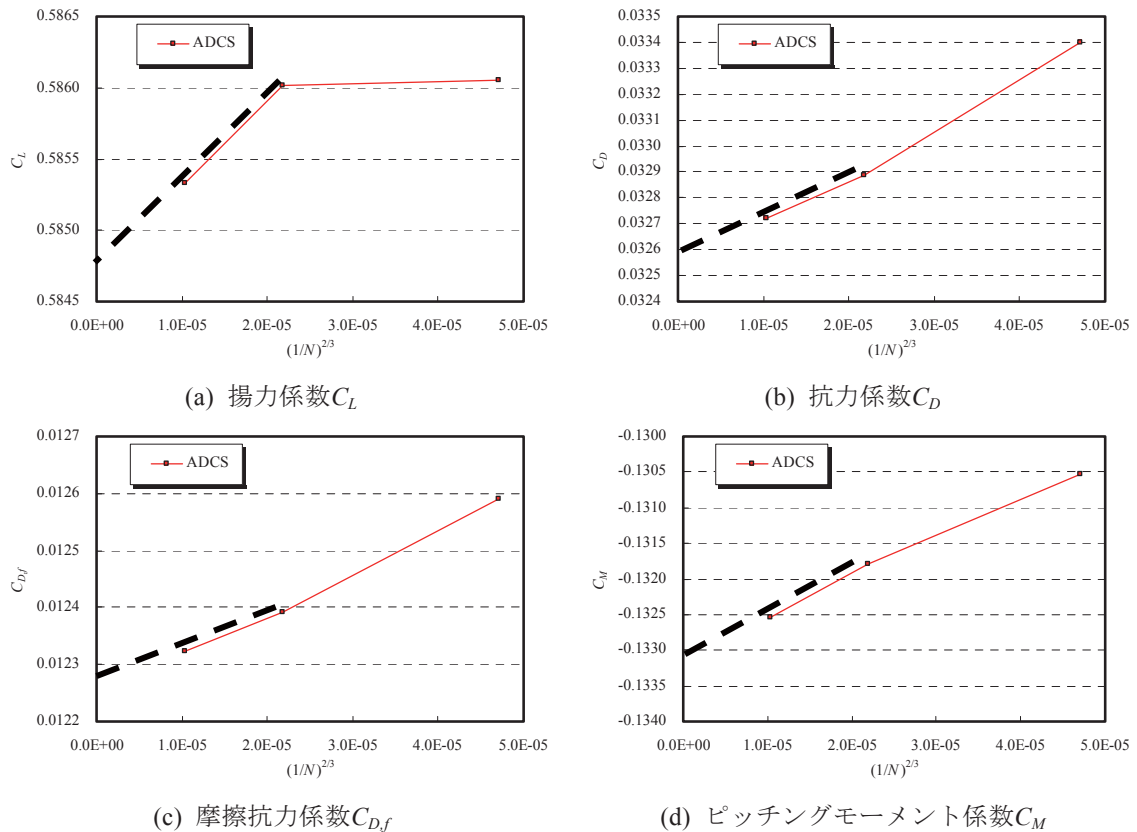


図 27 DLR-F6翼胴形態に対するSpalart-Allmarasモデルを用いたADCSの格子依存性

#### 4.5 JAXA ロケット実験機 NEXST-1

超音速機の計算として、JAXAによって飛行試験が実施された小型超音速実験機NEXST-1 (National Experimental Supersonic Transport) 周りの流れについてADCSを用いて解析を実施し、飛行試験結果[15]およびUPACSを用いたCFD解析結果[16,17]との比較を行った。乱流モデルにはSpalart-Allmarasモデル (SA) を使用し、計算は全面乱流を仮定した。

対象とした形状はNEXST-1の空力設計形状であり、外部に露出しているピトー管やカメラといった付加物は模擬していないクリーン形態である。寸法諸元は、機体全長11.5[m]、主翼面積10.1174[m<sup>2</sup>]、空力平均翼弦長 (MAC) 2.754[m]、スパン長4.716[m]であり、モーメント中心は機体先端から機軸方向に $X=5.25$ [m]の位置である。計算領域は、機体先端から発生する衝撃波を捕らえるため、半頂角約40[deg.]の円錐形で頂点が鈍頭の領域を確保した。計算領域の頂点は機体先端から上流に機体全長の約6%の距離にあり、流出境界は機体後端に接している。使用した計算格子を図 28に示す。ここでは格子線を間引いたものを示している。格子点数は約440万点、分割ブロック数は50である。計算は飛行試験の迎角スイープ ( $\alpha$ -sweep) の条件に合わせて表 8の条件で実施した。ここで、 $Re_L$ は機体全長に基づくレイノルズ数である。計算条件として、マッハ数は約2.0、迎角は-1.57~3.44[deg.]、機体全長に基づくレイノルズ数は高度によって変化し $4.62 \times 10^6 \sim 5.75 \times 10^6$ 、一樣流静温は約200[K]である。流入境界には超音速流入条件を、流出条件には超音速流出条件を、対称面には対称条件をそれぞれ与えた。翼表面での $y^+$ の値は2程度である。

図 29にADCSの計算履歴として、各条件で計算を行ったときの残差、揚力係数、抗力係数、ピッチングモーメント係数の計算ステップ毎の履歴を示す。どの条件についても、5000ステップの計算で残差の値は4桁程度低下しており、各空力係数の値は3000ステップ程で収束している。超音速流の計算は比較的早く収束するため、少ないステップ数でも十分に収束させることができた。計算を行った迎角の範囲は狭いが、表 8で示した迎角範囲では計算の収束性への影響は見られなかった。

代表的な条件として、NEXST-1の設計点に近い飛行試験条件である $\alpha$ -sweep-4の条件における空



力係数の飛行試験結果とSAモデルを用いて計算したUPACSおよびADCSの結果を表 9に示す。ここでは、 $C_L$ 、 $C_D$ 、 $C_{D,p}$ と $C_{D,f}$ 、 $C_M$ 、 $L/D$ を示している。全ての係数について、ADCSの結果は飛行試験結果に近い値を示している。両者の差は揚力係数で約100カウント（10.5%）、抗力係数で約5カウント（3.7%）、ピッチングモーメント係数で約0.0030（9.9%）であり、揚抗比で約1（13.2%）の差である。また、ADCSで予測された値はUPACSの結果とよく一致している。ここで、UPACSの結果はADCSの計算と同様の計算条件、すなわちSAモデルを用いた全面乱流の条件下で解析された結果である。両者の差は、揚力係数で約2カウント（0.2%）、抗力係数で約4カウント（2.9%）、ピッチングモーメント係数で約0.0001（0.4%）である。圧力抗力係数の予測値は一致しており、ADCSとUPACSの抗力係数の差は摩擦成分の違いにより生じたことがわかる。同じSAモデルを用いた解析であるが、ADCSの方が摩擦成分を大きく見積もる傾向にあるが、差は数カウントなので誤差の範囲と考えられる。

$\alpha$ -sweep-4の条件でSAモデルを用いて計算したADCSおよびUPACSの機体表面および対称面上の圧力係数 $C_p$ のコンター図を図 30に示す。ADCSの結果について、機体先端から衝撃波、胴体のくびれ位置や垂直尾翼から膨張波がそれぞれ発生しており、滑らかな分布が得られていることがわかる。これらはUPACSの結果にも見られ、ADCSの結果はUPACSの結果と定性的によく一致しているといえる。

飛行試験において圧力の計測が行われた断面位置を図 31に示す。圧力計測は上面下面ともに6断面で行われ、半スパン位置 $Y/S=0$ （対称面上）、0.15、0.30、0.50、0.70、0.90である。正確には上面と下面では半スパン長基準で2%断面位置をずらして計測されている。図 32に示す翼断面圧力係数 $C_p$ 分布ではこのずれを考慮して正確な断面位置での $C_p$ 分布を示している。

圧力計測断面位置における翼断面圧力係数 $C_p$ 分布の $\alpha$ -sweep-4での飛行試験結果とSAモデルを用いて計算したADCSおよびUPACSの結果を図 32に示す。ここで、FLTは飛行試験結果を示し、エラーバーは計測の不確定誤差範囲を表す。また、 $Y/S=0$ （対称面上）の上面側の分布については垂直尾翼上の分布は示しておらず、両端点を直線で結んでいる。各断面について、ADCSの予測値は飛行試験結果に近い値をとっており、UPACSの予測値とよく一致している。NEXST-1の主翼は巡航状態において自然層流翼となるよう設計された。上面の圧力分布は前縁直後で急激に低下し、翼前縁付近でCross-Flow不安定性やTollmien-Schlichting不安定性を抑制し、その後自然層流を保つためにほぼ一定となるよう設計されている。 $\alpha$ -sweep-4の条件はNEXST-1の巡航状態に近い条件である。この条件下でADCSにより予測された $C_p$ 分布は各主翼断面位置において前縁直後で急激に圧力が低下し、その後平坦な分布を示しており、目標とされる圧力分布の傾向をうまくとらえていることがわかる。上面の圧力は飛行試験結果に近い値が予測されたが、下面側は飛行試験結果より圧力が低く見積もられており、このことが飛行試験結果とCFD解析結果との揚力係数の差となっていると考えられる。

飛行試験結果、およびADCSとUPACSの解析結果を用いて、揚力係数 $C_L$ 特性、ピッチングモーメント係数 $C_M$ 特性、揚抗特性をそれぞれ求めた。その結果である揚力係数特性（ $C_L$ - $\alpha$ ）とピッチングモーメント係数特性（ $C_M$ - $\alpha$ ）を図 33に、揚抗特性（ $C_L$ - $C_D$ ）を図 34にそれぞれ示す。ここで図中の曲線は、以下の式を用いて最小二乗法により近似を行った結果である。

$$C_L = C_{L\alpha}(\alpha - \alpha_0) \quad (283)$$

$$C_D = K(C_L - C_{L0})^2 + C_{D\min} \quad (284)$$

$$C_M = C_{M\alpha}\alpha + C_{M0} \quad (285)$$

揚力係数 $C_L$ 、ピッチングモーメント係数 $C_M$ については6点を、抗力係数 $C_D$ については近似曲線との誤差が大きく、最小抗力から離れている2点を除いた4点を用いて近似を行った。揚力係数特性について、ADCSとUPACSの結果はほぼ一致していることがわかる。ADCSの予測値と飛行試験結果とを比較すると、揚力傾斜が若干異なり、全体的にADCSは揚力を低く見積もっている。ピッチングモーメント係数特性についても、ADCSとUPACSの結果はほぼ一致していることがわかる。飛行試験結果と比較すると、勾配が若干異なっている。揚抗特性については、ADCSの結果はUPACSの結果に比べて4~5カウント抗力係数が大きく見積もられている。抗力係数の違いは表 9で示した

$\alpha$ -sweep-4の条件下での結果と同様に摩擦成分の違いにより生じたものである。摩擦抗力係数は迎角による変化が小さいため、最小抗力における揚力係数の値はADCSとUPACSの結果ではほぼ一致している。飛行試験結果と比較すると、ADCSは全体的に揚力係数を小さく、抗力係数を大きく見積もっているため、ADCSのポーラー曲線は飛行試験結果のその右下に位置している。

飛行試験結果およびUPACSの解析結果との比較を通して、本コードは胴体と主翼、尾翼を持つ複雑形状に対応可能であることを確認した。UPACSの結果に比べてADCSは摩擦抗力係数を若干大きく見積もる傾向にあるが、他の空力係数や翼断面圧力分布について定量的にほぼ一致した。飛行試験結果と比べると揚力係数、抗力係数に差があるものの、近い値を見積もることができた。迎角を変えて解析を行い、機体特性について飛行試験結果およびUPACSの予測値と比較を行ったところ、定性的に一致し、定量的にも近い値を見積もることを確認した。本コードが機体設計に対応し得ることを確認した。

表 8 NEXST-1の計算条件

| Phase             | 高度 [km] | $\bar{M}_\infty$ | $\alpha$ [deg.] | $Re_L$ [million] | $\bar{T}_\infty^*$ [K] |
|-------------------|---------|------------------|-----------------|------------------|------------------------|
| $\alpha$ -sweep-1 | 18.940  | 2.00             | -1.57           | 4.62             | 206.3                  |
| $\alpha$ -sweep-2 | 18.911  | 2.04             | -0.14           | 4.86             | 201.9                  |
| $\alpha$ -sweep-3 | 18.505  | 2.04             | 0.71            | 5.17             | 202.3                  |
| $\alpha$ -sweep-4 | 18.099  | 2.03             | 1.53            | 5.42             | 204.1                  |
| $\alpha$ -sweep-5 | 17.684  | 2.00             | 2.51            | 5.64             | 205.8                  |
| $\alpha$ -sweep-6 | 17.466  | 1.97             | 3.44            | 5.75             | 205.6                  |

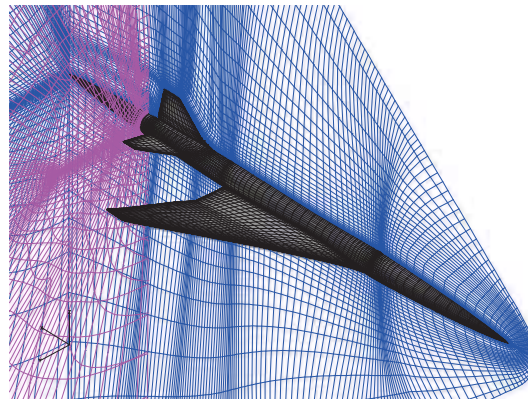


図 28 ロケット実験機NEXST-1の計算格子（格子線を間引いて表示）

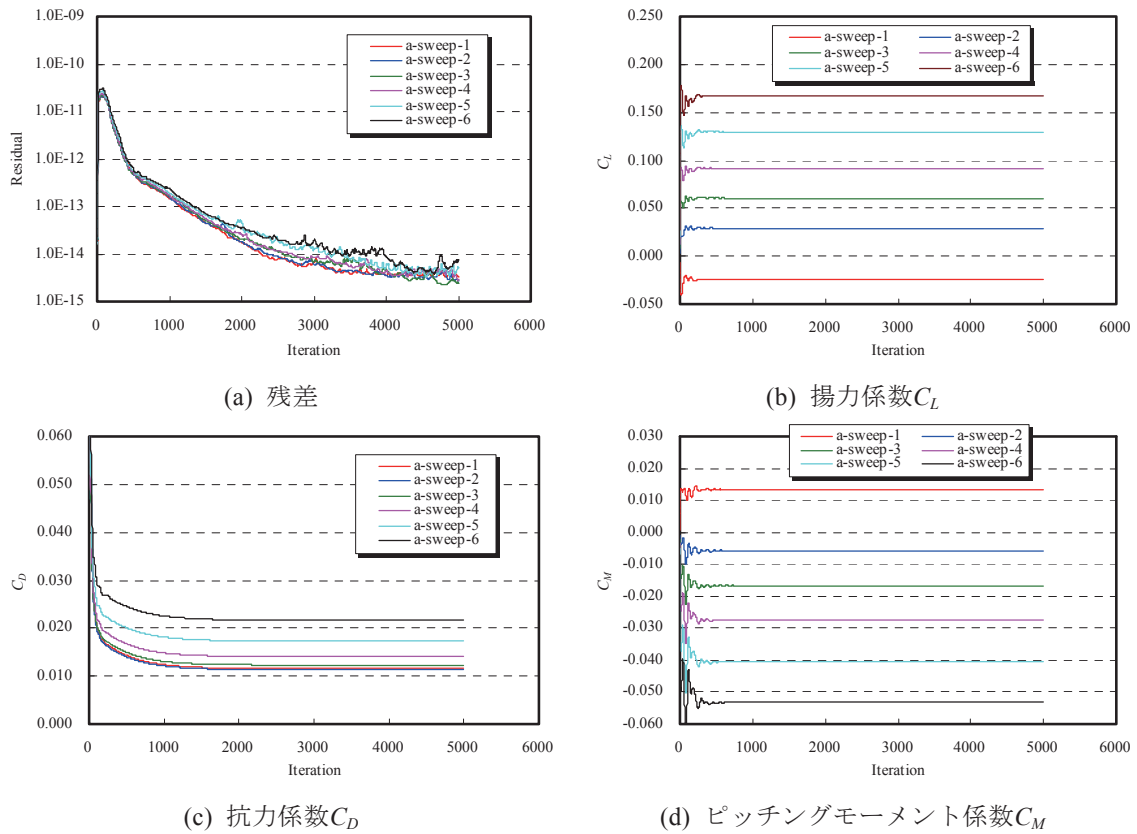


図 29 Spalart-Allmarasモデルを用いたNEXST-1に対する計算の収束履歴

表 9 NEXST-1の空力係数の飛行試験結果とSAモデルを用いた計算結果 ( $\alpha$ -sweep-4,  $\alpha=1.53$ [deg.] )

|       | $C_L$  | $C_D$  | $C_{D,p}$ | $C_{D,f}$ | $C_M$   | $L/D$ |
|-------|--------|--------|-----------|-----------|---------|-------|
| 飛行試験  | 0.1020 | 0.0135 | ---       | ---       | -0.0302 | 7.56  |
| UPACS | 0.0915 | 0.0136 | 0.0070    | 0.0066    | -0.0273 | 6.73  |
| ADCS  | 0.0913 | 0.0140 | 0.0070    | 0.0070    | -0.0272 | 6.50  |

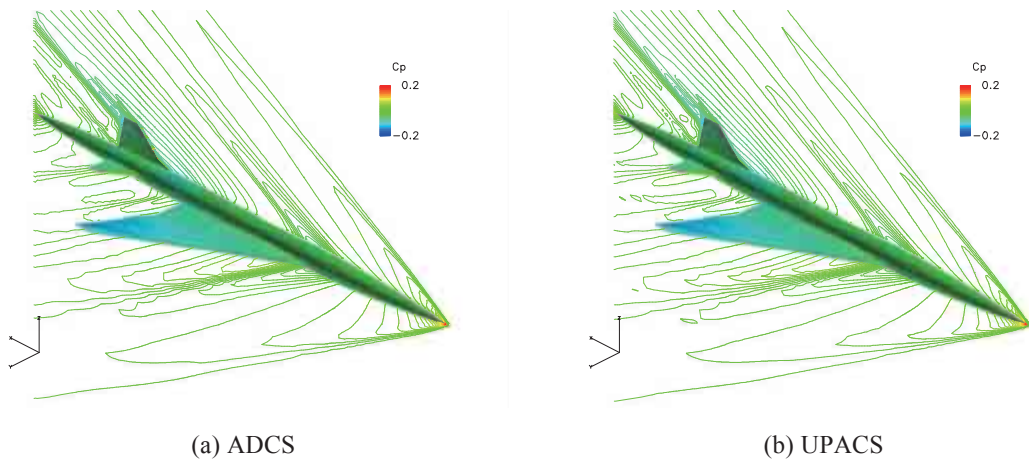


図 30 機体表面および対称面の圧力係数 $C_p$ 分布 ( $\alpha$ -sweep-4,  $\alpha=1.53$ [deg.] )

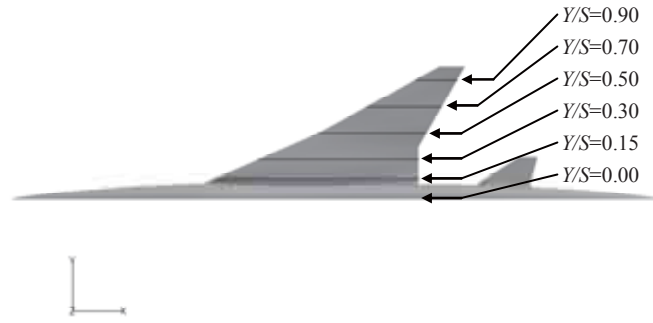


図 31 NEXST-1の圧力計測断面位置

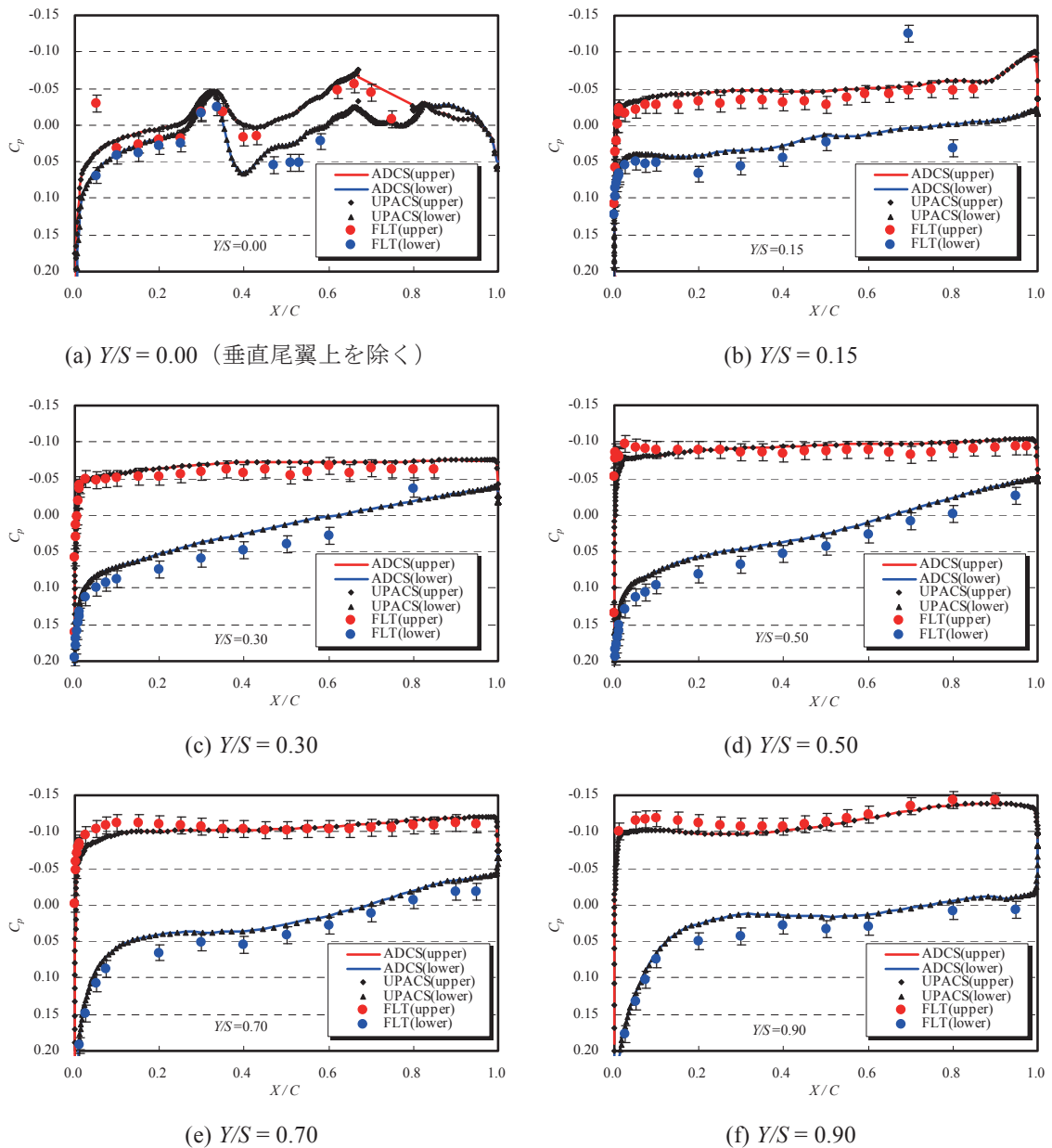


図 32 NEXST-1の胴体および翼断面圧力係数 $C_p$ 分布の飛行試験結果と計算結果 ( $\alpha$ -sweep-4、 $\alpha=1.53$ [deg.] )



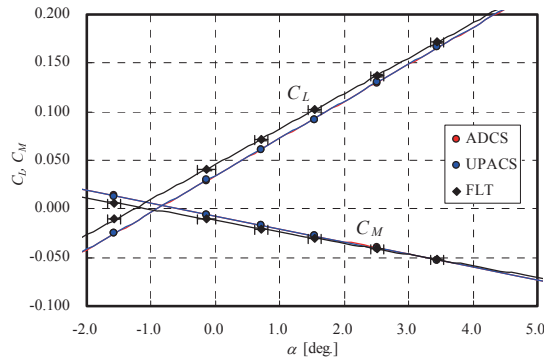


図 33 NEXST-1の揚力係数 $C_L$ 特性およびピッチングモーメント係数 $C_M$ 特性の飛行試験結果と計算結果

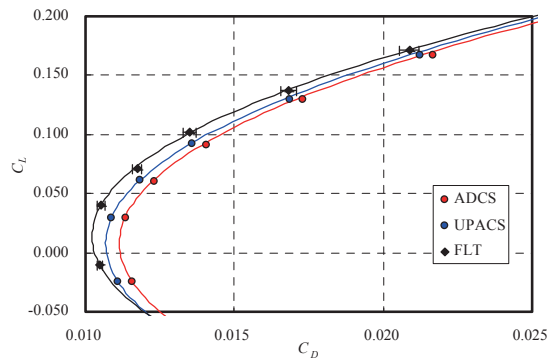


図 34 NEXST-1の揚抗特性の飛行試験結果と計算結果

#### 4.6 遷音速ディフューザ内流れ

内部流の計算として、遷音速ディフューザ内流れについてADCSを用いて解析を実施し、実験値との比較を行った。乱流モデルにはSpalart-Allmarasモデル (SA) を使用し、計算は全面乱流を仮定した。

計算モデルおよび計算格子を図 35、図 36にそれぞれ示す。流れ場は2次元流れを仮定する。ディフューザ形状はSajbenのディフューザ形状であり、下面は平面で、上面のみ曲面となっている。スロート高さ $h_{thr}=44.0[\text{mm}]$ であり、流入部高さはスロート高さの1.4倍、流出部高さは1.5倍である。計算領域として、上流側はスロート部からスロート高さの4.04倍、下流側は8.65倍の領域を確保した。ディフューザのスロートにおける下面上の点を原点 ( $X=0, Y=0$ ) とし、下流方向を $X$ 軸、ディフューザ下面に垂直な方向を $Y$ 軸とそれぞれおく。格子点数は流れ方向に81点 (スロート位置は流入側から17点目)、壁垂直方向に51点の計約4,000点で、分割ブロック数は1である。壁面には滑り無し断熱壁条件を与えた。流入境界には全圧、全温一定の流入条件を、流出境界には亜音速流出条件をそれぞれ与えた。計算は、流出側の静圧、背圧の異なる2ケースを実施し、発生する衝撃波の強さから、弱い衝撃波が発生するケースを“Weak Shock Case”、強い衝撃波が発生するケースを“Strong Shock Case”と呼ぶ。実験条件[18]に合わせて、流入側の全圧を19.58[psia]、全温を277.778[K]とし、inch単位の単位レイノルズ数を $0.53 \times 10^6 [1/\text{inch}]$ とした。流出側の静圧は、Weak Shock Caseの場合16.05[psia]、Strong Shock Caseの場合14.10[psia]としてそれぞれ計算を実施した。

SAモデルを用いて計算したマッハ数分布を図 37に示す。亜音速で流入してきた流れは流路が狭くなるにつれマッハ数が増加し、スロート付近でチョークし、音速 (マッハ数=1) になっていることがわかる。流れはスロート通過後も加速し、超音速になっている。背圧が高い、Weak Shock Caseでは、マッハ数が1.2程度まで加速した後、衝撃波を伴って減速している。背圧が低い、Strong Shock Caseでは、マッハ数が1.3程度まで加速した後、衝撃波を伴って減速し、衝撃波によって上面で流れ

が剥離している様子がわかる。

壁面上の圧力分布の実験結果とSAモデルを用いた計算結果について、Weak Shock Caseの結果を図 38に、Strong Shock Caseの結果を図 39にそれぞれ示す。横軸は $X$ 座標をスロート高さ $h_{thr}$ で無次元化した位置、縦軸は流入全圧 $P_i$ に対する静圧 $P$ の比である。どちらのケースも、実験値に近い位置で衝撃波を捕らえることができている、衝撃波上流、下流とも実験値に近い分布を示している。ADCSの計算結果では、流入境界での圧力比が1となっているが、この点は流入境界であると同時に壁面でもあるため、速度が0になっており、全圧の値と静圧の値が等しいためである。流入境界から2点目以降の圧力比の値は実験値に近い値となっているため、このことが計算に与える影響は少ないと考えられる。

本コードを用いて内部流を計算できることを確認し、実験値との比較を通して妥当な解が得られていることを確認した。

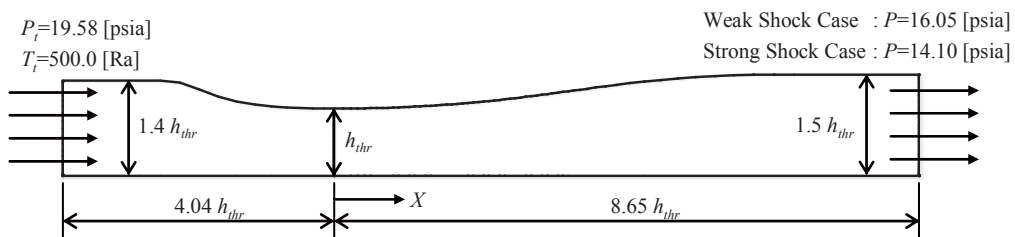


図 35 遷音速ディフューザの形状と計算モデル

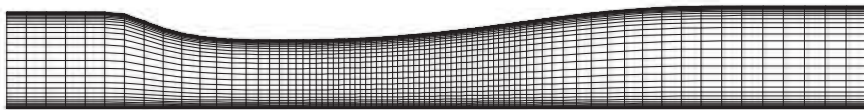
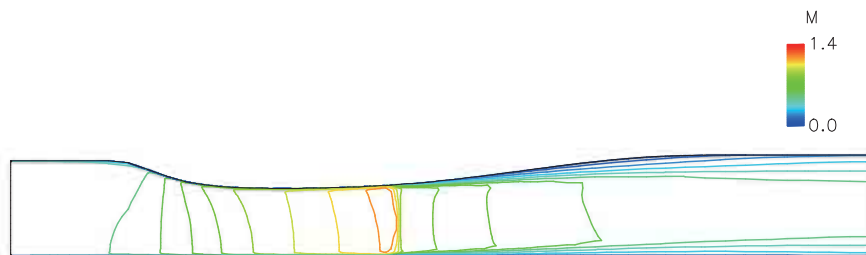
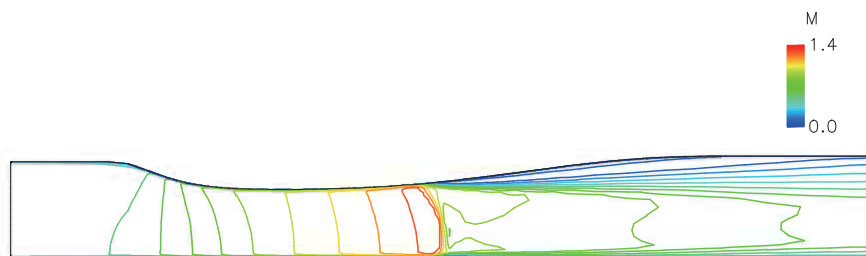


図 36 遷音速ディフューザ内の計算格子

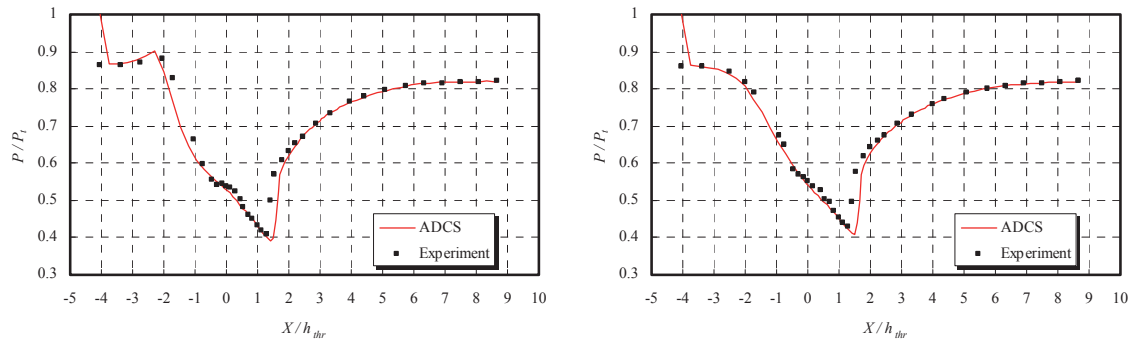


(a) Weak Shock Case



(a) Strong Shock Case

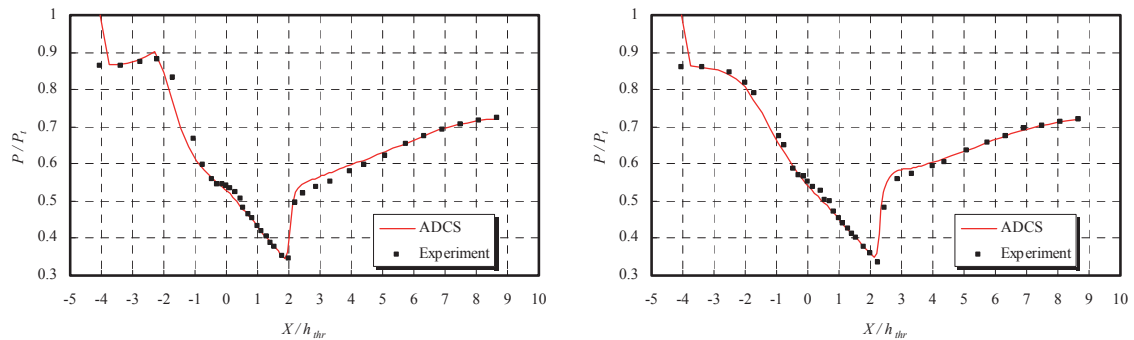
図 37 Spalart-Allmarasモデルを用いて計算した遷音速ディフューザ内のマッハ数分布



(a) 上面

(b) 下面

図 38 遷音速ディフューザの壁面圧力分布の実験結果とSAモデルを用いた計算結果  
(Weak Shock Case)



(a) 上面

(b) 下面

図 39 遷音速ディフューザの壁面圧力分布の実験結果とSAモデルを用いた計算結果  
(Strong Shock Case)

## 5 並列処理性能

4.4節に検証した亜音速DLR-F6翼胴形態に対して、本コードの大規模計算への対応の可否と並列処理性能について検討を行った。

### 5.1 計算条件

使用したMedium格子数は約980万点、分割ブロック数は222である。マッハ数0.75、迎角1.0[deg.]、レイノルズ数 $Re=5 \times 10^6$ で計算を行った。乱流モデルとしてSAモデルを用い、全域乱流を仮定した。

### 5.2 並列計算性能測定環境

計算はJAXAスーパーコンピュータシステム (JAXA Supercomputer System, JSS) で実施された。2008年4月に導入したJSS第1期システムのハードウェアの主な諸元を表 10に示す。このシステムでは、1コアに対して1プロセスを割り当てるFLAT並列と、1CPUに対して1プロセスを割り当て、1プロセスを4コアでスレッド並列処理するIMPACT (Integrated Multicore Parallel ArChiTecture) 並列が使用できる。IMPACT並列のスレッド並列化は、コンパイラの自動並列によってコードを書き換えることなく使用できる。ここでは、IMPACT並列とFLAT並列について並列性能の計測を行った。

### 5.3 並列処理性能

同じ格子と流れ条件を用いて、使用するCPUのコア数を変えて50回の反復計算に要する時間を計測した。図 40(a)に使用したコア数に対する並列化による速度向上率を示す。使用するコア数を増

やすと、速度向上率が増加し、計算時間が短くなっていることがわかる。FLAT並列とIMPACT並列とを比較すると、同じコア数を使用する場合、FLAT並列の方が計算が速いが、大きな差はないことがわかる。

図 40(a)には参考としてアムダールの法則から求められる速度向上率も示している。アムダールの法則は並列計算の理論上の性能予測によく用いられており、速度向上率は次のように求められる。

$$(\text{速度向上率}) = \frac{1}{(1-r)+r/p} \quad (2)$$

ここで、 $p$ はプロセス数であり、コア数に対応する。 $r$ はコードの並列処理部の割合である。本コードについて並列処理部の割合を見積もった訳ではないが、計測結果に近い値を通る $r=0.985$ としたときの速度向上率を示す。アムダールの法則には通信による遅延や待ち時間が含まれておらず、計測結果と単純に比較することはできないが、本計算の場合、並列処理部の割合が98.5%に相当する高い並列性能を本コードは達成しているといえる。

メモリの使用量について比較すると、図 40(b)示すように各プロセスのメモリ使用量はプロセス数にほぼ反比例していることがわかる。各プロセスに格子数を適切に割り当て、メモリを有効に利用できているとわかる。

表 10 測定環境の諸元

|           |                                |
|-----------|--------------------------------|
| ハードウェア    | Fujitsu SPARC Enterprise M9000 |
| 演算性能      | 1.28 TFLOPS、40 GFLOPS/CPU      |
| メモリ容量     | 1 TBytes                       |
| CPU数      | 32 (128コア)                     |
| アーキテクチャ   | SMP                            |
| CPU       | SPARC64 VII                    |
| L2キャッシュ容量 | 6 MBytes/CPU                   |
| コア数       | 4コア/CPU                        |

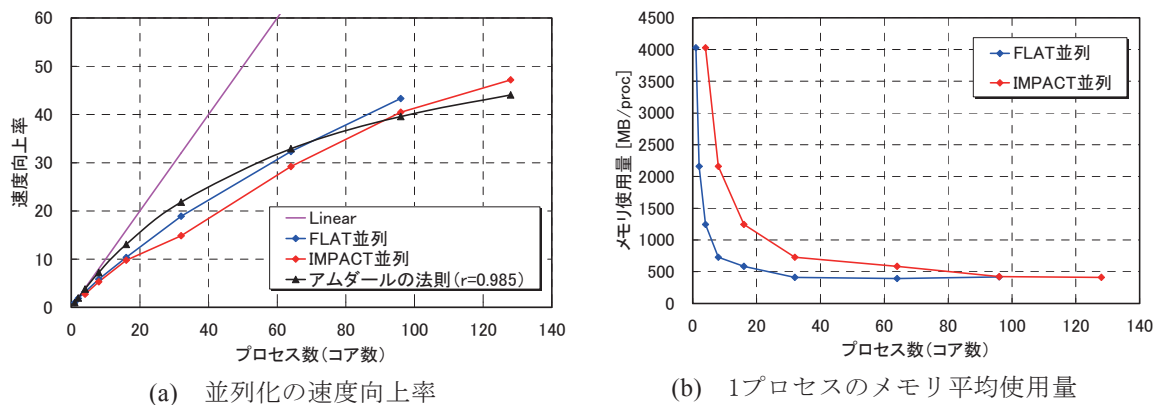


図 40 並列化の速度向上率

## 6 まとめ

宇宙航空研究開発機構超音速機チームで開発したCFD解析ソルバーADCSについて、その計算手法を述べ、検証計算として、平板上に発達する乱流境界層の2次元計算、遷音速翼型RAE2822に対する2次元計算、遷音速翼ONERA M6に対する3次元計算、亜音速航空機DLR-F6翼胴形態周り、JAXA ロケット実験機NEXST-1空力設計形状周りの計算、および遷音速ディフューザ内流れの計算をそれ

どれ行い、実験値等との比較を通してコードの予測精度、複雑形状や大規模問題への対応など、その妥当性について述べた。

ADCSはRANS方程式を有限差分法により離散化し、対流項には3次精度のスキームを、粘性項には2次精度中心差分を用いた。時間積分には対流項と粘性項を含めたLU-ADI近似陰解法と多段階Runge-Kutta陽解法から選択でき、定常解への収束を早めるために粘性と非粘性を考慮した局所時間刻み法を適用した。複雑形状にも対応するためにマルチ・ブロック構造格子に対応しており、大規模問題を解くためにMPIを用いた並列化が施されている。乱流モデルには渦粘性モデルであるSpalart-Allmarasモデル、MenterのSST  $k-\omega$ モデルと低レイノルズ数型 $k-\varepsilon$ モデルとして、Jones-Launder  $k-\varepsilon$ 、Abid  $k-\varepsilon$ 、Yang-Shih  $k-\varepsilon$ の各モデルを組み込んだ。

平板上に発達する乱流境界層の2次元計算では、各乱流モデルを用いた計算結果と実験値、理論値とをそれぞれ比較し、妥当な解が得られていることを確認した。また、乱流モデルによる解への影響について考察を行った。遷音速翼型RAE2822に対する2次元計算では、各乱流モデルを用いた計算結果と実験値との比較を通して、妥当な解が得られていることを確認し、物体曲面に適合した一般座標系を用いた計算が可能であることを確認した。遷音速翼ONERA M6に対する3次元計算では、各乱流モデルを用いた計算結果と実験値との比較を通して、妥当な解が得られていることを確認し、3次元流れの計算が可能であることを確認した。また、計算に使用するCPU数を変えて計算を行い、並列化による計算結果への影響がないことを確認した。亜音速航空機DLR-F6翼胴形態に対する計算では、宇宙航空研究開発機構で開発されたCFD解析ソルバーUPACSの計算結果との比較を通して、妥当な解が得られていることを確認し、ADCSが大規模計算に耐え得るコードであることを確認した。さらに、格子の密度を変えて計算を行い、強い格子依存性がないことを確認した。JAXAロケット実験機NEXST-1空力設計形状に対する計算では、飛行試験結果およびUPACSの計算結果との比較を通して、妥当な解が得られていることを確認し、胴体と主翼、尾翼を持った複雑形状にも対応可能であることを確認した。さらに、迎角を変えて計算を行い、機体特性の予測についても妥当な結果を与えることを確認し、機体設計に対応し得るコードであることを確認した。Sajbenの遷音速ディフューザに対する内部流計算では、SAモデルを用いた計算結果と実験値との比較を通して、妥当な解が得られていることを確認し、内部流計算が可能であることを確認した。これらの検証計算を通して、低速から超音速に至る幅広い速度領域で妥当な解が得られることを確認した。今後、さらに使い勝手の向上に努めていく。

## 謝辞

本研究を行うにあたり、宇宙航空研究開発機構情報・計算工学センターの計算機を使用させて頂きました。

## 参考文献

1. 坂田, “超音速実験機について —NAL次世代超音速機技術の研究開発—”, 第36回飛行機シンポジウム講演集, 1998.
2. 雷忠, “超音速機高揚力装置に関する数値解析及び考察”, 宇宙航空研究開発機構報告, JAXA-RR-07-050.
3. Spalart, P.R. and Allmaras, S.R., “A One-Equation Turbulence Model Aerodynamic Flows,” AIAA Paper 92-0439, 1992.
4. Menter, F.R., “Zonal Two Equation  $k-\omega$  Turbulence Models for Aerodynamic Flows,” AIAA Paper 93-2906, 1993.
5. Jones, W.P. and Launder, B.E., “The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence,” International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 15, pp. 301-314, 1972.
6. Abid, R., “Evaluation of Two-Equation Turbulence Models for Predicting Transitional Flows,” International Journal of Engineering Science, Volume 31, pp. 831-840, 1993.
7. Yang, Z. and Shih, T.H., “A Galilean and Tensorial Invariant  $k-\varepsilon$  Model for Near Wall Turbulence,” NASA Technical Memorandum 106263, 1993.

8. Chakravarthy, S.R. and Osher, S., "A New Class of High Accuracy TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Laws," AIAA Paper 85-0363, 1985.
9. Fujii, K. and Obayashi, S., "Practical Applications of New LU-ADI Scheme for the Three-Dimensional Navier-Stokes Computation of Transonic Viscous Flows," AIAA Paper 86-0513, 1986.
10. Wieghardt, K. and Tillman, W., "On the Turbulent Friction Layer for Rising Pressure," NACA TM-1314, 1951.
11. Cook, P.H., M.A. McDonald, M.C.P. Firmin, "Aerofoil RAE 2822 - Pressure Distributions, and Boundary Layer and Wake Measurements," Experimental Data Base for Computer Program Assessment, AGARD Report AR 138, 1979.
12. Schmitt, V. and F. Charpin, "Pressure Distributions on the ONERA-M6-Wing at Transonic Mach Numbers," Experimental Data Base for Computer Program Assessment. Report of the Fluid Dynamics Panel Working Group 04, AGARD AR 138, May 1979.
13. 3rd AIAA CFD Drag Prediction Workshop, June 3-4, 2006,  
<http://aac.larc.nasa.gov/tsab/cfdlarc/aiaa-dpw/>.
14. Murayama, M. and Yamamoto, K., "Comparison Study of Drag Prediction for the 3rd CFD Drag Prediction Workshop by Structured and Unstructured Mesh Method," AIAA Paper 2007-258, 2007.
15. Kwak, D., Yoshida, K., Ishikawa, K., and Noguchi, M., "Flight Test Measurements of Surface Pressure on Unmanned Scaled Supersonic Experimental Airplane," AIAA Paper 2006-3483, 2006.
16. Ishikawa, H., Kwak, D.-Y., and Yoshida, K., "Numerical Analysis on Flight-Test Results of Supersonic Experimental Airplane NEXST-1," Journal of Aircraft, Volume 45, Number 5, pp. 1505-1513.
17. NEXST-DB, <http://nexstdb.chofu.jaxa.jp/SPRESSO/index.jsp>.
18. NPARC Alliance Validation Archive,  
<http://www.lerc.nasa.gov/www/wind/valid/transdif/transdif02/transdif02.html>.



## 付録A 処理の流れ

コードはM4マクロとFortran90とを組み合わせで記述しており、MPIライブラリを用いることで並列化を施してある。M4マクロはUNIX/Linuxで古くから使用されている汎用マクロ言語である。M4マクロを用いることで、流束計算のように*i,j,k*各方向について記述しなければならないところを、1方向についてのみ記述すればよいなど、類似するコードは1つだけ記述すればよいようにした。M4マクロから出力されるコードはFortran90のコードそのものであるため、コンパイラによって最大限に最適化されることが期待できる。これにより、コーディング時やデバッグ時の労力を軽減するとともに、高速なコードを作成することができた。Fortran90で追加された機能である割付け配列、および構造型を用いることで省メモリ化を図った。構造型内にポインタ配列を組み込み、構造型そのものは動的に割り当てることで、構造型を任意の個数確保し、各構造型に含まれるポインタ配列に対して異なったサイズの配列を持たせることができる。このようにすることで、各ブロックに対して過不足なくメモリを割り当てることができ、メモリ使用量を抑えることができる。主計算部であるサブルーチン内では、各格子点の物理量等を格納した配列をFortran90の形状引継ぎ配列として定義することで計算の高速化を図った。MPIは現在ほとんどの並列システムに実装されており、事実上業界標準となっている並列化ライブラリである。そのため、MPIを用いることで汎用性の高いコードを作成することができる。また、MPIでは通信を行うタイミングを明確に指定できるなど、細かい制御が可能となっており、コードの最適化が可能である。

ここでは、ADCSで行っている処理の流れについて述べる。ADCSはパッケージとして構成されており、複数の実行モジュールが含まれるが、この中でも前処理ツールpregridとCFD解析ソルバーADCS-solverが主要な機能を占めている。これらのコードのプログラミング言語はFortran90であり、MPI (Message-Passing Interface) を用いて並列化が施されている。前処理ツールpregridでは、計算パラメータと格子データを用いて、格子点座標の無次元化 (スケーリング)、仮想格子点作成、非計算点抽出、最短壁距離計算が行われ、これらの情報がファイルに出力される。pregridから出力されたファイルはADCS-solverに渡されて、流体計算が実行される。CFD解析ソルバーADCS-solverでは、まず初期化処理としてデータ読込、ヤコビアン・メトリックス計算、初期条件設定が行われた後、流体計算 (流束計算、時間積分、境界処理) が行われる。流体計算は反復計算であり、ADCSにおける全体の計算時間のほとんどはADCS-solverの流体計算が占めている。そのため、コードの最適化は主にADCS-solverに対して行い、計算時間短縮、並列計算効率向上、メモリ使用量削減を図った。

以下では、MPIを用いて並列処理を行う場合の流れについて述べる。コンパイル時にMPIを使用しない、すなわち並列処理を行わない設定で実行モジュールを生成した場合には、MPI関連の処理やブロック間データ通信は行われず、並列処理で必要となるCPU割当ファイルの読込も行われない。

### A.1 前処理ツール pregrid

前処理ツールpregridの処理の流れを図 41に示す。pregridの処理は、初期化、主要処理、終了処理の3つに大きく分けることができる。

初期化では、並列計算のためにMPIの初期化と派生データ型作成、各種ファイル読込が行われる。派生データ型は、MPIのデータ通信時に任意のデータ形式を送受信するために使用され、pregridでは構造型内のデータを送るために使用している。パラメータファイルには、入出力に関するファイル名と計算で使用するパラメータやフラグが記述されており、これを最初に読み込む必要がある。パラメータファイル名はコマンドライン引数で与えられる。境界条件ファイル読込の際に、未定義の境界IDが現れるとプログラムは終了する。また、パラメータファイルで非粘性計算が指定されているにも関わらず、境界条件ファイルに滑り無し壁条件が設定されている場合には、自動的に滑り壁条件に置き換えられる。境界条件ファイルには、境界条件そのものの他に、ブロック数や各ブロックの格子点数が記述されているため、これを基に必要なデータ領域を確保している。ただし、個々の格子点のデータ領域はこの時点では確保していない。ADCSでは、各CPUにブロックを割り当てることで並列処理に必要な領域分割を行っている。どのCPUにどのブロックを割り当てるかはCPU割当ファイルに記述し、これを読み込むことによって、各CPUに必要な個々の格子点のデータ領域

を確保する量が決まる。CPUの割り当ては使用するCPU数によって変わるため、使用するCPU数に該当する情報がCPU割当ファイルに記載されていない場合には、プログラムは終了する。CPU割当ファイルを読み込む際に、どのCPUにも割り当てられていないブロックがあると、プログラムは終了する。また、CPU使用数が1の場合にはCPU割当ファイルの読込は行われず、MPIの場合、個々のCPUを区別するためにランクと呼ばれる値が使われ、ランクは0以上の整数である。格子ファイルの読み込みはランク0のCPUが行い、その後担当の各CPUに送られる。格子ファイルはPLOT3D形式のGridファイルである。

主要処理では、格子点座標の無次元化、仮想格子点の作成、特異点や物理境界面上の点を非計算点として抽出、ブロック間境界面の角に当たる点についての情報抽出、座標変換のためのヤコビアンおよびメトリックスの値のチェック、各格子点の壁面までの最短距離算出が行われる。

格子点座標の無次元化は、パラメータファイルに記述された代表長さを用いて行われる。

流束計算を行う際、ブロック境界付近では方向によって格子点の数が足りず流束を評価できないため、ブロックの外側に仮想的に格子点を定義している。ADCSでは図 42のようにブロックの外側に2点分の仮想格子点を取っている。以下では、ブロック境界面の外側にとった仮想格子点を境界面外側の仮想格子点、ブロックの各辺に接する部分をブロックエッジの仮想格子点、ブロックの各頂点に接する部分をブロックコーナーの仮想格子点とし、仮想格子点を必要に応じて3つに分類して述べる。仮想格子点の作成とは、仮想格子点として適当な座標値を与えることであり、図 43の流れで処理が行われる。ここで格子識別フラグは非計算点の判別で使用される。物理境界面に対する仮想格子点は、境界面に対してブロックの内部と外部が対称な格子になるように座標値を決めている。ブロック間境界面については、隣接するブロックの対応する格子点座標値を与えるようにしている。ブロックエッジの仮想格子点については、すでに座標値が与えられた境界面外側の仮想格子点を用いて座標値を与えている。ブロックエッジの仮想格子と境界面外側の仮想格子との境界面を境に対称になるよう座標値を決める、もしくは隣接するブロックの境界面外側の仮想格子点の座標値を与えている。ブロックコーナーの仮想格子点についても、ブロックエッジの座標値から決められている。ブロックエッジの仮想格子点の作成方法と同様に、境界面に対して対称になるよう座標値を決める、もしくは隣接するブロックから対応する点の座標値を与えている。ブロック境界がブロック間境界面である場合、境界面外側の仮想格子点には隣接するブロックの座標値が正しく与えられるが、格子データのトポロジーやブロックのつながり方によっては、ブロックコーナーやブロックエッジの仮想格子点に対応する格子点として複数の候補が考えられる場合がある。この場合、ブロックコーナーやブロックエッジの仮想格子点に対して正しい座標値を定義することができないため、ブロックの角の格子点を非計算点として扱うこととした。

非計算点とは、特異点等の有限差分法を用いて差分化できない点や物理境界面上の点、格子点間隔が極めて小さい点を指す。このような点はRANS方程式を用いて物理量を時間発展的に解くことができない、もしくは解けたとしてもヤコビアンの値が非常に大きくなり計算が不安定になってしまう。しかし、他の点の流束を評価するためには何らかの物理量を与える必要がある。ADCSではこれらの点を非計算点として扱い、RANS方程式ではなく、ブロック内部の点からの外挿などによって物理量を決定している。非計算点の判別は図 44の流れで行われる。非計算点については付録B節で詳しく述べるが、格子点間隔によるもの、ブロックのつながり方によるもの、境界条件によるものに分けられ、順に判別を行う。なお、非計算点の判別を行うのはブロック境界面上の点のみである。格子点間隔による判別は、間隔がパラメータファイルで指定された距離の閾値より小さいかどうかで判断される。ブロックのつながり方による判別には、仮想格子点作成時に設定した格子セル識別フラグが使用される。この格子セル識別フラグは主にブロックエッジとブロックコーナーの仮想格子点について元の格子データに含まれる格子点座標値を設定可能かどうかで決められる。このフラグについても付録B節で詳しく述べる。物理境界面については、対称面の条件以外は全て非計算点となる。

ブロック間境界面の角に当たる点は2個以上のブロックで共有される場合があり、この場合全てのブロックの対応する点の物理量は一致させる必要がある。以下では、このブロック間境界面の角に当たる点を、単にエッジと呼ぶ。前処理ではこのエッジに関して、重複を除いた全てのブロック



のエッジに番号を振り、各番号の点がどのブロックのどの点に対応するかの情報を作成する。重複の判別は、格子点間隔がパラメータファイルで指定された距離の閾値より小さいかどうかで判断される。

CFD計算を行うためには、座標変換のためのヤコビアンおよびメトリックスが妥当な値である必要がある。ヤコビアン、メトリックスの評価方法については3.2節で述べた。ADCSでは前処理の段階でチェックを行い、値が不適当であればプログラムは終了する。

固体壁までの最短距離の値は、乱流計算を行う際に用いられる。ADCSでは各格子点と滑り無し壁との距離を計算し、その中で最も短いものを最短壁距離としている。計算は滑り無し壁に対してのみ行われ、滑り壁に対しての距離の計算は行われない。そのため、非粘性計算の場合には距離の計算は行われない。最短壁距離計算は前処理ツールpregridの中で最も計算時間を要する処理であり、計算時間の計測が行われる。

終了処理では、主要処理で作成したデータを全体格子情報ファイル、前処理済み格子ファイル、格子情報ファイル、最短壁距離データファイルに分けて出力される。この内、前処理済み格子ファイルはPLOT3D形式のGridファイルとして、格子情報ファイルはPLOT3D形式のFunctionファイルとして出力され、これらのファイルの出力は各CPUで並列に行われる。

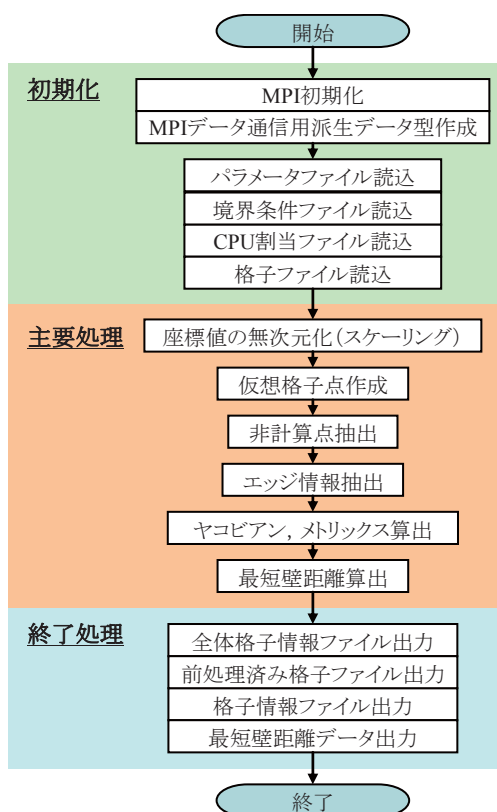


図 41 前処理ツールpregridの処理の流れ

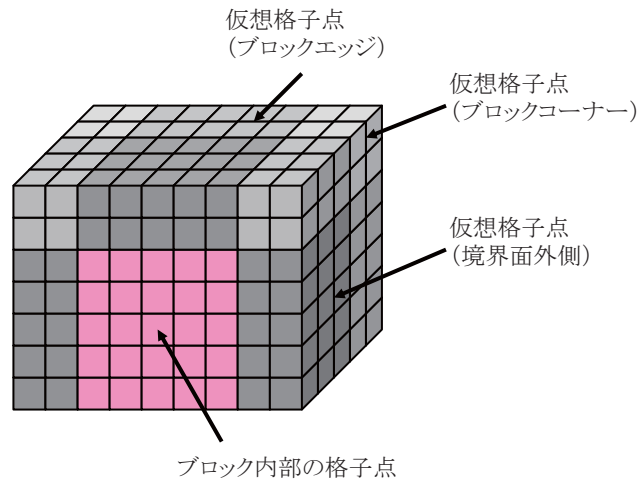


図 42 仮想格子点と各部の名称

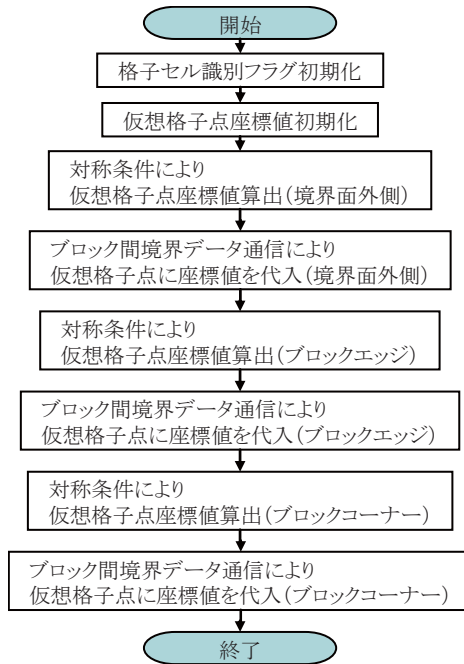


図 43 仮想格子点作成処理の流れ

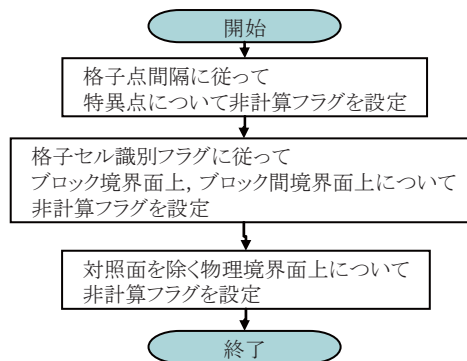


図 44 非計算点抽出処理の流れ

## A.2 CFD 解析ソルバーADCS-solver

CFD解析ソルバーADCS-solverの処理の流れを図 45に示す。ADCS-solverの処理は、初期化、反復流体計算、終了処理の3つに大きく分けられる。

初期化では、並列計算のためのMPIの初期化と各種ファイル読込、計算パラメータ設定、エッジ情報設定、座標変換のためのヤコビアン・メトリックスの計算、初期条件設定、境界処理、物理量計算が行われる。パラメータファイル名はコマンドライン引数で与えられ、このファイルから入出力に関係するファイル名、計算で使用するパラメータやフラグが読み取られる。計算パラメータ設定では、パラメータファイルから得られたパラメータから、一様流の状態や空力係数計算で用いる代表値が計算される。また、比熱比やSutherland定数、多段階Runge-Kutta陽解法のパラメータ（式(117)）、乱流計算で用いられる一様流中の乱れの設定が行われ、必要があればこれらがコードを修正することで変更できる。ブロック数と各ブロックの格子点数、ブロック間境界面の角に当たる点であるエッジの個数は全体格子情報ファイルに記述されているため、これを読み込み、ブロック数分のデータ領域とエッジの個数分のデータ領域を確保している。境界面のデータ領域は境界条件ファイル読込後に、個々の格子点のデータ領域はCPU割当ファイル読込後にそれぞれ確保される。ただし、個々の格子点のデータ領域はヤコビアン・メトリックス計算時に必要な領域のみ確保しており、これには一時的に計算で使用される領域が含まれる。物理量を格納する領域は、この一時的な領域を開放した後、確保される。エッジ情報設定では図 46のように、各CPUの担当するブロックの中で各エッジ番号に対応する点の個数、全てのブロックの中で各エッジ番号に対応する点の個数を調べることが行われる。エッジの処理は2個以上のブロックで共有される点について物理量を一致させるために行われ、この処理で使用されるのがエッジ情報である。前処理ツールpregridで作成された情報を基にして、余分な計算を避けるために上記の情報を作成する。座標変換のためのヤコビアンとメトリックスは図 47に示す流れで計算される。ヤコビアンとメトリックスはセル体積とセル表面面積から算出するため、仮想格子ではない正規の格子についてこれらを求めた後、隣接するブロック間でデータ通信を行い、仮想格子に適切な値を与えるようにしている。ヤコビアン、メトリックスの評価方法については3.2節で述べた。初期条件の設定は、初期から計算を行うか、以前の計算終了時の状態から計算を行うかで処理が異なり、パラメータファイルに記述されるフラグを切り替えることで選択することができる。リスタートを行う際にはPLOT3D形式のQデータファイルとFunctionデータファイルから物理量が読み込まれる。Qデータファイルには各格子点の保存量、Functionファイルには渦粘性係数と乱流モデル量がそれぞれ格納されている。リスタートの際には、QデータとFunctionデータどちらか片方のみ読み込むことも可能となっており、乱流モデルを切り替える際にQデータのみそれまでの状態を引き継がせるようなこともできる。物理境界面上の点や仮想格子点の物理量を与えるために境界処理は図 48の流れで行われる。境界処理は、非計算点と物理境界に対して値を定めた後、ブロック間のデータのやり取りが行われ、エッジ処理によって一致する点の値をブロック間で一致させている。ブロック間のデータのやり取りは図 49の流れで行われる。境界面上の点に対する処理が行われた後、境界面の外側、ブロックエッジ、ブロックコーナーの順に、正規の格子点の値を該当する仮想格子点に代入していく。最後に、全ての格子点について計算で用いられる静圧と分子粘性係数、渦粘性係数の値の計算が行われ、初期化は終了する。

反復計算では、支配方程式に従った計算と境界処理、物理量計算、途中経過の出力が行われる。各ブロックに対する処理として、時間刻みの算出、流束評価、時間積分、保存量更新、値のチェックが行われる。流束評価の内、粘性項については支配方程式にEuler方程式、簡略化NS方程式、Full NS方程式のいずれを用いるかで処理が異なる。また、乱流計算を行う場合、乱流モデル輸送方程式の粘性項の評価についても支配方程式によって処理が異なる。また、全ての流束計算について、2次元計算時には $i,j,k$ 方向の内、 $k$ 方向の流束は計算されない。物理量の更新は計算点のみ行われ、非計算点の値は変化しない。非計算点の値の更新は境界処理で行われる。値のチェックでは、静圧と乱流モデル量の値について過小、もしくは過大にならないよう最小値、最大値を定めて制限している。特に静圧の値が負になった場合には計算を行うことができなくなるため、静圧が負である点が見つかったとその点の物理量を一様流の値に置き換え、計算を続行するようにしている。また、静圧が負である点が見つかったと、標準出力にそれを示すメッセージが出力される。静圧が負である点が

多数見つかる場合には、計算を途中で中止する。各ブロックに対する処理が終わると、ブロック境界に対する処理およびブロック間で情報のやり取りを行う境界処理が実行される。境界処理では、非計算点に対する処理、物理境界面に対する処理、ブロック間境界面に対する処理、エッジの処理が行われる。この内、ブロック間境界面とエッジの処理はブロック間での情報のやり取りが発生し、CPU間で通信が行われる。全ての格子点について物理量の更新が完了すると、静圧と分子粘性係数、渦粘性係数の値の更新が行われる。ここまでで流体計算の1ステップの計算は終了であり、この後の処理は計算の途中経過を示すための処理である。計算の途中経過としてADCSでは、支配方程式の残差と壁面に作用する空力係数を出力する。残差はRANS方程式と乱流モデル輸送方程式に分けられ、それぞれ個々の方程式の残差の2乗平均値が出力される。空力係数は滑り無し壁、滑り壁両方の全ての壁面に作用する力から算出され、揚力係数の圧力成分と摩擦成分、合計値、抗力係数の圧力成分と摩擦成分、合計値、ピッチングモーメント係数の合計値が出力される。ピッチングモーメント係数に関しては、3次元計算時にはY軸周り、2次元計算時にはZ軸周りのモーメントとして出力される。出力は標準出力と計算履歴ファイルに対して行われる。

終了処理では、計算結果の出力が行われる。最終ステップでの残差と空力係数が標準出力に出力され、流れ場のデータがPLOT3D形式のQファイルとFunctionファイルに出力される。Qファイルには各格子点の保存量が、Functionファイルには渦粘性係数と乱流モデル量がそれぞれ出力され、これらのファイルの出力は各CPUで並列に行われる。ただし、乱流計算を行っていない場合にはFunctionファイルは出力されない。

ADCS-solverによって出力されるQファイルとFunctionファイルは、ブロック毎に出力されるため、FIELDVIEW等で可視化する場合にはファイルを結合して、複数ブロックのデータを持つファイルを作成する必要がある。このファイル結合を行うために後処理ツールpostgridがADCSのパッケージには含まれている。

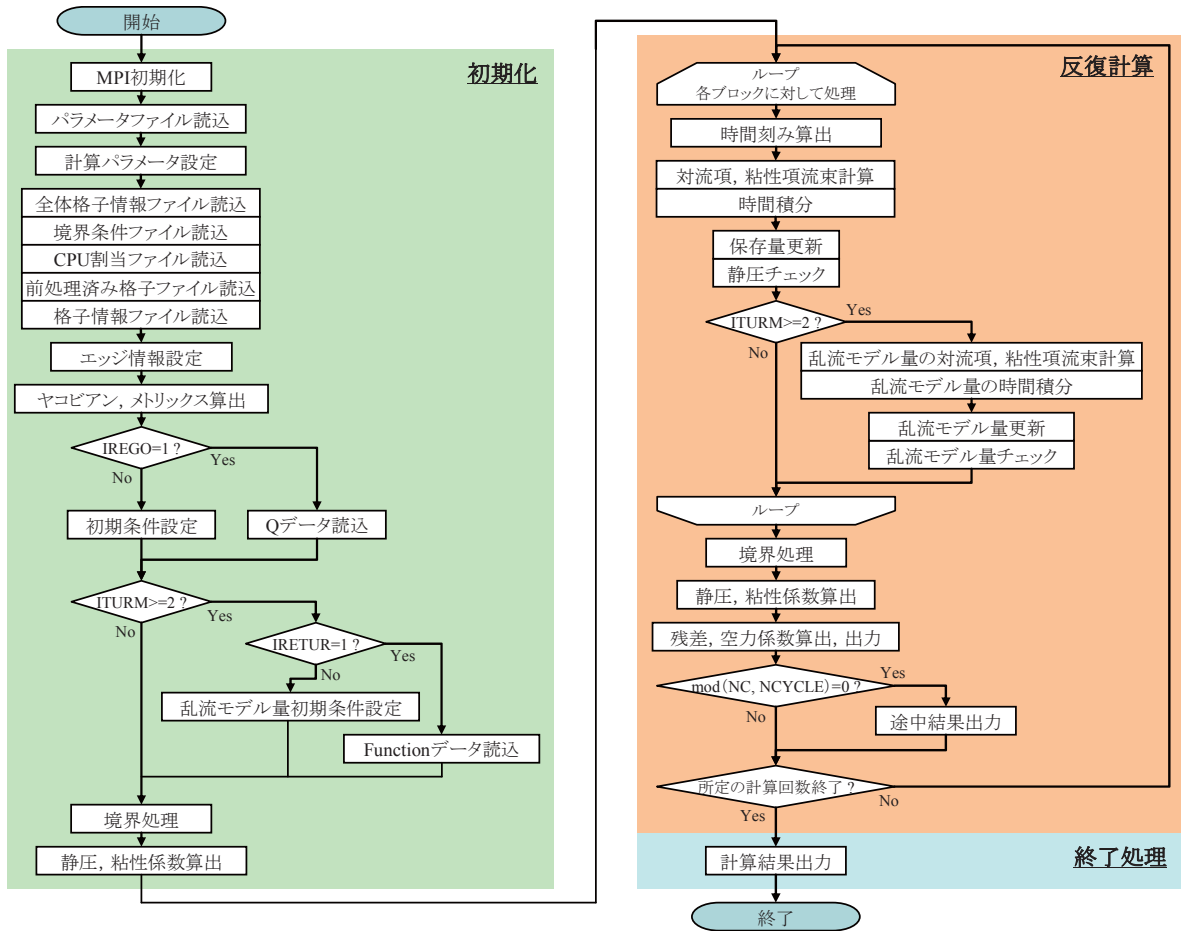


図 45 CFD解析ソルバーADCS-solverの処理の流れ

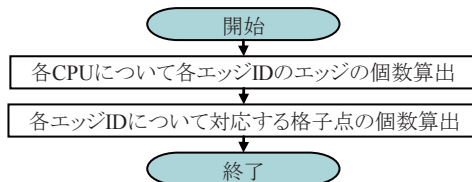


図 46 エッジ情報の設定処理の流れ

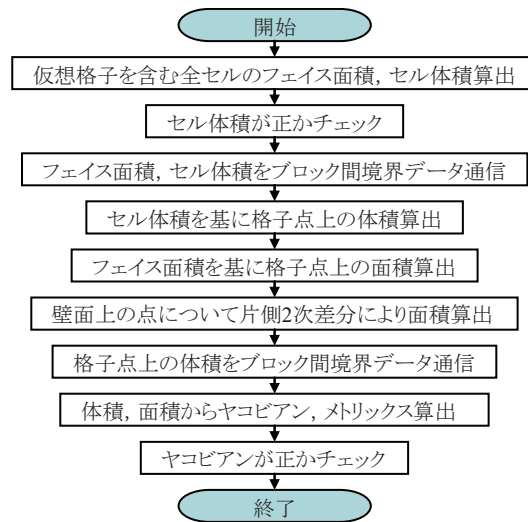


図 47 ヤコビアン・メトリックス算出処理の流れ

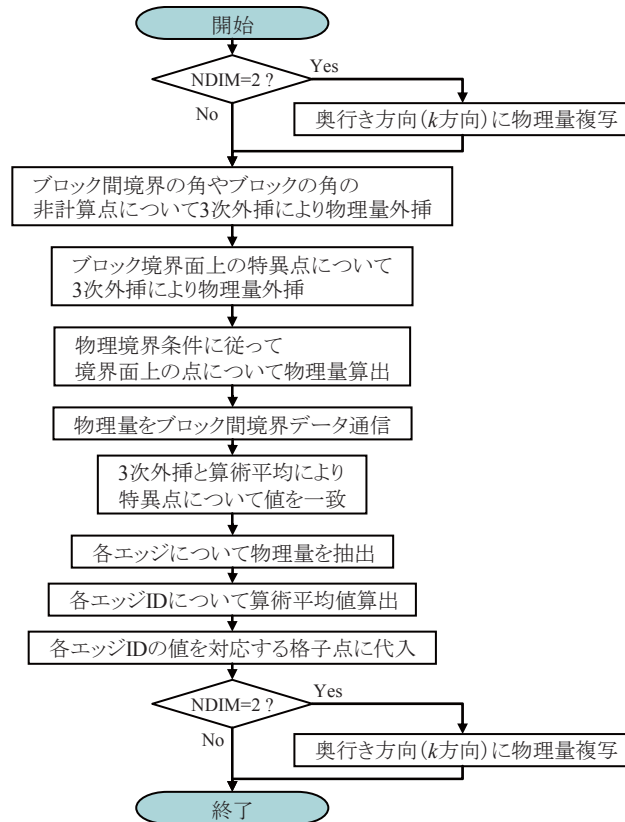


図 48 境界処理の流れ

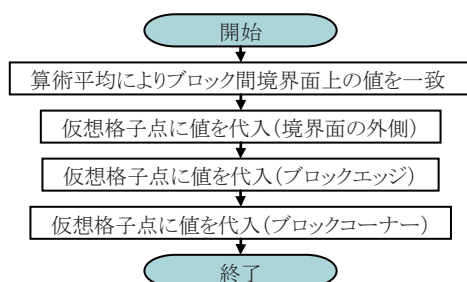


図 49 ブロック間境界データ通信処理の流れ

## 付録B 非計算点の判別と処理

マルチ・ブロック構造格子を用いた節点中心のCFD計算では、ブロックの角や境界でメトリックスを正しく評価できない箇所が存在する。また、格子点間隔が非常に小さい、もしくは隣り合う格子点が一致している箇所についても流体計算をうまく行うことができず、できたとしても計算が不安定になってしまう。ADCSではこのような点を非計算点として扱い、非計算点に対しては支配方程式とは異なる別の処理を行って対処している。ここでは、ADCSで行っている非計算点の判別と処理について述べる。

まず、ADCSにおいて、非計算点として扱う格子点の判別方法を述べる。ADCSではブロックの境界面上の格子点についてのみ非計算点かどうかの判断を行い、ブロック内部の格子点は全て計算点として、支配方程式によって時間発展的に解を求めている。非計算点は、以下に該当するものを非とする。

- 点を囲む正規の格子セル数が8個ではない点
- 対称面上の点の場合には、点を囲む正規の格子セル数が4個ではない点
- 物理境界面（対称面除く）上の点
- 隣り合う格子点間の距離が閾値以下の場合の2点
- 互いに隣接する4点で構成されるフェイスの面積が閾値の2乗以下の場合の4点

ここで、正規の格子とは元の格子データファイルに含まれるブロック内部の格子を指す。また、閾値は距離の閾値であり、パラメータファイルに記述される値である。流体計算を正しく行うためには $\xi, \eta, \zeta$ 方向を規定する必要がある、そのためには点を囲む6面体セルが8個でなければならない。対称面上の点の場合には、対称面の片側に6面体セルが4個あれば、反対側にも同数のセルを想定することができる。対称面を除く物理境界面上の点については、計算領域内部の点の値を用いた外挿等により値を求めているため、非計算点としている。格子点間の距離が短い場合には、ヤコビアンとメトリックスが大きくなる恐れがあるため、非計算点としている。さらに複数の点が一致している場合には、その点近傍で $\xi, \eta, \zeta$ 方向を定義することができないため、非計算点としている。計算点、非計算点判別の例を図 50に示す。ここでは、紙面奥行き方向にも同様の格子が並んでいると想定する。図 50(a)では、全ての点が8個の正規の格子セルに囲まれているため、全て計算点と判別される。(b)では、物理境界面上の点については非計算点と判別される。(c)では、対称面上の点は4個の正規の格子セルに囲まれているため、全て計算点と判別される。(d)では、4個のブロックが接する点は10個の正規の格子セルに囲まれているため、この点だけ非計算点と判別される。(e)では、Block 2の角に位置する点は6個の正規の格子セルに囲まれているため、この点だけ非計算点と判別される。(f)では、Block 2において格子線が一箇所に集中している点があるため、この点に該当する点は非計算点と判別される。

非計算点近傍の流束を計算するためには、非計算点にも何らかの物理量が与えられていなければならない。非計算点の物理量の求め方の概念図を図 51、図 52に示す。ADCSでは格子線に沿って外挿を行ない非計算点の物理量を求めている。外挿は複数の方向から行われ、それらの算術平均をとった値が非計算点の物理量として設定される。外挿は密度、運動量、静圧については2次精度の外挿を、乱流モデル量については0次精度の外挿をそれぞれ行っている。ブロックエッジ上の非計算点の場合には2方向（エッジ上を含まない方向）、ブロックコーナー上の非計算点の場合には3方



向、ブロック境界面上の非計算点の場合には3方向（ブロック間境界のエッジ上を含まない方向）からそれぞれ外挿が行われる。図 52 のように格子線が集中する特異点の場合には、奥行き方向を除き特異点につながる全ての格子線に沿って外挿が行われる。

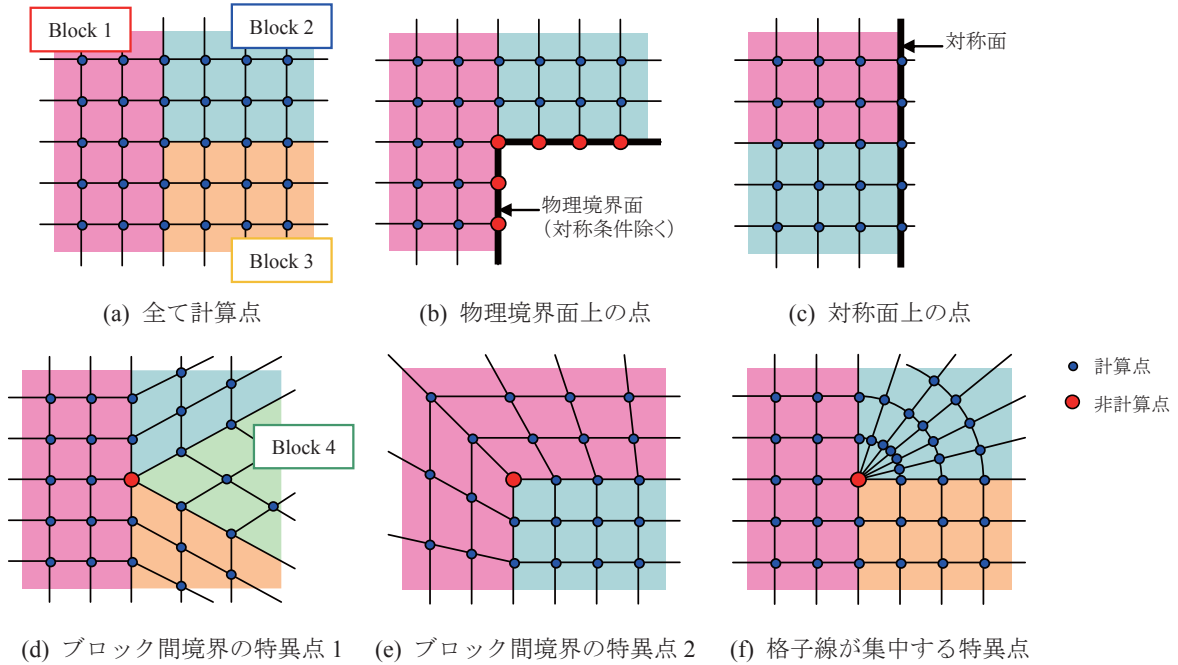


図 50 ブロック間の連結形態と非計算点の例

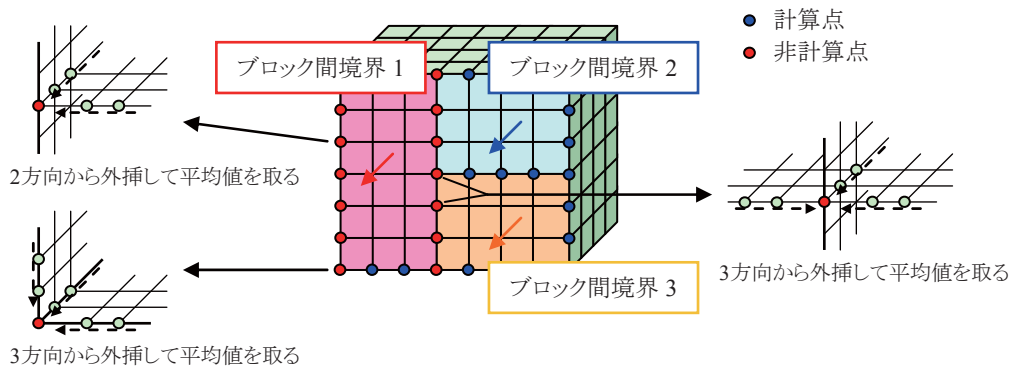


図 51 ブロック境界のエッジ上の点の処理

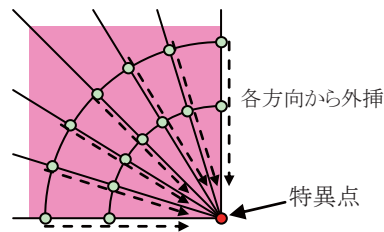


図 52 境界上の特異点の処理



## 付録C ブロック間境界処理とエッジ処理

ブロック間境界処理は、隣接する2つのブロックでブロック間境界面上の対応する点の物理量を一致させ、境界付近の流束を正しく評価するために仮想格子点の値を更新する処理である。また、エッジ処理は、ブロックの角に当たる点のように3個以上のブロックで共有される可能性のある点の値を一致させる処理である。各ブロックはそれぞれCPUに割り当てられているため、これらの処理はCPU間の通信が発生する。

以下に、図 53の左上に示すような3個の隣接するブロックを例に挙げ、ブロック間境界処理とエッジ処理について述べる。この例では境界面上の点は全て計算点であり、ブロックコーナーの仮想格子点も流束評価に使用される。ブロック間境界処理は4段階に分けて処理される。まず、境界面上の点について、対応する点同士で平均をとり、両者の値を一致させる。このとき境界面の角に当たる点については処理を行わず、この点に関してはエッジ処理で処理される。CPU間で通信を行う場合には、片方のCPUからデータを送り、他方のCPUは送られたデータを用いて平均値を算出した後、平均値を他方に返す流れとなる。次に、隣接するブロック内部の点の値が境界面外側の仮想格子点に代入される。このとき、Block 1の仮想格子点の一部にはBlock 2とBlock 3のいずれかの値が代入されることになる。この例ではどちらのブロックの値も同じであるから問題ないが、非計算点が存在する場合には、処理の順番によって代入される値が異なり、非計算点に隣接する計算点の粘性項の流束計算時に不都合が生じることになるため、注意を要する。続いて、隣接するブロックの境界面外側の仮想格子点の値がブロックエッジの仮想格子点に代入される。例の場合には、Block 2,3のブロックエッジの仮想格子点にはBlock 1の値が代入されるべきである。Block 2,3の境界面外側の仮想格子点にはBlock 1の値が代入されているため、正しい値がブロックエッジの仮想格子点に代入されることがわかる。Block 2,3のエッジの点が非計算点の場合には、このブロックエッジの仮想格子点の値は使用されない。そして、隣接するブロックのブロックエッジの仮想格子点の値がブロックコーナーの仮想格子点に代入される。ブロックエッジの仮想格子点に値を代入するときと同様に、ブロックエッジの仮想格子点にはすでに値が代入されているため、正しい値が代入される。ブロックコーナーの仮想格子点の値は、ブロックのコーナーに当たる点が非計算点の場合、使用されない。CPU間で通信を行う場合、仮想格子点への値の代入ではそれぞれのCPUが同時に相手にデータを送り、相手から送られてきたデータを用いて仮想格子点の値を更新することで、平行して処理が行われる。ここまではブロック間境界処理であり、この後にエッジ処理が行われる。エッジ処理ではBlock 1,2,3が共有する点に対応する各ブロックの格子点の値について算術平均がとられ、この値がその点に代入される。CPU間で通信を行う場合には、全てのCPUに対して通信を行う全体通信が行われる。以上で、境界面上の点と仮想格子点の値が更新されたことになる。

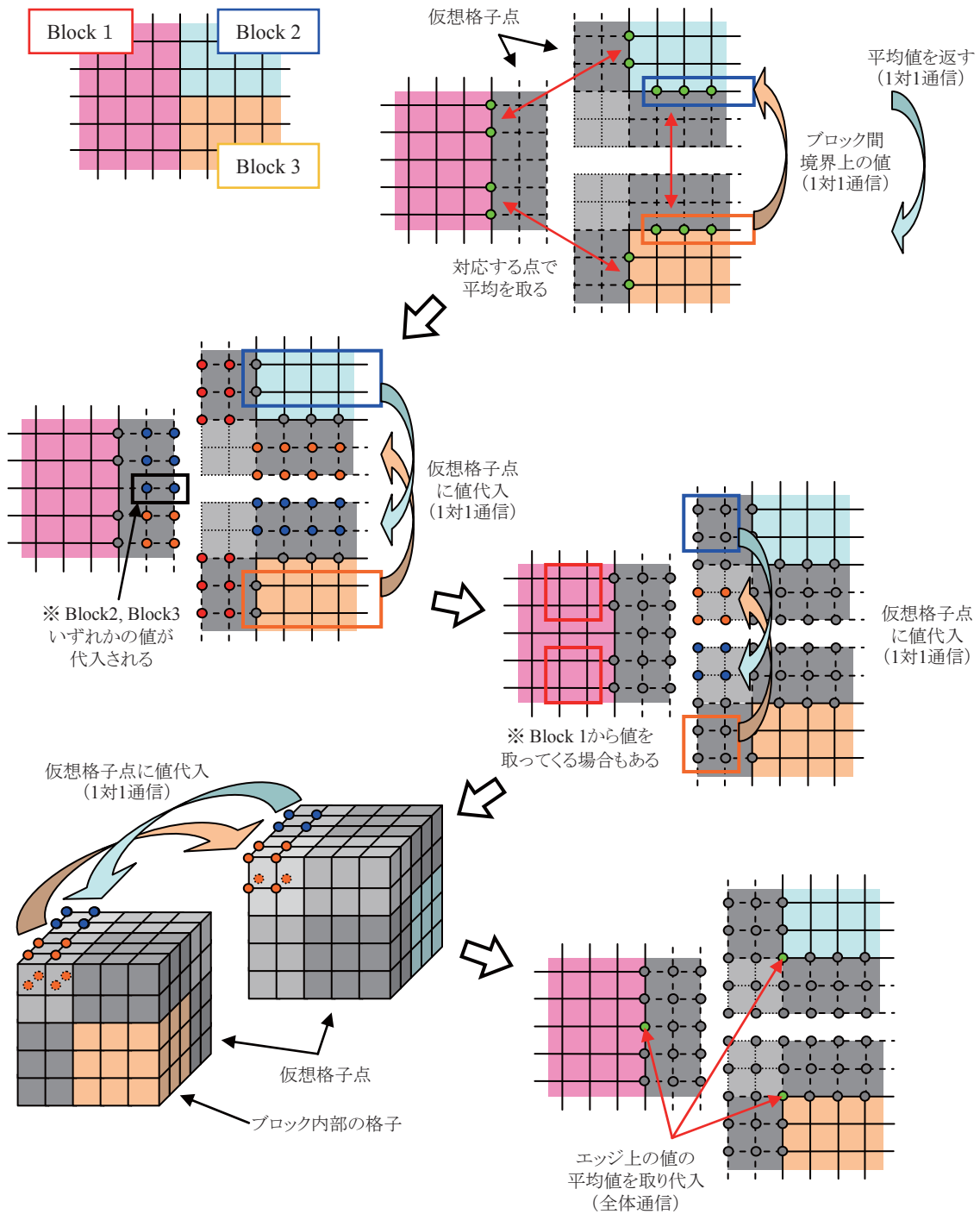


図 53 ブロック間境界データ通信処理

## 付録D 並列化

並列化の方法としては、一連のタスクを複数のCPUに割振る機能分割法と、データを複数のCPUに割振り、個々のデータに対して処理を行う領域分割法の考え方がある。機能分割法は互いに処理結果が影響しない複数のタスクに分けられる場合に用いられる。例えば、CFD計算において対流項と粘性項、ソース項の計算はそれぞれ独立に計算が可能であり、互いに処理結果は影響し合わない

ため機能分割法を適用できる。しかし時間積分は各項の結果を用いるため、各項の計算と時間積分の計算は並列して処理することができない。一方、領域分割法は全体領域の一部を取り出した領域に対して一連のタスクを実行可能な場合に用いられる。また、全体に渡るタスクが含まれている場合であっても、部分領域に対して行うタスクの割合が大きい場合には領域分割法は十分な性能を得られる。CFD計算を含む科学技術計算の多くは領域分割法に基づいた並列処理が行われている。大規模CFD解析の場合はデータ量が膨大であるため、計算領域を予め分割し、それぞれの領域を割り当てられた各CPUで処理する領域分割法に基づいた並列化がよく用いられる。

旧ADCSでは、各ブロックについてある特定の方向で分割することによって領域分割し、並列処理を行っていた。この場合、この方向での流束評価を行うためには、分割位置近くの値を最新のものに更新する必要があるため、そのたびにCPU間で通信が行われ、1回の反復計算で何度も通信を行わなければならない。そのため、通信量が非常に多くなり、通信の待ち時間や処理の遅延によって計算効率が低下する問題があった。また、ブロックによって領域分割方向の格子点数が大きく異なる格子の場合には、計算負荷分散に問題が生じる。ブロックに含まれる格子点はインデックスによって番号付けがされている。インデックス番号の小さい領域を受け持つ一部のCPUは常に処理を行うのに対し、格子点がありませんが割り当てられていないインデックス番号の大きい領域を受け持つCPUは、他のCPUの処理が終わるまでの待ち状態の割合が大きくなってしまい、CPUによって計算負荷に不均衡が生じる。これでは計算機リソースを有効に活用することができない。そのため計算効率を高めるため、格子生成時に各ブロックの領域分割方向での格子点数のばらつきに注意しなければならなかった。特にこの問題は、対象とする形状が複雑になり、計算規模が大きくなるほど顕著である。マルチ・ブロック構造格子は複雑形状にも対応でき、汎用的ではあるが、多数のブロックで構成する必要がある。しかし、旧ADCSの場合には計算効率の観点からブロックを自由に並べることができず、各ブロックのインデックスの向きや大きさに気を配る必要があった。そのため、格子生成時に厳しい条件が課せられることとなり、実質的に複雑形状について計算を行うことは非常に困難であった。

改良後のADCSの並列化はMPI (Message-Passing Interface) ライブラリを用いて行った。MPIは分散メモリ型並列処理のためのライブラリの規格である。このライブラリはメッセージパッシングを用いて並列処理を実現するための関数の集まりであり、CまたはFortranプログラムから呼び出される。メッセージパッシング関数を用いることで、あるプロセスから別のプロセスへ明示的にデータを送ることができる。ここで、プロセスは個々のCPUに対応する。MPIは現在、ほとんどの並列計算機システムに実装されており、事実上業界標準となっている。また、規格が明確に定義されているため、非常に汎用性が高いものとなっている。通信を行うタイミングを明確に指定できるなど、細かい制御が可能であり、コードの最適化を施すことで高い性能を得ることができる。MPIには多くの機能が盛り込まれているが、全てのCPU間で通信を行う全体通信と個々のCPU間で通信を行う1対1通信、これらの一部の機能を用いることでほとんどの並列処理を記述することができる。MPIはFortranやC言語からライブラリを読み込むことで利用することができ、既存のコードを改修することで並列処理を実現させることができる。このため、すでに作成してある旧ADCSのコードを改修することで、MPIライブラリを用いた並列化を施し、計算の高速化を図った。

ADCSはマルチ・ブロック構造格子に対して計算を行うため、各ブロックをCPUに割り当てることで領域分割し、並行実行することとした。1つのブロックに対する処理を1つのCPUに割り当てることで、流束計算、時間積分の処理は1つのCPU内で閉じることになる。よって、反復計算時のCPU間の通信は境界処理、空力係数算出でのみ行われることになり、通信量を削減できる。また、ブロックの形状と計算効率の関連がなくなるため、格子生成時にブロックの形状を考慮する必要がなくなった。

空力係数算出では全体通信、境界処理では1対1通信と全体通信を用いて、CPU間のデータのやり取りを行っている。空力係数の算出では機体表面について積分を行うため、全てのCPUの計算結果を用いる必要がある。一方、境界処理では隣接するブロックの物理量を仮想格子点の値として設定するため、通信が必要なのは隣接するブロックがそれぞれ割り当てられたCPU間である。また、ADCSは物理量を節点に置く、節点ベースのソルバーであるので、境界面上の値についてもブロッ

ク間で一致させる必要がある。境界面の角にある節点については、複数のブロック間で値を一致させる必要があるため、全体通信を別に行っている。

## 付録E 省メモリ化

メモリもCPUと並ぶ重要な計算機システムリソースであり、効率良く運用することが求められる。

旧ADCSでは使用されないメモリ領域を確保してしまう問題があり、省メモリ化が求められていた。これまでは、各格子点のデータは4次元配列（3方向+ブロック番号）で管理し、全てのブロックについて同じ点数分の領域を確保していた。しかし、マルチ・ブロック構造格子は一般に各ブロックの形状が異なっているため、各方向について格子点数のばらつきがあると、メモリを余分に確保しなければならなかった。また、解析対象によって格子点数は異なり、解析対象に合わせて配列の大きさを変えるにはコードを手動で修正する必要があり、手間がかかっていた。メモリを余分に確保すると、配列の参照に時間がかかり、計算性能の低下につながる。

そこで、プログラム言語をFortran77からFortran90へ移行し、Fortran90で追加された機能である配列の動的割り当て、および構造型を用いることで省メモリ化を図った。配列の動的割り当てとは、プログラム実行中に任意のサイズの配列を確保する機能であり、プログラムが必要な配列サイズを計算して配列を確保することができる。構造型とは、内部に複数の変数や配列を持ち、1つのデータ単位として扱うことのできるユーザ定義のデータ型である。改良後のADCSでは各ブロックのデータを1つの構造型に集約し、構造型内に3次元配列を持たせたデータ構造（図 54）を採用した。構造型には各格子点のデータを格納する配列のほか、格子点数、境界条件といった情報も合わせて格納している。構造型も配列にすることができる。構造型はブロックの個数分、動的に確保され、構造型内の3次元配列もそれぞれ格子点数に合わせて動的に確保される。構造型内の3次元配列は構造型毎に別々の大きさを設定できるため、メモリを過不足なく確保できる。ブロック数や確保すべき配列の大きさは、プログラム実行時に格子データから読み取るため、配列の大きさを変えるためにコードを修正する必要はない。このように個々のブロックについて動的に確保することで、余分なメモリ確保を無くし、コード修正を行わなくても様々な格子に対応できるようになった。

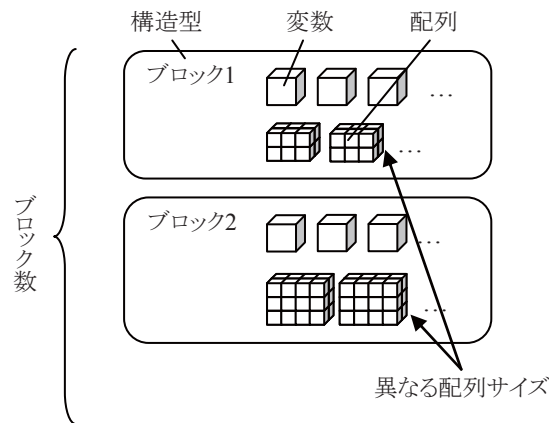


図 54 構造型を用いたデータ構造

## 付録F 高速化

処理内容が同じであってもプログラムのコーディングの仕方によって計算速度は大きく変わる可能性がある。ADCSのコーディングに際して、以下の項目について検討し、コードの最適化と高速化を試みた。

- CPU間通信に要する時間の削減
- 演算量の削減
- 演算速度の向上
- 入出力の高速化

MPIを用いたCPU間の通信では、通信を行うための処理時間と通信完了までの待ち時間が発生する。前者は、データをまとめて1回の命令で送り、通信に関する命令の回数を減らすことで削減できる。後者については、通信回数と通信データ量を削減することで削減できる。

計算時間を短縮するためには、演算量そのものを削減するとともに、演算速度が速くなるようなコーディングが必要となる。同様の処理はなるべく1回の処理で済むようにし、重複して実行されることがないようにした。また、計算負荷の大きい処理について無駄な計算を無くすなど、最適化を施し、演算量の削減を図った。演算速度にはメモリ参照時のキャッシュ・ミスが発生率と配列の参照に要する時間とが大きく関係する。コンピュータにはデータ記憶領域として、レジスタ、キャッシュ、メイン・メモリといった領域が搭載されており、右に行くほど容量は大きくなるが、アクセス速度は遅くなる。キャッシュ・ミスとは、演算に必要なデータがキャッシュ領域に見つからないことであり、メイン・メモリからデータを読み込む必要が生じる。メイン・メモリはアクセス速度がキャッシュ領域に比べ遅いため、キャッシュ・ミスが多く発生すると演算速度低下につながる。配列参照に要する時間は、配列の大きさや配列の確保の仕方によって変わる。演算速度についてはコーディングを工夫することで対処した。キャッシュ・ミスは演算順序に注意することで減らすことができる。配列参照に関しては後述する。

一般的に入出力の処理は遅い処理である。そこで、並列処理の利点を生かして、入出力においても各CPUが別々のファイルに対して同時に入出力するようにした。これは多数のストレージ・デバイスを有する並列計算機システムにおいて有効であると考えられる。ただし、単一のストレージ・デバイスしか持っていないWSやPCでは大きな効果は期待できないと思われる。そのため、ファイルを逐次読み込むか並列処理で同時に読み込むかを切り替えることができるようにし、システムに合わせて選択できるようにしている。

一般的に、大きさが固定された配列を動的に確保された配列に置き換えると、計算が遅くなる傾向があるなど、データ構造は計算速度に影響を与える。ADCSで採用したデータ構造は上で述べた通り、動的に確保される構造型の中に動的に確保される配列を格納した構造である。そのため、Fortran77のように静的に配列を確保した場合に比べ計算速度は遅くなることが予想される。実際に両者を比較してみたところ、今回新たに採用したデータ構造では計算時間が大幅に長くなった。この問題に対処するために、演算ルーチンと呼び出す際に計算に必要な配列を引数として与え、ルーチン内では形状引継ぎ配列としてデータを参照する方法を採用した。修正前後のコードの例を図55、図56に示す。形状引継ぎ配列とは、サブルーチン内で仮引数として使用される配列であり、配列の各次元の大きさは引数として与えられた配列の大きさと同じである。ただし、各次元の下限値については引き継がれないため、サブルーチン内に記述する必要がある。記述しない場合にはインデックスは1から始まる。形状引継ぎ配列を用いるためには、サブルーチン呼出側でインターフェースが明示的に示されている必要がある。そのため、全てのルーチンをモジュール化することで、各サブルーチンの引数の型をチェックすることにした。モジュール化することはデバッグにかかる労力の軽減にもつながる。この形状引継ぎ配列の方法を用いることで構造型を参照する段階が省略され、演算速度が改善された。



| コード  | 説明                                       |
|--|--|
| <pre>! 改良前のサブルーチン subroutine parent  ... (省略)  do M = 1, numberOfBlock   do K = 1, KMax     do J = 1, JMax       do I = 1, IMax         B1k(M)%X(I, J, K) = ...       end do     end do   end do end do  ... (省略)  end subroutine parent</pre> | <p>← 各ブロックに対して処理</p> <p>← 配列Xを使用した演算</p> |

図 55 構造型内部の配列に対する通常の参照方法

| コード  | 説明   |
|--|--|
| <pre>! サブルーチン呼出元 subroutine parent   use modSub, only : sub  ... (省略)  do M = 1, numberOfBlock   call sub(B1k(M)%X) end do  ... (省略)  end subroutine parent  module modSub   contains  ! 実際に計算を行うサブルーチン subroutine sub(XonM)   real(8), intent(inout) :: XonM(1:, 1:, 1:)  ... (省略)  do K = 1, KMax   do J = 1, JMax     do I = 1, IMax       XonM(I, J, K) = ...     end do   end do end do  ... (省略)  end subroutine sub end module modSub</pre> | <p>← 各ブロックに対して処理</p> <p>← 計算を行うサブルーチン呼出、引数に構造型内の配列を渡す</p> <p>← 演算ルーチンを含むモジュール定義</p> <p>← 演算ルーチン</p> <p>← 引数を形状引継ぎ配列として使用、インデックス下限を指定</p> <p>← 配列Xを使用した演算</p> |

図 56 形状引継ぎ配列を用いた構造型内部の配列の参照方法